

บทที่ 2

กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

Coulomb's Law and Electric Field Intensity



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

กฎของคูลอมป์ (Coulomb' Law)

นิยาม

กฎนี้มีนิยามว่า “แรงกระทำระหว่างวัตถุเล็กๆ 2 ชิ้น ที่อยู่สุญญากาศหรือในที่ว่างอิสระที่วางห่างกันด้วยระยะที่มีค่ามากกว่าของวัตถุทั้งสองนั้นมาก จะมีค่าแปรผันตรงกับค่าประจุของวัตถุทั้งสองและแปรผกผันกับระยะห่างระหว่างวัตถุทั้งสองยกกำลังสอง ”



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

กฎของคูลอมป์ (Coulomb' Law)

พิสูจน์สูตร

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{R_{12}^2} a_{R_{12}} \quad (\text{N})$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$$

$$\epsilon = \text{Permittivity} \frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2} = \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

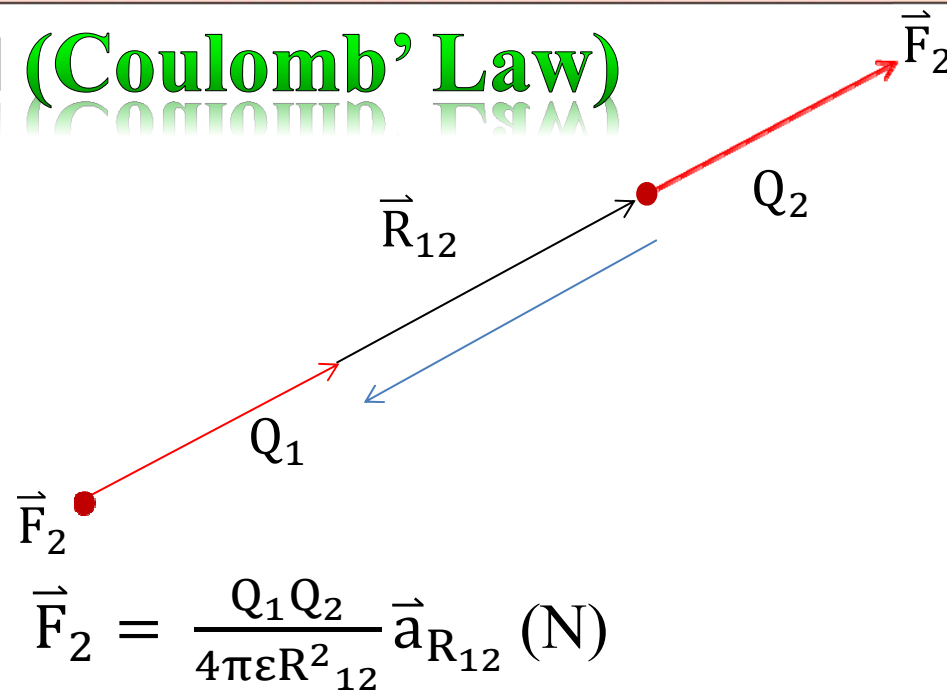
$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

$$\epsilon = 8.854 \times 10^{-12} = \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

กฎของคูลอมป์ (Coulomb' Law)



$$\vec{F}_2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon R_{12}^2} \vec{a}_{R_{12}} \text{ (N)}$$

จะได้แรงกระทำต่อประจุ Q_1 เป็น

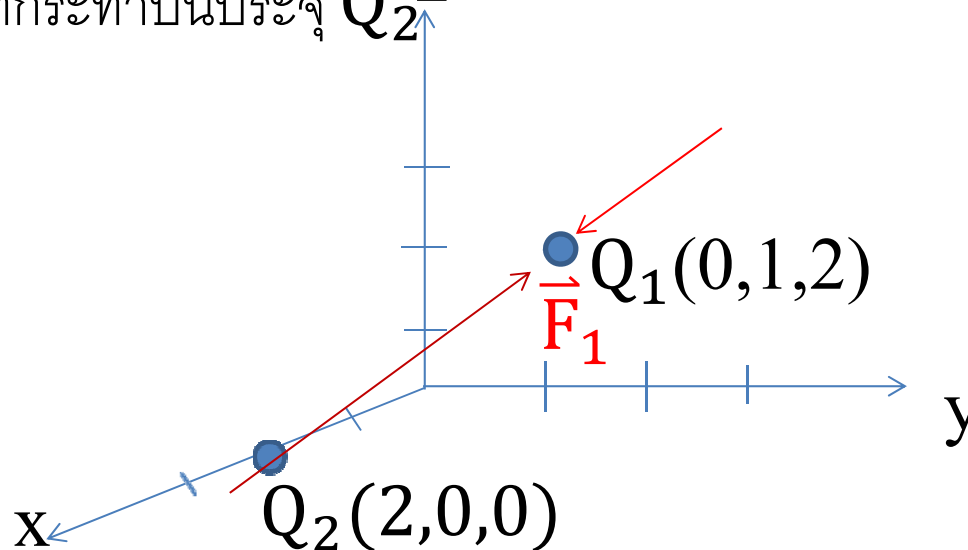
$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}^2} (-\vec{a}_{R_{12}})$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

กฎของคูลอมป์ (Coulomb' Law)

ตัวอย่าง จงหาแรงกระทำบนประจุ $Q_1 = 20\mu\text{C}$ จากประจุ $Q_2 = -30\mu\text{C}$ เมื่อกำหนดให้อยู่ที่ Q_1 อยู่ที่ $(0, 1, 2)$ m และ Q_2 อยู่ที่ $(2, 0, 0)$ m พร้อมทั้งหาขนาดของแรงที่กระทำบนประจุ Q_2



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

กฎของคูลอมป์ (Coulomb' Law)

วิธีทำ

$$\vec{F}_1 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon R_{21}^2} \vec{a}_{R_{21}} \text{ (N)}$$

$$\vec{R}_{21} = -2\vec{a}_x + \vec{a}_y + 2\vec{a}_z$$

$$R_{21}, |\vec{R}_{21}|, |R_{21}| = \sqrt{(-2)^2 + (1)^2 + (2)^2}$$

$$= \sqrt{9} \text{ m} = 3 \text{ m}$$

$$\text{ดังนั้น } \vec{a}_{R_{21}} = \frac{-2\vec{a}_x}{3} + \frac{\vec{a}_y}{3} + \frac{2\vec{a}_z}{3}$$

$$R_{21} = \text{ปลาย} - \text{ต้น}$$
$$0, 1, 2$$
$$2, 0, 0$$
$$\underline{-2}, \underline{1}, \underline{2}$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

กฎของคูลอมป์ (Coulomb' Law)

ต่อ

$$\vec{F}_1 = \frac{(20\mu\text{C})(-30\mu\text{C})}{4\pi \cdot 8.854 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 3^2 \text{m}^2} \left(\frac{-2\vec{a}_x}{3} + \frac{\vec{a}_y}{3} + \frac{2\vec{a}_z}{3} \right)$$

$$= 4\vec{a}_x - 2\vec{a}_y - 4\vec{a}_z \text{ N}$$

$$|\vec{F}_1| = \sqrt{(4)^2 + (-2)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{36}$$

$$= 6 \text{ N } \textbf{Ans}$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า



ความเข้มของสนามไฟฟ้า (Electric Field Intensity)

นิยาม

ถ้าให้ Q_1 เป็นประจุอยู่กับที่ และให้ Q_2 เป็นประจุทดสอบ (Test Charge) ซึ่งมีค่าสัมบูรณ์ของประจุน้อยกว่า Q_1 มากๆ และเปลี่ยนตำแหน่งที่อยู่ไปตามจุดต่างๆ รอบๆ Q_1 เราจะพบว่า มีแรงกระทำต่อ Q_2 ที่ทุกๆ จุด ซึ่งก็แสดงว่ามีสนามไฟฟ้าอยู่โดยรอบๆ Q_1

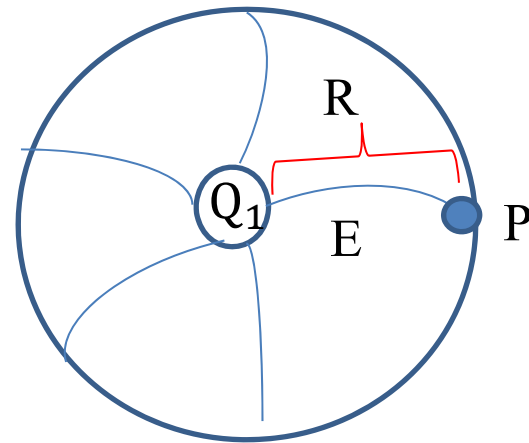
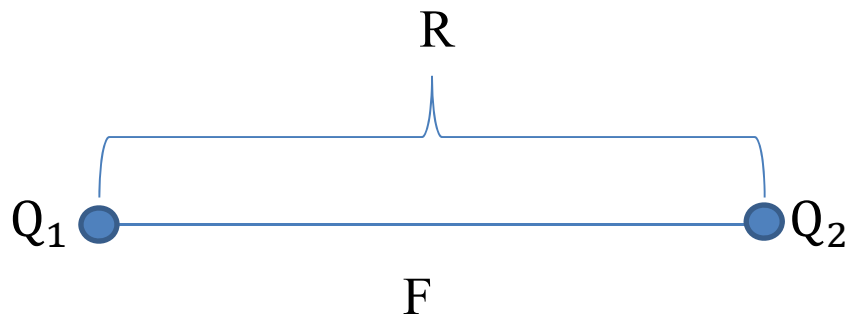
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_1}{Q_2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_r \text{ V/m}$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

ความเข้มของสนามไฟฟ้า (Electric Field Intensity)

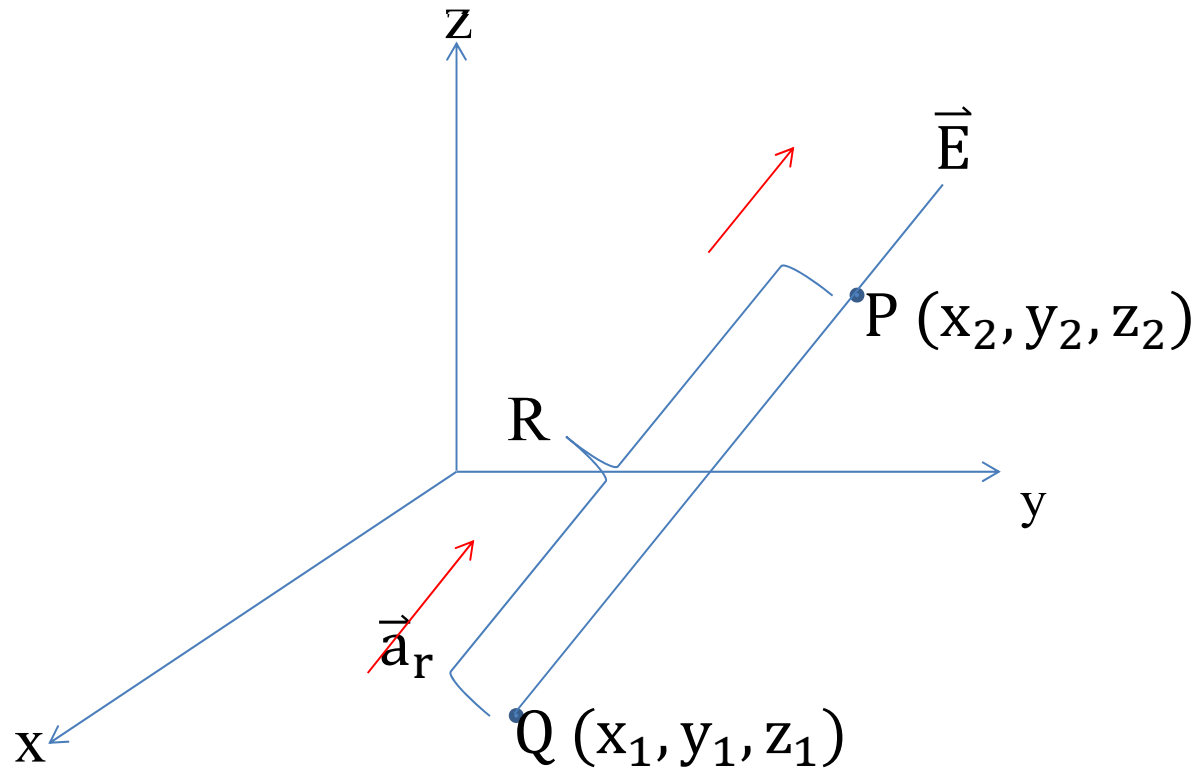
\vec{E} = ความเข้มสนามไฟฟ้า Electric Field Intensity มีหน่วยเป็น V/m



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

ความเข้มของสนามไฟฟ้า (Electric Field Intensity)

ตัวอย่าง



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

ความเข้มของสนามไฟฟ้า (Electric Field Intensity)

วิธีทำ

$$\vec{R} = P - Q$$

$$\vec{R} = (x_2 - x_1)\vec{a}_x + (y_2 - y_1)\vec{a}_y + (z_2 - z_1)\vec{a}_z$$

$$\vec{R} = (x_2 - x_1)\vec{a}_x + (y_2 - y_1)\vec{a}_y + (z_2 - z_1)\vec{a}_z$$

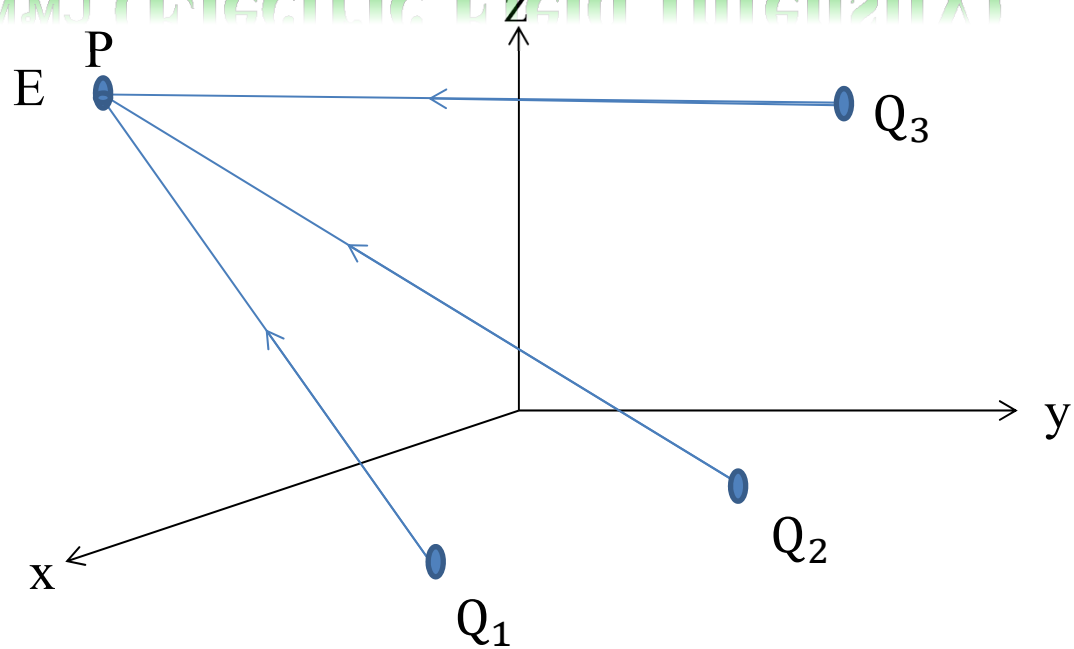
$$\vec{a}_r = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

ความเข้มของสนามไฟฟ้า (Electric Field Intensity)



$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{4\pi\epsilon R_i^2} \vec{a}_{r_i} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon R_1^2} \vec{a}_{r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon R_2^2} \vec{a}_{r_2} + \dots + \frac{Q_n}{4\pi\epsilon R_n^2} \vec{a}_{r_n}$$



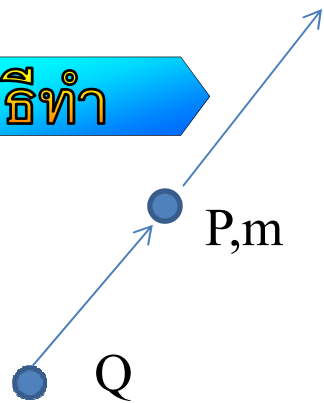
บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

ความเข้มของสนามไฟฟ้า (Electric Field Intensity)

ตัวอย่าง จงหาค่า \vec{E} ที่จุด $m(3, -4, 2)$ ในสุญญากาศโดย

a.) ประจุ $Q_1 = 2\mu\text{C}$ ที่ $P_1(0,0,0)$

วิธีทำ



$$\text{จากสูตร } \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R$$

$$= \frac{2\mu\text{C}}{4\pi \cdot \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 29\text{m}^2} \vec{a}_R$$

$$= (345, -460, 230) \text{ v/m}$$

$$= 345\vec{a}_x - 460\vec{a}_y + 230\vec{a}_z \text{ v/m } \text{Ans}$$

$$\begin{aligned} P(3, -4, 2) \\ Q(0, 0, 0) \\ \vec{R} = \vec{P} - \vec{Q} = (3, -4, 2) \\ |\vec{R}| = \sqrt{9 + 16 + 4} \\ = \sqrt{29} \\ \vec{a}_R = \frac{3\vec{a}_x - 4\vec{a}_y + 2\vec{a}_z}{\sqrt{29}} \end{aligned}$$



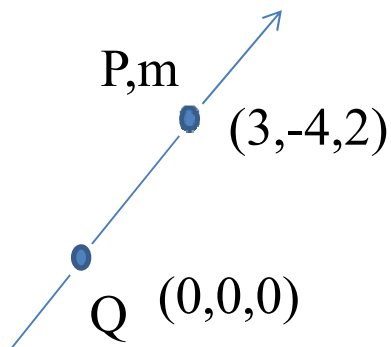
บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

ความเข้มของสนามไฟฟ้า (Electric Field Intensity)

ตัวอย่าง b.) ประจุ $Q_2 = 3\mu\text{C}$ ที่ $P_2(0,0,0)$

วิธีทำ

จากสูตร $\vec{E} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R$



$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{3\mu\text{C}}{4\pi \cdot \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot \frac{\text{C}^2 \cdot \text{N}}{\text{m}^2} \cdot 29\text{m}^2} \vec{a}_R \\ &= \frac{9 \cdot 3 \times 10^{+3}}{29} \vec{a}_R \quad \frac{\text{N}}{\text{C}}, \frac{\text{V}}{\text{m}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{R} &= m - Q \\ &= 3\vec{a}_x - 4\vec{a}_y + 2\vec{a}_z \\ |R| &= \sqrt{29} \\ \vec{a}_R, \frac{\vec{R}}{|R|} &= \frac{3\vec{a}_x - 4\vec{a}_y + 2\vec{a}_z}{\sqrt{29}}\end{aligned}$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

ความเข้มของสนามไฟฟ้า (Electric Field Intensity)

ต่อ

$$\begin{aligned} &= \frac{27 \times 10^3}{29} \frac{(3\vec{a}_x - 4\vec{a}_y + 2\vec{a}_z) \text{ v}}{\sqrt{29} \text{ m}} \\ &= \frac{27000}{29} \times \frac{(3\vec{a}_x - 4\vec{a}_y + 2\vec{a}_z)}{\sqrt{29}} \\ &= 172.88 (3\vec{a}_x - 4\vec{a}_y + 2\vec{a}_z) \\ &= 518.64\vec{a}_x - 691.52\vec{a}_y + 345.76\vec{a}_z \quad \text{Ans} \end{aligned}$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

ความเข้มของสนามไฟฟ้า (Electric Field Intensity)

ตัวอย่าง c.) ประจุ $Q_1 = 2\mu\text{C}$ ที่ P_1 และ $Q_2 = 3\mu\text{C}$ ที่ P_2

วิธีทำ

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$345\vec{a}_x - 460\vec{a}_y + 230\vec{a}_z$$

$$518\vec{a}_x - 691\vec{a}_y + 345\vec{a}_z$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \vec{E}_1 \\ + \\ \vec{E}_2 \end{array} \right\}$$

$$\vec{E} = 863\vec{a}_x - 1151\vec{a}_y + 575\vec{a}_z \text{ Ans}$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

การกระจายตัวแบบต่างๆ ของประจุและสนามไฟฟ้า

นิยาม

“ถ้าประจุจำนวนมากอยู่ใกล้ชิดกัน และกระจายตัวอยู่อย่างต่อเนื่อง เราจะหาค่าของประจุผลรวมได้โดยรวมประจุส่วนย่อยทั้งหมดเข้าด้วยกัน และหาค่าสนามไฟฟ้าผลรวมได้โดยรวมสนามไฟฟ้าย่อยเข้าด้วยกัน ”



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

การกระจายตัวแบบต่างๆ ของประจุและสนามไฟฟ้า

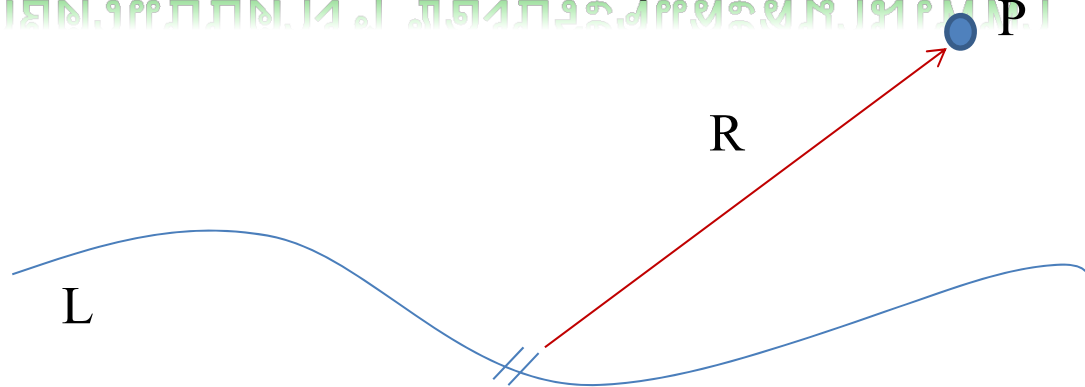
ประจุเชิงเส้น (Line Charge)

ประจุเชิงเส้น (Line Charge : ρ_L) ในกรณีที่ประจุกระจายตัวตามเส้นโค้งหรือเส้นตรงโดยมีความหนาแน่นเท่ากับความยาว ρ_L (C/m) ประจุส่วนย่อยในช่องความยาว ρ_L และประจุผลรวมของความยาวทั้งหมดสามารถแสดงได้ดังนี้



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

การกระจายตัวแบบต่างๆ ของประจุและสนามไฟฟ้า



$$dQ = \rho L \cdot \ell$$

$$dQ = \rho \ell d\ell$$

$$\int dQ = Q = \int \rho \ell d\ell$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

การกระจายตัวแบบต่างๆ ของประจุและสนามไฟฟ้า

สนามไฟฟ้าย่อยและสนามไฟฟ้าผลรวมจะเป็น

$$d\vec{E} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R$$

$$d\vec{E} = \frac{\rho l dl}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R$$

$$\int d\vec{E} = \vec{E} = \int \frac{\rho l dl}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

การกระจายตัวแบบต่างๆ ของประจุและสนามไฟฟ้า

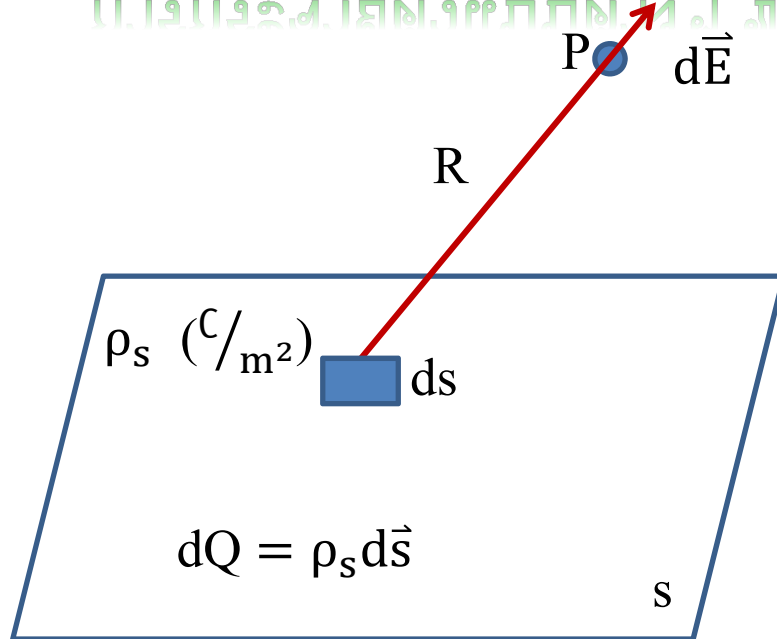
ประจุเชิงผิว (Surface Charge)

ประจุเชิงผิว (Surface Charge: \vec{S}) ถ้ามีประจุกระจายตัวของบนก้อนวัตถุหรือบนแผ่นวัสดุบางๆ โดยมีความหนาแน่นเป็น ρ_s (C/m²) ประจุย่อยในพื้นที่ ds และประจุผลรวมทั้งพื้นที่ S สามารถอธิบายได้ดังนี้



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

การกระจายตัวแบบต่างๆ ของประจุและสนามไฟฟ้า



$$dQ = \rho_s ds$$

$$\int dQ = Q = \int \rho_s ds$$

สนามไฟฟ้าย่อยและสนามไฟฟ้ารวมจะเป็น

$$d\vec{E} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R$$

$$d\vec{E} = \frac{\rho_s ds}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R$$

$$\int d\vec{E} = \vec{E} = \int \frac{\rho_s ds}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

การกระจายตัวแบบต่างๆ ของประจุและสนามไฟฟ้า

ประจุเชิงปริมาตร (Volumes Charge)

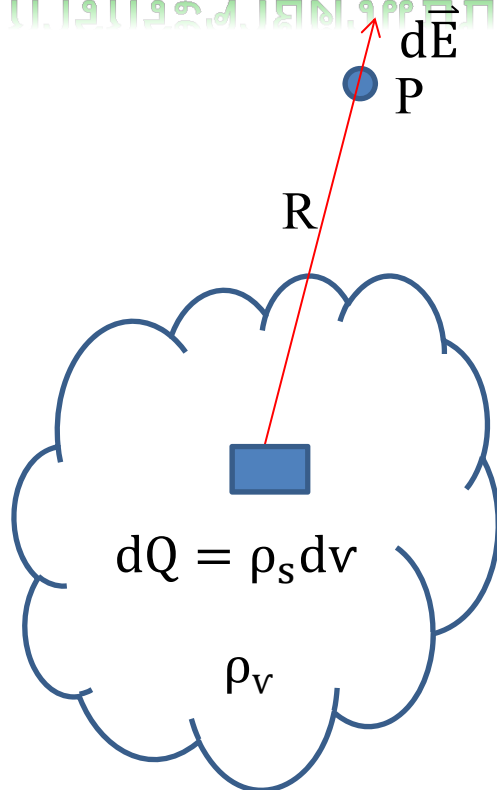
ประจุเชิงปริมาตร (Volumes Charge : V) ประจุในปริมาตรและความหนาแน่น
ประจุเชิงปริมาตร มีความสัมพันธ์ต่อกันตามสมการ

$$\rho_v = \frac{dQ}{dV} \text{ (C/m}^3\text{)}$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมบ์และความเข้มสนามไฟฟ้า

การกระจายตัวแบบต่างๆ ของประจุและสนามไฟฟ้า



$$dQ = \rho_v dv$$

ประจุรวมคือ $\int dQ = Q = \int \rho_v dv$

สนามไฟฟ้าย่อยที่เกิดของประจุย่อย

$$d\vec{E} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R$$

$$d\vec{E} = \frac{\rho_s dv}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{\rho_v dv}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R \quad \text{V/m}$$



บทที่ 2 กฎของคูลอมป์และความเข้มสนามไฟฟ้า

จบเนื้อหา

