Engineering Electromagnetics 6502009

Telecommunications
Nakhon Pathom Rajabhat University

บทที่1

การวิเคราะห์ทางเวกเตอร์

Vector Analysis

พีชคณิตเวกเตอร์

ปริมาณสเกลาร์ : ปริมาณที่บอกขนาดเพียงอย่างเดียว เช่น น้ำหนัก ,ส่วนสูง เป็นต้น $A, |A|$

ปริมาณเวกเตอร์ :ปริมาณที่บอกทั้งขนาดและทิศทาง เช่น ความเร็ว,ความเร่ง เป็นต้น $\bar{A},\ \overleftrightarrow{A},\ \overrightarrow{A},\ \mathbf{A}$

การบอกทิศทางของเวกเตอร์ เราเรียกว่า เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (Unit Vecter)

ถ้า $\bar{A} = a_1\bar{i} + a_2\bar{j} + a_3\bar{k}$

ขนาดของ$\bar{A} = |\bar{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

$$= \sqrt{A^2{}_x + A^2{}_y + A^2{}_z}$$ พิกัดฉาก

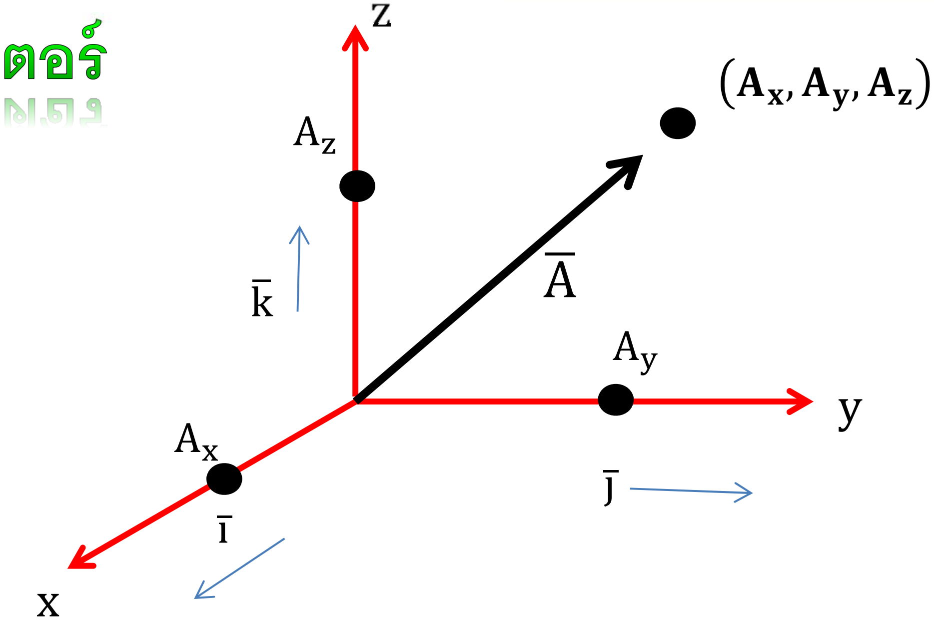
$$= \sqrt{A^2{}_\rho + A^2{}_\phi + A^2{}_z}$$ พิกัดทรงกระบอก

$$= \sqrt{A^2{}_r + A^2{}_\phi + A^2{}_\theta}$$ พิกัดทรงกลม

$\bar{a}_{\bar{A}}$ = เวกเตอร์หนึ่งหน่วยของ$\bar{A}$

$$\boxed{\bar{a}_{\bar{A}} = \frac{\bar{A}}{|\bar{A}|} = \frac{\text{เวกเตอร์ } A}{\text{ขนาดของเวกเตอร์ } A}}$$

พีชคณิตเวกเตอร์



โดยที่ $\bar{i} = \bar{a}_x =$ เวกเตอร์หน่วยประจำแกน x

$\bar{j} = \bar{a}_y =$ เวกเตอร์หน่วยประจำแกน y

$\bar{k} = \bar{a}_z =$ เวกเตอร์หน่วยประจำแกน z

พีชคณิตเวกเตอร์

ตัวอย่าง ให้ $\bar{A} = 2\bar{a}_x - 2\bar{a}_y - \bar{a}_z$ จงหา $|\bar{A}|$ และหาเวกเตอร์หนึ่งหน่วย

วิธีทำ

$$|\bar{A}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}$$

$$= \sqrt{4+4+1} \quad = \sqrt{9} \quad = 3$$

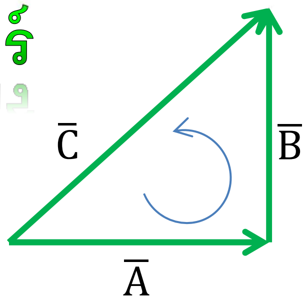
$$\bar{a}_A = \frac{\bar{A}}{|\bar{A}|} = \frac{2\bar{a}_x - 2\bar{a}_y - \bar{a}_z}{3}$$

$$= 0.66\bar{a}_x - 0.66\bar{a}_y - 0.33\bar{a}_z \quad \textbf{Ans}$$

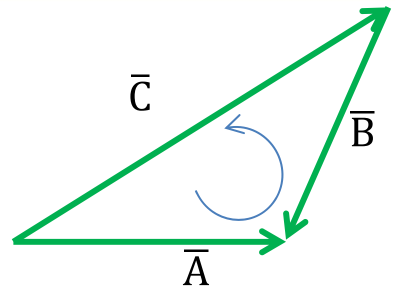
ดังนั้น ขนาดของเวกเตอร์ $|\bar{A}|$ คือ 3 และเวกเตอร์หนึ่งหน่วย คือ $0.66\bar{a}_x - 0.66\bar{a}_y - 0.33\bar{a}_z$

บทที่1 การวิเคราะห์ทางเวกเตอร์

การบวกลบเวกเตอร์



รูปที่ 1



รูปที่ 2

โดยใช้ **กฎของลูปปิด** คือผลบวกของเวกเตอร์ในลูปทั้งหมด เท่ากับเวกเตอร์ศูนย์ให้สังเกตเส้นทางลูปกับทิศทางของเวกเตอร์ดังนี้

1.ถ้าทิศทางสวนกับลูป ก็ติดลบ

2.ถ้าทิศทางตามกับลูป ก็เป็นบวก

พิจารณารูปที่ 1 ; $\bar{A} + \bar{B} - \bar{C} = \bar{O}$

จะได้ $\bar{C} = \bar{A} + \bar{B}$; $\bar{A} = \bar{C} - \bar{B}$; $\bar{B} = \bar{C} - \bar{A}$

พิจารณารูปที่ 2 ; $\bar{A} - \bar{C} - \bar{B} = \bar{O}$

จะได้ $\bar{A} = \bar{C} + \bar{B}$; $\bar{C} = \bar{B} - \bar{A}$; $\bar{B} = \bar{A} + \bar{C}$

การบวกลบเวกเตอร์

ตัวอย่าง

ให้ $\bar{A} = 4\bar{a}_x + 4\bar{a}_y$

$\bar{B} = \bar{a}_x + 8\bar{a}_y$

$\bar{C} = \bar{A} + \bar{B}$

จงหาขนาด $\bar{C}$ และขนาด $\bar{D}$

วิธีทำ

หาขนาด $|\bar{C}| = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$

$$\bar{D} = \bar{B} - \bar{A} = -3\bar{a}_x + 4\bar{a}_y$$

$$|\bar{D}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

Ans

เวกเตอร์ตำแหน่ง (Position Vector)

มี $P(x, y, z)$ สามารถ Position Vector จากจุดกำเนิดไปยังจุด P ได้ กล่าวคือ $0 \rightarrow P$

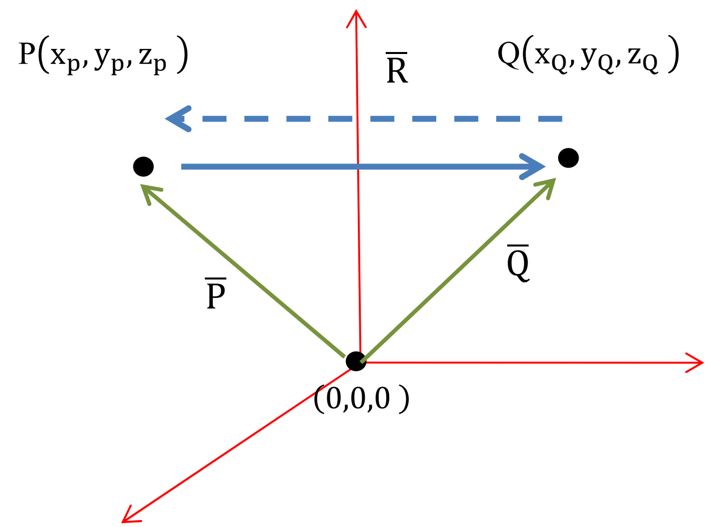
(เวกเตอร์ตำแหน่ง) $r_p = \overline{0P} = x\bar{a}_x + y\bar{a}_y + z\bar{a}_z$

เช่น $P(3,4,5)$ เวกเตอร์ตำแหน่ง คือ $r_p = 3\bar{a}_x + 4\bar{a}_y + 5\bar{a}_z$

$Q(1, -2, -3)$ เวกเตอร์ตำแหน่ง คือ $r_Q = \bar{a}_x - 2\bar{a}_y - 3\bar{a}_z$

เวกเตอร์ระยะทาง (Distance)

เมื่อกำหนดจุด 2 จุดดังรูป โดยให้ P,Q เป็นจุดใดๆ



$\overline{\mathbf{R}}_{\mathbf{PQ}}$: เรียกว่าเวกเตอร์ขจัด หรืออีกความหมายหนึ่งก็คือเวกเตอร์ที่เคลื่อนที่ไปจุด P ไปยังจุด

ดังนั้น $\overline{R}_{PQ} = \text{จุดปลาย} - \text{จุดต้น} = \overline{Q} - \overline{P} = (x_Q, y_Q, z_Q) - (x_p, y_p, z_p)$

$$= (x_Q - x_p)a_x + (y_Q - y_p)a_y + (z_Q - z_p)a_z$$

เวกเตอร์ระยะทาง (Distance)

ตัวอย่าง ให้ $\bar{A} = 10\bar{a}_x - 4\bar{a}_y + 6\bar{a}_z \quad \bar{B} = 2\bar{a}_x + \bar{a}_y$

ก. หาส่วนประกอบ $\bar{A}$ ในแนว a_x, a_y, a_z

วิธีทำ

ส่วนประกอบ $\bar{A}$ ในแนว $a_x = 10$

ส่วนประกอบ $\bar{A}$ ในแนว $a_y = -4$

ส่วนประกอบ $\bar{A}$ ในแนว $a_z = 6$

ข. หาขนาดของ $3\bar{A} - \bar{B}$

วิธีทำ

$$3\bar{A} - \bar{B} = (28, -13, 18)$$

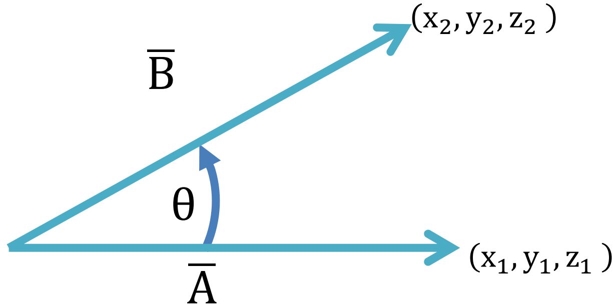
$$|3\bar{A} - \bar{B}| = \sqrt{28^2 + (-13)^2 + 18^2}$$

$$= \sqrt{1277} = 35.74 \quad \textbf{Ans}$$

การคูณเวกเตอร์

1.Dot product (●) ; $\bar{A} \bullet \bar{B}$ ผลลัพธ์ที่ได้เป็นปริมาณสเกลลาร์

$$\boxed{\bar{A} \cdot \bar{B} = |\bar{A}||\bar{B}| \cos\theta}$$



θ: คือมุมระหว่างเวกเตอร์$\bar{A}$ กับ $\bar{B}$

การคูณเวกเตอร์

กฎการ dot product

1. $\bar{A} \cdot \bar{B} = \bar{B} \cdot \bar{A}$

2. $\bar{a}_x \cdot \bar{a}_x = \bar{a}_y \cdot \bar{a}_y = \bar{a}_z \cdot \bar{a}_z = 1$

   $\bar{a}_x \cdot \bar{a}_y = \bar{a}_y \cdot \bar{a}_z = \bar{a}_z \cdot \bar{a}_x = 0$

3. $\vec{V} \cdot \vec{V} = \sqrt{(\bar{V} \cdot \bar{V})(\bar{V} \cdot \bar{V})} = |\bar{V}|^2$

4. ภาพฉาย $\bar{B}$ บน $\bar{A} = |\bar{B}| \cos\theta = B \frac{\bar{A}}{|\bar{A}|}$

ให้ $\bar{A} = A_x\bar{a}_x + A_y\bar{a}_y + A_z\bar{a}_z$; $\bar{B} = B_x\bar{a}_x + B_y\bar{a}_y + B_z\bar{a}_z$

การคูณเวกเตอร์

สามารถหามุมได้จาก

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = (A_x B_x) + (A_y B_y) + (A_z B_z)$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\bar{A} \cdot \bar{B}}{|\bar{A}||\bar{B}|}$$

ตัวอย่าง **1**. $\bar{A} = (0,3,5)$, $\bar{B} = (-1,-2,-3)$ หา $\bar{A} \cdot \bar{B}$

วิธีทำ $\bar{A} \cdot \bar{B} = (0)(-1) + (3)(-2) + (5)(-3) = -21$ **Ans**

การคูณเวกเตอร์

ตัวอย่าง **2.** $\bar{A} = \sqrt{3}\bar{a}_x + \bar{a}_y$, $\bar{B} = 2\bar{a}_x$ จงหามุมระหว่าง $\bar{A}$ กับ $\bar{B}$

วิธีทำ

หา $\bar{A} \cdot \bar{B} = 2\sqrt{3}$

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = |A||B| \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\bar{A} \cdot \bar{B}}{|A||B|} = \frac{2\sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$= 30$ องศา , $\frac{\pi}{6}$ **Ans**

การคูณเวกเตอร์

Cross product (x); $\bar{A} \times \bar{B}$ ผลลัพธ์ที่ได้เป็นปริมาณเวกเตอร์

$$\boxed{\bar{A} \times \bar{B} = |\bar{A}||\bar{B}| \sin\theta}$$

$$\bar{A} \times \bar{B} = \begin{vmatrix} \bar{a}_x & \bar{a}_y & \bar{a}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} \bar{a}_x - \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} \bar{a}_y + \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix} \bar{a}_z$$

$$= (A_y B_z - B_y A_z)\bar{a}_x - (A_x B_z - B_x A_z)\bar{a}_y + (A_x B_y - B_x A_y)\bar{a}_z$$

ซึ่ง $\bar{A} = A_x \bar{a}_x + A_y \bar{a}_y + A_z \bar{a}_z$

$\bar{B} = B_x \bar{a}_x + B_y \bar{a}_y + B_z \bar{a}_z$

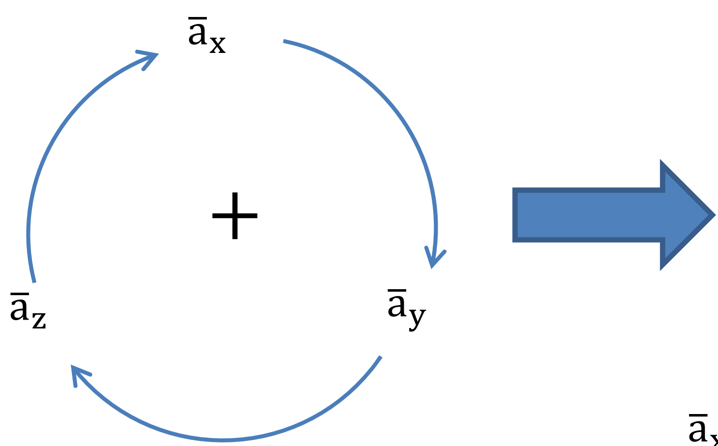
การคูณเวกเตอร์

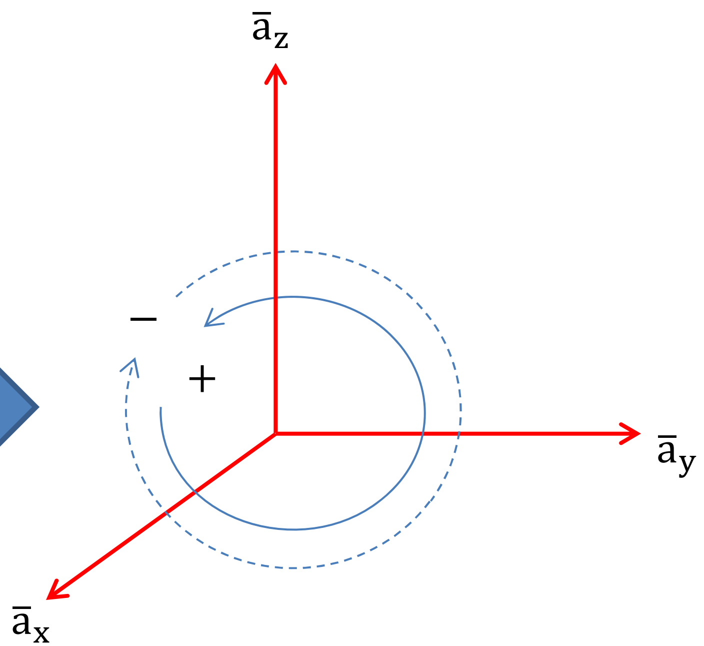
กฎการ cross product

1.$\bar{A} \times \bar{B} \neq \bar{B} \times \bar{A}$

2.$\bar{a}_x\bar{a}_x = \bar{a}_y\bar{a}_y = \bar{a}_z\bar{a}_z = \bar{0}$

3.จากรูปให้สังเกตทิศทางลูกศร ตามกฎมือขวา



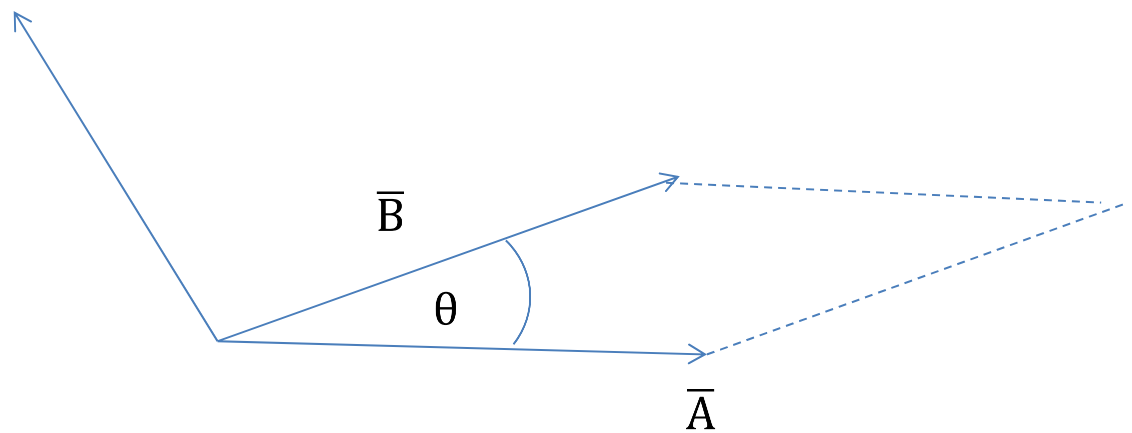


การคูณเวกเตอร์

ตามศร $\bar{a}_x \times \bar{a}_y = \bar{a}_z$; $\bar{a}_y \times \bar{a}_z = \bar{a}_x$; $\bar{a}_z \times \bar{a}_x = \bar{a}_y$

ย้อนศร $\bar{a}_y \times \bar{a}_x = -\bar{a}_z$; $\bar{a}_z \times \bar{a}_y = -\bar{a}_x$; $\bar{a}_x \times \bar{a}_z = -\bar{a}_y$

4. $|\bar{A} \times \bar{B}| = |\bar{A}||\bar{B}| \sin\theta \;\; \bar{U}_{\bar{A}-\bar{B}}$



$|\bar{A} \times \bar{B}| =$ พ. ท. สี่เหลี่ยมด้านขนาน

5. ทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์ที่เกิดจาก $\bar{A} \times \bar{B}$ จะตั้งฉากกับ เวกเตอร์ A และ B เสมอ

การคูณเวกเตอร์

ตัวอย่าง ให้ $\bar{A} = 2\bar{a}_x - 3\bar{a}_y + \bar{a}_z \quad \bar{B} = -4\bar{a}_x - 2\bar{a}_y + 5\bar{a}_z$

จงหา $\bar{A} \times \bar{B}$

วิธีทำ หาผลคูณเชิงเวกเตอร์ของเวกเตอร์ โดยหาดีเทอมิแนนซ์

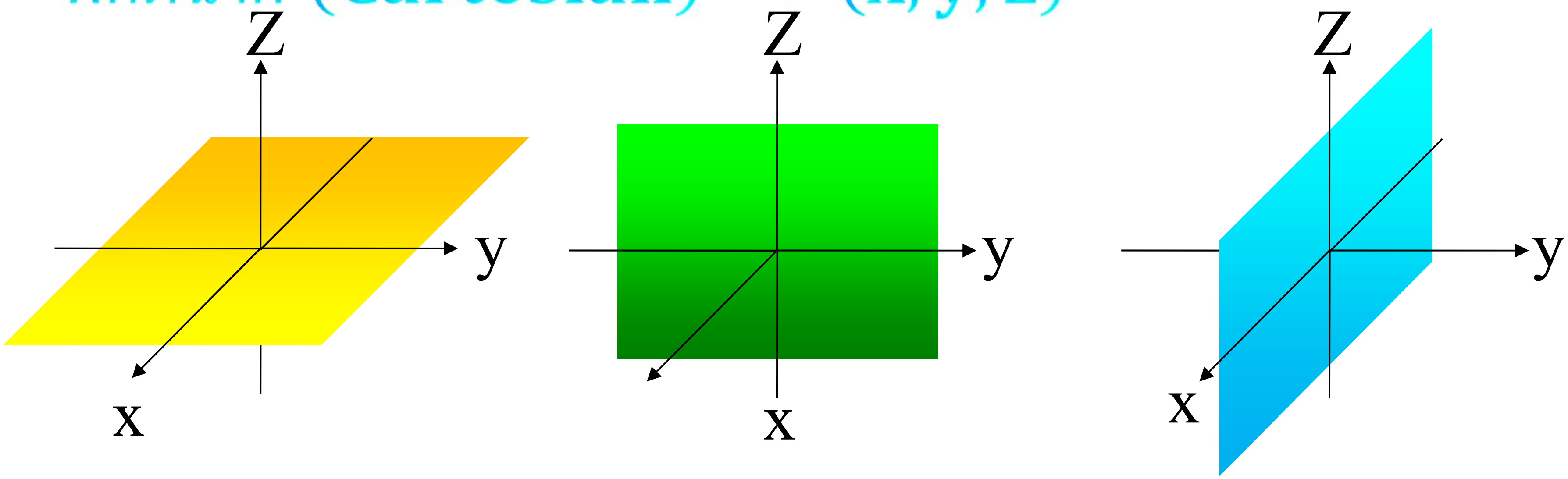
$$\bar{A} \times \bar{B} = \begin{vmatrix} \bar{a}_x & \bar{a}_y & \bar{a}_z \\ 2 & -3 & 1 \\ -4 & -2 & 5 \end{vmatrix} = \left|\begin{matrix} \bar{a}_x & \bar{a}_y & \bar{a}_z \\ 2 & -3 & 1 \\ -4 & -2 & 5 \end{matrix}\right| \begin{matrix} \bar{a}_x & \bar{a}_y \\ 2 & -3 \\ -4 & -2 \end{matrix}$$

$$\bar{A} \times \bar{B} = ((-15) - (-2))\bar{a}_x + ((-4) - (10))\bar{a}_y + ((-4) - (12))\bar{a}_z$$

$$= (-13)\bar{a}_x + (-14)\bar{a}_y + (-16)\bar{a}_z$$ **Ans**

ระบบพิกัด (Coordinate System)

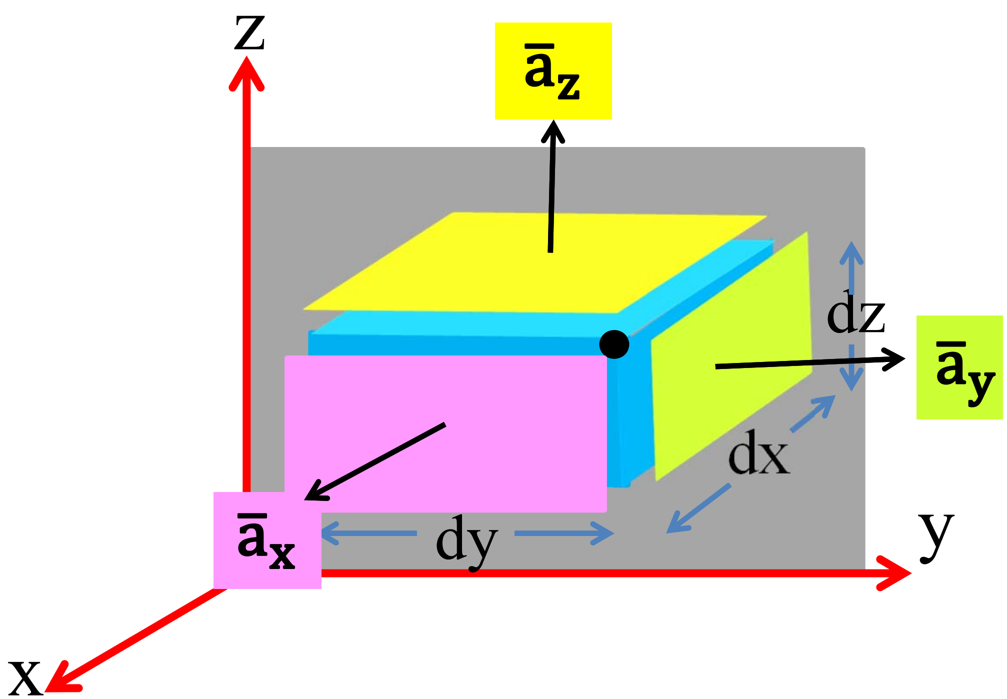
พิกัดฉาก (Cartesian) $\longrightarrow$ (x, y, z)



ระนาบ **XY** | ระนาบ **YZ** | ระนาบ **XZ**

ระบบพิกัด (Coordinate System)

พิกัดฉาก (Cartesian) ⟶ (x, y, z)



พื้นที่ S (ก × ย)

$$d\bar{s} = dydz\,\bar{a}_x = dxdz\,\bar{a}_y = dxdy\,\bar{a}_z$$

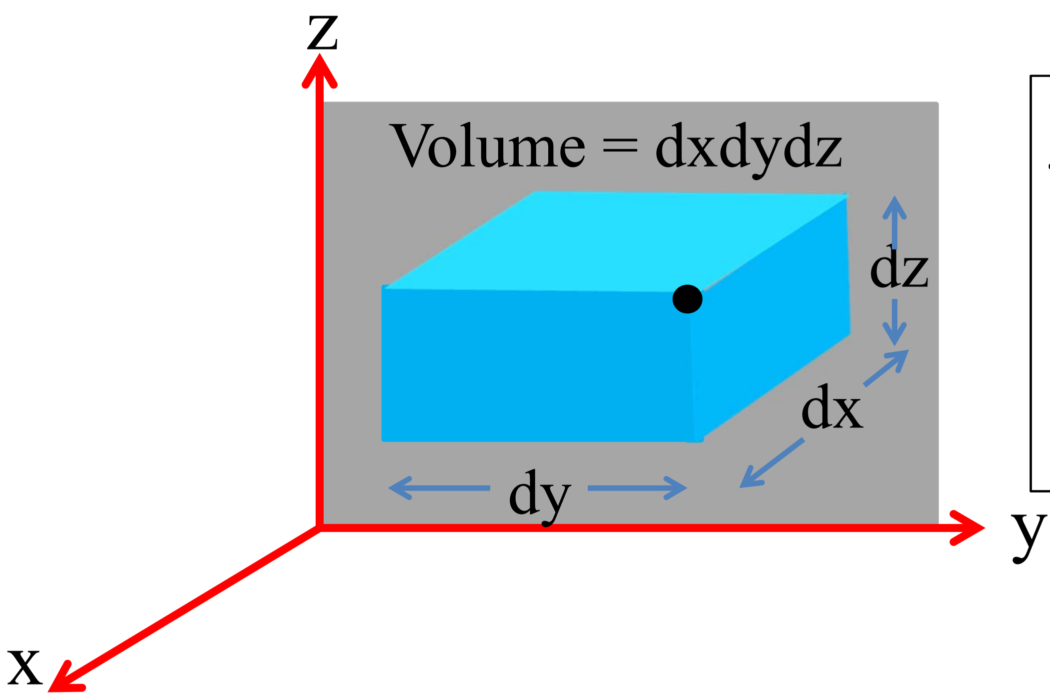
$$d\bar{s} = |d\bar{s}|\bar{a}_n$$

$$\bar{s} = \int_s d\bar{s} = \iint dydz\,\bar{a}_x = \iint dxdz\,\bar{a}_y = \iint dxdy\,\bar{a}_z$$

$$\bar{s} = \int_s d\bar{s} = \iint ds\,\bar{a}_n$$

ระบบพิกัด (Coordinate System)

พิกัดฉาก (Cartesian) $\longrightarrow$ (x, y, z)



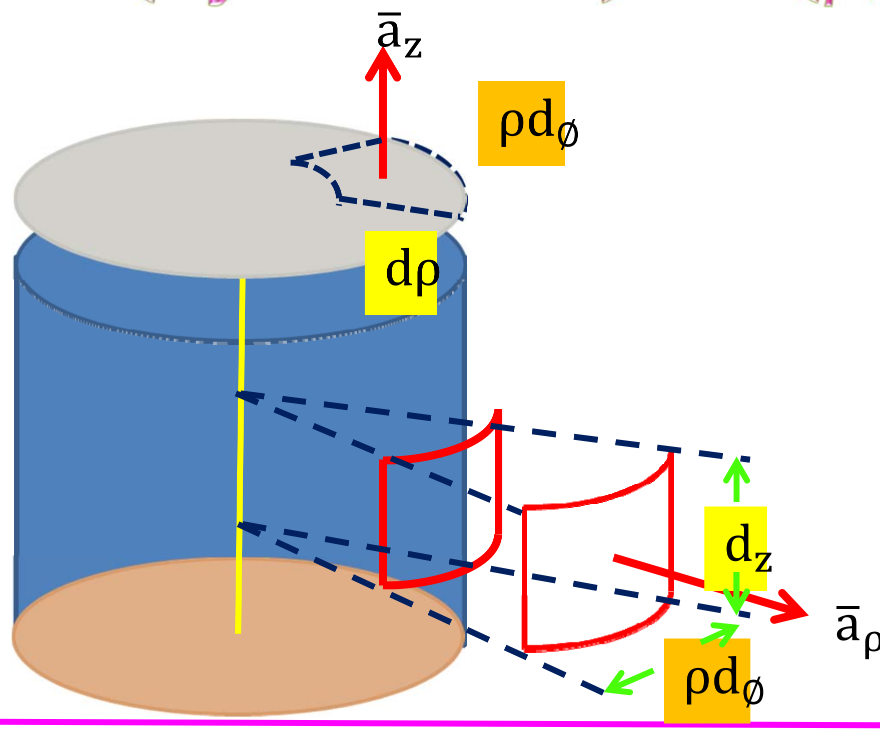
ปริมาตรV (ก × ย × ส)

$dv = dxdydz$

$v = \int_v dv = \iiint dxdydz$

ระบบพิกัด (Coordinate System)

พิกัดทรงกระบอก (Cylindrical) $\longrightarrow (\rho, \emptyset, z)$



ระบบพิกัด (Coordinate System)

พิกัดทรงกระบอก (Cylindrical) $\longrightarrow (\rho, \emptyset, z)$

พื้นที่ S (ก × ย)

$$d\bar{s} = \rho d\emptyset dz\, \bar{a}_\rho$$
$$= d\rho dz\, \bar{a}_\emptyset$$
$$= \rho d\rho d\emptyset\, \bar{a}_z$$
$$d\bar{s} = |d\bar{s}|\bar{a}_n$$

$$\bar{s} = \int_s d\bar{s} = \iint \rho d\emptyset dz\, \bar{a}_\rho$$

$$= \iint d\rho dz\, \bar{a}_\emptyset$$

$$= \iint \rho d\rho d\emptyset\, \bar{a}_z$$

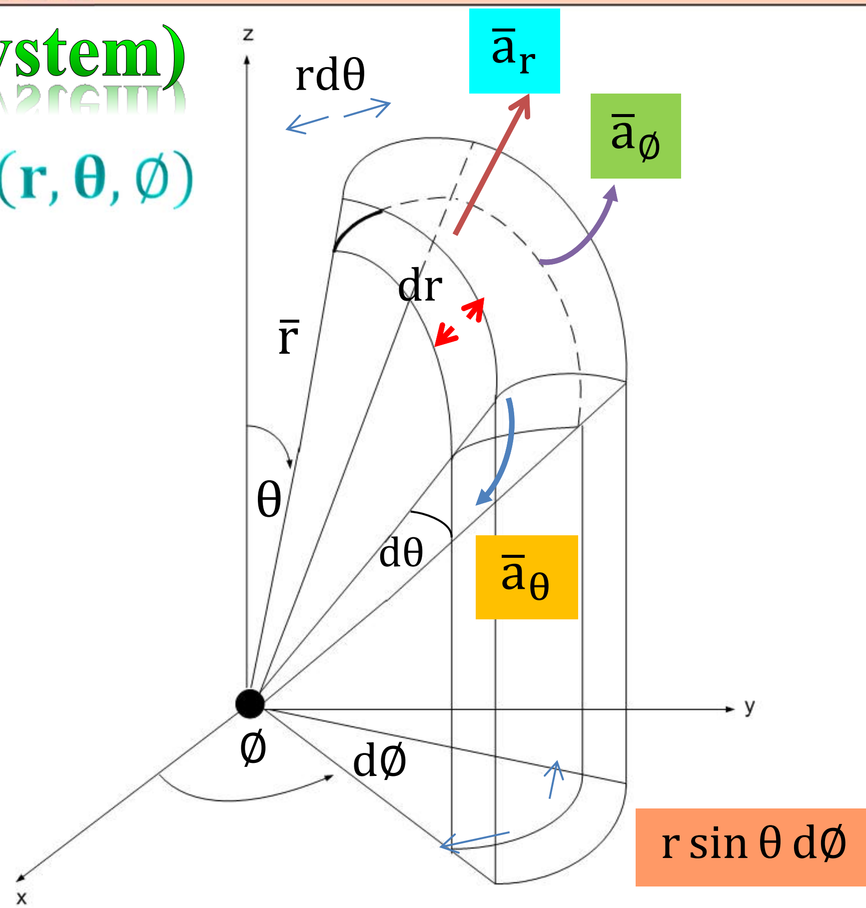
$$\bar{s} = \int_s d\bar{s} = \iint |d\bar{s}|\, \bar{a}_n$$

ปริมาตร V (ก × ย × ส)

$$dv = \rho d\rho d\emptyset dz$$
$$v = \int_v dv = \iiint \rho d\rho d\emptyset dz$$

ระบบพิกัด (Coordinate System)

พิกัดทรงกลม (Spherical) $\rightarrow (r, \theta, \emptyset)$



ระบบพิกัด (Coordinate System)

พิกัดทรงกลม (Spherical) $\rightarrow (r, \theta, \emptyset)$

พื้นที่ S (ก × ย)

$$d\bar{s} = r\sin\theta\, dr d\emptyset\, \bar{a}_\theta$$
$$= r dr d\theta\, \bar{a}_\emptyset$$
$$= r^2 \sin\theta\, d\theta d\emptyset\, \bar{a}_r$$
$$d\bar{s} = |d\bar{s}|\bar{a}_n$$

$$\bar{s} = \int_s d\bar{s} = \iint r\sin\theta\, dr d\emptyset\, \bar{a}_\theta$$

$$= \iint r dr d\theta\, \bar{a}_\emptyset$$

$$= \iint r^2 \sin\theta\, d\theta d\emptyset\, \bar{a}_r$$

$$\bar{s} = \int_s d\bar{s} = \iint |d\bar{s}|\bar{a}_n$$

ปริมาตร V (ก × ย × ส)

$$dv = r^2 \sin\theta\, dr d\theta d\emptyset$$

$$v = \int_v dv = \iiint r^2 \sin\theta\, dr d\theta d\emptyset$$

การแปลงระบบพิกัด (Coordinate System Transformation)

พิกัดฉากกับทรงกระบอก

$$
\boxed{
\begin{aligned}
A_x &= A_\rho \cos\emptyset - \sin\emptyset\, A_\emptyset \\
A_y &= A_\rho \sin\emptyset + \cos\emptyset\, A_\emptyset \\
A_z &= A_z
\end{aligned}
}
$$

การแปลงระบบพิกัด (Coordinate System Transformation)

การแปลงส่วนประกอบของเวกเตอร์

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\emptyset & -\sin\emptyset & 0 \\ \sin\emptyset & \cos\emptyset & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\emptyset \\ A_z \end{bmatrix}$$

$$x = \rho\cos\emptyset$$
$$y = \rho\sin\emptyset$$
$$z = z$$

$$\begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\emptyset \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\emptyset & \sin\emptyset & 0 \\ -\sin\emptyset & \cos\emptyset & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$\emptyset = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$
$$z = z$$

การแปลงระบบพิกัด (Coordinate System Transformation)

ตัวอย่าง สมมุติว่าสนามเวกเตอร์ในระบบพิกัดทรงกระบอกคือ

$$\vec{A} = 3\cos\phi\ \bar{a}_\rho - 2\rho\,\bar{a}_\phi + z\,\bar{a}_z$$

จงหา 1.สนาม $\vec{A}_\rho$ ที่จุด $P(4,60,5)$ ในระบบพิกัดทรงกระบอก

2.สนาม $\vec{A}_\rho$ ที่จุด P ในระบบพิกัดฉาก

3.ตำแหน่งของจุด P ในระบบพิกัดฉาก

การแปลงระบบพิกัด (Coordinate System Transformation)

วิธีทำ

1. ที่จุด $P(\rho = 4, \emptyset = 60°, z = 5)$

สนามที่จุดนี้คือ

$$\bar{A}_\rho = 3\cos\emptyset\,\bar{a}_\rho - 2\rho\,\bar{a}_\emptyset + z\bar{a}_z$$

$$= 3\cos 60\,\bar{a}_\rho - (2)(4)\bar{a}_\emptyset + 5\bar{a}_z$$

$$\bar{A}_\rho = \frac{3}{2}\bar{a}_\rho - 8\bar{a}_\emptyset + 5\bar{a}_z$$ **Ans**

การแปลงระบบพิกัด (Coordinate System Transformation)

วิธีทำ 2. ในสูตรแปลงพิกัดทรงกระบอกเป็นพิกัดฉาก

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\emptyset & -\sin\emptyset & 0 \\ \sin\emptyset & \cos\emptyset & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\emptyset \\ A_z \end{bmatrix}$$

แทนค่าจาก ข้อ 1. $\vec{A}_\rho = \frac{3}{2}, A_\emptyset = -8, A_z = 5,$

$$\cos\emptyset = \cos 60 = \frac{1}{2}, \sin\emptyset = \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

จะได้ $$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ -8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

การแปลงระบบพิกัด (Coordinate System Transformation)

ต่อ

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} + & 4\sqrt{3} + & 0 \\ \frac{3\sqrt{3}}{4} + & -4 + & 0 \\ 0 + & 0 + & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.68 \\ -2.7 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\vec{A}_\rho = 7.68\bar{a}_x - 2.7\bar{a}_y + 5\bar{a}_z$$ **Ans**

การแปลงระบบพิกัด (Coordinate System Transformation)

วิธีทำ 3.P(4,60°, 5)เป็นจุดในพิกัดทรงกระบอกแปลงเป็นพิกัดฉาก

$$x = \rho\cos\emptyset = 4\cos 60° = 2$$

$$y = \rho\sin\emptyset = 4\sin 60° = 2\sqrt{3}$$

$$z = z = 5 = 5$$

$$P(x, y, z) = P\left(2, 2\sqrt{3}, 5\right)$$ **Ans**

การแปลงระบบพิกัด (Coordinate System Transformation)

การแปลงพิกัดฉากกับพิกัดทรงกลม

การแปลงตำแหน่งของจุด

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}$$

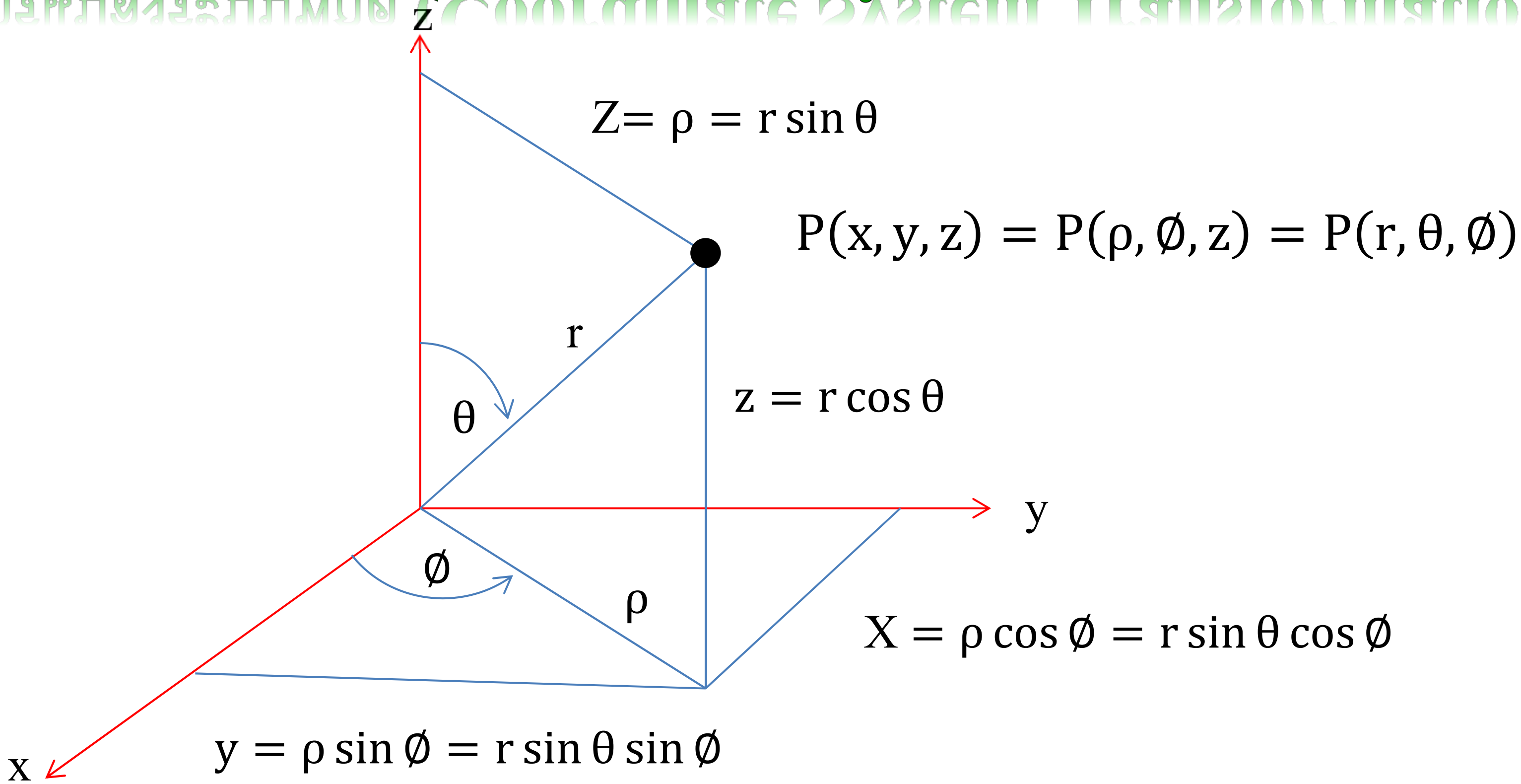
$$\emptyset = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$x = r \sin\theta \cos\emptyset$$

$$y = r \sin\theta \sin\emptyset$$

$$z = r \cos\theta$$

การแปลงระบบพิกัด (Coordinate System Transformation)



การแปลงระบบพิกัด (Coordinate System Transformation)

ส่วนประกอบเวกเตอร์

$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\emptyset \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\emptyset & \sin\theta\sin\emptyset & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\emptyset & \cos\theta\sin\emptyset & -\sin\theta \\ -\sin\emptyset & \cos\emptyset & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\emptyset & \cos\theta\cos\emptyset & -\sin\emptyset \\ \sin\theta\sin\emptyset & \cos\theta\sin\emptyset & \cos\emptyset \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\emptyset \end{bmatrix}$$

การแปลงระบบพิกัด (Coordinate System Transformation)

การแปลงระหว่างพิกัดทรงกระบอกกับพิกัดทรงกลม

การแปลงตำแหน่งของจุด

$$r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{\rho}{z}$$

$$\phi = \phi$$

$$\rho = r\sin\theta$$

$$z = r\cos\theta$$

$$\phi = \phi$$

การแปลงระบบพิกัด (Coordinate System Transformation)

ส่วนประกอบเวกเตอร์

$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta & 0 & \cos\theta \\ \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\phi \\ A_z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\phi \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix}$$

จบเนื้อหา