



ข้อสอบปลายภาค

วิชา 6502015 ตัวแปรสุ่มและกระบวนการสุ่ม (Random variables and processes)

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม
ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 เวลาสอบ 3 ชั่วโมง

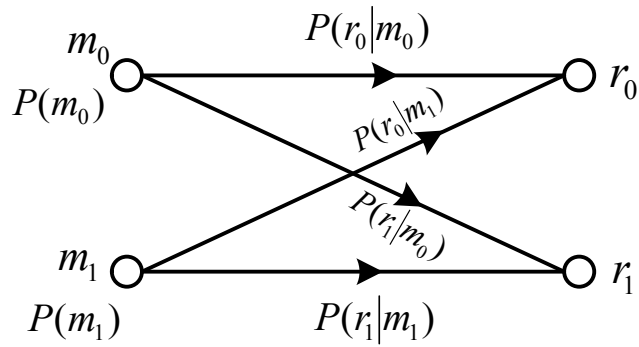
คำสั่ง ข้อสอบมีทั้งหมด 6 ข้อ **ทำทุกข้อ**

สามารถใช้เครื่องคำนวณได้

ทุจริตในการสอบปรับทรายวิชานี้ทันที และพักการเรียน 1 ภาคการศึกษา

คะแนนเต็ม 30 คะแนน

1. ตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่องแบบทวินามมีฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น $P_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ โดยที่ $k = 0, 1, 2, \dots, n$ จงหาค่าเฉลี่ย (Mean) และค่าความแปรปรวน (Variance) โดยใช้ฟังก์ชันก่อกำเนิดโมเมนต์ (Moment generating function) (5 คะแนน)
2. กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีแดง 2 ลูก สีเขียว 4 ลูก และสีน้ำเงิน 3 ลูก ในการทดลองเลือกลูกบอลออกจากกล่องแบบสุ่มจำนวน 3 ลูก กำหนดให้ x เป็นจำนวนลูกบอลสีน้ำเงินที่หยิบได้ และ y เป็นจำนวนลูกบอลสีเขียวที่หยิบได้ จะได้ว่า $x, y \in \{0, 1, 2, 3\}$ กำหนดให้ $X = (x, y)$ เป็นตัวแปรสุ่มเวกเตอร์ จงหาค่าฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นร่วมของตัวแปรสุ่มเวกเตอร์ x และฟังก์ชันการแจกแจงสะสมร่วมของตัวแปรสุ่มเวกเตอร์ x (5 คะแนน)
3. ระบบสื่อสารดิจิทัลที่เป็นแบบสัญญาณไบนารี ประกอบด้วยบิต "0" และบิต "1" ดังแสดงในรูปที่ 3 เนื่องจากช่องสัญญาณมีสัญญาณรบกวนจึงเป็นสาเหตุให้เกิดการรับส่งผิดพลาดคือ ส่งบิต "1" ด้รับเป็นบิต "0" หรือส่งบิต "0" ด้รับเป็นบิต "1" ถ้ากำหนดให้ m_0 เป็นเหตุการณ์ที่มีการส่งบิต "0" และ m_1 เป็นเหตุการณ์ที่มีการส่งบิต "1" โดยที่ r_0 เป็นเหตุการณ์ที่รับได้เป็นบิต "0" และ r_1 เป็นเหตุการณ์ที่รับได้เป็นบิต "1" ถ้ากำหนดให้ $P(m_0) = 0.3, P(r_1|m_0) = p = 0.11$ และ $P(r_0|m_1) = q = 0.15$ จงหา
 - $P(r_0)$ และ $P(r_1)$
 - ถ้าด้านรับรับสัญญาณเป็นบิต "0" จงหาความน่าจะเป็นของการส่งสัญญาณบิต "0"
 - ถ้าด้านรับรับสัญญาณเป็นบิต "1" จงหาความน่าจะเป็นของการส่งสัญญาณบิต "1"
 - จงหาความน่าจะเป็นของการผิดพลาด p_e
 - จงหาความน่าจะเป็นของการรับ-ส่งสัญญาณมีความถูกต้อง



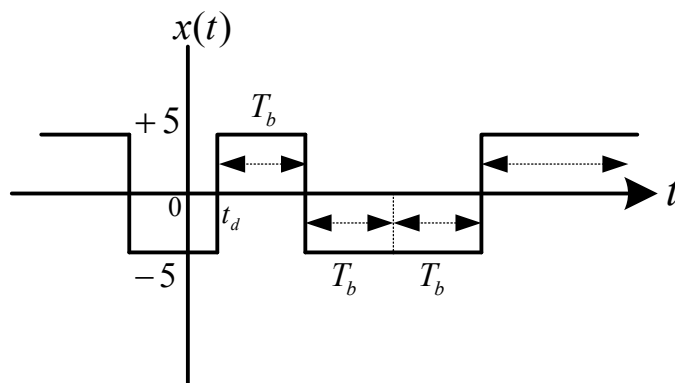
รูปที่ 3

(5 คะแนน)

4. สัญญาณไบนารีแบบแรนดัม โดยบิตที่เป็น “0” และบิตที่เป็น “1” จะมีลักษณะเป็นแรนดัม ดังแสดงในรูปที่ 4 กระบวนการแรนดัม $x(t)$ จะมีลักษณะดังนี้

- สัญญาณบิต “1” และบิต “0” มีขนาดแอมป์ริจูด +5 และ -5 ตามลำดับ และมีความกว้างของบิต เป็น T_b วินาที
- การเกิดบิต “1” และบิต “0” มีโอกาสความน่าจะเป็นเท่ากันและอิสระต่อกัน
- ลำดับข้อมูลจะไม่มี การซิงค์โครไนส์ คือการเริ่มเกิดพัลส์ ณ เวลา $t = T_d$ จะมีโอกาสในการเกิดเท่ากันในช่วง 0 ถึง T_b นั่นคือ T_d เป็นตัวแปรแรนดัมตัวหนึ่งที่มีการกระจายแบบยูนิฟอร์มในช่วง $[0, T_b]$ และ t_d คือ ค่าจากการแซมเปิลของ T_d

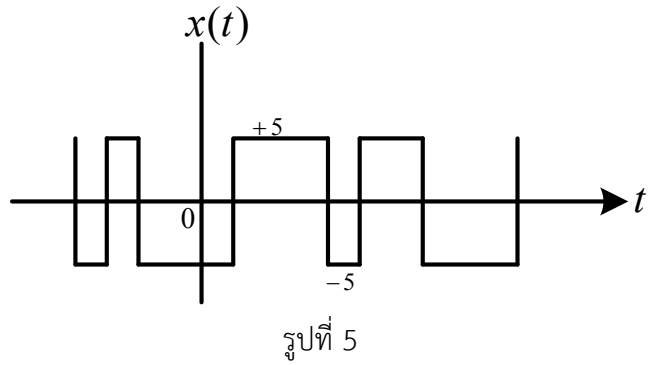
จงหาค่า Autocorrelation และ power spectrum ของ $x(t)$



รูปที่ 4

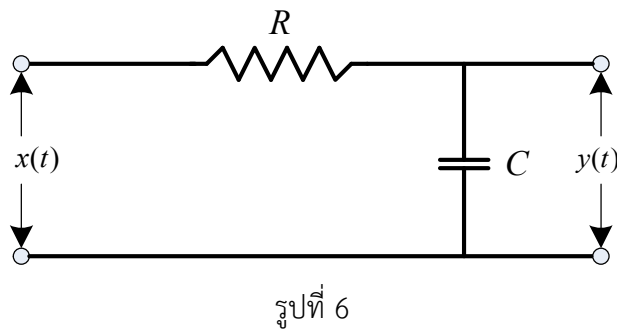
(5 คะแนน)

5. สัญญาณโทรเลขดังในรูปที่ 5 เป็นสัญญาณอินพุทของ BPF (Band pass filter) ในทางอุดมคติที่มีค่าอัตราขยายสัญญาณเป็นหนึ่ง และแบนด์วิดท์เป็น $W_B (= 2\pi B) (\ll \omega_c)$ มีค่าความถี่กึ่งกลางคือ $\omega_c = 2\alpha$ จงหาส่วนประกอบของสัญญาณที่เป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC component) และกำลังไฟฟ้าเฉลี่ยด้านเอาต์พุท



(5 คะแนน)

6. $x(t)$ เป็นกระบวนการแรนดัมด้านอินพุทของฟิลเตอร์แบบ RC ดังแสดงในรูปที่ 6 จงหา สเปกตรัมกำลังงาน, ออโต้คอร์เรเลชัน และค่าเฉลี่ยกำลังสอง ด้านเอาต์พุทของฟิลเตอร์



(5 คะแนน)

ผู้ออกข้อสอบ อ. ดร.เจษฎา สาททอง