



ข้อสอบกลางภาค

วิชา 6002413 คณิตศาสตร์วิศวกรรม 3 (Engineering Mathematics 3)

โปรแกรมวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556

คำสั่ง ข้อสอบมีทั้งหมด 15 ข้อ **ทำทุกข้อ** นักศึกษาสามารถนำเอกสารขนาด A-4 ที่เขียนสูตรต่างๆเข้าห้องสอบได้ 1 แผ่นเท่านั้น (ต้องเป็นสูตรที่เขียนด้วยลายมือตนเองเท่านั้น ห้ามสำเนาจากเพื่อนโดยเด็ดขาด)

สามารถใช้เครื่องคำนวณได้

ทุจริตในการสอบปรับตกรายวิชานี้ทันที

(ทุกข้อต้องแสดงวิธีคำนวณมาอย่างละเอียด)

คะแนนเต็ม 35 คะแนน

1. ถ้าเวกเตอร์ $\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{B} = \hat{j} - \hat{k}$ และ $\vec{C} = 6\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ จงหาสเกลาร์หรือส่วนประกอบของเวกเตอร์ต่อไปนี้

1.1 $(3\vec{A} - 4\vec{C}) \cdot (2\hat{i} + 3\vec{A} - 2\vec{B})$

1.2 $\frac{(105\vec{A} + 240\vec{B}) \cdot (105\vec{A} + 204\vec{B})}{\|105\vec{A} + 240\vec{B}\|^2}$

1.3 $\vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{B} \cdot \vec{C} - (\vec{A} + \vec{C}) \cdot \vec{B}$ (3 คะแนน)

2. ถ้าเวกเตอร์ $\vec{A} = m\hat{i} + \hat{j}$ และ $\vec{B} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$ จงหาค่า m ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

2.1 เวกเตอร์ \vec{A} และ \vec{B} ตั้งฉากกัน

2.2 เวกเตอร์ \vec{A} และ \vec{B} ขนานกัน

2.3 มุมระหว่างเวกเตอร์ \vec{A} และ \vec{B} เป็น $\frac{\pi}{6}$ เรเดียน (3 คะแนน)

3. ถ้าเวกเตอร์ $\vec{A} = (2, -1, 3)$, $\vec{B} = (0, 1, 7)$ และ $\vec{C} = (1, 4, 5)$ จงหาค่า

3.1 $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C}$

3.2 $(\vec{A} \times \vec{B}) - 2\vec{C}$

3.3 $(\vec{B} \times \vec{C}) \times (\vec{A} \times \vec{B})$ (5 คะแนน)

4. จงหาสมการของระนาบที่มีจุด $(1, 3, 2)$, $(-2, 0, -2)$ และ $(1, 4, 3)$ อยู่บนระนาบ (2 คะแนน)

5. จงหาระยะทางตั้งฉากระหว่างระนาบที่มีสมการ $3x - 4y + 12z + 4 = 0$ และระนาบที่มีสมการ

$3x - 4y + 12z - 22 = 0$ (2 คะแนน)

6. ถ้า $f(t) = t^2 + 3$, $g(t) = 2t^3 - 3t$, $\vec{A}(t) = t\hat{i} - t^2\hat{j} + 2t\hat{k}$ และ $\vec{B}(t) = \hat{i} - 2t\hat{j} + 3t^2\hat{k}$

จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเชิงเวกเตอร์ และสเกลาร์หรือส่วนประกอบของเวกเตอร์ดังต่อไปนี้

6.1 $\frac{d}{dt}(\vec{A}(t) \times t\vec{B}(t))$

6.2 $\frac{d}{dt}(2\vec{A}(t) \cdot \vec{B}(t))$

6.3 จงหา $\vec{r}'(t)$ ถ้า $\vec{r}(t) = e^{-t}\hat{i} + e^{2t}\hat{j}$ ที่ $t = \ln 2$ (3 คะแนน)

7. จงหาเวกเตอร์ขนาดหนึ่งหน่วยที่สัมผัสกับเส้นโค้งที่จุดที่กำหนดให้ ถ้าให้

$\vec{r}(t) = (4 \cos t)\hat{i} + (6 \sin t)\hat{j} + (2 \sin t)\hat{k}$ ที่ $t = \frac{\pi}{4}$ (1 คะแนน)

8. จงหาเวกเตอร์ \hat{T} และ \hat{N} ของเส้นโค้งที่กำหนดให้

$\vec{r}(t) = (4 \cos t)\hat{i} + (9 \sin t)\hat{j}$ ที่ $t = \frac{\pi}{4}$ (1 คะแนน)

9. จงหาเวกเตอร์ความเร็ว อัตราเร็วและเวกเตอร์ความเร่งของอนุภาค ถ้ากำหนดสมการอิงตัวแปรเสริมของการเคลื่อนที่ของอนุภาคซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา t

$x(t) = e^t$, $y(t) = e^t \sin t$, $z(t) = e^t \cos t$ เมื่อ $0 \leq t \leq 4\pi$ (1 คะแนน)

10. จงหาค่า $\nabla_{\hat{r}}\phi$ ที่จุดกำหนดให้ของฟังก์ชันต่อไปนี้

$f(x, y, z) = x^2yz + 4xz^2$; $P(1, -2, 1)$; $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ (1 คะแนน)

11. จงหาไดเวอร์เจนซ์ของ \vec{F} ($\nabla \cdot \vec{F}$)

11.1 $\vec{F}(x, y, z) = (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

11.2 $\vec{F}(x, y, z) = \sin(x^2 + y^2 + z^2)\hat{i} + \cos(y + z)\hat{j}$ (2 คะแนน)

12. จงหาเคิร์ลของ \vec{F} ($\nabla \times \vec{F}$)

12.1 $\vec{F}(x, y, z) = e^{xy}\hat{i} - \cos y\hat{j} + \sin^2 z\hat{k}$

12.2 $\vec{F}(x, y, z) = (x^2 + yz)\hat{i} + (y^2 + zx)\hat{j} + (z^2 + xy)\hat{k}$ (3 คะแนน)

13. จงหาอินทิกรัลเชิงเส้นในปริภูมิ 3 มิติต่อไปนี้

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} \text{ เมื่อ } \vec{F}(x, y, z) = z\hat{i} + x\hat{j} + y\hat{k}$$

$$\text{เมื่อ } C \text{ เป็นเส้นโค้ง } \vec{r}(t) = \sin t\hat{i} + 3\sin t\hat{j} + \sin^2 t\hat{k}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \quad (3 \text{ คะแนน})$$

14. จงแสดงว่าอินทิกรัลเชิงเส้นในปริภูมิ 3 มิติต่อไปนี้ เป็นอิสระของวิถี และหาค่าอินทิกรัลเชิงเส้นนี้ด้วย

$$\int_C 3x^2 yz dx + x^3 z dy + (x^3 y - 4z) dz$$

$$\text{เมื่อ } C \text{ เป็นเส้นโค้ง } x^2 + y^2 + z^2 = 3, y = x \text{ จาก } (-1, -1, 1) \text{ ไปยัง } (1, 1, -1) \quad (2 \text{ คะแนน})$$

15. จงใช้ทฤษฎีของกรีนหาค่าอินทิกรัลเชิงเส้นต่อไปนี้

$$\oint_C 2 \tan^{-1}(y/x) dx + \ln(x^2 + y^2) dy$$

$$\text{เมื่อ } C \text{ เป็นวงกลม } (x-4)^2 + (y-1)^2 = 2 \quad (3 \text{ คะแนน})$$