



ข้อสอบกลางภาค

วิชา 6001414 สมการเชิงอนุพันธ์ (Differential equation)

โปรแกรมวิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2556

คำสั่ง ข้อสอบมีทั้งหมด 8 ข้อ **เลือกทำ 7 ข้อ** นักศึกษาสามารถนำเอกสารขนาด A-4 ที่เขียนสูตรต่างๆ เข้าห้องสอบได้ **1 หน้ากระดาษเท่านั้น** (ต้องเป็นสูตรที่เขียนด้วยลายมือตนเองเท่านั้น **ห้าม** สำเนาจากเพื่อน

โดยเด็ดขาด) **สามารถใช้เครื่องคำนวณได้**

ทุจริตในการสอบปรับตกรายวิชานี้ทันที

(ทุกข้อต้องแสดงวิธีคำนวณอย่างละเอียด)

คะแนนเต็ม 35 คะแนน

1. จงหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ปกติ โดยใช้วิธีการจัดแยกตัวแปร (Variable separable)

$$(3x + xy^2)dx - (y + x^2y)dy = 0 \text{ เมื่อ } y(1) = 3$$

คำตอบ $\left[\frac{(1+x^2)}{(3+y^2)} \right]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1/6}$ (5 คะแนน)

2. จงหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์แบบเอกพันธ์ (Homogeneous Differential Equation)

$$(1 + 2e^{\frac{x}{y}})dx + 2e^{\frac{x}{y}}(1 - \frac{x}{y})dy = 0$$

คำตอบ $x + 2ye^{\frac{x}{y}} = c$ (5 คะแนน)

3. จงหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์แบบแน่นอน (Exact Differential Equation)

$$\frac{xy-1}{x^2y}dx - \frac{1}{xy^2}dy = 0$$

คำตอบ $\frac{1}{xy} + \ln|x| = c$ (5 คะแนน)

4. จงหาตัวประกอบอินทิเกรต และหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ต่อไปนี้

$$(2xy^4e^y + 2xy^3 + y)dx + (x^2y^4e^y - x^2y^2 - 3x)dy = 0$$

คำตอบ $x^2e^y + \frac{x^2}{y} + \frac{x}{y^3} = c$ (5 คะแนน)

5. จงหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์แบบเชิงเส้นอันดับหนึ่ง (Linear Differential Equation)

$$x^3 \frac{dy}{dx} + (2 - 3x^2)y = x^3$$

คำตอบ $2y = x^3 + cx^3 e^{\frac{1}{x^2}}$ (5 คะแนน)

6. จงหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์แบบเบอร์นูลลี (Bernoulli's Equation)

$$2xy' = 10x^3y^5 + y$$

คำตอบ $\frac{1}{y^4} = -4x^3 + cx^{-2}$ (5 คะแนน)

7. จงหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์แบบริกกาตี (Riccati's Equation) โดยกำหนด y_1 เป็นคำตอบเฉพาะหนึ่งของสมการ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{x^2} - \frac{1}{x}y + y^2 \quad y_1 = \frac{2}{x}$$

คำตอบ $y = \frac{2}{x} + \frac{1}{cx^{-3} - (x/4)}$ (5 คะแนน)

8. จงหาคำตอบของสมการที่ลดรูปเป็นสมการเอกพันธ์ได้

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - 2y + 5}{2x - y + 4}$$

คำตอบ $(x + y - 1)^3 = c(x - y + 3)$ (5 คะแนน)