

บทที่ 7 กลศาสตร์ของไหล

- ปริมาณที่เกี่ยวข้องกับของไหล
- สถิตศาสตร์ของไหล

ความดัน

กฎพาสคาล

แรงลอยตัว แรงตึงผิว ความหนืด

- พลศาสตร์ของไหล

สมการต่อเนื่อง

สมการแบร์นูลี

ปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับกลศาสตร์ของไหล

ความหนาแน่นและความถ่วงจำเพาะ

ความหนาแน่น (Density ,)

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{.....(1)}$$

หน่วยในระบบ SI เป็น kg/m^3

ความถ่วงจำเพาะ (Specific Gravity or Relative Density ,)

อัตราส่วนระหว่างความหนาแน่นของวัตถุ ต่ความหนาแน่นของน้ำ จะได้

$$\rho_s = \frac{\rho_{\text{object}}}{\rho_{H_2O}} \quad \text{.....(2)}$$

$$\rho_{H_2O} = 1,000 \text{ kg/m}^3$$

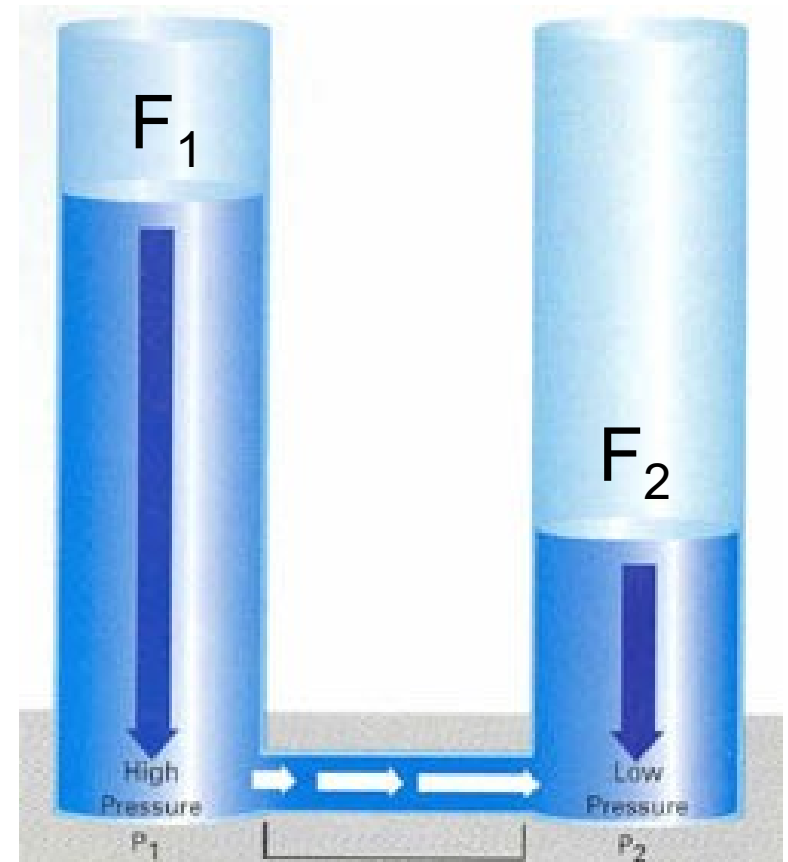
สถิติศาสตร์ของไหล

- ความดัน หรือ ความกดดัน (Pressure)

แรงที่กระทำต่อพื้นที่ผิวของวัตถุในแนวตั้งฉาก

$$P = \frac{F}{A}$$

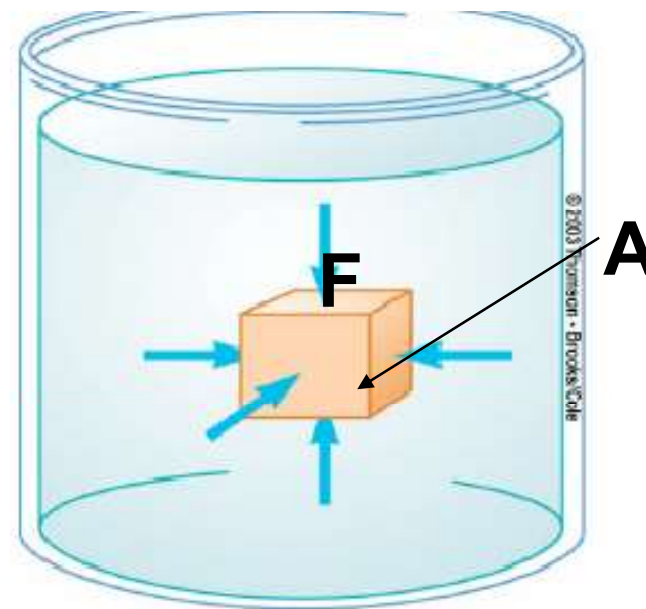
- หน่วยในระบบ SI เป็น N/m^2 , Pascal (Pa)
- จริงๆ แล้วแรงดันก็คือ น้ำหนักของของไหลที่อยู่เหนือพื้นที่A นั่นเอง



ต.ย. การเกิดลม

ความดันในของเหลว

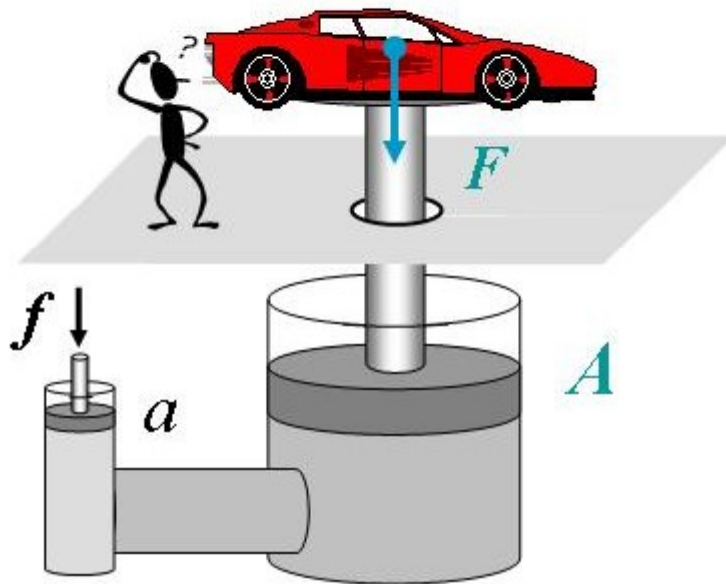
$$P = \frac{F}{A}$$



- เนื่องจากแรง F ก็คือน้ำหนักของของไหลที่อยู่เหนือพื้นที่ A
- ฉะนั้นที่ลึก ก็จะมีแรงมากกว่าที่ตื้น ใช่หรือไม่

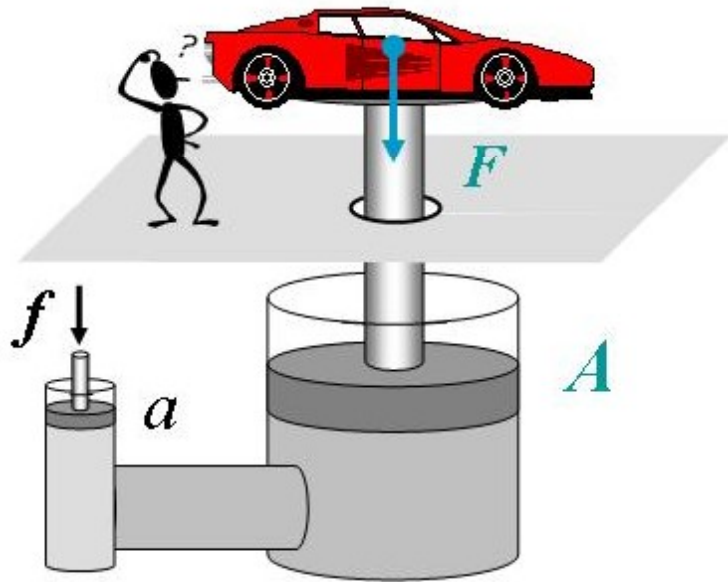
กฎพาสคาล

(Pascal's law)



$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$
$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

ตัวอย่าง เครื่องอัดไฮดรอลิกเครื่องหนึ่ง ลูกสูบเล็กมีพื้นที่หน้าตัด 3 cm^2 ลูกสูบใหญ่มีพื้นที่หน้าตัด 24 cm^2 ถ้าออกแรงที่ลูกสูบเล็ก 10 N จะเกิดแรงยกที่ลูกสูบใหญ่เท่าใด และการได้เปรียบเชิงกลเป็นกี่เท่า



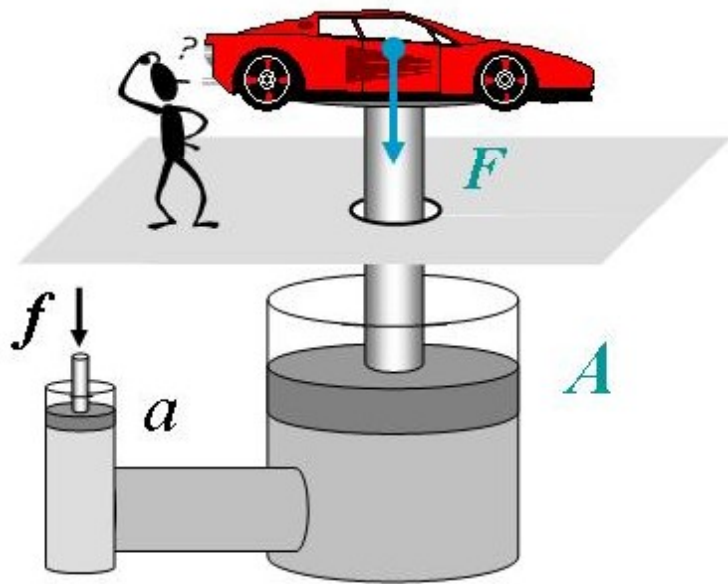
$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A}$$

$$\frac{10}{3} = \frac{F}{24}$$

$$F = 80 \text{ N}$$

$$M.A = \frac{F}{f} = \frac{80}{10} = 8 \text{ เท่า}$$

ตัวอย่าง เครื่องอัดไฮดรอลิกเครื่องหนึ่ง ลูกสูบเล็กมีรัศมี 0.05 m และ ลูกสูบใหญ่มีรัศมี 0.5 m ถ้าออกแรงที่ลูกสูบเล็ก 100 N ลูกสูบใหญ่จะสามารถยกวัตถุได้มวลเท่าใด



$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A}$$

$$\frac{100}{\pi r^2} = \frac{F}{\pi R^2}$$

$$\frac{100}{(0.05)^2} = \frac{F}{(0.5)^2}$$

$$F = \frac{100(0.5)^2}{(0.05)^2} = 10000N$$

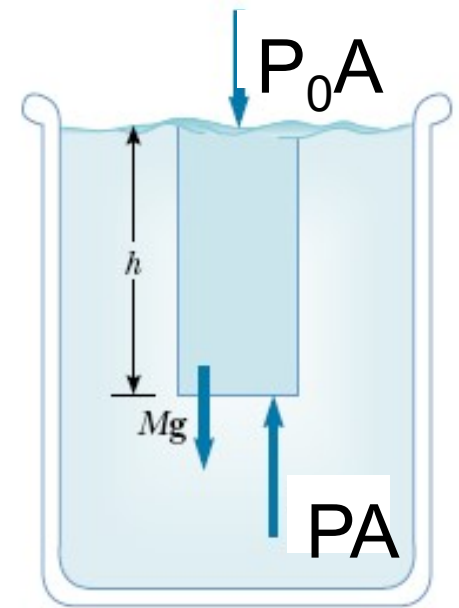
$$m = 1000kg$$

ความดันในของเหลวขึ้นกับความลึก

- ความดันในของเหลวมีค่าเพิ่มตามความลึก
- พิจารณาของเหลวที่มีความหนาแน่น ρ อยู่นิ่งในภาชนะเปิดสู่บรรยากาศ
- W เป็นน้ำหนักของเหลวบนพื้นที่ A
$$W = Mg = \rho Ahg$$
- P_0 เป็นความดันบรรยากาศ ดังนั้นแรงที่อากาศกระทำต่อพื้นที่ A ด้านบนคือ P_0A
- ของเหลวอยู่ในสภาวะสมดุล

$$PA = P_0A + \rho Ahg$$

$$P = P_0 + \rho gh$$

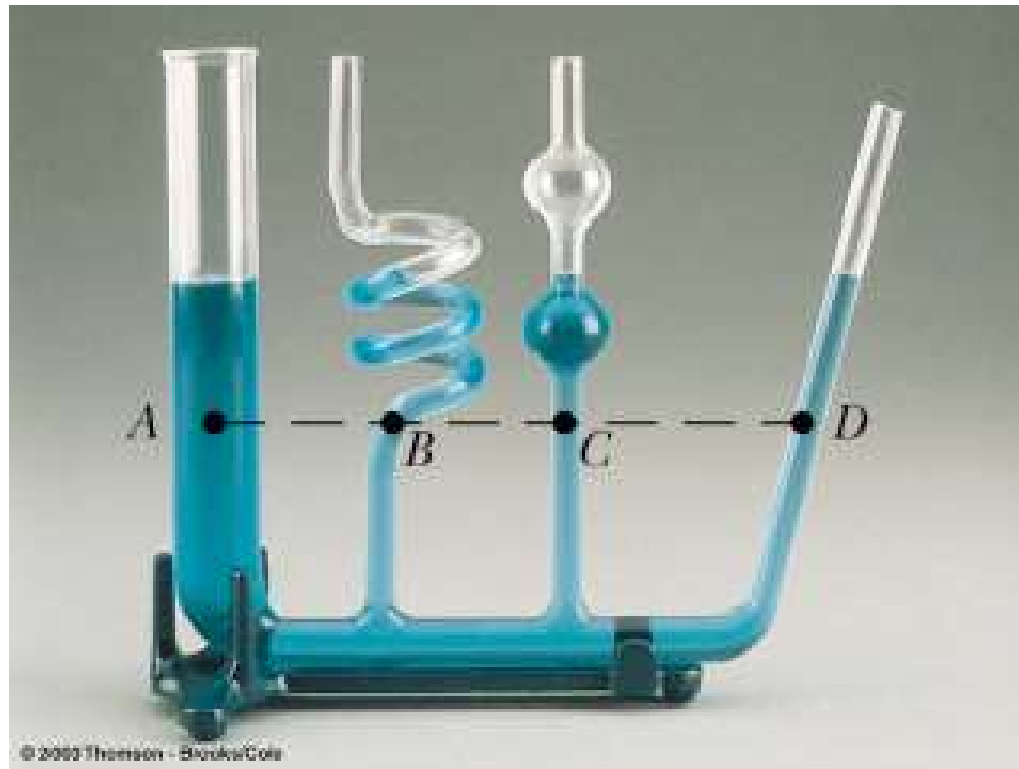


$$P = P_0 + \rho gh$$

ความดันในของเหลวที่มีความหนาแน่น ρ ที่ระดับความลึก h จากผิวของเหลวที่บรรจุในภาชนะเปิดสู่บรรยากาศเท่ากับผลรวมของความดันบรรยากาศ P_0 กับปริมาณ ρgh

ปริมาณ ρgh เป็นความดันเนื่องจากของเหลวที่ระดับลึก h ซึ่งเกิดจากน้ำหนักของของเหลวเพียงอย่างเดียว ความดันนี้เรียกว่า ความดันเกจ (Gauge pressure) P_g
ผลรวมของความดันบรรยากาศกับความดันเกจ เรียกว่า ความดันสัมบูรณ์ (absolute pressure)

ความดันในของเหลวชนิดเดียวกันที่ระดับลึกเดียวกันมีค่าเท่ากันเสมอ โดย
รูปทรงของภาชนะที่บรรจุไม่มีผลใดๆต่อความดัน



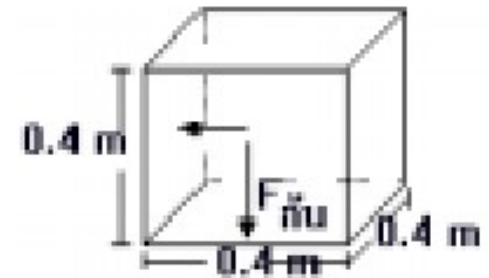
กล่องสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ยาวด้านละ 40 เซนติเมตร ฝาด้านบนปิดสนิท บรรจุน้ำเต็ม จงหา

ก. แรงดันของน้ำที่กระทำต่อก้นกล่องใบนี้

ข. แรงดันเฉลี่ยของน้ำที่กระทำต่อฝากล่องด้านข้างซ้าย

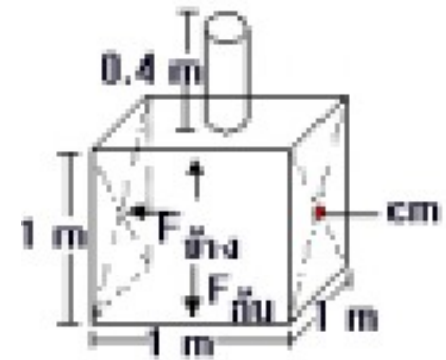
$$\begin{aligned}\text{ก. } F_{bottom} &= PA \\ &= \rho ghA \\ &= 1 \times 10^3 \times 10 \times 0.4 \times (0.4)^2 \\ &= 640 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ข. } F_{side} &= PA \\ &= \rho ghA \\ &= 1 \times 10^3 \times 10 \times 0.2 \times (0.4)^2 \\ &= 320 \text{ N}\end{aligned}$$

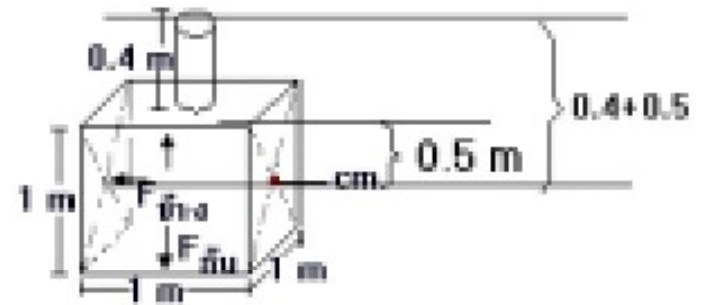


แบบฝึกหัด กล่องสี่เหลี่ยมลูกบาศก์มีความยาวด้านละ 1 เมตร ด้านบนมีฝาปิดสนิท โดยตรงกลางฝาบนเจาะรูโตขนาด 200 ตารางเซนติเมตร เสียบท่อแน่นพอดี และเติมน้ำลงไปตามท่อจนกระทั่งระดับน้ำเต็มท่อพอดี เมื่อท่อยาว 40 เซนติเมตร จงหา

- ก. แรงดันของน้ำที่กั้นกล่อง
- ข. แรงดันของน้ำที่ฝาด้านข้างแต่ละด้าน



$$\begin{aligned}
 \text{ဂ. } F_{\text{bottom}} &= PA \\
 &= \rho ghA \\
 &= 1 \times 10^3 \times 10 \times (1 + 0.4) \times (1) \\
 &= 1.4 \times 10^4 \text{ N}
 \end{aligned}$$

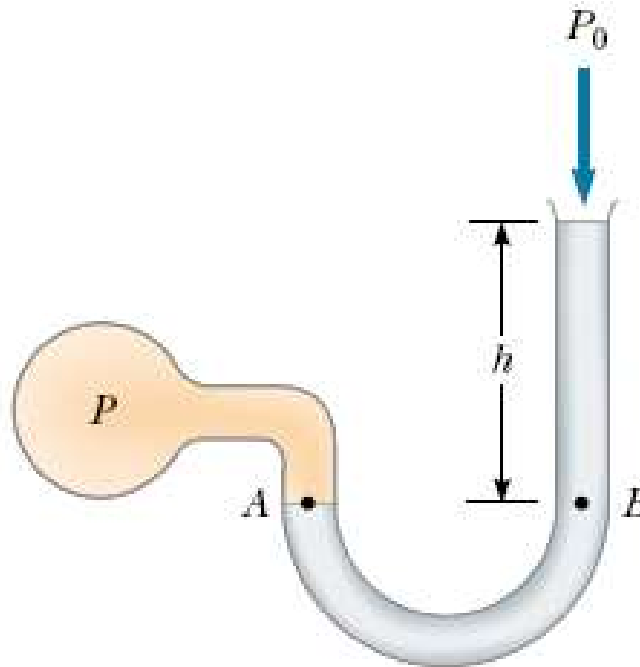


$$\begin{aligned}
 \text{ဃ. } F_{\text{side}} &= PA \\
 &= \rho ghA \\
 &= 1 \times 10^3 \times 10 \times (0.5 + 0.4) \times (1) \\
 &= 9 \times 10^3 \text{ N}
 \end{aligned}$$

เครื่องมือวัดความดัน

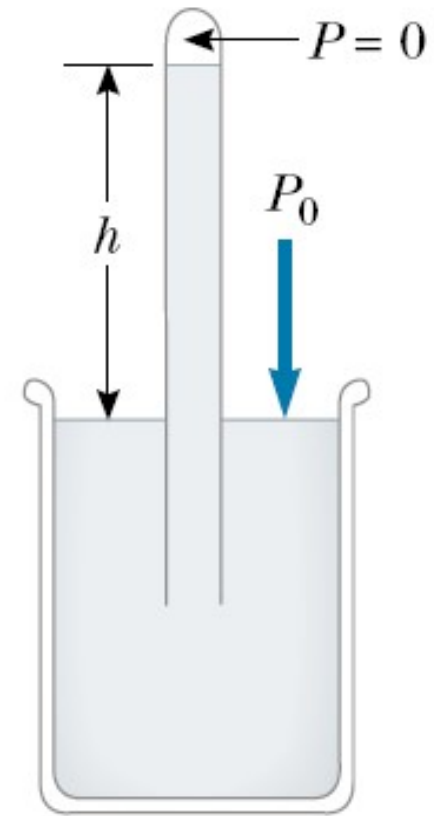
- แมนอมิเตอร์ (manometer) วัดความแตกต่างของความดันสองแหล่ง อาจวัดเทียบกับความดันบรรยากาศหรือความดันอื่นก็ได้

$$P - P_0 = \rho gh$$



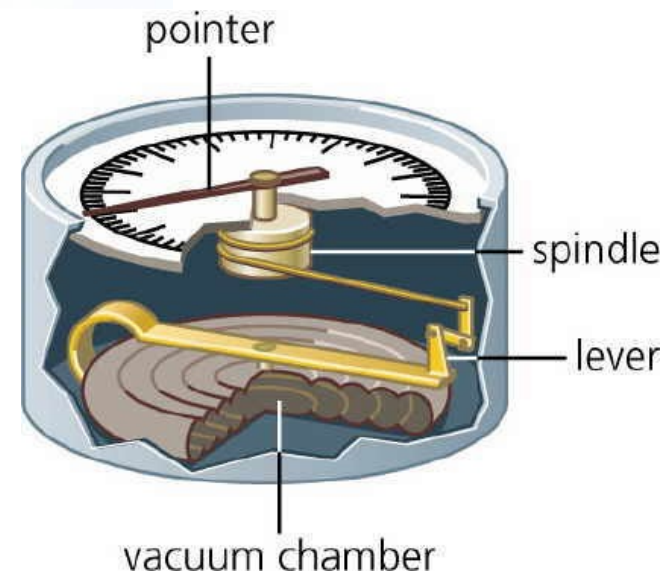
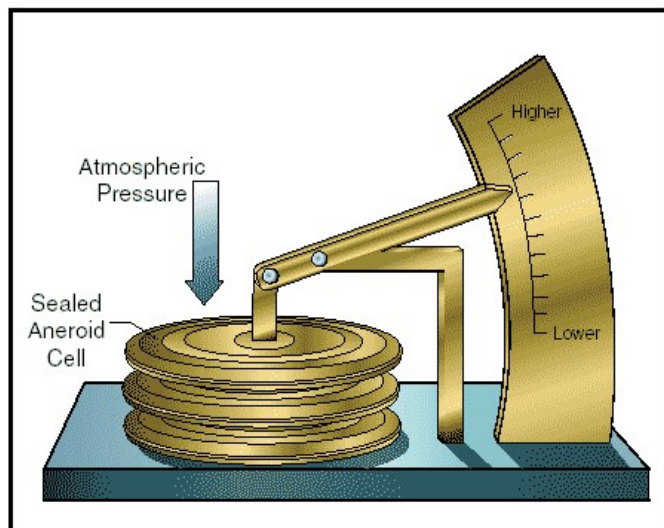
บารอมิเตอร์

- P_0 เป็นความดันบรรยากาศ
- ถ้าของเหลวเป็นปรอท $h=760$ mm
- จะได้ $P_0 = 1.01325 \times 10^5$ N/m²

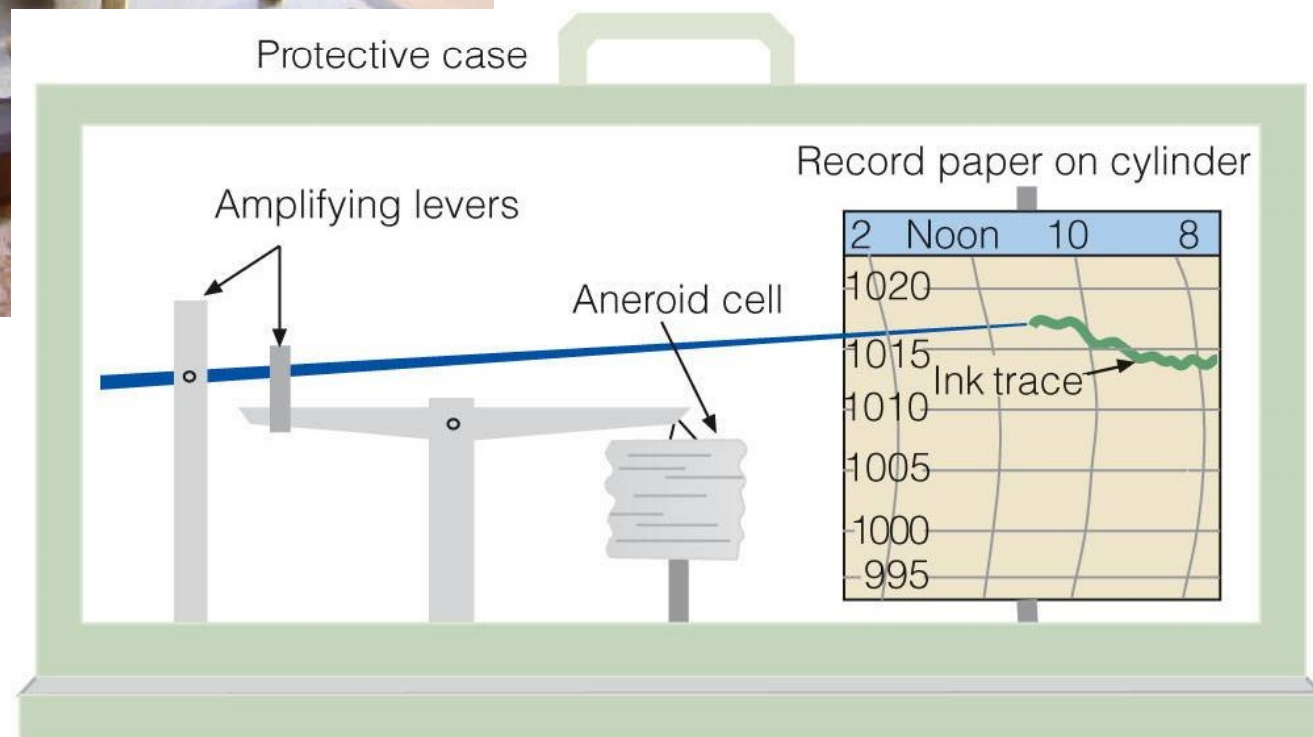
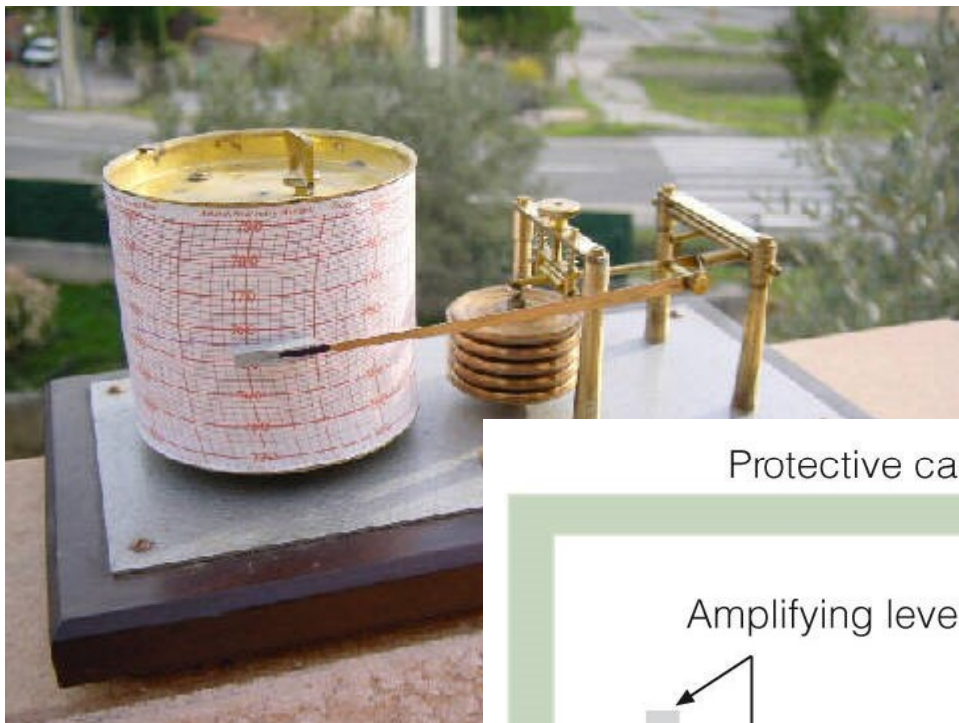


$$P_0 = \rho gh$$

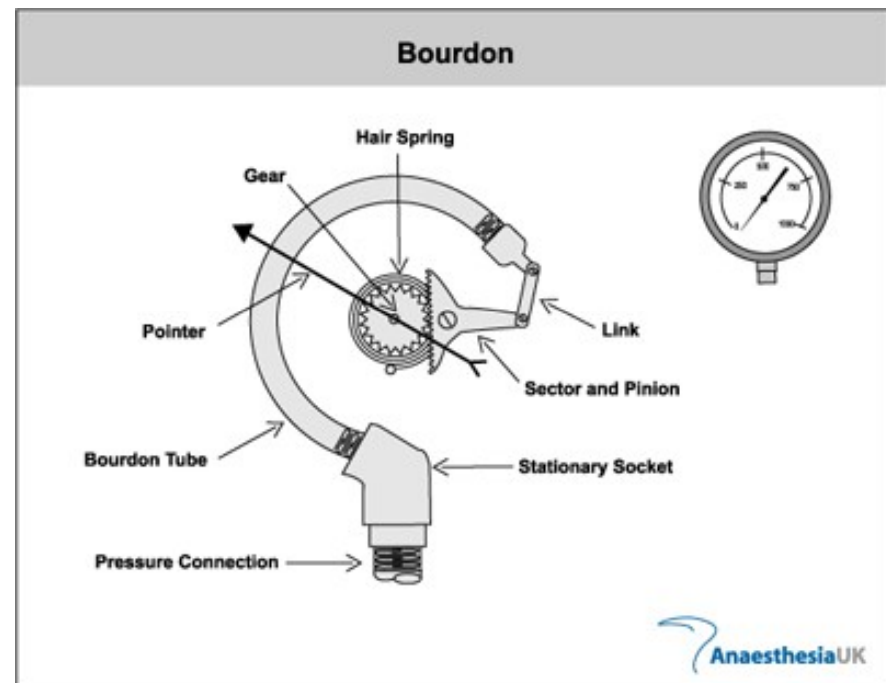
- บารอมิเตอร์แอนีรอยด์ (aneroid barometer) วัดความดันอากาศ



- บาโรกราฟ (Barograph) วัดความดันอากาศ



- เครื่องวัดบูร์ดอง (bourdon Gauge) วัดความดันของไหลที่มีความดันสูง



ความดันกับชีวิตประจำวัน

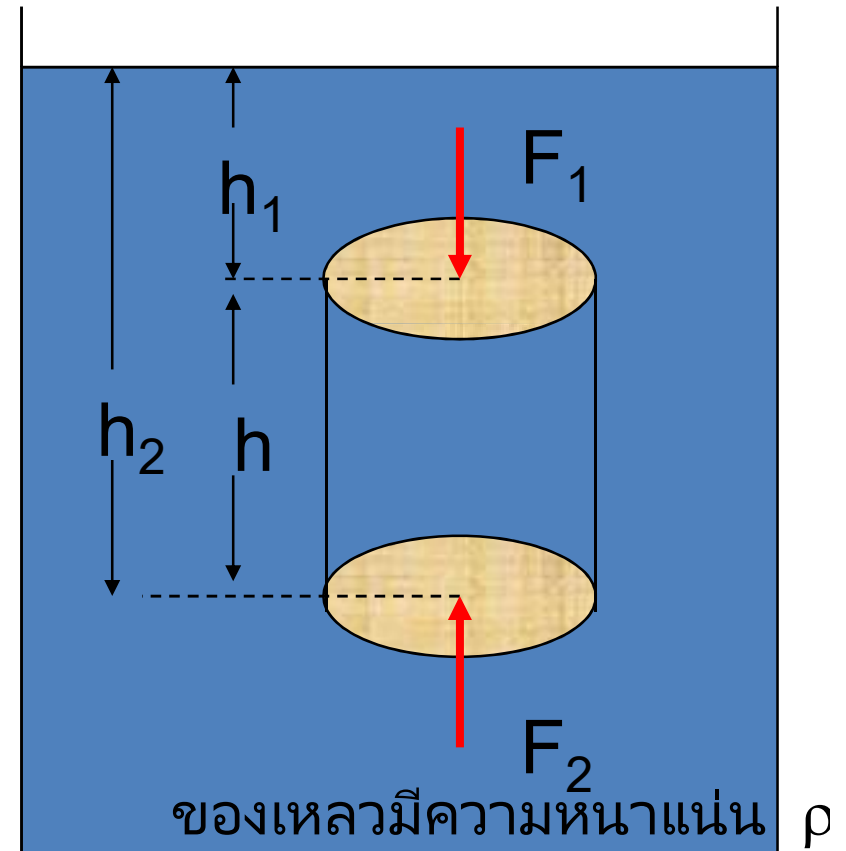
- เครื่องวัดความดันโลหิต
- หลอดดูดเครื่องดื่ม
- แผ่นยางติดผนัง



แรงลอยตัวและหลักของอาร์คิมิดีส

วัตถุทรงกระบอก

- สูง h
- พื้นที่หน้าตัด A
- จมอยู่ในของเหลวที่มีความหนาแน่น ρ อยู่ในสถานะสมดุล
- P_1 คือความดันของเหลวที่ผิวบน
- P_2 คือความดันของเหลวที่ผิวล่าง
- W คือน้ำหนักของวัตถุ
- V คือปริมาตรของวัตถุ $= Ah$



พิจารณาแรงที่กระทำต่อวัตถุขณะสมดุล

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$F_1 + F_B - F_2 = 0$$

$$F_B = F_2 - F_1$$

$$F_B = P_2 A - P_1 A$$

$$F_B = \rho g h_2 A - \rho g h_1 A$$

$$F_B = \rho g A (h_2 - h_1)$$

$$F_B = \rho g A h$$

$$F_B = \rho g V,$$

$$F_B = m_{Fluid} g$$

$$m_{Fluid} = \rho V$$

$F_2 - F_1$ คือแรงที่เกิดขึ้นจากความแตกต่างของแรงดันของของเหลวที่ระดับความลึกต่างกัน เมื่อวัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล แรงนี้จะเท่ากับ น้ำหนักของวัตถุ เรียกแรงนี้ว่า **แรงลอยตัว**

จะเห็นว่าแรงลอยตัวมีค่าเท่ากับ น้ำหนักของของเหลวที่มีปริมาตร เท่ากับปริมาตรของวัตถุส่วนที่จมอยู่ในของเหลว

นี่คือหลักของ Archimedes

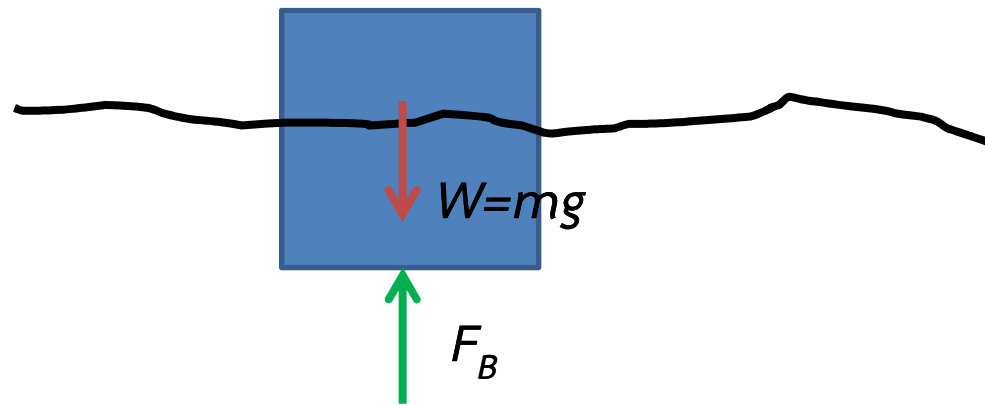
ตัวอย่าง ปล่อยวัตถุทรงกลมมวล 10 g ที่มีปริมาตร 5 cm^3 ลงไปในน้ำขณะที่วัตถุจม มีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ จงหาค่าแรงพยุงตัว (หรือแรงลอยตัว) ที่ของแรงกระทำต่อวัตถุ

$$F_B = \rho g V$$

$$F_B = 10^3 (10)(5 \times 10^{-6})$$

$$F_B = 5 \times 10^{-2} \text{ N}$$

ตัวอย่าง วัตถุชิ้นหนึ่งมีปริมาตร 10 cm^3 ความหนาแน่น $0.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
เมื่อนำวัตถุนี้ไปลอยในน้ำซึ่งมีความหนาแน่น $1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ จงหาปริมาตร
ของวัตถุส่วนที่ลอยพ้นน้ำขึ้นมา



$$F_B = W$$

$$\rho_{H_2O} g V_{\text{sink}} = mg$$

$$\rho_{H_2O} g V_{\text{sinkobject}} = \rho_{\text{object}} g V_{\text{wholeobject}}$$

$$1 \times 10^3 V_{\text{sinkobject}} = 0.8 \times 10^3 (10 \text{ cm}^3)$$

$$V_{\text{sinkobject}} = 8 \text{ cm}^3$$

ฉะนั้น ปริมาตรวัตถุส่วนที่ลอยพ้นน้ำขึ้นมาคิดเป็น $= 10 - 8 = 2 \text{ cm}^3$

แบบฝึกหัด น้ำแข็งมีความหนาแน่น $0.92 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ลอยในน้ำทะเลที่มีความหนาแน่น $1.04 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ จงหาว่าน้ำแข็งจมน้ำเป็นปริมาตรกี่เปอร์เซ็นต์

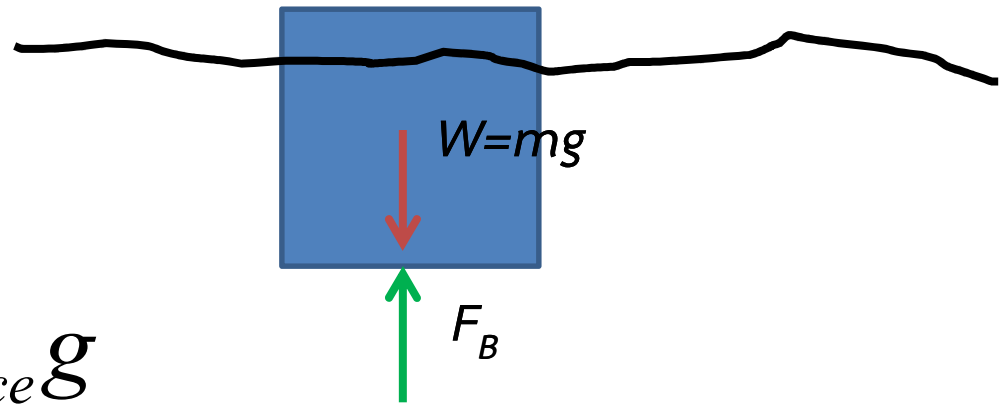
$$F_B = W$$

$$\rho_{\text{seawater}} g V_{\text{seawater}} = m_{\text{ice}} g$$

$$\rho_{\text{seawater}} g V_{\text{seawater}} = \rho_{\text{ice}} g V_{\text{ice}}$$

$$1.04 \times 10^3 V_{\text{seawater}} = 0.92 \times 10^3 (100\%)$$

$$V_{\text{seawater}} = 88.46 \%$$



โจทย์

1. เหล็กแท่งหนึ่งมวล 47.0 กรัม มีปริมาตร 6.0 ลูกบาศก์เซนติเมตร ค่าความหนาแน่นของเหล็กแท่งนี้เป็นกี่กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร
2. อาร์คิมิดีสซึ่งมงกุฎทองของพระราชินีในอากาศได้ 1.2 กิโลกรัม และเมื่อมงกุฎจม อยู่ในน้ำซึ่งได้ 1.04 กิโลกรัม จงหาความหนาแน่นของมงกุฎในหน่วยของ kg/m^3
3. เมื่อชั่งวัตถุก้อนหนึ่งในอากาศวัดได้ 50 นิวตัน แต่เมื่อนำวัตถุไปชั่งในน้ำพบว่าได้อ่านค่าน้ำหนักได้เป็น 40 นิวตัน วัตถุนี้มีความหนาแน่นเท่าใด (กำหนดให้น้ำมีความหนาแน่น 10^3 kg/m^3)
4. เหล็กก้อนหนึ่งซึ่งในอากาศได้หนัก 60 นิวตัน และเมื่อชั่งในน้ำได้หนัก 40 นิวตัน แต่เมื่อ ชั่งในของเหลวชนิดหนึ่งวัดได้หนัก 50 นิวตัน จงหาความหนาแน่นของของเหลวนี้
5. วัตถุก้อนหนึ่งซึ่งได้ 10 กิโลกรัมในอากาศ 8 กิโลกรัมในน้ำและ 8.5 กิโลกรัม ในน้ำมันชนิดหนึ่ง ความหนาแน่นของน้ำมันชนิดนี้มีค่าเป็นกี่กิโลกรัม/เมตร³(ความหนาแน่นของน้ำ 1000 kg / m^3)

เฉลย

1. 7833 kg/m^3
2. 7500 kg/m^3
3. $5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
4. $5 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$
5. 750 kg/m^3

ความตึงผิว (Surface tension)

- ให้ γ หมายถึงความตึงผิว = คุณสมบัติของพื้นผิวของของเหลว เป็นสิ่งที่ทำให้เกิดบางส่วน of พื้นผิวของเหลวถูกดึงดูด (ยึดเข้าไว้ด้วยกัน) สู่พื้นผิวอื่น

- F เป็นขนาดของแรงตึงผิว

- L เป็นความยาวผิวสัมผัส

$$\gamma = \frac{F}{L}$$

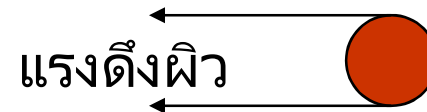
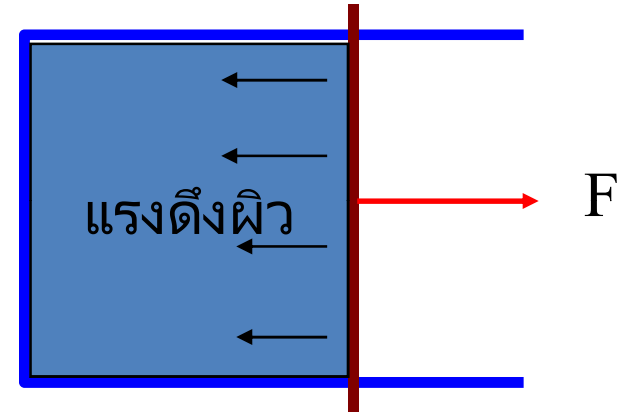
- $\gamma = F/L$ หน่วยเป็น N/m

- ถ้าแรง F ทำให้ลวดเคลื่อนที่ไป dx

$$W = \int F dx = \int \gamma L dx = \int \gamma dA$$

$$\gamma = \frac{dW}{dA}$$

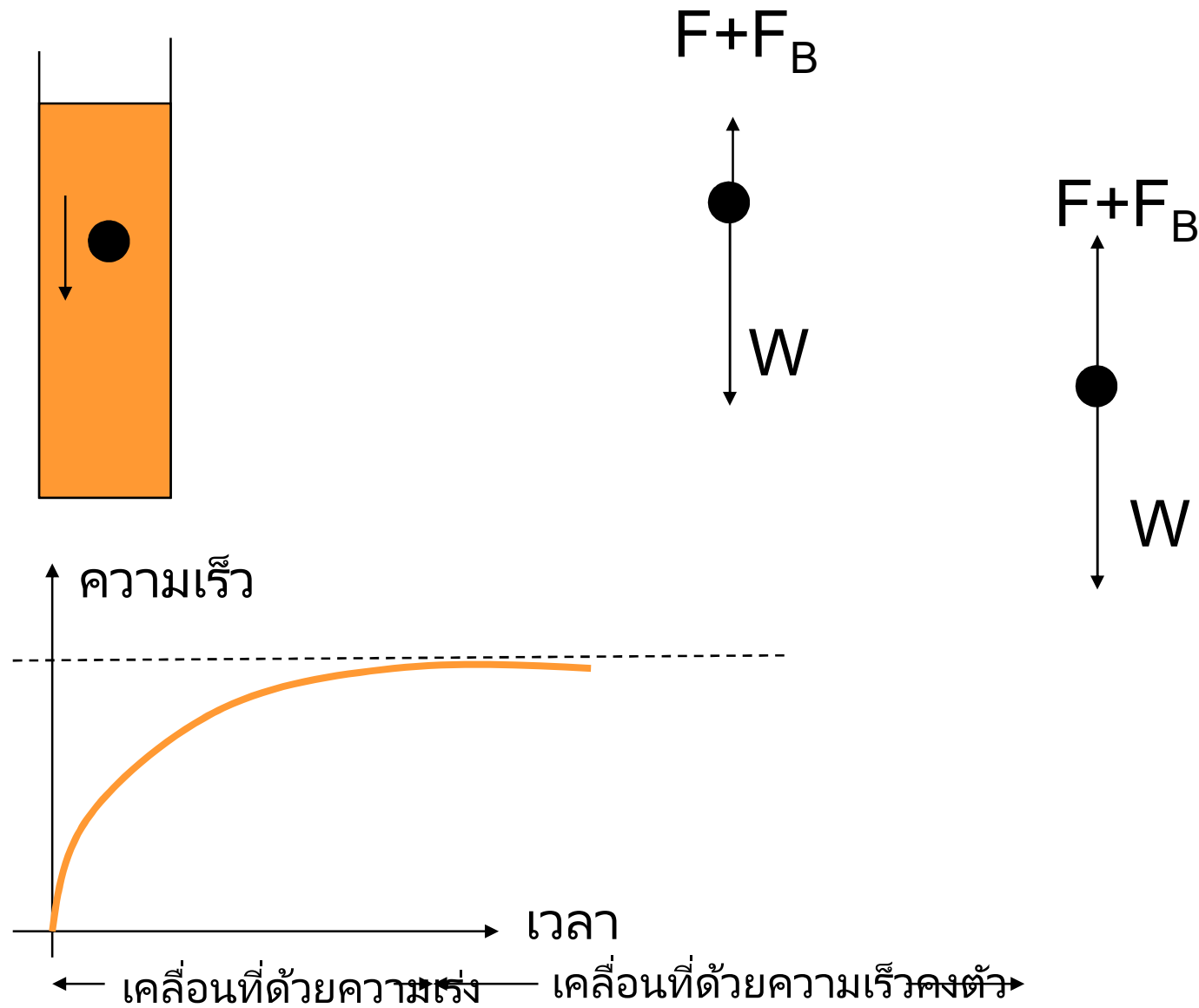
- $\gamma = dW/dA$ หน่วยเป็น J/m²



ความหนืด (Viscosity)

- ของไหลที่มีความหนืดมากจะมีแรงต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุในของไหลนั้นมาก
- แรงต้านการเคลื่อนที่อันเนื่องมาจากความหนืดของของไหลเรียกว่า แรงหนืด(viscous force)
- แรงหนืดที่กระทำต่อวัตถุขึ้นอยู่กับขนาดความเร็วของวัตถุและแรงนี้มีทิศตรงกันข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุ

การเคลื่อนที่ของลูกกลมโลหะในน้ำมัน



กฎของสโตกส์

แรงหนืดของของไหลที่กระทำกับวัตถุทรงกลม รัศมี r

$$F = 6\pi nrv$$

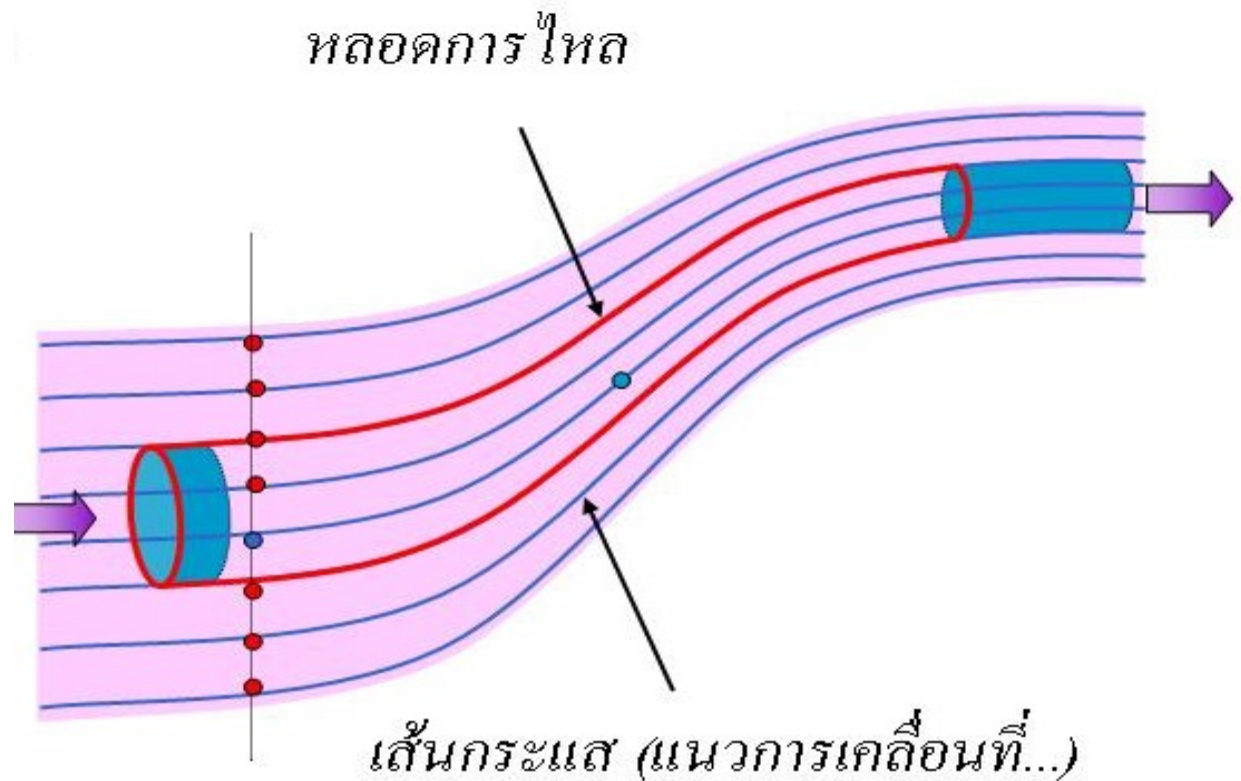
n คือความหนืดของของไหล หน่วยเป็น Ns/m^2 หรือ Pa s

ในอดีตหน่วยของความหนืดคือ Poise (P)

$$1 \text{ Pa s} = 10 \text{ P}$$

ของไหลในอุดมคติ (Ideal fluid)

- การไหลมีการคงตัว
- ไม่มีการหมุนวน
- ไม่มีความหนืด
- ไม่สามารถบีบอัดได้



สมการการต่อเนื่อง (Continuity equation)

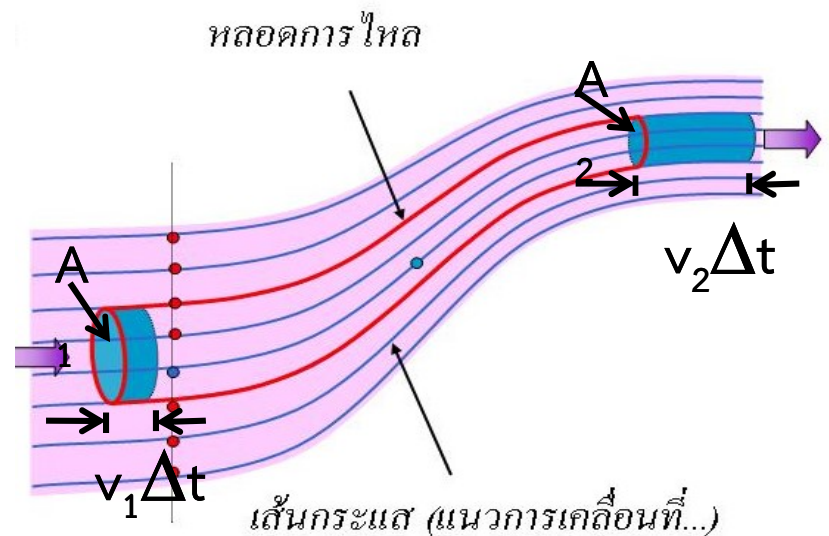
$$\frac{dm_{in}}{dt} = \frac{dm_{out}}{dt} = \text{อัตราการไหลคงที่} = Q$$

$$\frac{d(\rho V_{in})}{dt} = \frac{d(\rho V_{out})}{dt} = Q$$

$$\frac{dV_{in}}{dt} = \frac{dV_{out}}{dt} = Q$$

$$\frac{d(A_1 v_1 dt)}{dt} = \frac{d(A_2 v_2 dt)}{dt} = Q$$

ดังนั้น $A_1 v_1 = A_2 v_2 = Q$



ตัวอย่าง ถังน้ำในท่อประปาที่ไหลผ่านมาตรวัดเข้าบ้าน มีอัตราการไหล $10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ จงหาอัตราเร็วของน้ำในท่อประปา เมื่อท่อส่งผ่านมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 3 cm

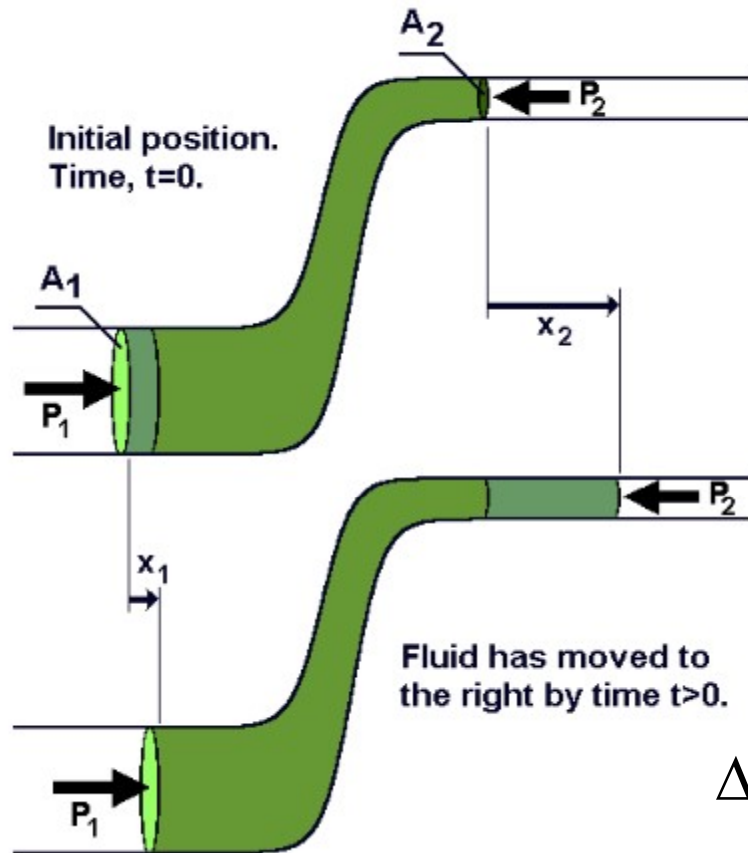
$$Q = \frac{dV}{dt} = Av$$

$$10^{-3} = (\pi r^2)v$$

$$10^{-3} = \left\{ 3.14 \times \left(\frac{3}{2} \times 10^{-2} \right)^2 \right\} v$$

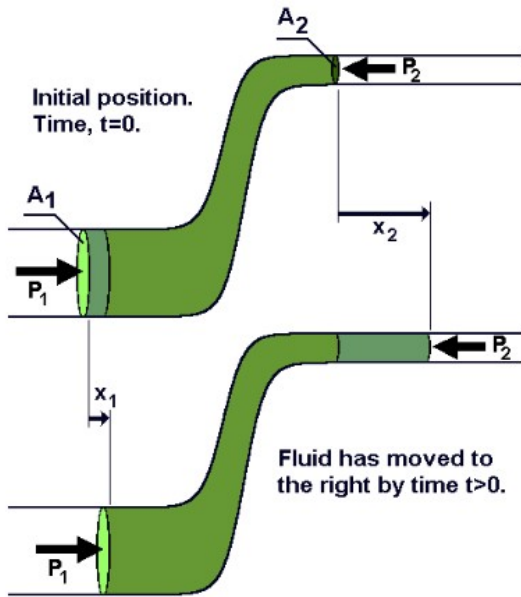
$$v = 1.414 \text{ m/s}$$

พลศาสตร์ของของไหล



$$\begin{aligned}
 \Delta W &= W_1 + W_2 \\
 &= F_1 x_1 - F_2 x_2 \\
 &= P_1 A_1 x_1 - P_2 A_2 x_2 \\
 &= P_1 V_1 - P_2 V_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta E &= E_2 - E_1 \\
 &= \left(mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \right) - \left(mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 \right)
 \end{aligned}$$



$$\Delta W = \Delta E$$

$$(P_1 - P_2)V = \left(mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \right) - \left(mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 \right)$$

$$(P_1 - P_2)V = \left(\rho Vgh_2 + \frac{1}{2}\rho Vv_2^2 \right) - \left(\rho Vgh_1 + \frac{1}{2}\rho Vv_1^2 \right)$$

$$P_1 - P_2 = \left(\rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \right) - \left(\rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 \right)$$

$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Static
Pressure

Dynamic
Pressure

Static Pressure + Dynamic Pressure = constant

$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

เมื่อ $h_1 = h_2$

ดังนั้น $P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$

พลศาสตร์ของของไหลและหลักการของเบอร์นูลลี (Fluid dynamics and Bernulli's principle)

- ความดันรวม ในระบบการเคลื่อนที่แบบคงตัวของของไหล จะมีค่าคงที่เสมอ
- นั่นคือเมื่อความเร็วของของไหลเพิ่มขึ้น ความดันจะมีค่าลดลงเสมอ

$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

เมื่อ $h_1 = h_2$

ดังนั้น $P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$

Low

High

High

Low

Low

High

Velocity

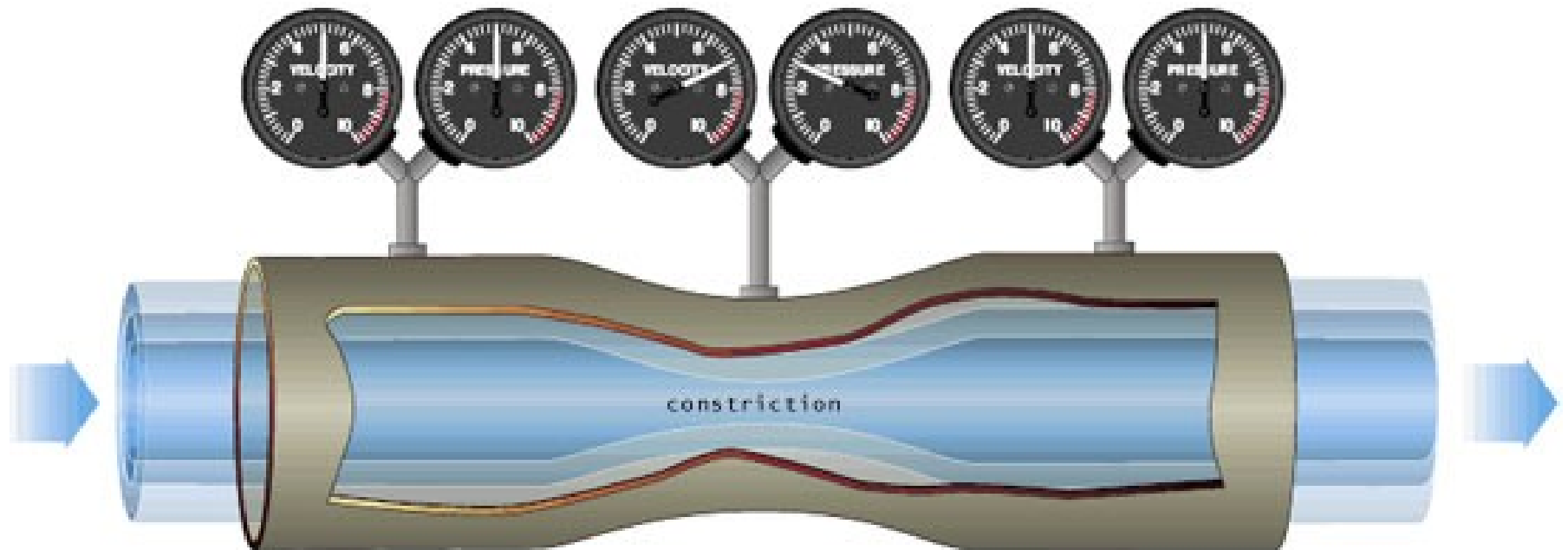
Pressure

Velocity

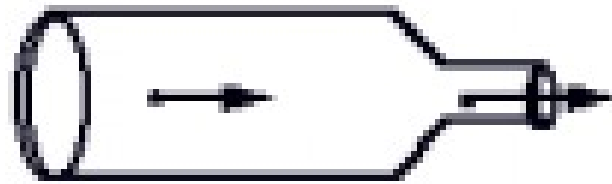
Pressure

Velocity

Pressure

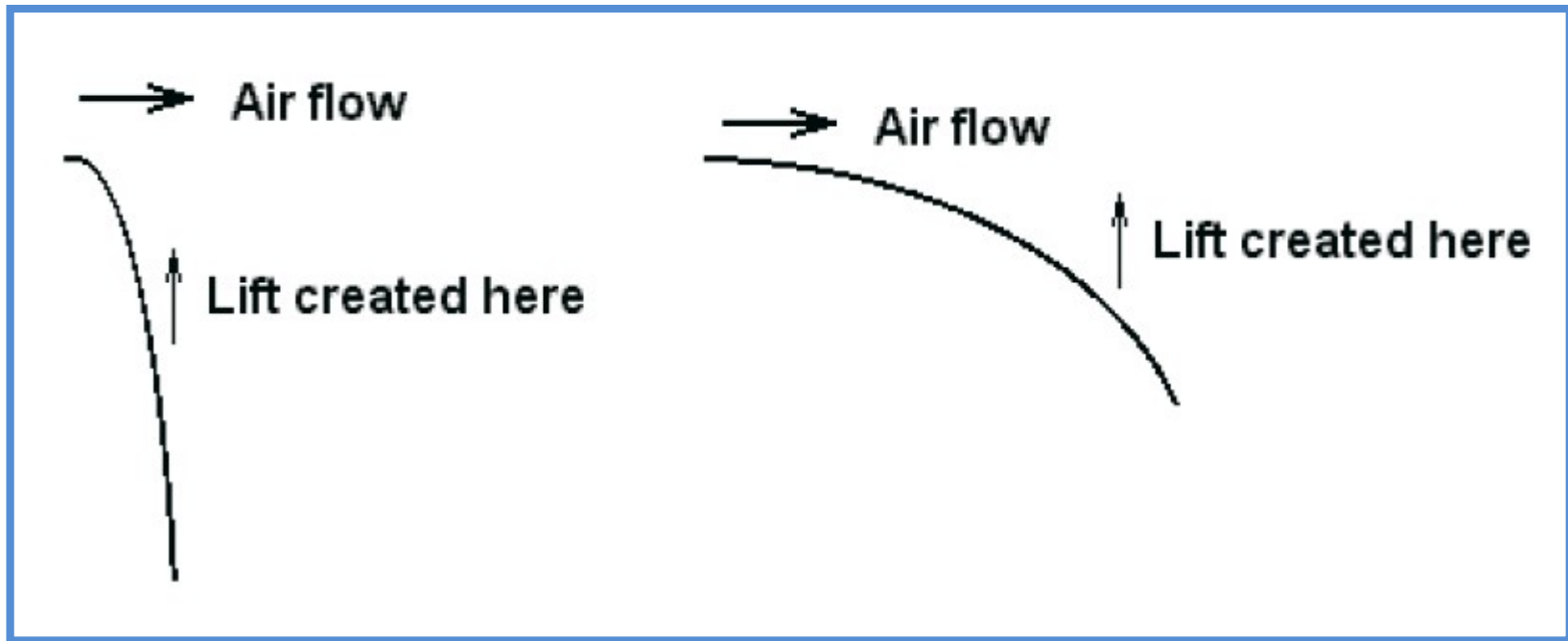


แบบฝึกหัด ท่อน้ำวางในแนวระดับ มีน้ำไหลอย่างสม่ำเสมอด้วยอัตราเร็ว 4 m/s ถ้าท่อคอดลงโดยพื้นที่คิดเป็น 1 ใน 4 ของพื้นที่ ดังรูป จงหาอัตราเร็วของน้ำที่พุ่งผ่านท่อส่วนที่คอด



ผลของความต่างของความดันสองระดับ

ให้ น.ศ. หยิบแผ่นกระดาษขึ้นมา และเป่าในทิศทางตามรูป

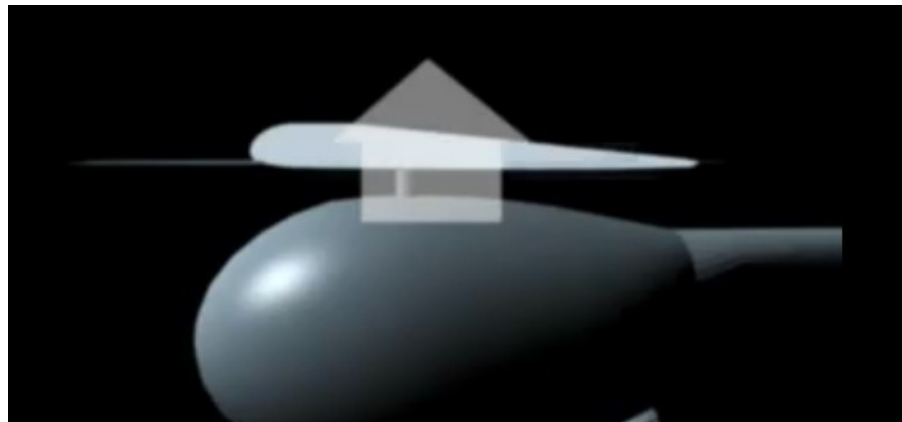
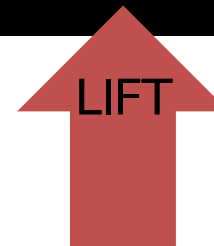
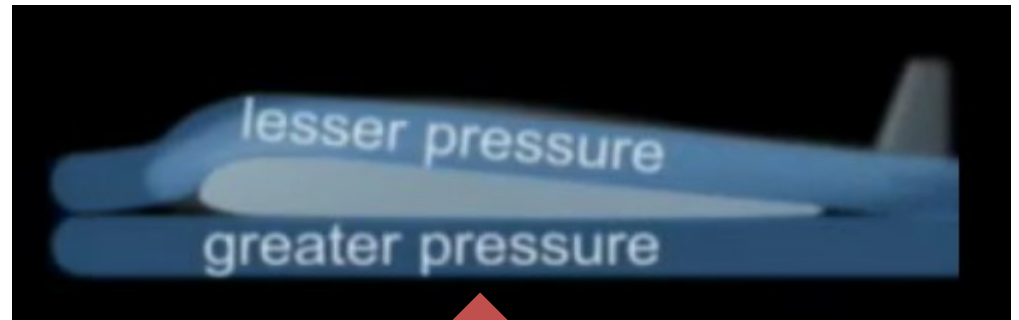
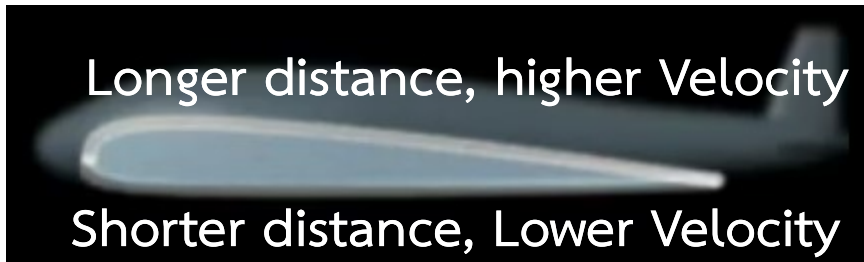


ผลของความต่างระหว่างความดัน ทำให้เกิด **แรงยก**

See more here: <http://www.youtube.com/watch?v=olVJzVadiFs>

<http://www.youtube.com/watch?v=5ltjFEei3Al>

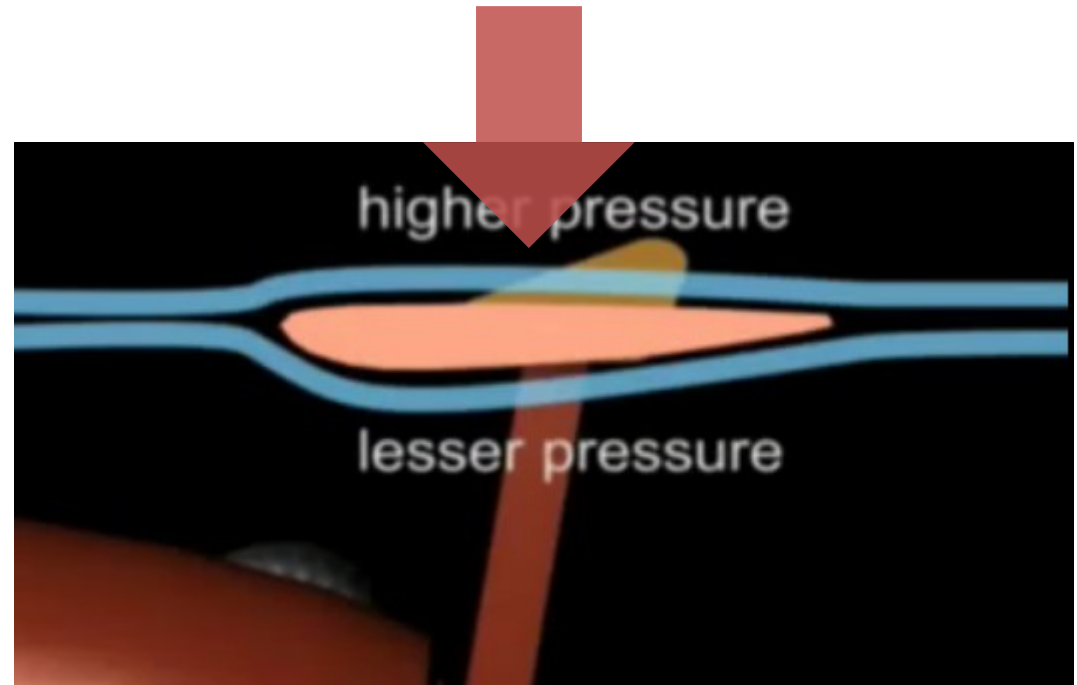
การเกิดแรงยก (Lift force) และ แรงกด (Down force)



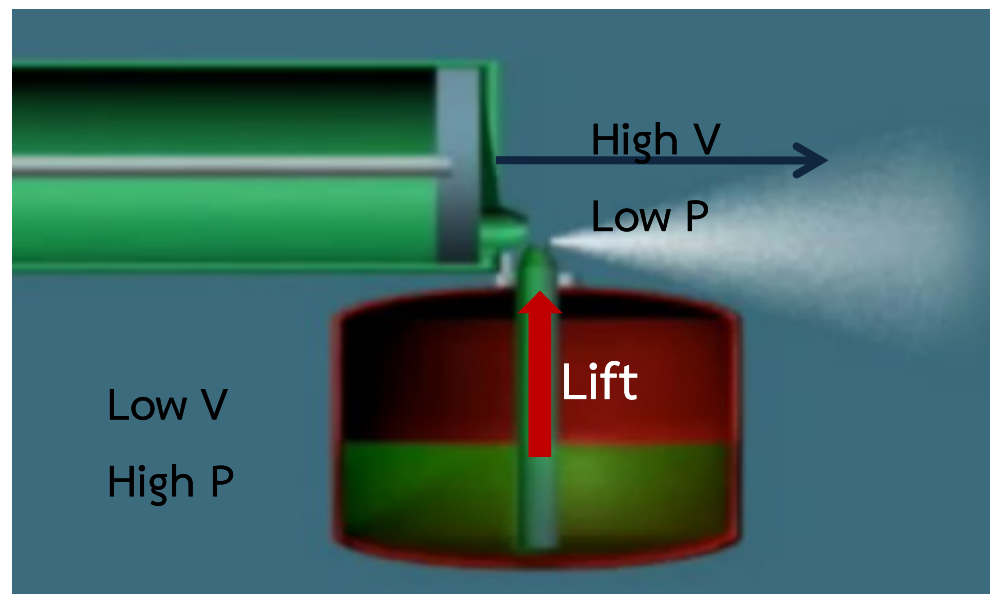
Spoiler



Down Force



Spray tube



ตัวอย่าง เครื่องบินลำหนึ่งต้องมีความต่างของความดัน ระหว่างเหนือและใต้ปีก เป็น 900 N/m^2 จึงจะสามารถเกิดแรงยกในการบินขึ้นได้ ถ้าความเร็วที่ผ่าน ส่วนล่างของปีกมีค่าเป็น 100 m/s จงหาความเร็วของอากาศส่วนบนของปีก หากความหนาแน่นของอากาศขณะนั้นเป็น 1.2 kg/m^3

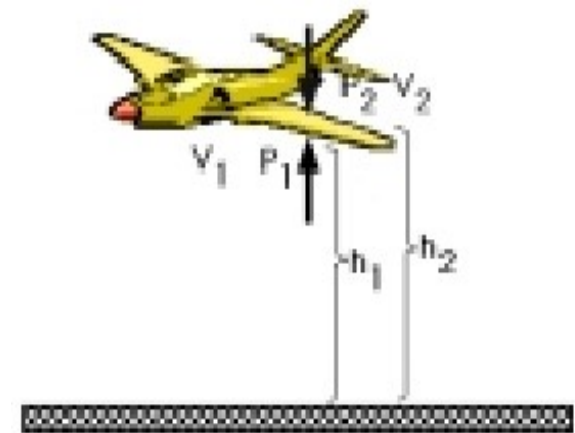
$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

เมื่อ $h_1 = h_2$

ดังนั้น $P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$



$$900 = \frac{1}{2} \times 1.2 (v_2^2 - 100^2)$$

$$v_2 = 107.2 \text{ m/s}$$

แบบฝึกหัด อัตราเร็วของลมพายุ ที่พัดเหนือหลังคาบ้านเป็น 30 m/s หากหลังคาบ้านมีพื้นที่เป็น 175 m^2 และความหนาแน่นของอากาศขณะนั้นเป็น 0.3 kg/m^3 จงคำนวณดังนี้ เพื่อจะทำให้หลังคาไม่ปลิว

- ก. ผลต่างระหว่างความดันเหนือหลังคาบ้านและใต้หลังคานี้เป็นเท่าใด
- ข. หากหลังคาบ้านไม่มีไต้วัสดุยึดไว้ หลังคาบ้านจะต้องมีมวลอย่างน้อยเท่าใด

คำตอบ

- ก. ผลต่างระหว่างความดันเหนือ-ใต้หลังคาบ้าน = 135 N/m^2
- ข. หลังคาบ้านควรมีมวลอย่างน้อย = 2362.5 kg