

บทที่ 5

โมเมนตัม (Momentum)

โมเมนตัม บอกความยากง่ายในการทำให้วัตถุที่กำลังเคลื่อนที่อยู่ให้หยุด

อะไรเป็นปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับความยากง่ายในการทำให้วัตถุหยุดบ้าง ?

ถ้าวิ่งด้วยความเร็วเท่ากัน จะหยุดรถคันไหนยากกว่า ถ้ารถมีมวลต่างกัน

- มวลมาก โมเมนตัมมาก ทำให้หยุดเคลื่อนที่ยาก มวล = m

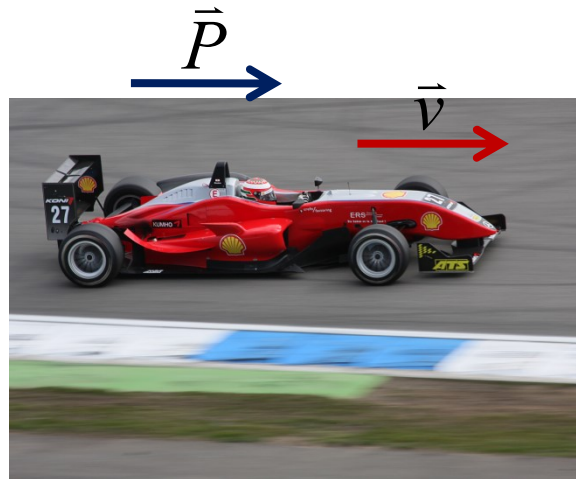
วัตถุที่เคลื่อนที่เร็วจะทำให้หยุดได้ยาก

- ความเร็วเกี่ยวข้องกับโมเมนตัมด้วย ยิ่งเร็วมากโมเมนตัมยิ่งมาก

ความเร็ว = v

Momentum

- ผลคูณของมวลวัดคู่กับความเร็ว, $\vec{P} = m\vec{v}$
- หน่วยของโมเมนตัม คือ kg.m/s หรือ N.s
- โมเมนตัมจึงเป็นเวกเตอร์ในทิศทางเดียวกับความเร็ว



แรงและการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt}, \quad m = \text{คงที่}, \quad \frac{dm}{dt} = 0$$

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

แรงที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม ในช่วงเวลาสั้นๆ

เรียกว่า แรงดล

$$\therefore \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

ตัวอย่างที่ 1 รถยนต์มวล 1.5 ตัน เครื่องยนต์ต้องให้แรงผลักดันที่พื้นเท่าไร เพื่อเคลื่อนที่จากหยุดนิ่งไปในแนวตรงจนมีความเร็ว 72 km/h ใน 10 วินาที

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{m\vec{v} - m\vec{u}}{t}, \quad u = 0$$

$$\vec{F} = \frac{1.5 \times 10^3 \times 72 \times \frac{1000}{60 \times 60}}{10}$$

$$\vec{F} = 3 \times 10^3 \text{ kg.m / s}^2 \quad \text{or} \quad 3 \times 10^3 \text{ N}$$

ความสัมพันธ์แรงกับเวลาที่กระทำกับวัตถุ

©1999 Science Joy Wagon

$$\begin{array}{ccccccc} \text{การกด} & = & \text{แรง} & \times & \text{เวลา} & = & \text{การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม} \\ & & (\text{N}) & & (\text{s}) & & (\text{kg m/s}) \end{array}$$

หรือ

$$Ft = mv - mu$$

การดลและแรงดล

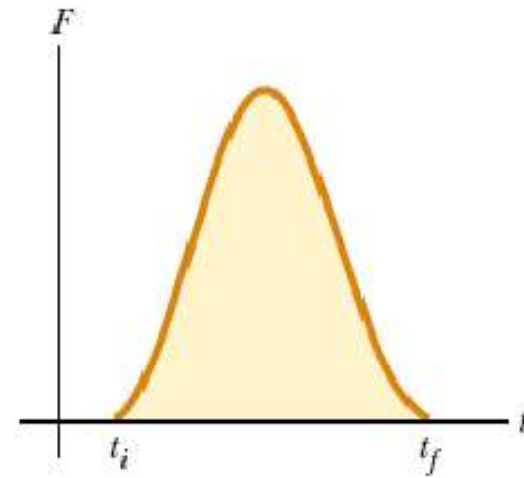
จาก $\vec{F} = \frac{d \vec{p}}{d t}$

$$\vec{F} d t = d \vec{p}$$

การดล $\vec{F} \Delta t = \int_0^{\Delta t} \vec{F} d t = \Delta \vec{p}$

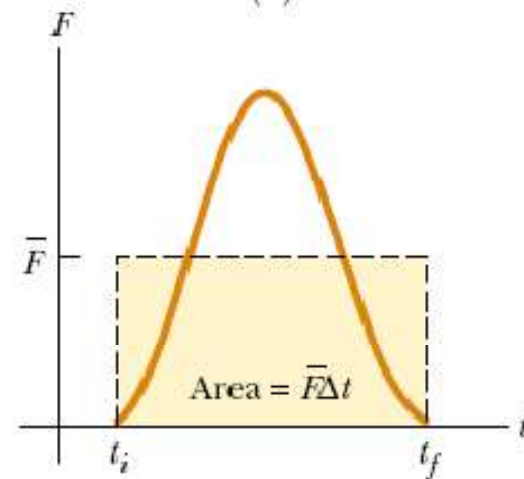
- การดลที่ขณะต่างๆ ในช่วงเวลาสั้นๆ จะเท่ากับการเปลี่ยนโมเมนตัมในช่วงเวลานั้น
- การดลเป็นปริมาณเวกเตอร์ และมีค่าเท่ากับโมเมนตัมที่เปลี่ยนไป

- โดยปกติ แรงดลที่มากกระทำในเวลาสั้นๆมักจะมีขนาดไม่คงที่ ดังภาพ



(a)

- ดังนั้นในการคำนวณหาการดลมักใช้แรงเฉลี่ย $\bar{F}$ แทน



ตัวอย่างที่ 2

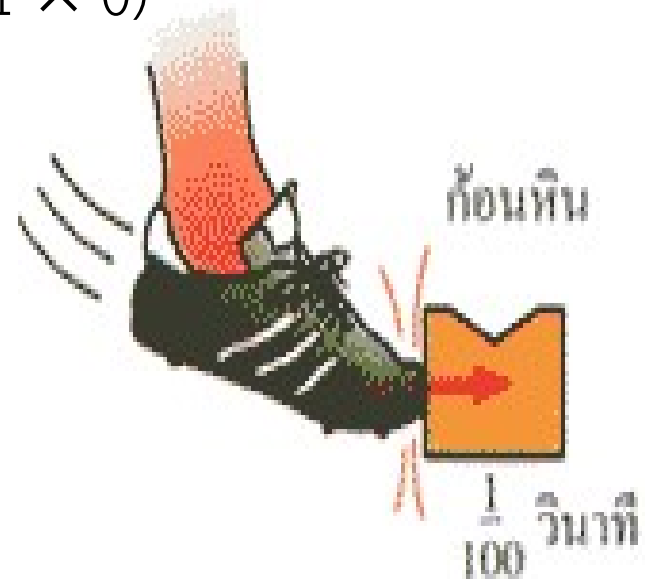
พิจารณาเด็กชายกำลังเตะหินมวล 1 kg ทำให้เคลื่อนที่จากอยู่นิ่งด้วยอัตราเร็ว 10 m/s แรงที่เท้ากระทำต่อก่อนหินใช้เวลา $\frac{1}{100}$ วินาที จงหาแรงนี้

จาก $P = F \cdot t = mv - mu$

แทนค่า $F \cdot \left(\frac{1}{100}\right) = (1 \times 10) - (1 \times 0)$

$$F = 1000 \text{ N}$$

แรงกิริยา = แรงปฏิกิริยา
(เจ็บปวด)



แบบฝึกหัด (ย่อย)

พิจารณาเด็กชายกำลังเตะหินมวล 1 kg ทำให้เคลื่อนที่จากอยู่นิ่งด้วยอัตราเร็ว 10 m/s แรงที่เท้ากระทำต่อลูกฟุตบอลใช้เวลา $1/10$ วินาที (น้อยกว่ากรณีก้อนหินข้อที่ผ่านมา 10 เท่าเนื่องจากลูกฟุตบอลมีความอ่อน) จงหาแรงนี้



การชน

กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมหรือกฎการคงที่ของโมเมนตัม

- โมเมนตัมรวมของระบบก่อนชนจะเท่ากับโมเมนตัมรวมของระบบรวม
หลังชนเสมอ

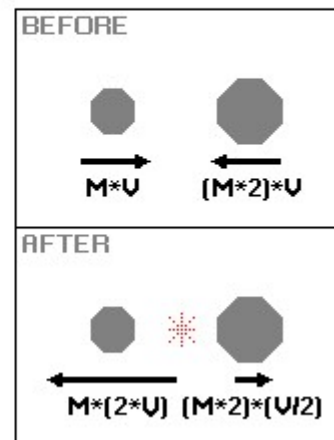
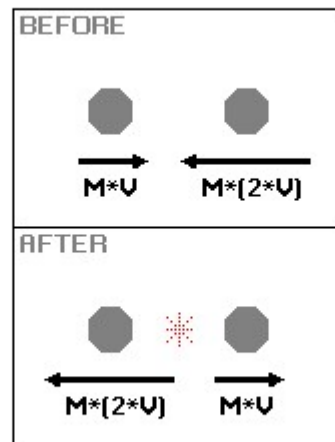
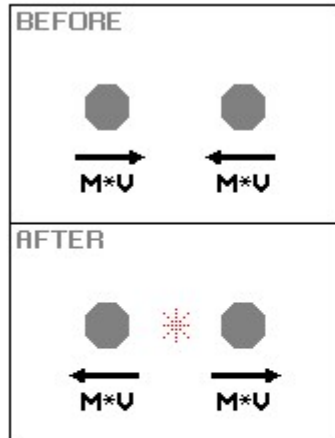
การชนกันมี 2 แบบคือ

1. แบบไม่ยืดหยุ่น

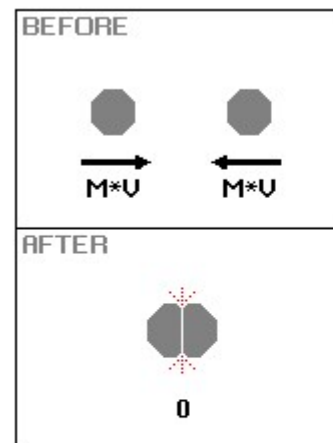
- อนุรักษ์โมเมนตัม ($\sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}_f$)
- ไม่อนุรักษ์พลังงานจลน์รวม ($\sum E_{Ki} \neq \sum E_{Kf}$)
- ถ้าเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่นอย่างสมบูรณ์ หลังการชนกันแล้ววัตถุทั้งสองจะเคลื่อนที่ไปด้วยกัน

2. แบบยืดหยุ่น

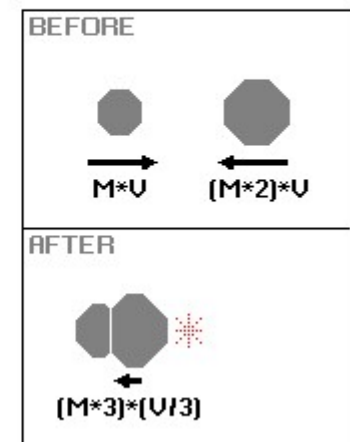
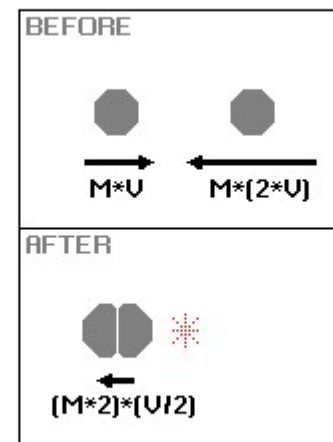
- อนุรักษ์โมเมนตัม ($\sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}_f$)
- อนุรักษ์พลังงานจลน์รวม ($\sum E_{Ki} = \sum E_{Kf}$)



MOMENTUM IN ELASTIC COLLISIONS



AMUWY

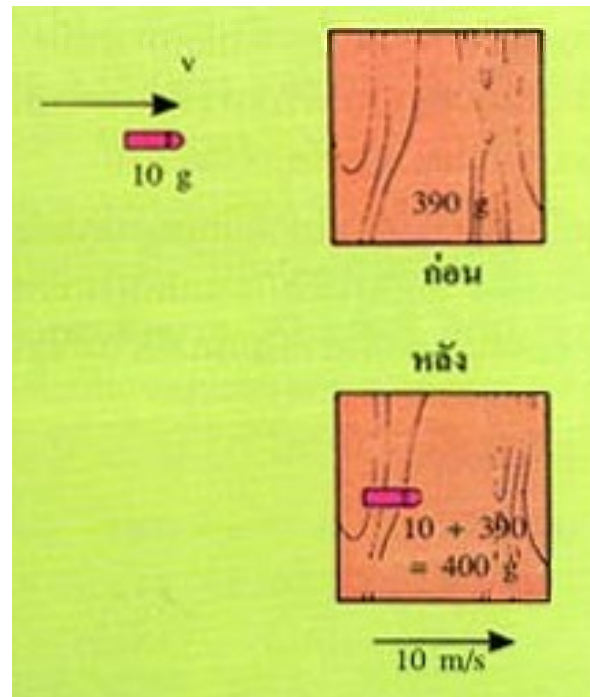


MOMENTUM IN INELASTIC COLLISIONS

ตัวอย่างที่ 3

ลูกปืนมวล 10 g ถูกยิงเข้าไปในเนื้อไม้ ซึ่งไม้มีมวล 390 g ซึ่งวางอยู่บนพื้นเรียบ ทำให้ไม้เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 m/s

- ก. จงหาความเร็วของลูกปืน
- ข. จงหาพลังงานที่ทั้งหมดที่สูญเสียไป



ก. โมเมนตัมก่อนชน = โมเมนตัมหลังชน

$$0.01(v) = (0.01+0.390)(10)$$

$$v = 400 \text{ m/s}$$

ข. พลังงานของลูกปืนก่อนชน

$$= \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}(0.01)(400)^2$$

$$= 800J = \frac{1}{2}mv^2$$

พลังงานของลูกปืนและไม้หลังชน

$$= \frac{1}{2}(0.01+0.390)(10)^2$$

$$= 20J$$

วิเคราะห์

- ถือว่าเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น เพราะหลังการชนมวลเคลื่อนที่ติดกันไป และมีพลังงานบางส่วนสูญหาย (เป็นไปตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม แต่ไม่อนุรักษ์พลังงาน)

ตัวอย่างที่ 4

รถมวล 1500 kg เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 50 km/hr บนพื้นราบ เมื่อเคลื่อนที่ไปได้ระยะหนึ่งมีหินก้อนหนึ่งมวล 500 kg ตกลงมาในแนวดิ่ง ทำให้รถและอิฐเคลื่อนที่ไปด้วยกัน โดยที่คนขับรถไม่ได้เบรก การชนดังกล่าวเป็นการชนชนิดใด และจงหาความเร็วของรถหลังจากหินตกใส่

วิเคราะห์

- ถือว่าเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น เพราะหลังการชนมวลเคลื่อนที่ติดกันไป จึงเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

$$\text{โมเมนตัมก่อนชน} = \text{โมเมนตัมหลังชน}$$

$$1500(50) + 500(0) = 2000(v)$$

$$v = 37.5 \text{ km/hr}$$

แบบฝึกหัด

Truck		Car	
mass (kg)	3000	mass (kg)	1000
vel. (m/s)	20.0	vel. (m/s)	0.0
mom. (kg m/s)	60 000	mom. (kg m/s)	0



1. รถบรรทุกมวล 3000 kg เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 m/s เคลื่อนที่ไปชนรถเก๋งคันหนึ่งซึ่งมีมวล 1000 kg และหยุดนิ่งอยู่ หลังชนรถทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไป การชนนี้เป็นแบบใด และรถทั้งสองเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาดและทิศทางใดหลังจากชน
2. รถบรรทุกมวล 3000 kg กำลังวิ่งเข้าหารถเก๋งด้วยความเร็ว 20 m/s ถ้ารถเก๋งมีมวล 1000 kg และเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 m/s ในทิศทางตรงข้ามกัน หากหลังจากรถทั้งสองชนกัน ปรากฏว่าเคลื่อนที่ติดกันไป จงหาขนาดและทิศทางความเร็วของรถทั้งสอง

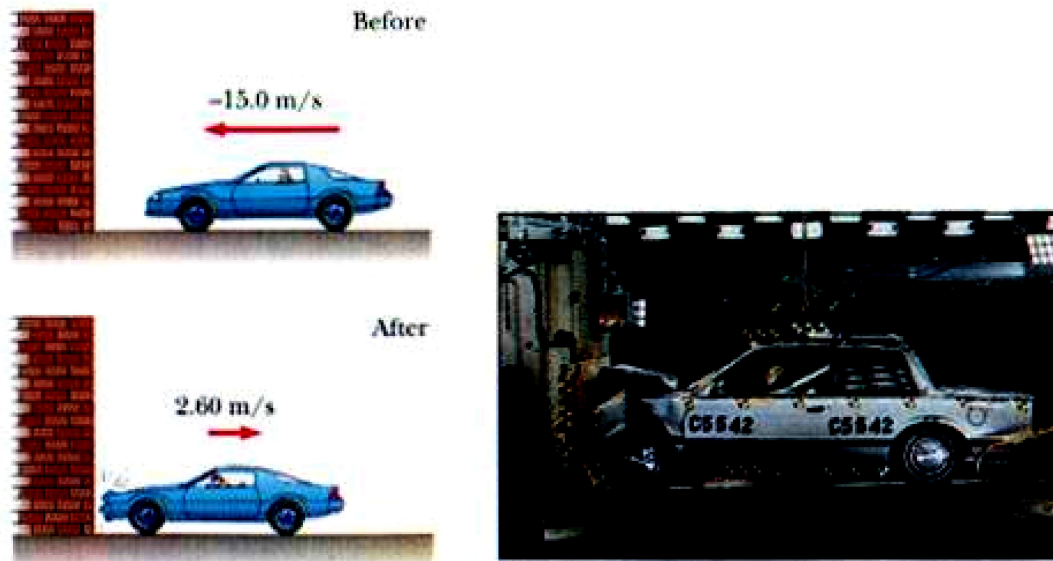
3. รถสีน้ำเงินมวล 1000 kg เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 m/s ไปทางทิศตะวันออก ไปชนกับรถสีแดงซึ่งมีมวล 1000 kg และเคลื่อนที่ไปทางทิศเหนือด้วยความเร็ว 10 m/s หลังชนรถทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไป ด้วยความเร็วเท่าใด และทิศทางใด

Blue Car		Red Car	
mass (kg)	1000	mass (kg)	1000
vel. (m/s)	20.0, East	vel. (m/s)	10.0, North
mom. (kg m/s)	20 000, East	mom. (kg m/s)	10 000, North



ตัวอย่าง 4

ในการทดสอบการชนของรถยนต์มวล 1500 kg กับกำแพง ดังแสดงในรูป 5.6 ความเร็วต้น และ ความเร็วสุดท้ายของรถยนต์คือ $v_i = -15.0\text{ i m/s}$ และ $v_f = 2.60\text{ i m/s}$ ตามลำดับ ถ้าการชนเกิดขึ้นใน 0.15 s ให้หาการดลเนื่องจากการชนและแรงเฉลี่ยที่กระทำต่อรถยนต์



รูป 5.6 (ก) โมเมนตัมของรถเปลี่ยนเป็นผลเนื่องจากการชนกับกำแพง
(ข) ในการทดสอบการชนพลังงานจลน์ส่วนใหญ่ของรถในตอนเริ่มต้นจะถูก
ถ่ายโอนเป็นพลังงาน ที่ใช้ในการทำลายรถยนต์

วิธีทำ

โมเมนตัมก่อนชนและหลังชน ของรถยนต์คือ

$$p_i = mv_i = (1500 \text{ kg})(-15.0 \text{ i m/s}) \\ = -2.25 \times 10^4 \text{ i kg.m/s}$$

$$p_f = mv_f = (1500 \text{ kg})(2.60 \text{ i m/s}) \\ = 0.39 \times 10^4 \text{ i kg.m/s}$$

ดังนั้นการดลคือ

$$I = \Delta p = p_f - p_i \\ = (0.39 \times 10^4 \text{ i kg.m/s}) - (-2.25 \times 10^4 \text{ i kg.m/s}) \\ = 2.64 \times 10^4 \text{ i kg.m/s}$$

แรงเฉลี่ยที่กระทำกับรถยนต์คือ

$$\begin{aligned}\overline{F} &= \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2.64 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}}{0.150 \text{ s}} \\ &= 1.76 \times 10^5 \text{ N}\end{aligned}$$

เฉลยแบบฝึกหัด

วิเคราะห์ ถือว่าเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น เพราะหลังการชนมวลเคลื่อนที่ติดกันไป จึงเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

เฉลยข้อ 1

โมเมนตัมก่อนชน = โมเมนตัมหลังชน

$$3000(20) + 1000(0) = 4000(v)$$

$$v = 15 \text{ m/s}$$

เฉลยข้อ 2

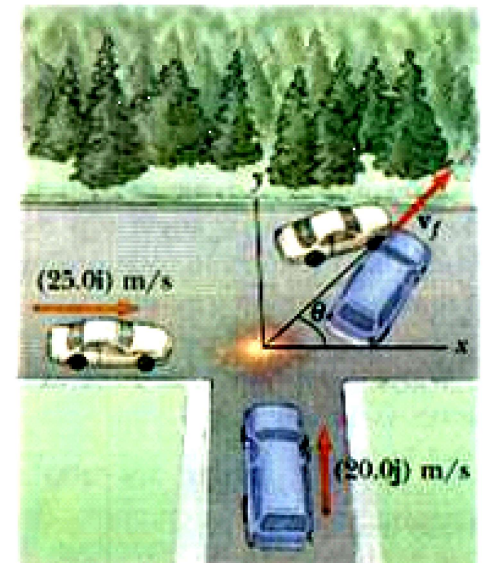
ให้ทิศไปทางขวามือเป็นบวก

โมเมนตัมก่อนชน = โมเมนตัมหลังชน

$$1000(20) + 3000(-20) = 4000(v)$$

$$v = -10 \text{ m/s}$$

แสดงว่าหลังชนรถเก๋งและรถบรรทุกจะเคลื่อนที่ไปทางซ้ายมือด้วยความเร็ว 20 m/s



เฉลยข้อ 3 วิเคราะห์ ถือว่าเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น เพราะหลังการชนมวลเคลื่อนที่ติดกันไป จึงเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม แต่เนื่องจากเป็นการชนใน 2 มิติ จึงต้องคิดในแต่ละมิติ(แต่ละแกน)

แกน x แนวตะวันออก - ตะวันตก

แกน y แนวเหนือ - ใต้

โมเมนตัมก่อนชน = โมเมนตัมหลังชน

โมเมนตัมก่อนชน = โมเมนตัมหลังชน

$$1000(20) + 1000(0) = 2000(v_x)$$

$$1000(10) + 1000(0) = 2000(v_y)$$

$$v_x = 10 \text{ m/s}$$

$$v_y = 5 \text{ m/s}$$

หาความเร็วลัพธ์จาก

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

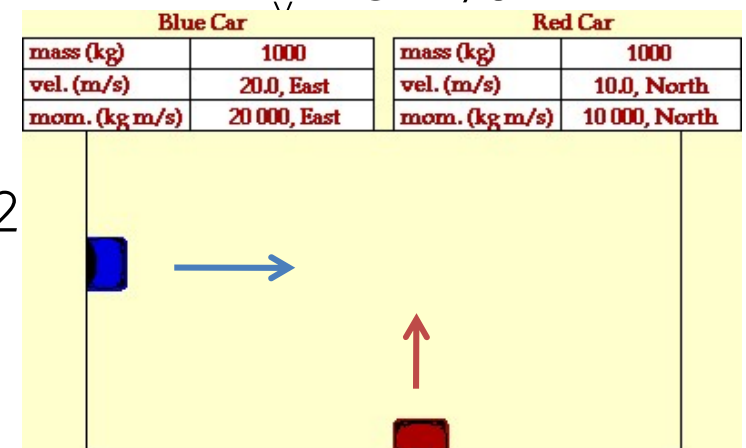
$$v^2 = 100 + 25 = 125$$

$$v = 11.2 \text{ m/s}$$

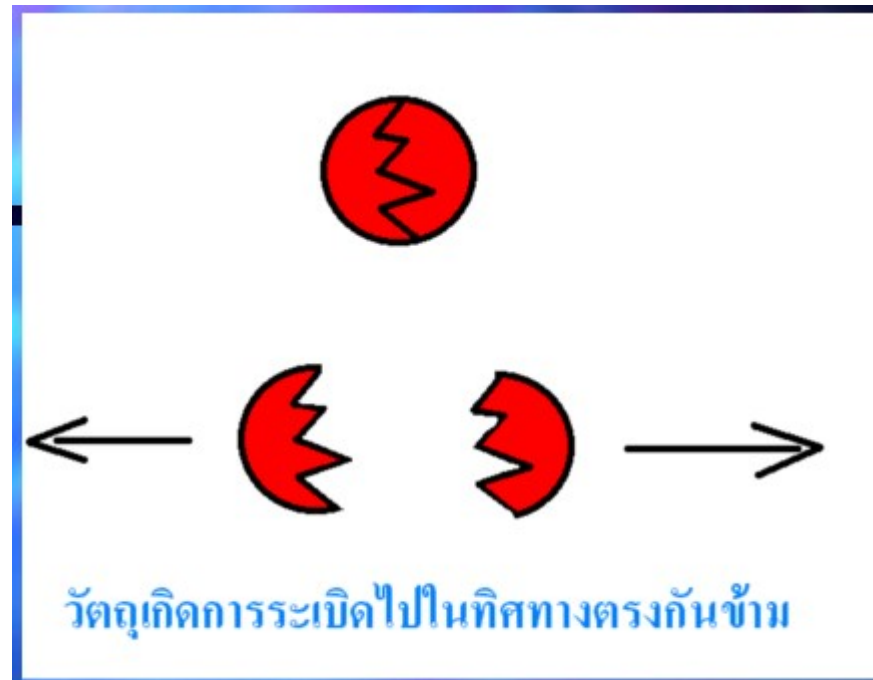
ทิศทางหาได้จาก

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$\theta = \tan^{-1} 0.5 = 26.56^\circ \text{ with}$$



การระเบิด



- ก่อนเกิดการระเบิด ระเบิดทั้งก้อนมีโมเมนตัมเป็นศูนย์
- จากกฎของการอนุรักษ์โมเมนตัม หลังการระเบิดโมเมนตัมของระบบยังคงเท่าเดิม
- ชิ้นส่วนของระเบิดจะเคลื่อนที่ออกจากกันในทิศทางตรงข้ามกัน ทำให้ผลรวมโมเมนตัมจะยังคงมีค่าเท่ากับศูนย์ (หักล้างกันเป็นศูนย์)

ตัวอย่างที่ 5 การระเบิด

ลูกปืนมวล 10 g ถูกยิงด้วยความเร็ว 400 m/s จากปืนไรเฟิลมวล 4 kg จงหาความเร็วถอยหลังของปืนไรเฟิล



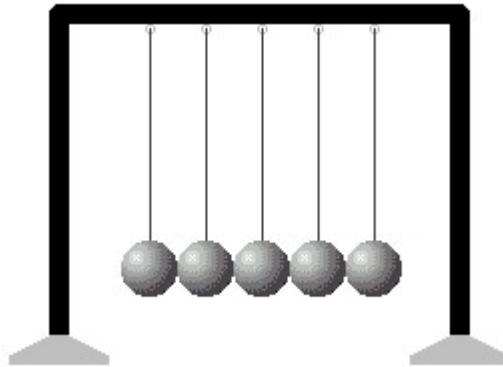
โมเมนตัมก่อนชน = โมเมนตัมหลังชน

$$0 = (0.01 \times 400) + (4v)$$

$$v = -1 \text{ m/s}$$

นั่นคือ ปืนมีความเร็ว 1 m/s ในทิศทางถอยหลังกลับ

การทดลองอย่างง่าย



การทดลองเปลของนิวตัน

เติมคำตอบลงในช่องว่าง

ดึงลูกที่ 1 ขึ้นและปล่อย

ลูกที่ _____ เคลื่อนที่ขึ้น

ดึงลูกที่ 1 และ 2 ขึ้นและปล่อย

ลูกที่ _____ เคลื่อนที่ขึ้น

ดึงลูกที่ 1 2 และ 3 ขึ้นและปล่อย

ลูกที่ _____ เคลื่อนที่ขึ้น

ดึงลูกที่ 1 2 3 และ 4 ขึ้นและปล่อย

ลูกที่ _____ เคลื่อนที่ขึ้น

คุณสามารถอธิบายได้หรือไม่ว่าทำไมถึงเป็นเช่นนั้น

http://www.youtube.com/watch?v=CVZLNF4XBXM&feature=player_embedded#

คำถามสรุป

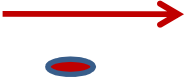
1. โมเมนตัมคืออะไรเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่อย่างไร
2. รถยนต์มวล 1500 kg เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 10 m/s มีโมเมนตัมเท่าไร
3. อะไรมีผลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมได้บ้าง
4. อธิบายกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม
- 5 ตามกฎอนุรักษ์โมเมนตัม เมื่อปืนใหญ่พร้อมรถเข็นมวล 4,000 kg ยิงกระสุนปืนที่มีมวล 20 kg ไปข้างหน้าด้วยความเร็ว 20 m/s ภายหลังการยิงปืนรถถังจะเป็นอย่างไรถ้าไม่มีหลักยึดกับพื้น

การบ้าน

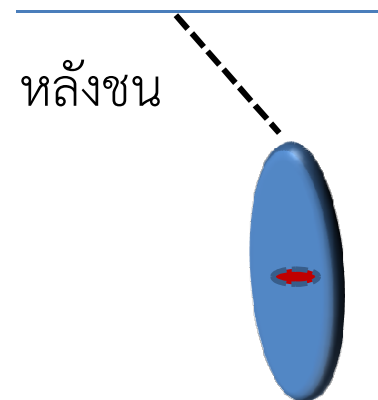
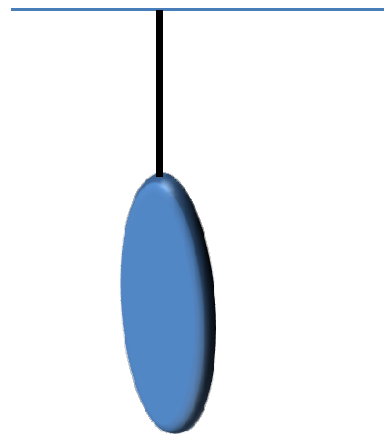
1. ลูกปืนมวล 150 g ถูกยิงด้วยความเร็ว 5 km/s กระแทกเป้ามวล 0.2 g ที่ตั้งบนพื้นไร้แรงเสียดทาน ถ้าลูกปืนผ่านทะลุเป้าด้วยความเร็ว 2 km/s จงคำนวณหาความเร็วของเป้าในทันทีที่ลูกปืนทะลุผ่าน
2. ชายมวล 60 kg ยืนอยู่บนปลายแพซึ่งมีมวล 100 kg และลอยนิ่งอยู่บนน้ำ หากชายผู้นี้วิ่งด้วยความเร็ว 5 m/s แพจะเคลื่อนที่ในทิศทางใด และด้วยความเร็วเท่าใด
3. ลูกบิลเลียด 3 ลูก มีมวลเท่ากัน ลูกที่ 1 และ 2 วางอยู่นิ่งชิดกัน ส่วนลูกที่ 3 เคลื่อนที่เข้าชนด้วยลูกที่ 1 และ 2 ด้วยความเร็ว 24 m/s เมื่อชนแล้วทำให้ลูกที่ 3 หยุดนิ่ง ส่วนลูกที่ 1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 12 m/s ทำมุม 60 องศา กับแนวที่ลูกที่ 3 วิ่งเข้าชน จงหาความเร็วและทิศทางของลูกที่ 2

4. กระสุนมวล 100 g ถูกยิงด้วยความเร็ว 150 m/s เข้าฝังในเป้าที่แขวนไว้ ซึ่งมีมวล 300 g จงหาความเร็วของเป้า

ก่อนชน
 $V = 150 \text{ m/s}$



A small blue oval representing a bullet is shown with a red arrow pointing to the right, indicating its initial velocity.



5. กระสุนมวล 100 g ถูกยิงด้วยความเร็ว 150 m/s ทะลุผ่านเป้าชั้นแรกมวล 300 g และเข้าฝังในเป้าที่แขวนไว้ชั้นที่สอง ซึ่งมีมวล 200 g จงหาความเร็วของลูกปืนและเป้าชั้นที่สอง

ก่อนชน
 $V = 150 \text{ m/s}$

100 g

