

บทที่ 2 การเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติ

การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง

คำจำกัดความของปริมาณการเคลื่อนที่

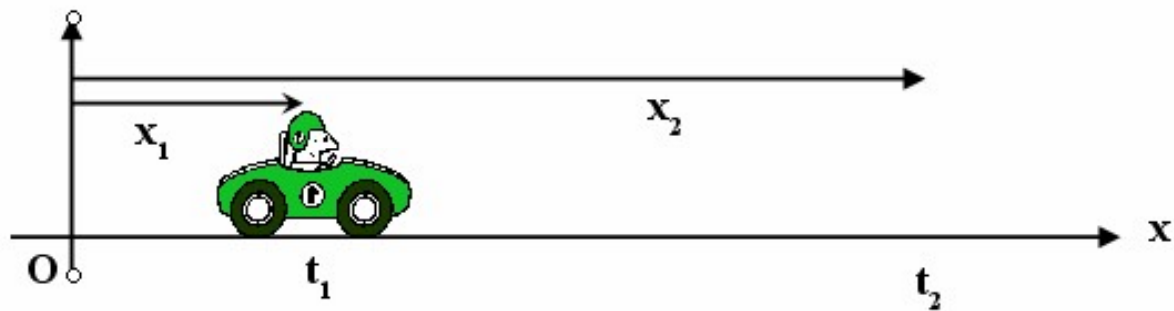
การกระจัด (displacement)

คือ ผลต่างของตำแหน่งระหว่างตำแหน่งสุดท้าย
และตำแหน่งเริ่มต้น

$$\text{ในแนวแกน } X : \Delta X = X_2 - X_1$$

การกระจัด (displacement)

การกระจัด (displacement)

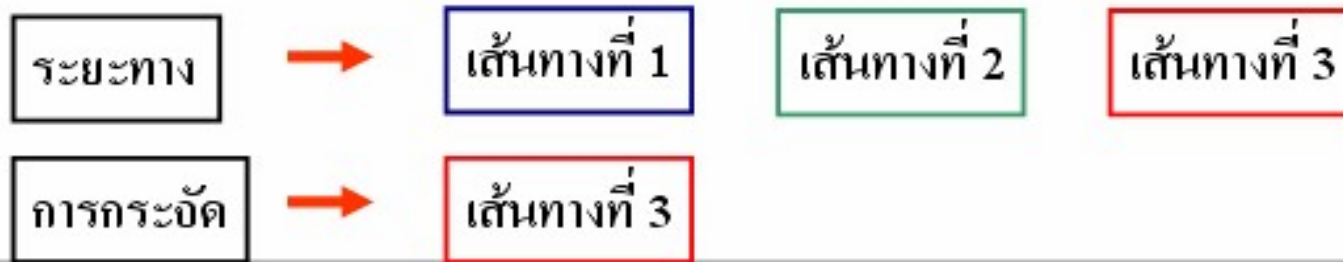
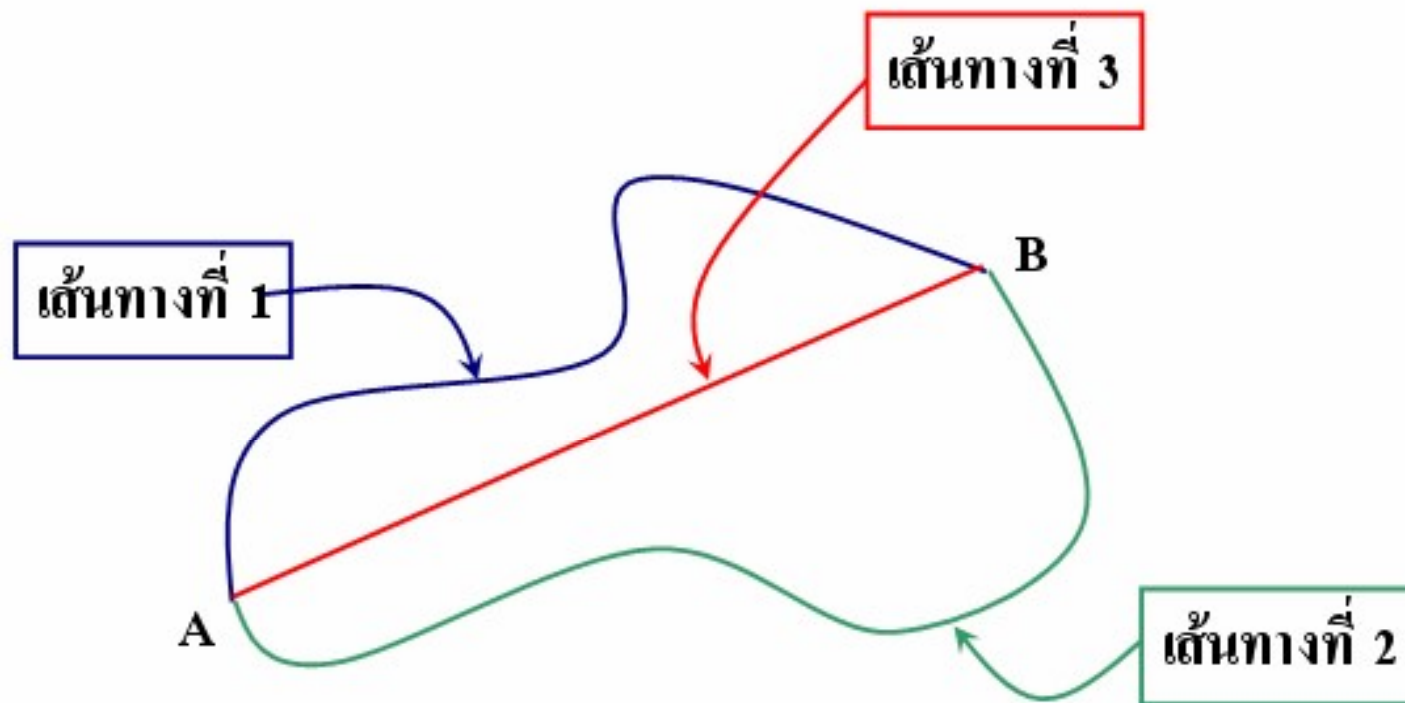


การกระจัด $\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$

เฉพาะในกรณี 1 มิติ อาจเขียนเป็น $\Delta x = x_2 - x_1$

เพราะ เครื่องหมาย บวกหรือลบจาก Δx จะเป็นตัวบ่งบอกทิศทาง

การกระจัด(displacement) และระยะทาง(distance)



ความเร็วและอัตราเร็ว

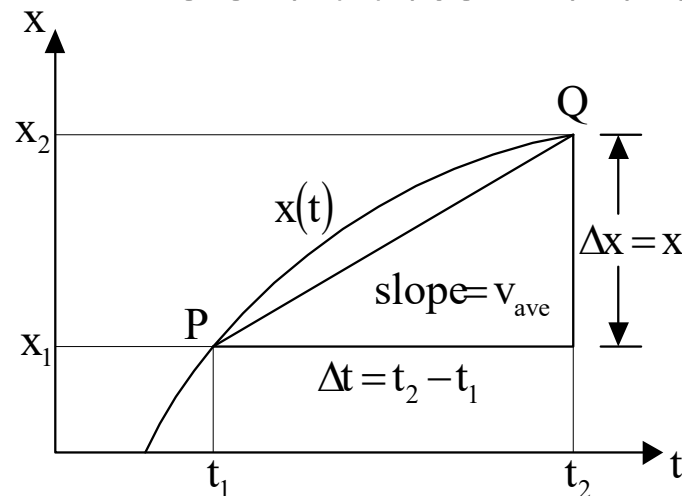
- ความเร็ว (velocity) และอัตราเร็ว (Speed) มีความแตกต่างกันเพราะความเร็วเป็นปริมาณเวกเตอร์ แต่อัตราเร็วคือปริมาณสเกลาร์

ความเร็ว คือ อัตราส่วนของการกระจัดต่อช่วงเวลาของการเคลื่อนที่

อัตราเร็ว คือ อัตราส่วนของระยะทางต่อช่วงเวลาของการเคลื่อนที่

ความเร็วเฉลี่ย (average velocity)

คือ อัตราส่วนของการกระจัดต่อช่วงเวลาของการเคลื่อนที่



$$v_{\text{ave}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

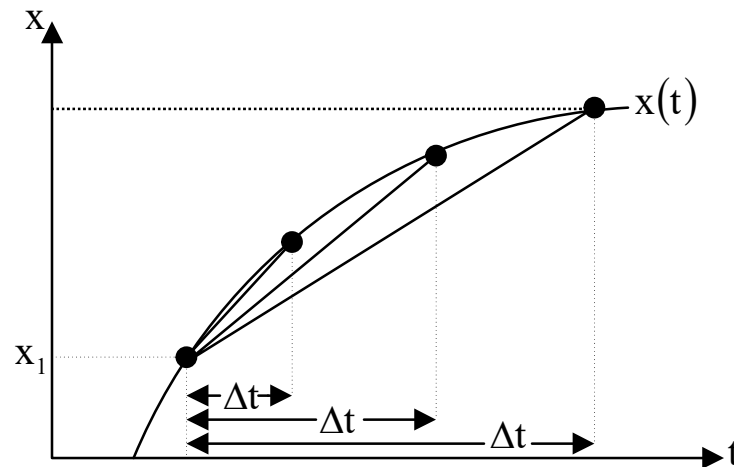
= ความชันของเส้นตรง PQ

หมายเหตุ - ความเร็วเฉลี่ยเป็นปริมาณที่บอกถึงค่าเฉลี่ยของความเร็วตลอดการเคลื่อนที่

- ถ้าเป็นการเคลื่อนที่ครบรอบจะได้ความเร็วเฉลี่ยเป็นศูนย์

ความเร็วชั่วครู่ (instantaneous velocity)

คือ ความเร็วขณะใดขณะหนึ่งของการเคลื่อนที่



$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

= ความชันของเส้นสัมผัสทางเดิน

ความเร่ง

คือ การเปลี่ยนแปลงความเร็วต่อหนึ่งหน่วยเวลา

ความเร่งเฉลี่ย (average velocity)

เป็นปริมาณที่บอกถึงการเปลี่ยนแปลงความเร็วตลอดช่วงเวลาของการเคลื่อนที่

$$\bar{a}_{\text{ave}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

ความเร่งบัดดล (instantaneous velocity)

เป็นปริมาณที่บอกถึงการเปลี่ยนแปลงความเร็วในขณะใดขณะหนึ่ง

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

ตัวอย่างที่ 1.1 นักศึกษาคนหนึ่งทำการวิ่งบนถนนตรงด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 2 เมตร/วินาที เป็นเวลา 5 นาที แล้วลดอัตราเร็วลงเป็น 1.5 เมตร/วินาที เป็นเวลา 2 นาที จงหาอัตราเร็วเฉลี่ยของนักศึกษาคอนนี้

วิธีทำ หากระยะทางของการวิ่งของนักศึกษา จาก $V_{ave} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = V_{ave} \Delta t$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta x &= \Delta x_1 + \Delta x_2 \\ &= (V_{ave1})(\Delta t_1) + (V_{ave2})(\Delta t_2) \\ &= (2 \text{ m/s})(5 \times 60\text{s}) + (1.5 \text{ m/s})(2 \times 60\text{s}) \\ &= 600 \text{ m} + 180 \text{ m} = 780 \text{ m} \end{aligned}$$

หาอัตราเร็วเฉลี่ย

$$\begin{aligned} \text{จาก } V_{ave} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ &= \frac{780}{(5+2)(60)} = 1.86 \text{ m/s} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1.2 ถ้ารถแข่งซึ่งวิ่งในถนนตรงมีสมการความสัมพันธ์ระหว่าง

การกระจัดและเวลาเป็น $x = 5t + 0.5t^3$ โดย x และ t มีหน่วยเป็นเมตรและวินาที ตามลำดับ จงหา

ก) ความเร็ว बदดลของรถแข่งเมื่อเวลา $t=4$ และ 6 วินาที

ข) ความเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลาดังกล่าว

ค) ความเร่ง बदดล ณ เวลา $t=2$ วินาที

วิธีทำ ก) หาความเร็ว बदดล :

$$\text{จาก } V = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{d}{dt}(5t + 0.5t^3) = 5 + 3(0.5)t^2$$

$$\text{แทนค่า } t = 4 \text{ s} \Rightarrow V = 5 + 3(0.5)(4)^2 = 29 \text{ m/s}$$

$$t = 6 \text{ s} \Rightarrow V = 5 + 3(0.5)(6)^2 = 59 \text{ m/s}$$

ข) หาคความเร่งเฉลี่ย :

จาก
$$a_{ave} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

ในที่นี้
$$t_1 = 4 \text{ s}, v_1 = 29 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 6 \text{ s}, v_2 = 59 \text{ m/s}$$

แทนค่า
$$a_{ave} = \frac{59 - 29}{6 - 4} = \frac{30}{2} = 15 \text{ m/s}$$

ค) หาคความเร่ง बदดล : จาก

$$a_{ave} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(5 + 1.5t^2) = 2(1.5)t \Rightarrow a_{t=2} = (2)(1.5)(2) = 6 \text{ m/s}^2$$

ตัวอย่างที่ 1.3 ถ้าขว้างลูกเทนนิสเข้ากระทบบกำแพงในแนวตั้งฉากกับกำแพง ด้วยอัตราเร็ว 10 เมตร/วินาที แล้วลูกเทนนิสกระดอนจาก กำแพงด้วยอัตราเร็ว 8 เมตร/วินาที โดยเวลาที่ลูกเทนนิส สัมผัสกับกำแพงเท่ากับ 0.02 วินาที จงหาอัตราเร่งเฉลี่ยใน ระหว่างที่ลูกเทนนิสสัมผัสกำแพง

วิธีทำ จาก
$$\vec{a}_{ave} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

ในที่นี้
$$t_1 = 0, v_1 = 10 \text{ m/s}, t_2 = 0.02, v_2 = 8 \text{ m/s}$$

แทนค่า
$$a_{ave} = \frac{(8 - 10) \text{ m/s}}{(0.02 - 0) \text{ s}} = - \frac{2 \text{ m/s}}{0.02 \text{ s}} = -100 \text{ m/s}^2$$

การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว

- ตัวอย่าง : คือวัตถุตกอย่างอิสระในแนวตั้งและการห้ามล้อรถยนต์
- การเคลื่อนที่บางอย่างที่มีความเร่งไม่คงตัว อาจถือได้ว่ามีความเร่งคงตัวโดยมีค่าความเร่งเท่ากับความเร่งเฉลี่ย

$$\bar{\mathbf{a}} = \bar{\mathbf{a}}_{\text{ave}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

สมการของการเคลื่อนที่

$$1. v = v_0 + at$$

$$2. x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$3. v^2 = v_0^2 + 2ax$$

เมื่อ v = ความเร็ว ณ เวลาใด

ๆ v_0 = ความเร็วต้น

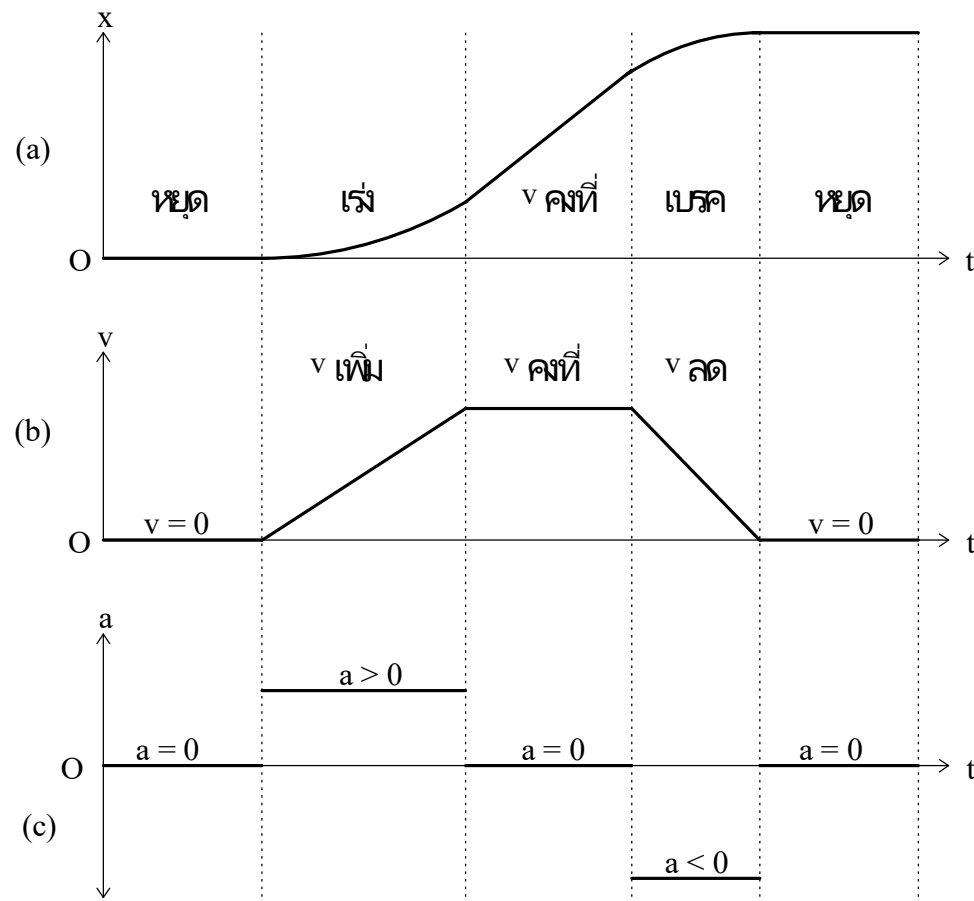
t = เวลาในการเคลื่อนที่

a = ความเร่ง

x = การกระจัด

กราฟความสัมพันธ์ของปริมาณการเคลื่อนที่

กราฟการเคลื่อนที่ของรถที่มีความเร่งในลักษณะต่าง ๆ



ตัวอย่างที่ 1.4 เรือลำหนึ่งแล่นในแนวเส้นตรงและเพิ่มอัตราเร็วจาก 20 เมตร/วินาที เป็น 30 เมตร/วินาที ภายในระยะทาง 200 เมตร จงหา
ก) ขนาดของความเร่ง ข) เวลาที่เรือเร็วใช้ในการเพิ่มอัตราเร็ว

วิธีทำ ก) หาขนาดของความเร่ง

$$\text{จาก } v^2 = v_0^2 + 2ax$$

$$\text{ในที่นี้ } v = 30 \text{ m/s} , v_0 = 20 \text{ m/s} , x = 200 \text{ m}$$

$$\text{แทนค่า } (30 \text{ m/s})^2 = (20 \text{ m/s})^2 + 2a(200 \text{ m})$$

$$900 \text{ m}^2 / \text{s}^2 = 400 \text{ m}^2 / \text{s}^2 + 400a \text{ m}$$

$$a = \frac{500m^2 / s^2}{400m}$$
$$= 1.25 \text{ m/s}^2$$

วิธีทำ ข) หาเวลาที่เรือใช้

จาก $v = v_0 + at$

ในที่นี้ $v = 30 \text{ m/s}$, $v_0 = 20 \text{ m/s}$, $a = 1.25 \text{ m/s}^2$

แทนค่า $\therefore t = \frac{10m/s}{1.25m/s^2}$

$$= 8 \text{ s}$$

วัตถุตกอย่างอิสระ

- เป็นการเคลื่อนที่ในแนวตั้งด้วยความเร่งคงตัวเท่ากับความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก (g)
- ความเร่ง g มีค่าเท่ากับ 9.8 m/s^2 มีทิศทางเข้าสู่จุดศูนย์กลางโลก
- สมการของการเคลื่อนที่จะมีลักษณะเช่นเดียวกับการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง

$$v_y = v_{y0} + gt$$

$$y = v_{y0}t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y^2 = v_{y0}^2 + 2gy$$

เมื่อ y คือการกระจัดในแนวตั้ง

ตัวอย่างที่ 1.5 ขณะที่นักกระโดดร่มคนหนึ่งซึ่งกำลังเคลื่อนที่ลงสู่พื้นดินด้วยอัตราเร็ว 10 เมตร/วินาที ทำก้มลงหลุดมือจากระยะที่สูงจากพื้นดิน 50 เมตร จงหา

ก) เวลาที่ก้มลงหล่นถึงพื้นดิน

ข) ความเร็วขณะที่ก้มลงกระทบพื้น กำหนดให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$

วิธีทำ ก) จาก $y = v_{y0}t + \frac{1}{2}gt^2$

ถ้าคิดทิศลงเป็น (+) จะได้ $y = 50 \text{ m} , v_{y0} = 10 \text{ m/s} , g = 10 \text{ m/s}^2$

แทนค่า $50\text{m} = (10\text{m/s})(t) + \frac{1}{2}(10)t^2$

$$50\text{m} = 10t + 5t^2$$

$$t^2 + 2t - 10 = 0$$

จากรากของสมการ quadratic $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

จะได้ $t = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{44}}{2}$

$$= \frac{-2 \pm 6.6}{2} = \frac{4.6}{2} = 2.3s \quad \text{ใช้เฉพาะค่าบวก}$$

ข) หาคความเร็วเมื่อกระทบพื้น

จาก $v = v_{y0} + gt$

แทนค่า $v = 10m/s + (10m/s^2)(2.3s)$

$$= 33 \text{ m/s}$$

แบบฝึกหัด

1. ปล่อยลูกบอลกระทบพื้นจากที่สูง 5 เมตร ถ้าลูกบอลกระดอนกลับด้วยความเร็วครึ่งหนึ่งของที่ตกกระทบ จงหาความสูงที่ลูกบอลกระดอนกลับ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
2. อนุภาคที่ 1 ถูกปล่อยลงมาจากหน้าผาสูง h เหนือพื้นราบ อีก 1 วินาทีต่อมา อนุภาคที่ 2 ถูกปล่อยลงมาจากหน้าผานั้นเช่นกัน เมื่ออนุภาคตกถึงพื้นราบ อนุภาคที่ 2 ยังอยู่เหนือพื้นราบ 20 เมตร จงหาความสูง h
3. ถ้าขว้างก้อนหินก้อนหนึ่งขึ้นในแนวตั้งจากยอดตึก ซึ่งสูง 50 เมตร ด้วยความเร็วต้น 20 เมตร/วินาที จงหา
 - ก. เวลาและตำแหน่งที่ก้อนหินขึ้นถึงจุดสูงสุด
 - ข. เวลาและความเร็วของก้อนหิน ณ จุดที่ขว้าง
 - ค. ความเร็วและตำแหน่งของก้อนหินเมื่อเวลาผ่านไป 5 วินาที

4. รถไฟขบวนหนึ่งยาว 400 เมตร เล่นบนรางตรงผ่านจุดตัดกับถนนด้วยอัตราเร็ว 82.4 กม./ชม. โดยคนขับได้ทำการเหยียบเบรกก่อนเข้าสู่จุดตัดและเมื่อรถเล่นผ่านจุดตัดจะมีความเร็ว 16.4 กม./ชม. ถ้าความเร่งของรถไฟมีค่าคงตัว จงหาเวลาที่รถเล่นผ่านจุดตัด
5. ผู้หญิงคนหนึ่งตกจากตึกชั้น 17 เป็นระยะ 44 เมตร เข้าชนกับกล่องระบายความร้อนของตึกทำให้กล่องนั้นยุบตัวเป็นระยะ 46 เซนติเมตร โดยที่เธอบาดเจ็บเพียงเล็กน้อย ถ้าไม่คิดแรงต้านของอากาศ จงหา
- ก. ความเร็วที่เธอตกกระทบกล่องระบายความร้อน
 - ข. ความเร่งในขณะที่เธอกระทบกล่อง
 - ค. เวลาที่เธอติดอยู่กับกล่อง

6. อนุภาคแอลฟา (นิวเคลียสของธาตุฮีเลียม) เคลื่อนที่ไปตามท่อนำส่ง อนุภาคตรงยาว 2.0 เมตร ในเครื่องเร่งอนุภาค
- (a) ถ้าอนุภาคเข้าท่อนำส่งด้วยอัตราเร็ว 1.0×10^4 เมตร/วินาที และ หลุดออกจากท่อด้วยอัตราเร็ว 5.0×10^6 เมตร/วินาที ถ้าสมมติให้ เป็นการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว คำนวณหาค่าความเร่งของ อนุภาค
- (b) อนุภาคใช้เวลานานเท่าใดในท่อนำส่ง
7. เมื่อไฟเขียวเปิด รถยนต์เคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว 2.2 เมตร/วินาที² ในขณะที่เดียวกันรถบรรทุกที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ 9.5 เมตร/วินาที แชนผ่านรถยนต์
- (a) จากจุดเริ่มต้นรถยนต์จะทันรถบรรทุกที่ระยะเท่าใด
- (b) ความเร็วของรถยนต์มีค่าเท่าใดที่จุดทันกันพอดี
- (c) เขียนกราฟ x และ t ของรถทั้งสอง

8 ถ้านักศึกษาขับรถบนถนนไฮเวย์ จากกรุงเทพมหานคร ถึงนครราชสีมา ในช่วงครึ่งเวลาแรกนักศึกษาเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 56.3 กิโลเมตร/ชั่วโมง ครึ่งเวลาหลัง 88.5 กิโลเมตร/ชั่วโมง ในช่วงขากลับ นักศึกษาเคลื่อนที่ครึ่งระยะทางแรกด้วยอัตราเร็ว 56.3 กิโลเมตร/ชั่วโมง ครึ่งระยะทางหลัง 88.5 กิโลเมตร/ชั่วโมง นักศึกษามีอัตราเร็วเฉลี่ยเท่าใด ในช่วง

- (a) จาก กรุงเทพมหานคร ถึง นครราชสีมา
- (b) จาก นครราชสีมา ถึง กรุงเทพมหานคร
- (c) ทั้งไปและกลับ

9. อนุภาคเคลื่อนที่ในแกน x ตามสมการ $x=50t + 10t^2$ โดย x มีหน่วยเป็นเมตร t เป็นวินาที จงคำนวณ

- (a) ความเร็วเฉลี่ยของอนุภาคช่วง 3 วินาทีแรก
- (b) ความเร็วของอนุภาคมี $t = 3$ วินาที
- (c) ความเร่งของอนุภาคมี $t = 3$ วินาที

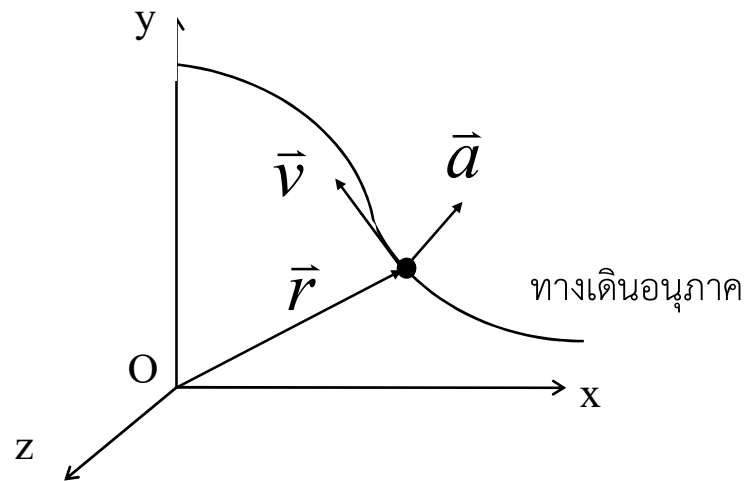
10. รถกระบะอีซูซุหนัก M kg ขับมาด้วยความเร็วคงที่ v_i m/s มีสุนัขวิ่งตัดหน้าคนขับเลยแตะเบรคทำให้ล้อยุดหมุนทันที
- ก. หากค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ระหว่างยางรถกับผิวถนนเป็น μ_k รถจะไถลไปเป็นระยะทางเท่าไรก่อนหยุดนิ่ง
 - ข. หากรถกระบะบรรทุกทุเรียนจนหนักเป็นสองเท่าของน้ำหนักเดิม รถจะไถลไปเป็นระยะทางเท่าไร
 - ค. หากรถวิ่งมาด้วยความเร็วที่ช้าลงครึ่งหนึ่ง รถจะไถลไปเป็นระยะทางเท่าไร

การเคลื่อนที่ในสองมิติและสามมิติ

- การเคลื่อนที่ของวัตถุหรืออนุภาคโดยทั่วไปจะเป็นการเคลื่อนที่ในสามมิติ แต่การเคลื่อนที่ของวัตถุที่เราพบเห็นในชีวิตประจำวันจะเห็นเป็นเสมือนการเคลื่อนที่ในสองมิติ เช่น การเคลื่อนที่ของลูกเทนนิส และการเคลื่อนที่ของลูกกระสุนปืนใหญ่ เป็นต้น
- เราสามารถใช้ความรู้ด้านแคลคูลัสของเวกเตอร์ (vector calculus) เพื่ออธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุในสามมิติได้โดยสะดวก โดยใช้กำหนดคำนิยามของปริมาณการเคลื่อนที่ต่าง ๆ เช่น การกระจัด ความเร็ว ความเร่ง เป็นต้น

เวกเตอร์บอกตำแหน่ง (*position vector*)

เป็นปริมาณที่กำหนดตำแหน่งของวัตถุ ณ เวลาใด ๆ

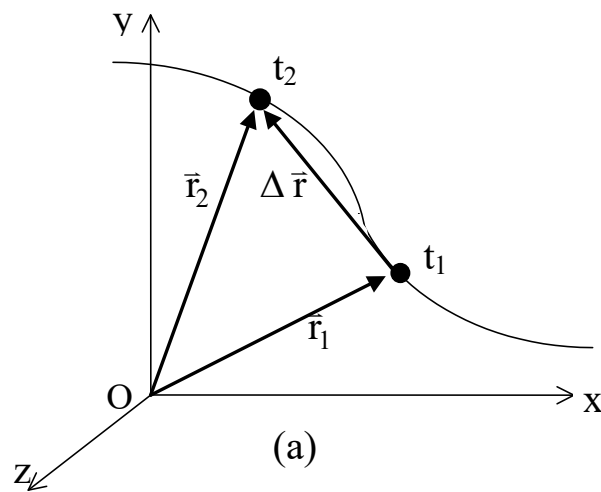


ในระบบพิกัดฉาก (rectangular coordinate) $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

:

การกระจัด (displacement)

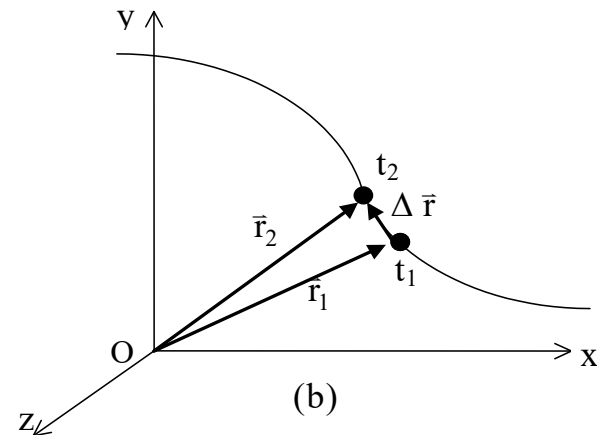
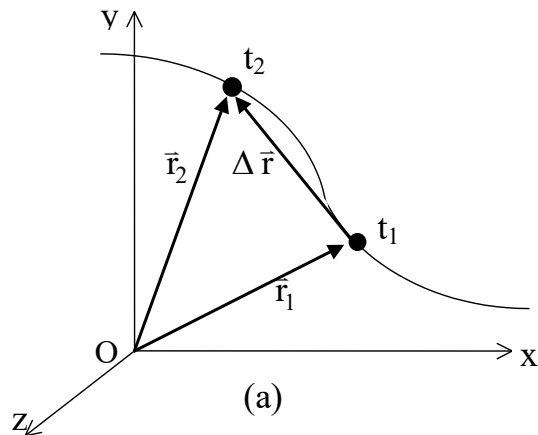
เป็นปริมาณที่บอกถึงความแตกต่างของตำแหน่งวัตถุระหว่างจุด 2 จุดใดๆ



$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

ความเร็ว (velocity)

คืออัตราส่วนของการกระจัดต่อช่วงเวลาของการเคลื่อนที่



ความเร็วเฉลี่ย :

$$v_{ave} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

ความเร็ว बदคล : $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

เวกเตอร์องค์ประกอบของความเร็ว

เป็นองค์ประกอบของความเร็วในแนวแกน X, Y และ Z

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt} (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$$

$$= \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

= ความชันของกราฟ ระหว่างการกระจัดและเวลา

องค์ประกอบของความเร็วในแนวแกน X, Y และ Z :

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

ความเร่ง (acceleration)

คืออัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วต่อหนึ่งหน่วยเวลา

$$\text{ความเร่งเฉลี่ย : } a_{ave} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

$$\text{ความเร่ง बदดล : } \vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d \vec{v}}{d t}$$

= ความชันของกราฟระหว่างความเร็วและเวลา

องค์ประกอบของความเร่งในแนวแกน X, Y และ Z :

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} , \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} , \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

แบบฝึกทักษะ จากสมการการเคลื่อนที่ต่อไปนี้ จงคำนวณหา

$$r(t) = 6t^2i - 3tj + 2t^3k$$

1. ตำแหน่งของวัตถุที่เวลา 0, 2, 4 วินาที
2. ความเร็วที่เวลา 0, 2, 4 วินาที
3. ความเร่งที่เวลา 0, 2, 4 วินาที

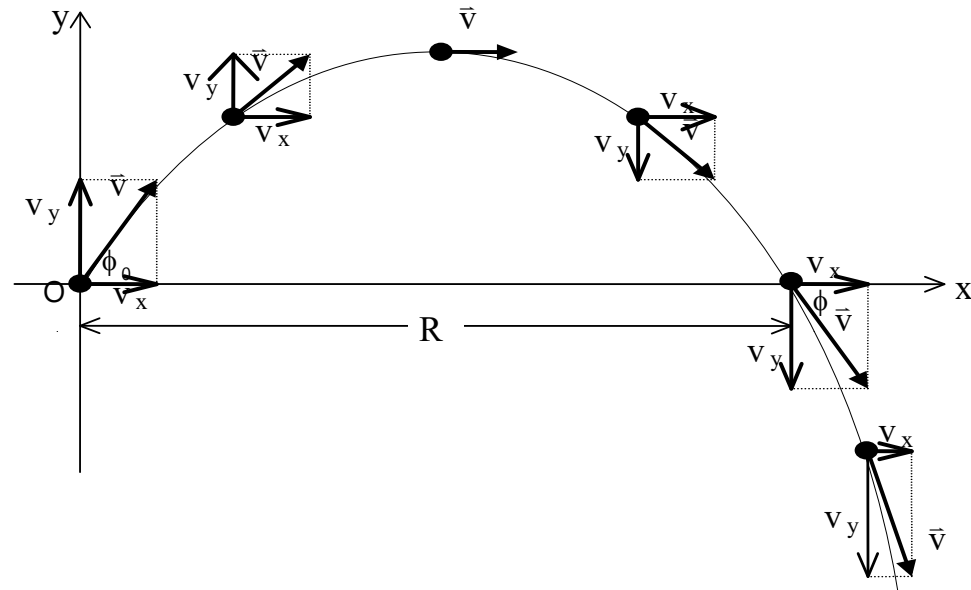
เฉลย

1. 0 , $24i-6j+16k$, $96i-12j+128k$
2. $-3j$, $24i-3j+24k$, $48i-3j+96k$
3. $12i$, $12i+24k$, $12i+48k$

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

เป็นการเคลื่อนที่ในสองมิติหรือบนระนาบที่ความเร่งในแนวดิ่งและความเร็ว

ในแนวราบมีค่าคงตัว



ถ้าเมื่อ $t = 0$, วัตถุมีความเร็วต้น

\vec{v}_0 ที่ทำมุมกับแนวราบ ϕ_0

ความเร็วต้นในแนวราบ :

$$v_{x0} = v_0 \cos \phi_0$$

ความเร็วต้นในแนวดิ่ง :

$$v_{y0} = v_0 \sin \phi_0$$

การเคลื่อนที่ในแนวราบ

$$\text{ความเร็ว : } v_x = v_{x0} + a_x t = v_0 \cos \phi_0$$

$$\text{การกระจัด : } x = (v_0 \cos \phi_0) t$$

การเคลื่อนที่ในแนวตั้ง

$$\text{ความเร็ว : } v_y = v_{y0} + a_y t = v_0 \sin \phi_0 - gt$$

$$\text{การกระจัด : } y = (v_0 \sin \phi_0) t - \frac{1}{2} gt^2$$

ความสัมพันธ์ของการกระจัด

หาค่าได้จากสมการของการกระจัดในแนวราบและแนวดิ่งซึ่งจะอยู่ในรูปของสมการพาราโบลา

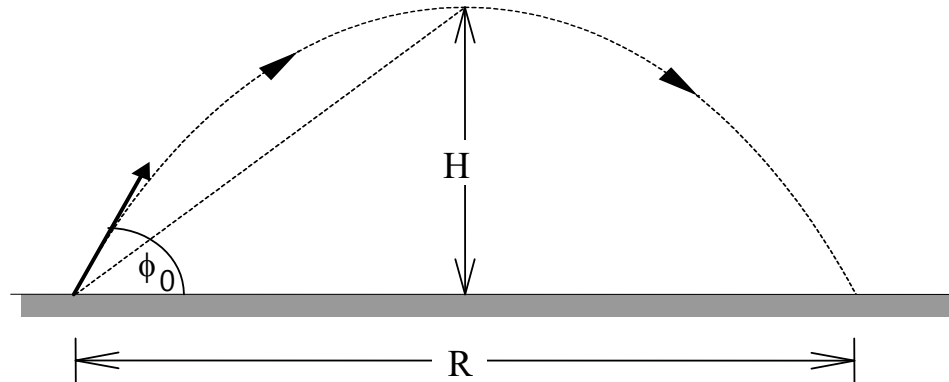
$$y(x) = (\tan \phi_0) x - \frac{g}{2(v_0 \cos \phi_0)^2} x^2$$

พิสัย (range)

คือระยะในแนวราบจากจุดยิงถึงจุดตก ซึ่งหาค่าได้โดยอาศัยสมการความสัมพันธ์ของการกระจัด เมื่อ $y = 0$

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\phi_0$$

อัตราส่วนความสูงที่สุด (H) ต่อพิสัย (R)

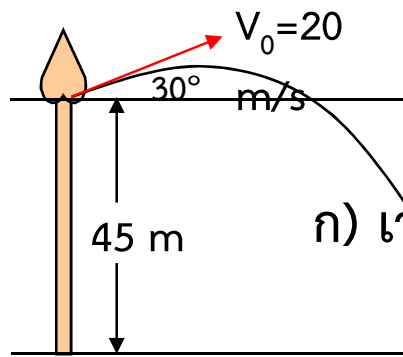


ถ้ามุมยิงของโพรเจกไทล์วัดจากแนวราบเป็น ϕ_0 ดังรูป

อัตราส่วนระยะสูงสุดต่อพิสัยจะมีค่าเป็น

$$\frac{H}{R} = \frac{1}{4} \tan \phi_0$$

ตัวอย่างที่ 1.6 ถ้านักศึกษาคนหนึ่งซึ่งยืนอยู่บนหอสูง ทำการขว้างก้อน



หินขึ้นไปในอากาศโดยทำมุม 30° กับแนวระดับ และด้วย

อัตราเร็ว 20 เมตร/วินาที ถ้าหอสูง 45 เมตร $g=10 \text{ m/s}^2$

ก) เวลาที่ก้อนหินลอยอยู่ในอากาศก่อนตกลงสู่พื้น

ข) ความเร็วที่ก้อนหินกระทบพื้น

วิธีทำ ถ้ากำหนดทิศทางขึ้นเป็นบวกจะได้ ความเร็วต้น :

แนวราบ $v_{x0} = v_0 \cos 30^\circ = (20 \text{ m/s}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = +17.3 \text{ m/s}$

แนวตั้ง $v_{y0} = v_0 \sin 30^\circ = (20 \text{ m/s}) \left(\frac{1}{2} \right) = +10 \text{ m/s}$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง : จาก $y = v_{y0}t + \frac{1}{2}gt^2$

ในที่นี้ $y = -45m$, $v_{y0} = 10m/s$, $g = -10m/s^2$

แทนค่า $-45m = (10m/s)t - \frac{1}{2}(10m/s^2)t^2$

$$t^2 - 2t - 9.0 = 0$$

$$t = \frac{+2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-9)}}{2(1)}$$

$$= \frac{+2 \pm \sqrt{40}}{2} = \frac{+2 \pm 6.3}{2} = \frac{8.3}{2} = 4.2s \quad \text{ใช้เฉพาะค่าบวก}$$

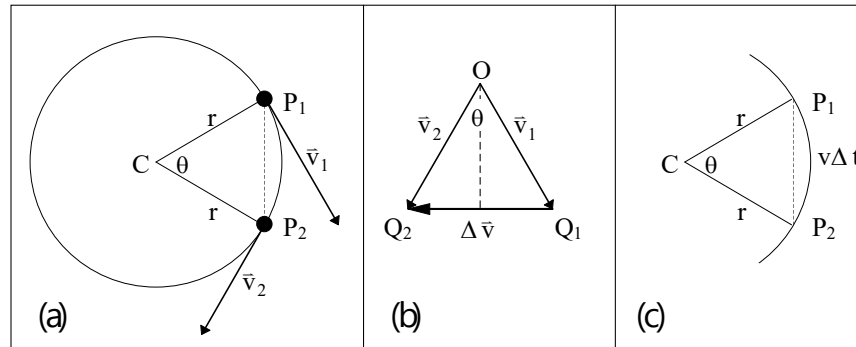
หาความเร็วกระทบพื้น : จาก $v_y = v_{y0} + gt$

แทนค่า $v_y = 10m/s - (10m/s^2)(4.2s) = -32m/s$

ดังนั้น $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(17.3)^2 + (32)^2} = \sqrt{1323.3} = 36.4m/s$

การเคลื่อนที่แบบวงกลมด้วยอัตราเร็วคงตัว

เป็นการเคลื่อนที่บนระนาบที่มีขนาดของความเร็วและความเร่งคงตัว แต่มีทิศทางเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา เช่น การโคจรของดาวเทียมรอบโลก



ถ้าวัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี r ด้วยความเร็ว v จะได้ความเร่งเฉลี่ย

$$\vec{a}_{ave} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{2v \sin(\theta/2)}{r \theta / v} = \frac{v^2 \sin(\theta/2)}{r \theta/2}$$

เมื่อ $\Delta t \rightarrow 0$, $\sin \theta/2 \rightarrow \theta/2$ ดังนั้น $\vec{a}_{ave} = \frac{v^2}{r}$

การเคลื่อนที่ตามแนวเส้นโค้ง

- เป็นการเคลื่อนที่ที่ความเร็วเปลี่ยนทั้งขนาดและทิศทาง เช่น รถยนต์เลี้ยวโค้ง
- วัตถุจะมีความเร่งทั้งในแนวสู่ศูนย์กลาง (a_C) และความเร่งในแนวเส้นสัมผัสทางเดิน (a_T)

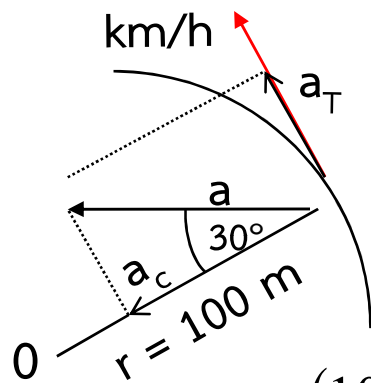
ความเร่ง:
$$a = \sqrt{a_T^2 + a_C^2}$$

เมื่อ
$$\vec{a}_C = \frac{v^2}{r}$$

ตัวอย่างที่ 1.7 รถยนต์คันหนึ่งวิ่งไปบนถนนโค้งที่มีรัศมีความโค้ง 100 เมตร ด้วยอัตราเร็ว 36 กิโลเมตร/ชม. ทำให้มีความเร่งทำมุมกับแนวเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 30°

° จงหาความเร่งตั้งกล่าวและความเร่งในแนวเส้นสัมผัส

$$v = 36$$



วิธีทำ

$$a_c = a \cos 30^\circ \Rightarrow a = \frac{a_c}{\cos 30^\circ} = \frac{v^2}{r \cos 30^\circ}$$

ในที่นี้

$$v = \frac{(36 \text{ km/h})(10^3 \text{ m/km})}{3600 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}, \quad r = 100 \text{ m}$$

แทนค่า $a = \frac{(10 \text{ m/s})^2}{(100 \text{ m})\sqrt{3}/2} = 1.15 \text{ m/s}^2, \quad a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(10 \text{ m/s})^2}{100 \text{ m}} = 1 \text{ m/s}^2$

จาก

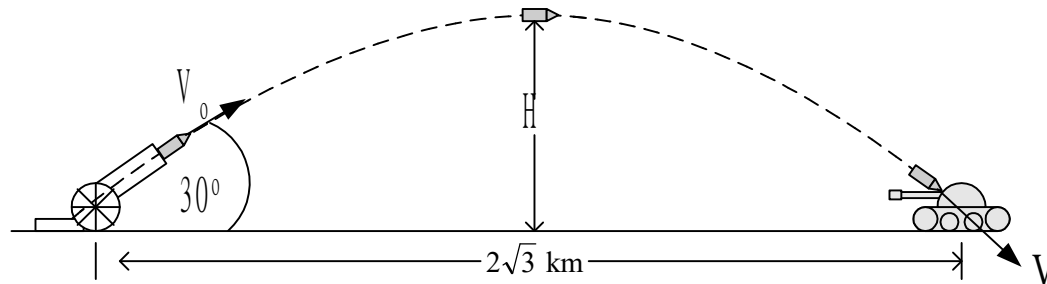
$$a = \sqrt{a_T^2 + a_c^2} \Rightarrow a_T = \sqrt{a^2 - a_c^2}$$

แทนค่า

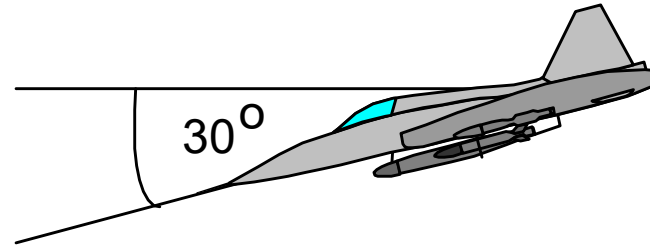
$$a_T = \sqrt{(1.15)^2 - \frac{(10 \text{ m/s})^2}{100 \text{ m}}} = \sqrt{1.33 - 1} = \sqrt{0.33} = 0.57 \text{ m/s}^2$$

แบบฝึกหัด

1. ในการฝึกภาคสนามของนักศึกษาวิชาทหาร (นศท.) ครั้งหนึ่งเป็นการฝึกยิงปืนใหญ่
ปรากฏว่า นศท. ต้องยกลำกล้องปืนให้ทำมุมกับแนวระดับเป็นมุม 30° ลูกกระสุนจึง
ตกกระทบบเป้าซึ่งอยู่ในระดับเดียวกันกับปืนและห่างจากปืนเป็นระยะ $2\sqrt{3}$ กิโลเมตร
ดังรูป ถ้า $g = 10$ เมตร/วินาที² จงหา
- ก) ความเร็วต้นของลูกกระสุนปืนใหญ่ ที่ทำให้กระสุนตกกระทบบเป้าพอดี
 - ข) ระยะสูงสุด (H) ของลูกกระสุนปืนใหญ่ในการยิงครั้งนี้
 - ค) ความเร็ว (V) และทิศทางของลูกกระสุนขณะกระทบบเป้า



2. เครื่องบินทิ้งระเบิดบินลงทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ แล้วทิ้งระเบิดขณะอยู่สูงจากพื้น 465 m ลูกระเบิดกระทบพื้นดินในเวลา 3 s จงหาความเร็วเครื่องบินขณะทิ้งลูกระเบิด ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



3. ปืนใหญ่กระบอกหนึ่งตั้งอยู่ในทุ่งราบ ยิงไปยังเป้าซึ่งอยู่ในแนวราบระดับเดียวกันและอยู่ห่างจากจุดที่ตั้งปืนใหญ่ 2 กิโลเมตร ลูกปืนออกจากกระบอกปืนด้วยความเร็วต้น 200 เมตร/วินาที ไม่คิดแรงเสียดทานจากอากาศ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

4. ในการแข่งขันกระโดดน้ำในประเภทกระดานกระโดดสูง 10 เมตร ปรากฏว่านักกระโดดน้ำทำมุม 30 องศาับแนวระดับด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาที จงหาเวลาที่เขาลอยตัวอยู่ในอากาศและความเร็วที่เขากระทบน้ำ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
5. ก้อนหินถูกขว้างในแนวราบจากยอดตึกซึ่งสูง 20 เมตรเหนือพื้นดิน ก้อนหินตกถึงพื้นดินซึ่งอยู่ห่างตึกออกไป 45 เมตร ความเร็วต้นของก้อนหินเป็นเท่าใด ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
6. ทหารไทยทำการยิงปืนใหญ่จากเชิงเขาไปยังเป้าหมายที่อยู่บนเนินเขาที่เอียงทำมุม 30 องศาับแนวระดับถ้ากระบอกปืนเอียงทำมุม 60 องศาับแนวระดับ และความเร็วต้นของกระสุนเป็น 9 เมตร/วินาที จงหาว่าเป้าอยู่ห่างจากเชิงเขาเท่าไร

7. เด็กคนหนึ่งขว้างก้อนหินขึ้นตรง ๆ ในแนวตั้งได้ระยะสูงสุดเป็น H ถ้าเด็กคนเดียวขว้างก้อนหินไปในแนวระดับด้วยความเร็วต้นเท่าเดิม จะได้ระยะไกลสุดเท่าใด
8. ในการแข่งขันกีฬากระโดดไกล ปรากฏว่านักกีฬาที่ชนะเลิศ ใช้ความเร็วต้น 11 เมตร/วินาที และกระโดดทำมุม 20 องศาับแนวระดับ จงหาระยะทางในแนวราบและระยะสูงสุดที่เขากระโดดได้
9. นักยิงธนูต้องการจุดคบเพลิงด้วยการยิงธนูเพลิงไปยังกระถางคบเพลิงที่อยู่ห่างออกไปตามแนวราบ 60 เมตร และกระถางคบเพลิงสูง 24 เมตร ถ้าไม่คิดแรงต้านของอากาศ จงหามุมที่นักยิงธนูต้องยิงลูกธนู (วัดเทียบกับแนวราบ) เพื่อให้ลูกธนูไปถึงกระถางคบเพลิงในตำแหน่งสูงสุดของวิถีของลูกธนู

10. จงหาความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางความเร่งในแนวเส้นสัมผัสและความเร่งรวมของรถยนต์ที่มีการเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 10 เมตร/วินาที บนถนนวงกลมที่มีรัศมี 500 เมตร
11. ดาวเทียมโคจรรอบโลกเป็นวงกลมรัศมี 640 กิโลเมตร เหนือ ผิวโลก เวลาในการโคจรครบหนึ่งรอบ 98.0 นาที จงหา
- (a) อัตราเร็วของดาวเทียม
 - (b) ความเร่งเข้าสู่จุดศูนย์กลางที่วงโคจร (free-fall acceleration)