

หน่วย ปริมาณทางฟิสิกส์ และ เวกเตอร์

อาจารย์ ดร.ภัทรวิจิ ยะสะกะ

หน่วยวัด

- ระบบอังกฤษ
- ระบบสากลระหว่างชาติ (**SI**)
- ระบบเมตริก (**CGS**)

ระบบหน่วย	เวลา	มวล	ความยาว	ความเร็ว
SI	วินาที	กิโลกรัม	เมตร	เมตร/วินาที
CGS	วินาที	กรัม	เซนติเมตร	เซนติเมตร/วินาที
อังกฤษ	วินาที	ปอนด์	ฟุต	ฟุต/วินาที

หน่วยวัด

หน่วย SI แบ่งเป็น หน่วยฐาน และ หน่วยอนุพันธ์
หน่วยฐาน เป็นหน่วยของปริมาณฐานซึ่งมี 7 ปริมาณ ดังนี้

	ปริมาณฐาน	สัญลักษณ์	หน่วยฐาน
	ความยาว	m	เมตร
	มวล	kg	กิโลกรัม
	เวลา	s	วินาที
	อุณหภูมิทางเทอร์โมไดนามิกส์	K	เคลวิน
	กระแสไฟฟ้า	A	แอมแปร์
	ความเข้มแห่งการส่องสว่าง	cd	แคนเดลา
	ปริมาณสาร	mol	โมล

หน่วยวัด

หน่วยอนุพันธ์ คือ หน่วยที่มีหน่วยฐานหลายหน่วยมา
เกี่ยวเนื่องกัน เช่น

ความเร็ว มีหน่วย m/s

โมเมนตัม มีหน่วย kg.m/s

แรง มีหน่วย kg. m/s^2 หรือ นิวตัน, N

คำอุปสรรคในระบบ SI

- ถ้าค่าของหน่วยมูลฐานหรือหน่วยอนุพันธ์ มากหรือน้อยเกินไป การเขียนแบบธรรมดาจะยุ่งยาก เช่น
- ความเร็วแสงมีค่าประมาณ **300,000,000** เมตรต่อวินาที
- โดยการเปลี่ยนรูปแบบการเขียนจำนวนเป็นการเขียนในรูป **10** ยกกำลัง เช่น **10^5**
- เพื่อความสะดวกจึงใช้คำอุปสรรค (**prefix**) แทนค่า **10** ยกกำลังเหล่านั้น

คำอุปสรรคแทน **10** ยกกำลังเลขบวก

คำอุปสรรค	ความหมาย	สัญลักษณ์
exa-	10^{18}	E
peta-	10^{15}	P
tera-	10^{12}	T
giga-	10^9	G
mega-	10^6	M
kilo-	10^3	k
hecto-	10^2	H
deka-	10^1	Da

คำอุปสรรคแทน **10** ยกกำลังเลขลบ (ค่าน้อยกว่า 1)

คำอุปสรรค	ความหมาย	สัญลักษณ์
deci-	10^{-1}	D
centi-	10^{-2}	C
milli-	10^{-3}	m
micro-	10^{-6}	μ
nano-	10^{-9}	n
pico-	10^{-12}	p
femto-	10^{-15}	f
atto-	10^{-18}	a

ตัวอย่าง

$$300,000,000 \text{ เมตรต่อวินาที} = 3 \times 10^8 \text{ เมตรต่อวินาที}$$

$$60,000,000 \text{ g} = 60 \times 10^6 \text{ g}$$

$$= 60 \text{ Mg}$$

$$= 60,000 \times 10^3 \text{ g}$$

$$= 60,000 \text{ kg}$$

$$10 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$$

$$2 \text{ ms} = 2 \times 10^{-3} \text{ ms} = 0.002 \text{ s}$$

หน่วยวัด

สมการ $d = vt$

เมื่อ d คือ ระยะทาง V เป็นความเร็ว และ t คือ เวลา

ความสัมพันธ์

$$10 \text{ m} = (2 \text{ m/s}) (5 \text{ s})$$

******สมการที่ถูกต้อง หน่วยทางซ้ายต้องเทียบเท่ากับหน่วยทางขวา

$d = vt$  ความยาว = ความเร็ว x เวลา

หน่วยวัด

การเปลี่ยนหน่วย

- เปลี่ยนจาก หน่วยที่เล็ก ไปสู่ หน่วยที่ใหญ่กว่า

เช่น

เปลี่ยนจาก mm. ไปเป็น m.

เปลี่ยนจาก inch ไปเป็น m.

นำ **conversion factor** ไป **หาร**

หน่วยวัด

การเปลี่ยนหน่วย

ตัวอย่าง 1

ถ้าต้องการเปลี่ยน 2500 m ให้เป็น

km

จาก 1 km =

ดังนั้น

10^3 m

$$2500 \text{ m} = 2500/10^3$$

$$\text{km} = 2.5$$

km

หน่วยวัด

การเปลี่ยนหน่วย

ตัวอย่าง 2

ถ้าต้องการเปลี่ยน 254 cm ให้เป็น

inch

จาก 1 inch = 2.54

ดังนั้น

cm

$$254 \text{ cm} = 254/2.54$$

$$\text{inch} = 100$$

inch

หน่วยวัด

การเปลี่ยนหน่วย

- เปลี่ยนจาก หน่วยที่ใหญ่ ไปสู่ หน่วยที่เล็กกว่า

เช่น

เปลี่ยนจาก m. ไปเป็น mm.

เปลี่ยนจาก m. ไปเป็น inch

นำ **conversion factor** ไป คูณ

หน่วยวัด

การเปลี่ยนหน่วย

ตัวอย่าง 3

ถ้าต้องการเปลี่ยน 2.5 km ให้เป็น m

$$\begin{array}{l} \text{จาก} \quad 1 \text{ km} = \\ \text{ดังนั้น} \quad 10^3 \text{ m} \end{array}$$

$$2.5 \text{ km} = 2.5 \times 10^3$$

$$\text{m} = 2500$$

$$\text{m}$$

หน่วยวัด

การเปลี่ยนหน่วย

ตัวอย่าง 4

ถ้าต้องการเปลี่ยน 100 inch ให้เป็น

cm

จาก 1 inch = 2.54

ดังนั้น

cm

$$100 \text{ inch} = 100 * 2.54$$

$$\text{cm} = 254$$

cm

หน่วยวัด

การเปลี่ยนหน่วย

การหา conversion

factor

ถ้าต้องการเปลี่ยนชั่วโมง, h เป็นวินาที, s

$$1 \text{ h} = 60$$

min

และ



$$1 \text{ min} = 60$$

s

$$1 \text{ h} = 60 * 60 = 3600 \text{ s}$$

หน่วยวัด

การเปลี่ยนหน่วย

ถ้าต้องการเปลี่ยน km/h เป็น

จาก $1 \frac{\text{m/s}}{\text{km}} =$ และ $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$
 10^3 m

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} \begin{matrix} \xrightarrow{\quad} \\ = \\ \xrightarrow{\quad} \end{matrix} \frac{10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{5}{18} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

หน่วยวัด

การเปลี่ยนหน่วย

ถ้าต้องการเปลี่ยน km/h เป็น m/s ให้เอา $5/18$

ไป คูณ

ถ้าต้องการเปลี่ยน m/s เป็น km/h ให้เอา $5/18$

ไป หาร

ตัวอย่าง 5 จงเปลี่ยนอัตราเร็ว 36 ไมล์/ชั่วโมงให้เป็นเมตร/วินาที เมื่อ 1 ไมล์ = 1.6 km

วิธีทำ

$$1 \text{ ไมล์} = 1.6 \text{ km} = 1600$$

$$\text{m} \quad 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

$$1 \frac{mi}{h} \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{red}} \\ = \\ \xrightarrow{\text{red}} \end{array} \frac{1600 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{4}{9} \text{ m/s}$$

$$36 \text{ mi/h} = 36 \times \frac{4}{9} \text{ m/s}$$

$$= \text{16 m/s}$$

ตัวอย่างที่ 6 ถังบรรจุน้ำมันรถยนต์ มีน้ำมันในถัง 10 ลิตร สถานีบริการน้ำมันเติมน้ำมันด้วยอัตรา 5 ลิตร/นาที ถ้าเติมน้ำมันเป็นเวลา 96 วินาที จะมีน้ำมันภายในถังทั้งหมดเท่าไร

วิธีทำ

ปริมาณน้ำมันทั้งหมด = มีอยู่เดิม + ที่

$$\begin{array}{l} \text{มีอยู่เดิม} = 10 \\ \text{ลิตร} \end{array}$$

$$5 \frac{L}{\text{min}} = 5 \frac{L}{60 s} = 0.083 \frac{L}{s}$$

ดังนั้น ถ้าเติมน้ำมันเป็นเวลา 96
วินาที

จะได้น้ำมัน $96 \text{ s} \times 0.083 \frac{\text{L}}{\text{s}} = 8 \text{ L}$

ปริมาณน้ำมันทั้งหมด = มีอยู่เดิม + ที่
เติม
 $= 10 + 8 \text{ L} = 18 \text{ L}$

ตอบ

กิจกรรม จงเปลี่ยนหน่วยเหล่านี้ให้ถูกต้อง

$$1) \quad 1 \text{ km} = \text{mm}$$

$$2) \quad 1.5 \text{ nm} = \mu\text{m}$$

$$3) \quad 2.7 \text{ m}^3 = \text{mm}^3$$

$$4) \quad 1.45 \text{ kN} = \text{mN}$$

$$5) \quad 1.4 \text{ MHz} = \text{kHz}$$

เวกเตอร์

ปริมาณต่างๆในวิชาฟิสิกส์แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

ปริมาณสเกลาร์

ปริมาณที่ระบุเพียงขนาดและ
หน่วย ก็ได้ความสมบูรณ์ เช่น
มวล (kg) พื้นที่ (m²)
ความถี่ (Hz) เวลา (s)
อุณหภูมิ (K) เป็นต้น

การคำนวณให้ใช้พีชคณิต

ปริมาณ

ปริมาณที่ระบุทั้งขนาด
และ ทิศทาง จึงได้ความ
สมบูรณ์ เช่น
การกระจัด ความเร็ว
ความเร่ง แรง เป็นต้น

การคำนวณให้ใช้เรขาคณิต

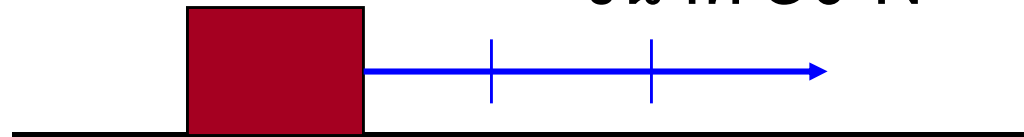
เวกเตอร์

ปริมาณเวกเตอร์ โดยทั่วไปเขียนด้วยลูกศรที่มีความยาวเท่ากับขนาดของเวกเตอร์ และมีทิศเดียวกับเวกเตอร์ บนลูกศรจะมีอักษรย่อกำกับว่าเป็นเวกเตอร์ของปริมาณใด

เช่น

มีแรง $\vec{F}$ ขนาด 30 N กระทำต่อวัตถุทิศ

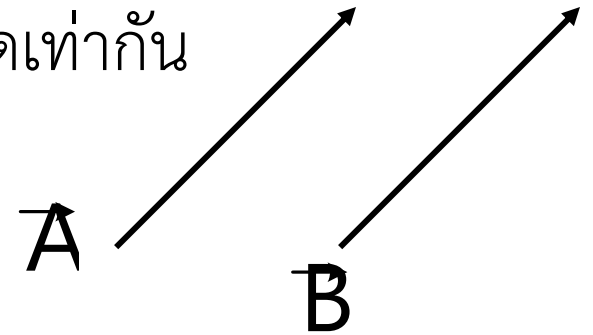
ขวา $\vec{F}$ ขนาด 30 N



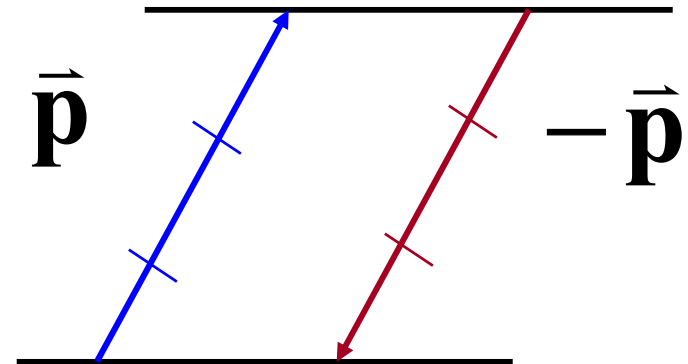
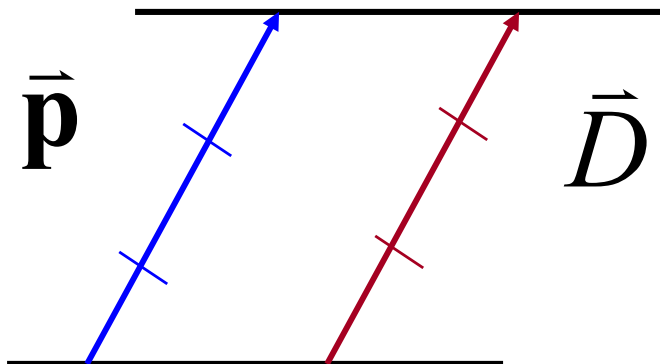
คุณสมบัติของเวกเตอร์

- การเท่ากันของเวกเตอร์

- ถ้า $\vec{A} = \vec{B}$ แสดงว่าเวกเตอร์ทั้งสองมีขนาดเท่ากัน
และทิศทางเดียวกัน



- ถ้า $\vec{A} = -\vec{B}$ แสดงว่าเวกเตอร์ทั้งสองมีขนาดเท่ากัน
แต่ทิศทางตรงกันข้ามกัน



เวกเตอร์

ขนาดของเวกเตอร์

สัญลักษณ์



$|\vec{s}|, |\vec{v}|, |\vec{F}|, |\vec{p}|$

หรือ

s, v, F, P

เวกเตอร์

การบวกเวกเตอร์

การบวกเวกเตอร์ทำได้ 2 วิธี คือ การบวก
เวกเตอร์โดย วิธีเขียนรูป และ การ
บวกเวกเตอร์โดย วิธีคำนวณ

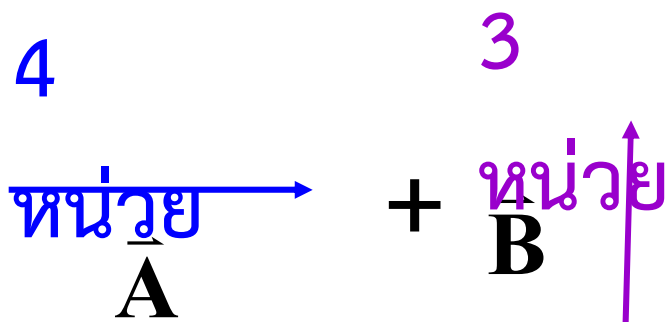
เวกเตอร์

การบวกเวกเตอร์โดยวิธีเขียนรูป

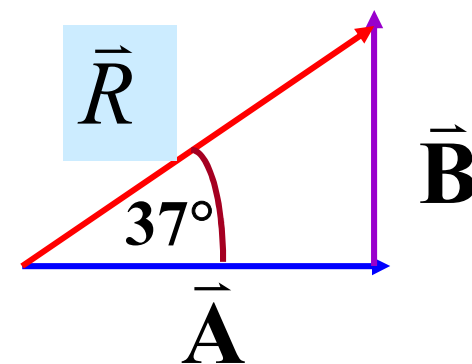
ทำได้โดยนำเวกเตอร์ที่จะบวกมาต่อกันให้หัว
ลูกศรเรียงตามกัน โดยผลรวมหรือ **เวกเตอร์ลัพธ์** คือ
เวกเตอร์ที่ลากจากหางลูกศรของเวกเตอร์แรกไปยังหัว
ลูกศรของเวกเตอร์สุดท้าย

เวกเตอร์

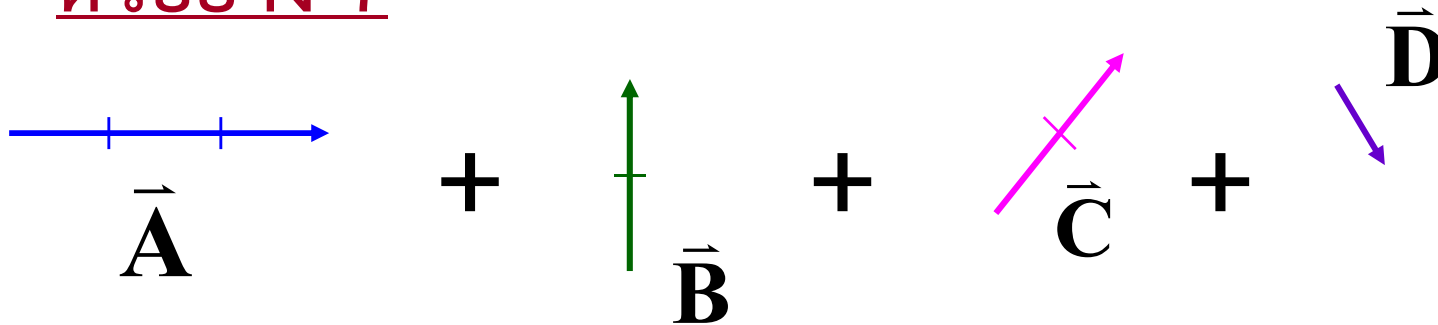
การบวกเวกเตอร์โดยวิธีเขียนรูป



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

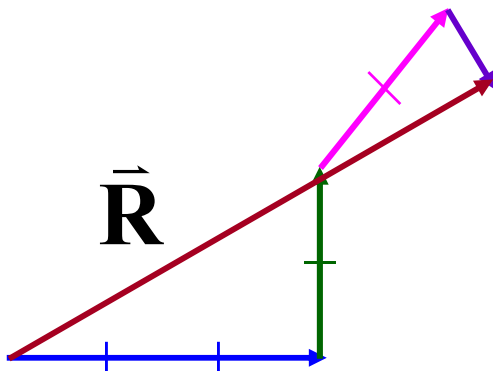


ตัวอย่าง 7



$A = 3$ หน่วย , $B = 2$ หน่วย
 $C = 2$ หน่วย , $D = 1$ หน่วย

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$



จากการวัดเวกเตอร์

มีขนาด 6 หน่วย

ทำมุม 23° กับ A

$\vec{R}$

เวกเตอร์

คุณสมบัติการบวกของเวกเตอร์

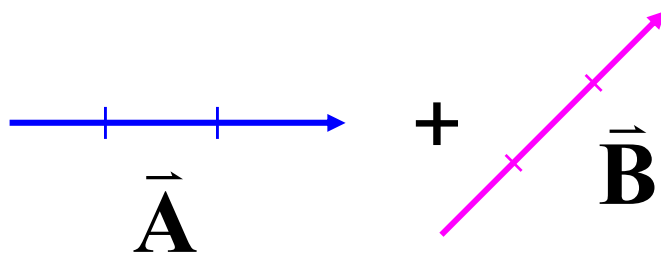
กฎการสลับที่

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A} = \vec{R}$$

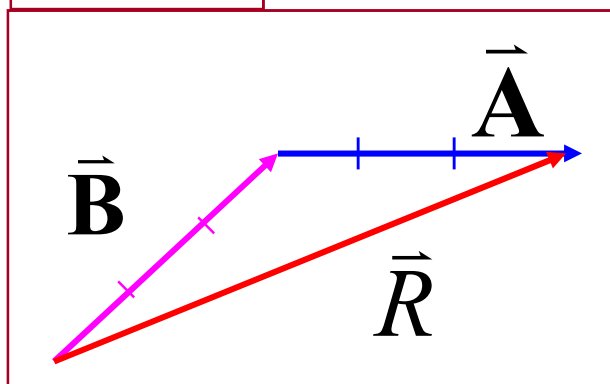
กฎการเปลี่ยนกลุ่ม

$$\vec{R} = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$

กฎการสลับที่



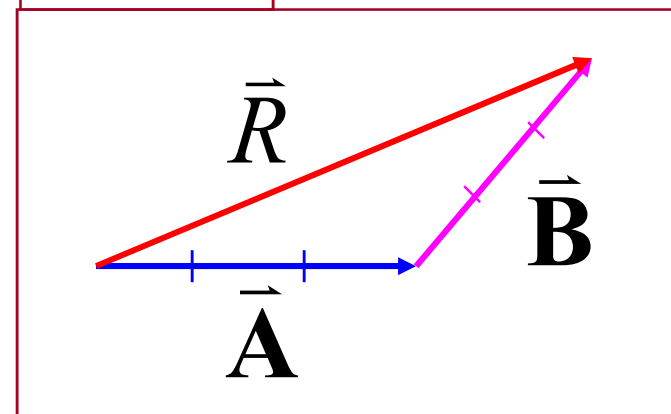
$$\vec{B} + \vec{A}$$



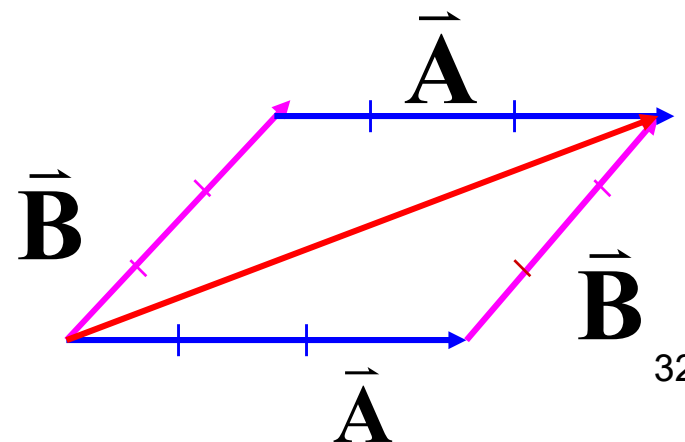
ถ้า
ยก



$$\vec{A} + \vec{B}$$

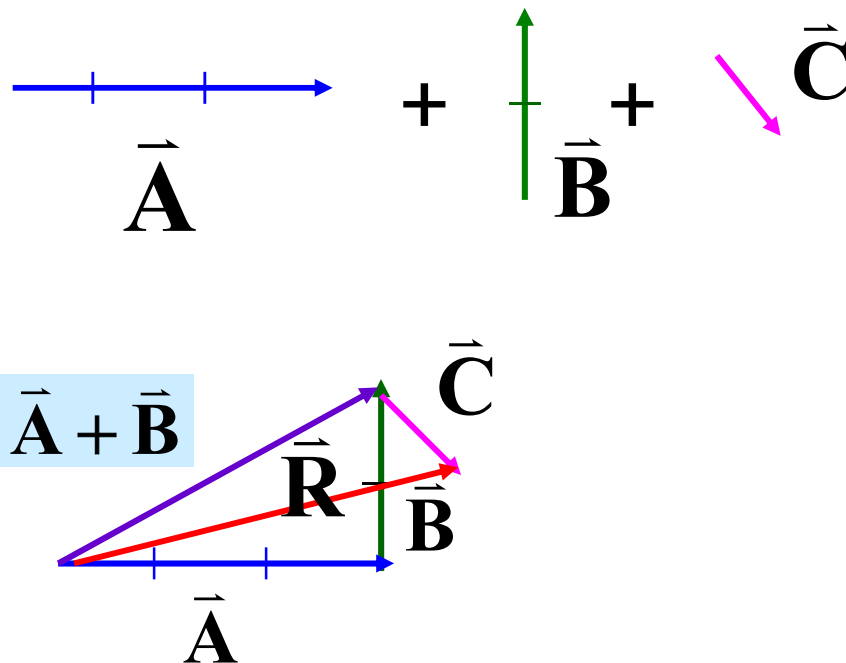


$\vec{R}$ ในรูปมาซ้อนจะได้ พ

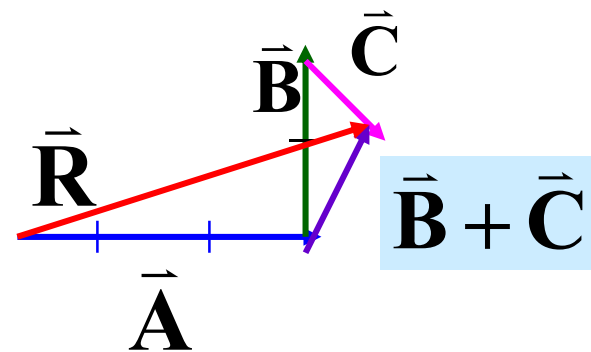


กฎการเปลี่ยนกลุ่ม

$$\vec{R} = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$



$$\vec{R} = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$$



$$\vec{R} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$

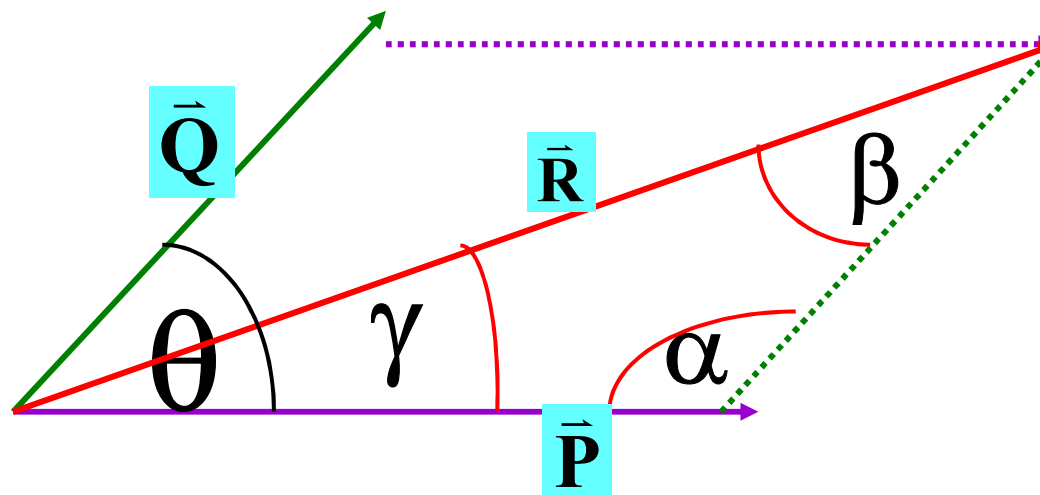
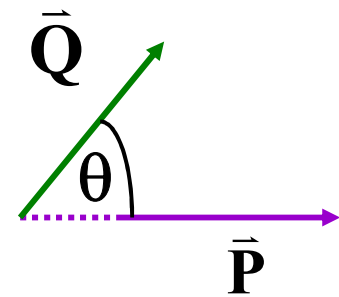
การบวกเวกเตอร์โดยวิธีคำนวณ

การบวกเวกเตอร์โดยวิธีคำนวณทำได้ทีละ 2 เวกเตอร์

ถ้า $\vec{P}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาด P

$\vec{Q}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาด Q

θ เป็นมุมระหว่าง $\vec{P}$ และ $\vec{Q}$



การบวกเวกเตอร์โดยวิธีคำนวณ

- หาขนาดของ $\vec{R}$ โดยใช้ กฎโคไซน์

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos \alpha \quad (2.1)$$

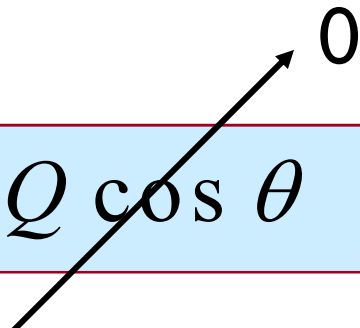
$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta \quad (2.2)$$

- หาทิศของ $\vec{R}$ โดยใช้ กฎไซน์

$$\frac{P}{\sin \beta} = \frac{Q}{\sin \gamma} = \frac{R}{\sin \alpha} \quad (2.3)$$

การบวกเวกเตอร์โดยวิธีคำนวณ

$$\theta = 90^\circ$$

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta \quad (2.2)$$


$$R^2 = P^2 + Q^2$$



ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ตัวอย่าง 8 จงหาขนาดและทิศทางของเวกเตอร์
ลัพธ์ของ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ที่กำหนดให้ดัง
รูป ด้วยวิธีคำนวณ

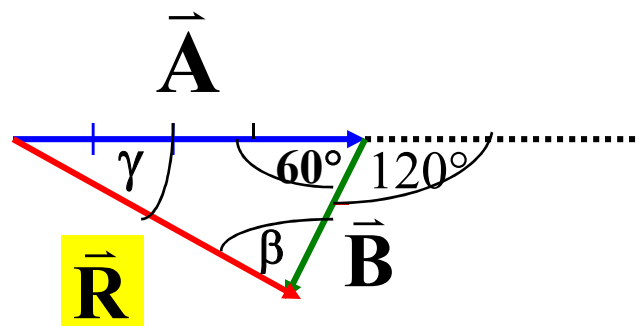


$\vec{A}$ 4 หน่วย



2 หน่วย

วิธีทำ



จากสมการ (2.1) จะ

ได้

$$\mathbf{R}^2 = \mathbf{A}^2 + \mathbf{B}^2 - 2\mathbf{AB} \cos 60^\circ$$

$$= 4^2 + 2^2 - 2(4)(2)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= 12$$

$$\mathbf{R} = \sqrt{12} \quad \text{หน่วย} = 3.46 \text{ หน่วย}$$

ตอบ

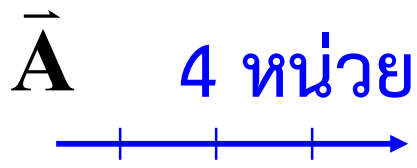
การลบเวกเตอร์

การลบเวกเตอร์ ทำได้โดย การบวกกับเวกเตอร์
ที่เป็นลบ เช่น

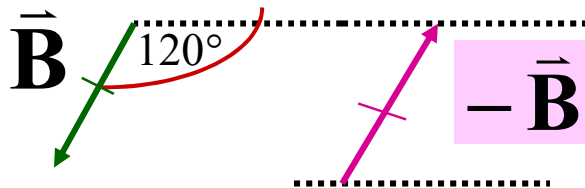
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

ตัวอย่าง 2.3

ของเวกเตอร์



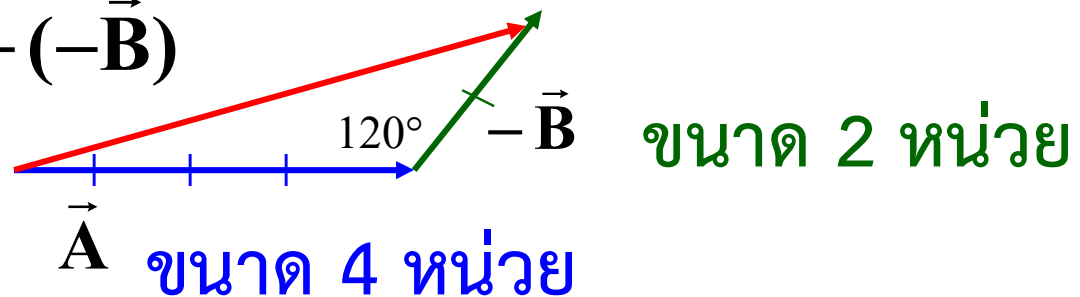
จงหาขนาดและทิศทางของผลต่าง
และ ที่กำหนดให้ดังรูป



วิธีทำ

$$\vec{R} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

$$\vec{R} = \vec{A} + (-\vec{B})$$



จากสมการ (2.1) จะได้

$$R^2 = 4^2 + 2^2 - 2(4)(2)\cos 120^\circ$$

$$R^2 = 16 + 4 - 2(4)(2)(-\cos 60^\circ)$$

$$= 20 - 2(8)\left(-\frac{1}{2}\right), \quad \boxed{R^2 = 28, \quad R = 5.29} \text{ หน่วย}$$

จากสมการ (2.3) จะได้

$$\frac{B}{\sin \gamma} = \frac{R}{\sin 120^\circ} = \frac{R}{\sin 60^\circ}$$

$$\frac{2}{\sin \gamma} = \frac{5.29}{0.866}$$

$$\sin \gamma = \frac{2(0.866)}{5.29} = 0.327$$

$$\gamma = \sin^{-1}(0.327)$$

เวกเตอร์ลัพธ์มีขนาด 5.29 หน่วย

มีทิศทำมุม $\sin^{-1}(0.327) = 5.7^\circ$ กับ $\vec{A}$

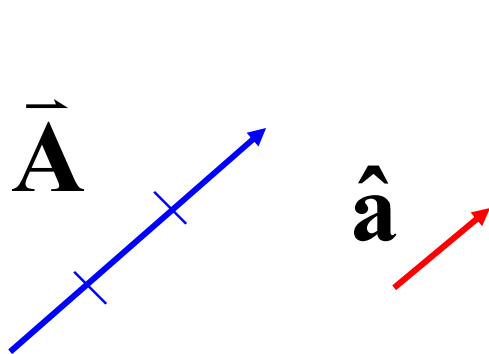
ตอบ

เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (Unit Vector)

เวกเตอร์หนึ่งหน่วย คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดหนึ่งหน่วย และมีทิศเดียวกับเวกเตอร์ที่สนใจ

ถ้า $\vec{A}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาด A

$\hat{a}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศเดียวกับ $\vec{A}$



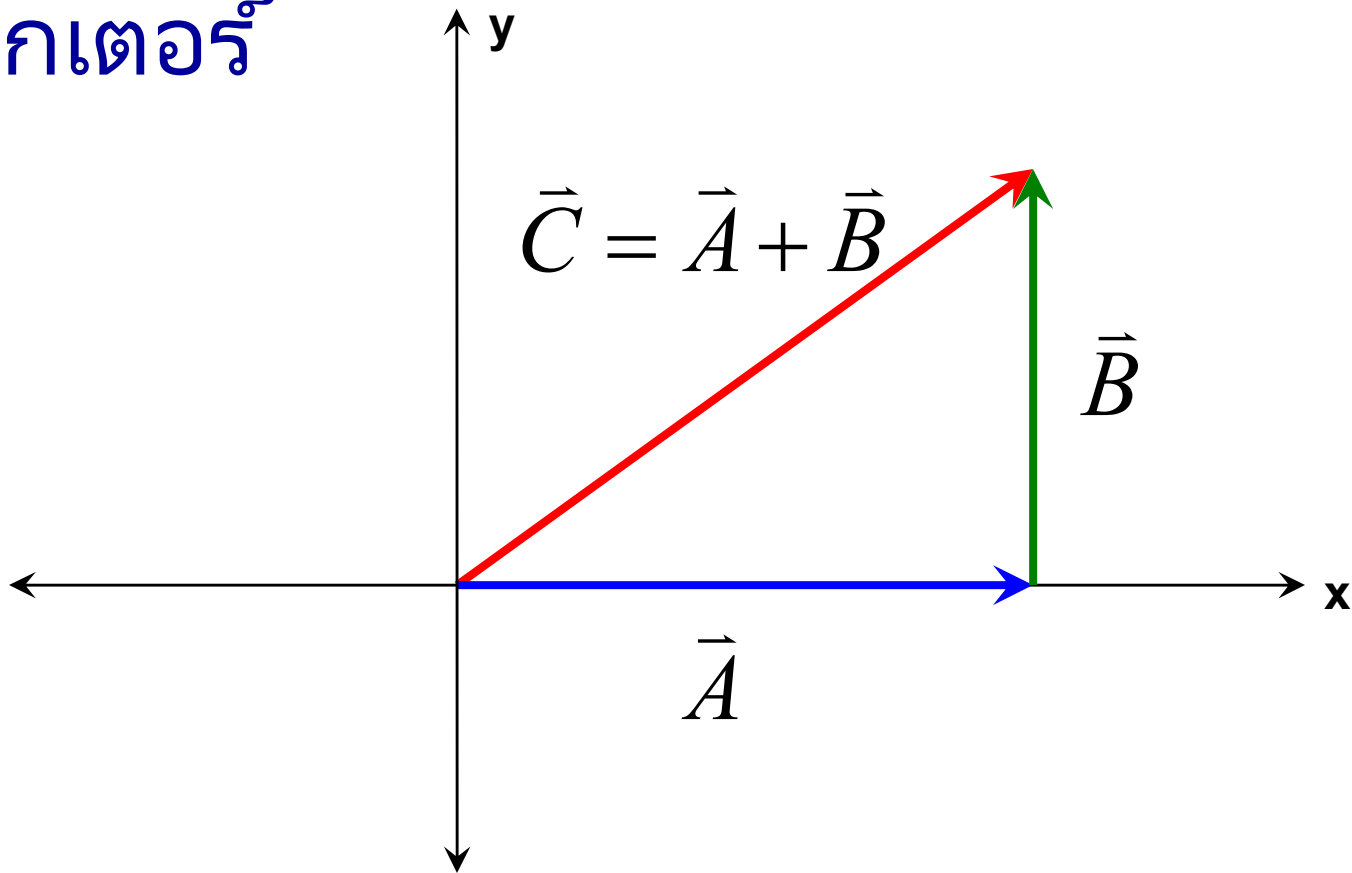
จะได้ $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{A}$

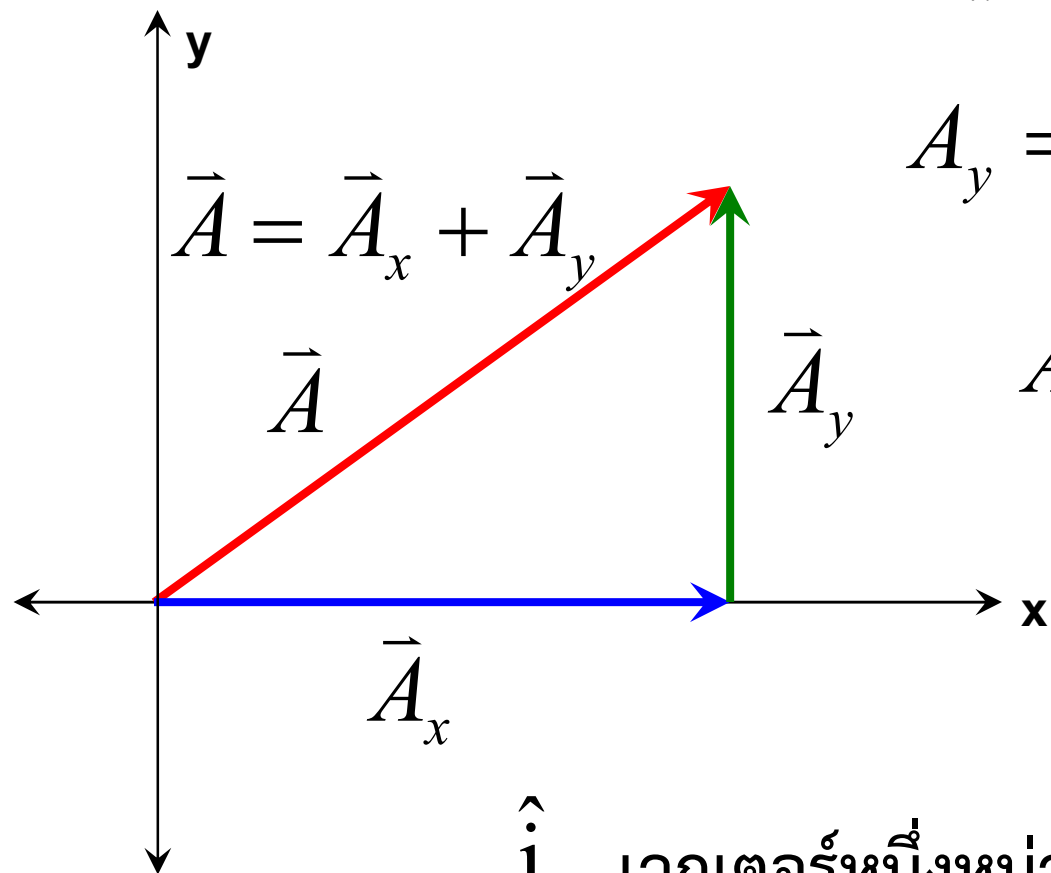
หรือ

$$\vec{A} = A\hat{a}$$

องค์ประกอบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

- การแยกเวกเตอร์เป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์





$$A_x = |\vec{A}_x| \quad \vec{A}_x = A_x \hat{i}$$

$$A_y = |\vec{A}_y| \quad \vec{A}_y = A_y \hat{j}$$

$$A = |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$\hat{i}$ เวกเตอร์หนึ่งหน่วย ที่มีทิศ **+x**

$\hat{j}$ เวกเตอร์หนึ่งหน่วย ที่มีทิศ **+y**

เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (Unit Vector)

กำหนดให้

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} \quad \text{และ} \quad \vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j}$$

$$\begin{aligned}\vec{C} &= \vec{A} + \vec{B} \\ &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j}) + (B_x \hat{i} + B_y \hat{j}) \\ &= (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} \\ &= C_x \hat{i} + C_y \hat{j}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1.2 $4\hat{i} - 3\hat{j}$ และ $\vec{b} = 6\hat{i} + 8\hat{j}$ จงหา
ขนาดและทิศทางเทียบกับแกน **x** ของเวกเตอร์ ต่อไปนี้

(a) $\vec{a}$

(b) $\vec{b}$

(c) $\vec{a} + \vec{b}$

(d) $\vec{b} - \vec{a}$

(e) $\vec{a} - \vec{b}$

ผลคูณของเวกเตอร์

ผลคูณเชิงสเกลาร์

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = AB \cos \theta = |A||B| \cos \theta$$

ผลคูณเชิงสเกลาร์

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

$$\begin{aligned}\vec{A} \bullet \vec{B} &= (A_x \hat{i} \bullet B_x \hat{i} + A_x \hat{i} \bullet B_y \hat{j} + A_x \hat{i} \bullet B_z \hat{k}) \\ &\quad + (A_y \hat{j} \bullet B_x \hat{i} + A_y \hat{j} \bullet B_y \hat{j} + A_y \hat{j} \bullet B_z \hat{k}) \\ &\quad + (A_z \hat{k} \bullet B_x \hat{i} + A_z \hat{k} \bullet B_y \hat{j} + A_z \hat{k} \bullet B_z \hat{k}) \\ &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{i} \bullet \hat{i} &= \hat{j} \bullet \hat{j} = \hat{k} \bullet \hat{k} = 1 \\ \hat{i} \bullet \hat{j} &= \hat{j} \bullet \hat{i} = 0 \\ \hat{i} \bullet \hat{k} &= \hat{k} \bullet \hat{i} = 0 \\ \hat{j} \bullet \hat{k} &= \hat{k} \bullet \hat{j} = 0\end{aligned}$$

ผลคูณเชิงสเกลาร์

Ex. จงหามุมระหว่างเวกเตอร์ทั้ง 2 ดังนี้

$$A = 2i + 3j + 4k$$

$$B = i - 2j + 3k$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{ll} A_x = 2 & B_x = 1 \\ A_y = 3 & B_y = -2 \\ A_z = 4 & B_z = 3 \end{array}$$

จาก

$$\begin{aligned} A \cdot B &= |A||B|\cos\theta \\ \cos\theta &= \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|A||B|} \end{aligned}$$

$$A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = (2)(1) + (3)(-2) + (4)(3) = 8$$

$$|A| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29}$$

$$|B| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{14}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{8}{(\sqrt{29})(\sqrt{14})} \\ &= 0.397 \\ &= \cos^{-1}(0.397) \\ \theta &= 66.6^\circ\end{aligned}$$

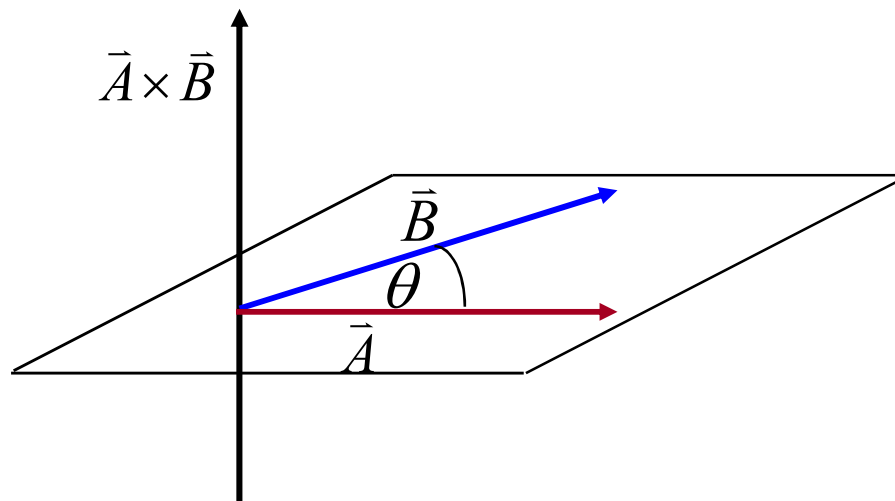
ผลคูณเชิงเวกเตอร์

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

$$|C| = |A||B|\sin\theta$$

การคูณเวกเตอร์

ถ้า $\theta = 0^\circ$ และ 180° จะทำให้ผลการคูณมีค่าเท่ากับศูนย์



ผลคูณเชิงเวกเตอร์

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

$$\begin{aligned} A \times B &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\ &= (A_x \hat{i} \times B_x \hat{i}) + (A_x \hat{i} \times B_y \hat{j}) + (A_x \hat{i} \times B_z \hat{k}) \\ &\quad + (A_y \hat{j} \times B_x \hat{i}) + (A_y \hat{j} \times B_y \hat{j}) + (A_y \hat{j} \times B_z \hat{k}) \\ &\quad + (A_z \hat{k} \times B_x \hat{i}) + (A_z \hat{k} \times B_y \hat{j}) + (A_z \hat{k} \times B_z \hat{k}) \end{aligned}$$

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} \quad \hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$$

$$\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j} \quad \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \quad \hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}$$

ผลคูณเชิงเวกเตอร์

$$C = A \times B = \underbrace{(A_y B_z - A_z B_y)}_{C_x} \hat{i} + \underbrace{(A_z B_x - A_x B_z)}_{C_y} \hat{j} + \underbrace{(A_x B_y - A_y B_x)}_{C_z} \hat{k}$$

$$A \times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Ex. เวกเตอร์ A มีขนาด 6 หน่วยทิศ $+x$ เวกเตอร์ B มีขนาด 4 หน่วย อยู่บนระนาบ xy ทำมุม 30° กับแกน $+x$ และทำมุม 60° กับ แกน $+y$ จงหาผลลัพธ์ของ $A \times B$

วิธีทำ

$$A \times B = |A||B|\sin \theta = (6)(4)\sin 30^\circ = 12$$

จากกฎมือขวาผลลัพธ์ของ $A \times B$ จะอยู่ในทิศ $+\mathbf{z}$

เราสามารถเขียนองค์ประกอบของ A และ B บนแกน x y
และ z ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} A_x &= 6 & A_y &= A_z = 0 \\ B_x &= 4 \cos 30^\circ & B_y &= 4 \cos 60^\circ & B_z &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_x &= (0)(0) - (0)(2) & &= 0 \\ C_y &= (0)(2\sqrt{3}) - (6)(0) & &= 0 \\ C_z &= (6)(2) - (0)(2\sqrt{3}) & &= 12 \\ C &= 12\hat{k} \end{aligned}$$

เวกเตอร์ C จะมีทิศอยู่ในแกน +z ส่วนขนาดจะเท่ากับ $\sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2} = 12$ หน่วย

ตัวอย่างที่ 1.5 เวกเตอร์ $\vec{a} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$

และ $\vec{c} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

จงหา (a) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$

(b) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$