นิตยสาร

สสวท

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี www.ipst.ac.th

IPST MAGAZINE

ปีที่ 42 ฉบับที่ 187 มีนาคม - เมษายน 2557



- สนามแรงบันดาลใจจากผลงานเครื่องเร่งอนุภาค LHC
- ก่อเกิดเครื่องเร่งมอดูลอ้ายของ สสวท.
- เรียนรู้สะเต็มผ่านงานวิจัย
- ความสวยงามของสมการทางคณิตศาสตร์
- กิจกรรมผลิตสื่อโครงสร้างดอกจากห้องครัว

ISSN 0857-2801

0 09 77085 72803 0

ราคา 50 บาท

ความสวยงามของสมการทางคณิตศาสตร์ช่วยอธิบายปรากฏการณ์ธรรมชาติได้อย่างลงตัว

สมการทางคณิตศาสตร์ที่เรียบง่าย ไม่สลับซับซ้อน กลายเป็นสมการที่มีความสวยงามซึ่งมีมากมายหลายสมการ แต่มีสมการหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเราตลอดเวลา เพราะบอกความสัมพันธ์ระหว่างตัวเราซึ่งมีมวล m กับโลกที่เราอาศัยอยู่มวล M รัศมี R ว่า

$F = mg$ ..... (1)

เมื่อ F คือ แรงที่โลกกระทำต่อตัวเรา

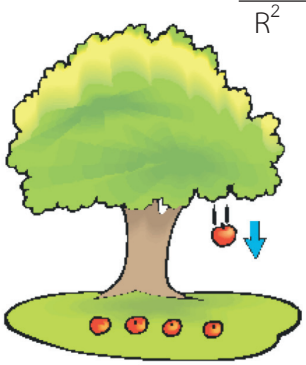
g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

โดย $g = \frac{GM}{R^2}$ ..... (2)

G คือ ค่าคงตัวความโน้มถ่วง มีค่าเท่ากับ 6.672×10^{-11} $N\ m^2\ kg^{-2}$

สมการ (1) บอกให้ทราบว่า แรงที่กระทำต่อเราเท่ากับมวลของเราคูณด้วยความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกตามกฎข้อที่ 1 ของนิวตันที่ว่า แรงเท่ากับมวลคูณด้วยความเร่ง

เซอร์ไอแซก นิวตัน นักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษได้กฎข้อนี้จากกฎแรงโน้มถ่วงที่นิวตันคิดได้ขณะนั่งอยู่ใต้ต้นแอปเปิล โดยกล่าวว่า แอปเปิลมวล m หล่นลงสู่ผิวโลกมวล M รัศมี R เพราะแรงโน้มถ่วงระหว่างโลกกับแอปเปิลที่มีค่าเท่ากับ $\frac{GMm}{R^2}$



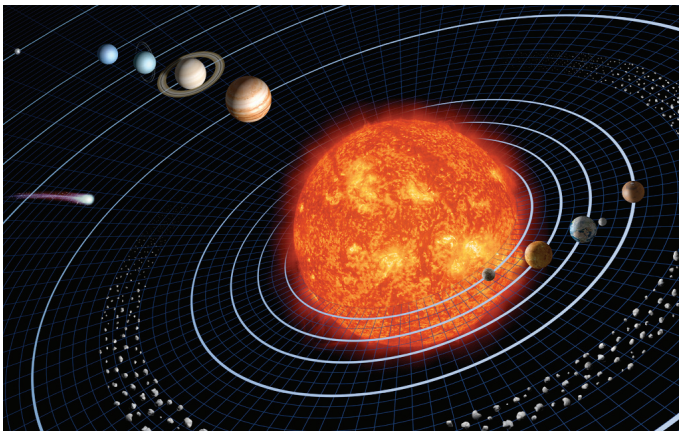
แอปเปิลหล่นสู่พื้นโลก

(ที่มา: http://idahoptv.org/dialogue4kids/images/season12/gravity/tree_and_apple.gif)

แรงโน้มถ่วงเป็นแรงธรรมชาติสำคัญที่ทำให้เกิดความเป็นทรงกลมของดาว เกิดเป็นระบบต่าง ๆ เช่น ทำให้โลกมีสัณฐานกลม ทำให้ดาวกลม ทำให้เกิด

(1) ระบบโลกดวงจันทร์ ซึ่งดวงจันทร์เคลื่อนรอบโลกรอบละ 1 เดือน

(2) ระบบสุริยะซึ่งมีดวงอาทิตย์เป็นศูนย์กลางและมีบริวารเคลื่อนไปรอบ ๆ ด้วยแรงโน้มถ่วง



ระบบสุริยะ แสดงวงโคจรของดาวเคราะห์รอบดวงอาทิตย์
(ที่มา: http://serc.carleton.edu/images/spaceboston/solar_system.jpg)

(3) ระบบดาวฤกษ์หลายแสนล้านดวงอยู่ด้วยกันเป็นระบบใหญ่ด้วยแรงโน้มถ่วงของหลุมดำมวลยวดยิ่งที่ศูนย์กลาง เรียกว่า กาแล็กซี หรือ ดาราจักร

แรงโน้มถ่วงระหว่างกาแล็กซีที่อยู่ใกล้กันเกิดเป็นกระจุกของกาแล็กซี หลาย ๆ กระจุกของกาแล็กซีเป็นกระจุกของกระจุกกาแล็กซีหรือซูเปอร์คลัสเตอร์ของกาแล็กซี ทุก ๆ ซูเปอร์คลัสเตอร์ของกาแล็กซีรวมกันเป็นเอกภพ

แรงโน้มถ่วงระหว่างตัวเรากับโลกช่วยให้เราวัดมวลของโลกได้ เพราะว่าจาก (2)

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

หรือ $$M = \frac{gR^2}{G} \quad \text{..... (3)}$$

เราสามารถวัด g บนพื้นโลกได้ด้วยวิธีง่าย ๆ กล่าวคือ จับเวลา t ในการปล่อยลูกปืนจากที่สูง h จนถึงพื้น จะได้

$$g = \frac{2h}{t^2}$$

$$= 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

โลกของเรามีรัศมี R = 6,371 km = 6.371×10^6 m

แทนค่า g, R, G ใน (3) จะได้ M = 6×10^{24} kg

นั่นคือ มวลของโลกเท่ากับ 6 ล้านล้านล้านล้านกิโลกรัม หรือ 6 พันล้านล้านล้านตัน

โลกเป็นทรงกลมรัศมี R มีปริมาตร (V) เท่ากับ $\frac{4}{3}\pi R^3$

ดังนั้น ความหนาแน่นของโลก $\rho = \frac{M}{V}$

$$= \frac{gR^2}{G} \cdot \frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$= \frac{3}{4\pi GR} \cdot g \quad \text{.....(4)}$$

$$\rho \quad \alpha \quad \frac{g}{R}$$

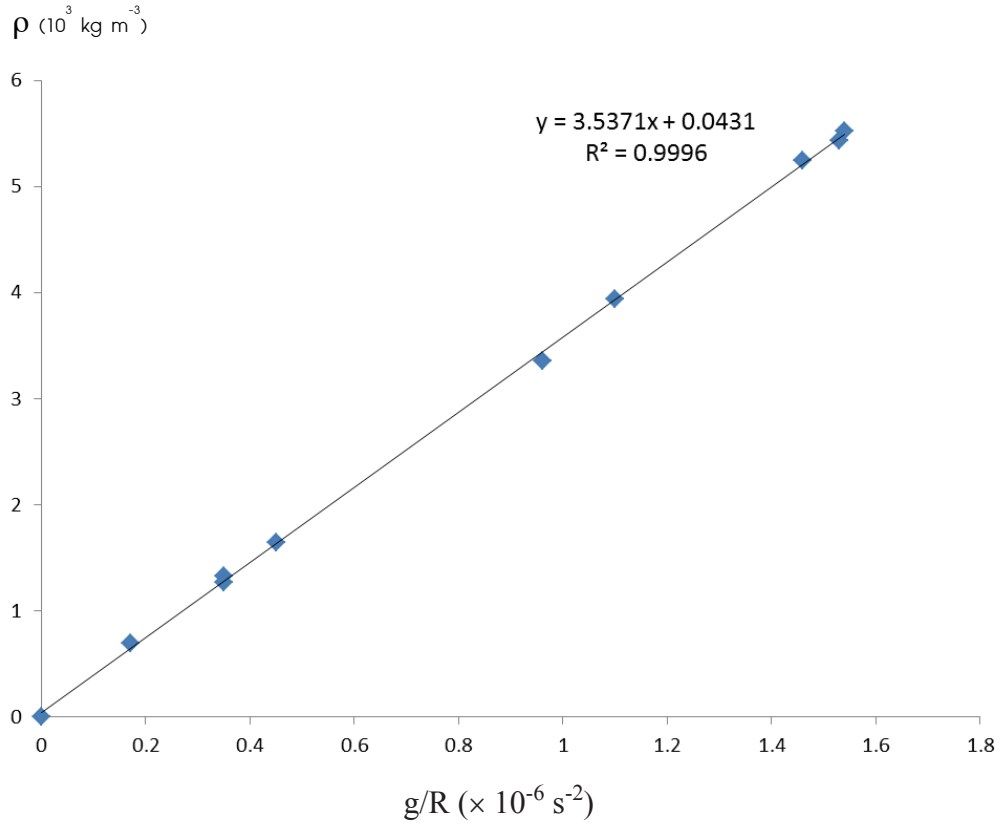
ตารางที่ 1 ความหนาแน่น รัศมี ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงที่ผิว และมวลของดาวเคราะห์

ดาวเคราะห์และดวงจันทร์	รัศมี R (10^3 m)	ความหนาแน่น ρ (10^3 kg m^{-3})	ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงที่ผิว g (9.8 m s^{-2})	$\frac{g}{R}$ (10^{-6} s^{-2})	มวล M (6×10^{24} kg)
พุธ	2,440	5.43	0.38	1.53	0.055274
ศุกร์	6,052	5.24	0.90	1.46	0.815005
โลก	6,371	5.52	1.00	1.54	1.000000
ดวงจันทร์	1,737	3.35	0.17	0.96	0.012300
อังคาร	3,396	3.94	0.38	1.10	0.107447
พฤหัสบดี	71,490	1.33	2.53	0.35	317.833
เสาร์	60,270	0.69	1.06	0.17	95.163
ยูเรนัส	25,560	1.27	0.90	0.35	14.536
เนปจูน	24,765	1.64	1.14	0.45	17.149

นั่นคือ ความหนาแน่นโลกเป็นปฏิภาคโดยตรงกับความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก และเป็นปฏิภาคผกผันกับรัศมี

จาก (4) เราสามารถคำนวณหา g ของดาวเคราะห์จากความหนาแน่น (ρ) และรัศมี (R) ของดาวเคราะห์ได้

ดังนั้น หากเราทราบ**ความหนาแน่น**และ**ขนาดของดาวเคราะห์** เราสามารถคำนวณหามวลของดาวเคราะห์แต่ละดวงได้ดังตารางที่ 1



กราฟ $\rho \quad \alpha \quad \frac{g}{R}$ หรือ $\rho = \frac{3}{4\pi G R} \cdot g$ ดัง (4)

slope ของกราฟเส้นตรงข้างบนคือ $(3.54 \pm 0.04) \times 10^9$ kg m^{-3} s^2

เทียบกับ slope ของ (4) คือ

$$\frac{3}{4\pi G R} = \frac{3}{4\pi \times 6.672 \times 10^{-11} \quad N\,m^2 kg^{-2}}$$

$$= 3.58 \times 10^9 \quad kg\ m^{-3}\ s^2$$

$\because \quad N = kg\,m\,s^{-2}$

กราฟข้างบนจึงถูกต้องภายใต้ความคลาดเคลื่อนของการเขียนเส้นตรงผ่านจุดต่าง ๆ