บทที่ 5
งาน พลังงาน และกำลัง

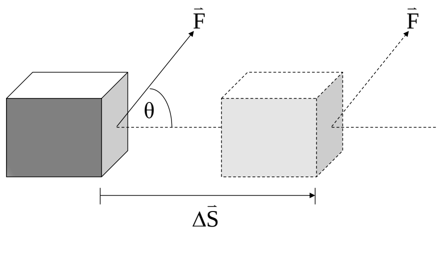
ปัจจุบันพลังงานเป็นสิ่งที่จำเป็นมากในกิจกรรมของมนุษย์ เนื่องจากมนุษย์ต้องใช้พลังงานในด้านต่างๆ มากมาย เช่น ใช้ผลิตไฟฟ้า การคมนาคม การก่อสร้าง เป็นต้น เมื่อความต้องการพลังงานเพิ่มมากขึ้น แต่แหล่งของพลังงานตามธรรมชาติกลับมีปริมาณจำกัด และยังลดน้อยลงอย่างต่อเนื่อง ดังนั้นการศึกษาเกี่ยวกับพลังงานจึงมีความสำคัญ เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยในบทนี้จะแนะนำให้รู้จักแนวคิดของงานและพลังงานจลน์ซึ่งเป็นปริมาณสเกลาร์และเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ และนำเสนอการแก้ปัญหาทางพลศาสตร์ของระบบเชิงกลได้โดยไม่ต้องใช้กฎของนิวตัน แต่ต้องอาศัยทฤษฎีของงาน-พลังงาน (Work - energy theorem) นอกจากนี้ยังสามารถนำไปประยุกต์กับปรากฏการณ์ต่างๆมากมายไม่ว่าจะเป็นด้านแม่เหล็กไฟฟ้า ฟิสิกส์ของอะตอม หรือทางฟิสิกส์นิวเคลียร์ และสามารถแก้ปัญหาที่ยุ่งยากซับซ้อนจำนวนไม่น้อยได้ง่ายๆ โดยอาศัยแนวคิดของทฤษฎีดังกล่าว

5.1 งานเนื่องจากแรงคงที่ (Work done by a constant force)

สิ่งแรกที่จะกล่าวถึงคือแนวคิดของ “งาน (Work)” ในชีวิตประจำวัน งานหมายถึงกิจกรรมที่เกิดจากการใช้กล้ามเนื้อ หรือแรงพยายามของสมอง ในทางฟิสิกส์สามารถนิยามความหมายของงานได้ว่า “งานที่กระทำโดยแรงคงที่จากภายนอกคือผลคูณขององค์ประกอบของแรงในทิศของการกระจัดกับขนาดของการกระจัด” ถ้าการออกแรงแล้ววัตถุไม่มีการขยับเขยื้อนเลย เรียกว่าไม่มีงานเกิดขึ้น หรือการเคลื่อนที่มีทิศทางแนวฉากกับแรงกระทำถือว่าไม่มีงานเกิดขึ้นเช่นกัน เมื่อพิจารณากล่องใบหนึ่งที่วางอยู่บนพื้นลื่นตามภาพที่ 5.1 ถ้ามีแรงคงที่จากภายนอก $\vec{F}$ กระทำกับกล่องดังกล่าวโดยทำมุม θ กับแนวราบ ทำให้กล่องเคลื่อนที่มีการกระจัดเท่ากับ $\Delta\vec{s}$ ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างงาน แรงและการกระจัดสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$W = [F\cos(\theta)]\Delta s \tag{5.1}$$

เมื่อ $F\cos(\theta)$ คือองค์ประกอบของแรง $\vec{F}$ ที่อยู่ในทิศเดียวกับการกระจัด $\Delta\vec{s}$



ภาพที่ 5.1 กล่องที่ถูกกระทำด้วยแรง $\vec{F}$ ในช่วงของการกระจัด $\Delta\vec{s}$
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway., 2008, หน้า 165)

จากนิยามของงานจะเห็นว่าแรงที่ไม่ทำให้เกิดงานได้แก่

1) แรงไม่ได้อยู่ในทิศเดียวกับการกระจัด

2) แรงที่ไม่ได้ทำให้วัตถุมีการกระจัด

ในกรณีที่แรงกระทำกับวัตถุแล้วทำให้การกระจัดยังเป็นศูนย์แม้ว่าจะมีแรงกระทำกับวัตถุแล้วก็ตาม เช่นนักศึกษาคนหนึ่งถือวัตถุไว้โดยไม่ได้เคลื่อนที่ไปไหน ในกรณีนี้จะไม่เกิดงานแต่นักศึกษาจะรู้สึกเมื่อยล้า ทั้งนี้เพราะเกิด “งานภายใน (Internal work)” ที่กระทำโดยกล้ามเนื้อซึ่งงานภายในนี้เกิดจากการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนและไอออนโดยแรงไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในกล้ามเนื้อดังกล่าว

มิติของงานคือ

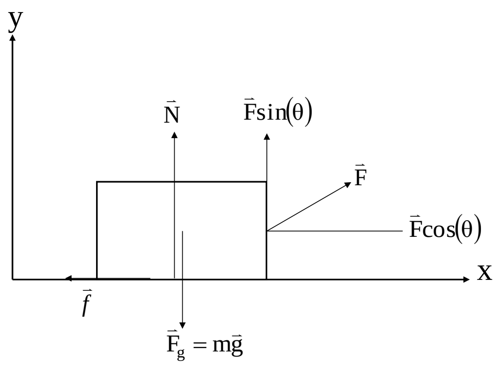
$$[W] = [F][\Delta s] = [MLT^{-2}] = ML^{2}T^{2}$$

งานมีหน่วยในระบบ SI เป็น $kg.m^2/s^2$ หรือ N•m หรือเรียกว่า Joule; J โดย

$$1 \text{ Joule} = 1 \text{ N}\cdot\text{m} = 1 \text{ kg.m}^2/\text{s}^2$$

เมื่อมีแรงคงที่หลายแรงมากระทำต่อวัตถุแล้วทำให้วัตถุเคลื่อนที่มีการกระจัดเท่ากับ $\Delta\vec{s}$ สามารถหางานที่เกิดจากแรงย่อยแต่ละแรงได้ โดยงานสุทธิที่เกิดจากแรงดังกล่าวจะเท่ากับผลบวกทางพีชคณิตของงานที่เกิดจากแรงย่อยทั้งหมด นั่นคือ

$$\begin{aligned} W &= W_a + W_b + W_c \\ &= \vec{F}_a.\Delta\vec{s} + \vec{F}_b.\Delta\vec{s} + \vec{F}_c.\Delta\vec{s} \\ &= (\vec{F}_a + \vec{F}_b + \vec{F}_c)\,\Delta\vec{s} \\ W &= \vec{F}.\Delta\vec{s} \end{aligned} \tag{5.2}$$



ภาพที่ 5.2 กล่องที่วางบนพื้นฝืด งานจะเกิดจากแรงลัพธ์ Fcos(θ) - f

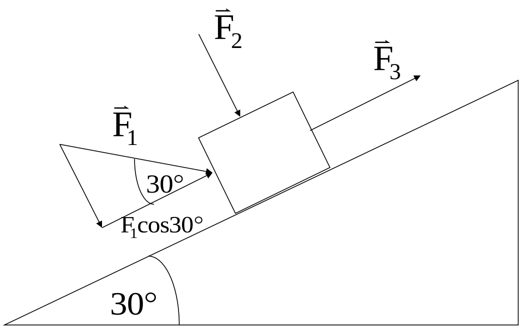
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway, 2008, หน้า 165)

จากภาพที่ 5.2 แสดงแผนภาพของแรงคงที่ $\vec{F}$ ที่ดึงให้วัตถุเคลื่อนที่ไปบนพื้นฝืด พบว่าน้ำหนักของวัตถุ $\vec{F}_g$ แรงปกติ $\vec{N}$ และองค์ประกอบของแรง $\vec{F}$ ในแนวดิ่งจะไม่ทำให้เกิดงานเนื่องจากแรงที่กระทำอยู่ในแนวตั้งฉากกับการกระจัด

งานที่เกิดจากแรงซึ่งมีทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ เช่นแรงเสียดทานจะทำให้งานมีค่าเป็นลบ เพราะว่า $\theta = \pi$ ทำให้ $\cos(\theta) = -1$ จะได้ $W_f = -f\Delta s$ ดังนั้นแรงที่ทำให้เกิดงานคือแรงลัพธ์ $F\cos(\theta) - f$ จะได้ งานสุทธิเท่ากับ

$$W = [F\cos(\theta) - f]\Delta s \tag{5.3}$$

<u>ตัวอย่างที่ 5.1</u> วัตถุก้อนหนึ่งเคลื่อนที่ขึ้นตามพื้นเอียง 30° ภายใต้การกระทำของแรงจำนวนหนึ่ง ในภาพที่ 5.3 แสดงให้เห็นแรง 3 แรง โดยที่ $\vec{F}_1$ เป็นแรงในแนวระดับ และมีขนาด 40 N, $\vec{F}_2$ กระทำในแนวตั้งฉากกับพื้นเอียง และมีขนาด 20 N ส่วนแรง $\vec{F}_3$ กระทำในทิศขนานกับพื้นเอียงและมีขนาด 30 N จงหางานที่แต่ละแรงกระทำเมื่อก้อนวัตถุ (และจุดที่แต่ละแรงกระทำ) เคลื่อนที่ขึ้นพื้นเอียงไปได้ 80 cm



ภาพที่ 5.3 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 5.1

<u>วิธีทำ</u> องค์ประกอบของแรง $\vec{F}_1$ ในทิศของการกระจัด คือ

$$F_1\cos 30^\circ = (40)(0.866) = 34.6 \text{ N}$$

ดังนั้นงานที่กระทำโดยแรง $\vec{F}_1$ คือ (34.6)(0.80) = 28 J

เนื่องจากแรง $\vec{F}_2$ ไม่มีองค์ประกอบในทิศของการกระจัด ดังนั้น $\vec{F}_2$ ไม่ทำงาน

องค์ประกอบของ $\vec{F}_3$ ในทิศของการกระจัดคือ 30 N

ดังนั้นงานที่ทำโดย $\vec{F}_3$ คือ (30)(0.80) = 24 J

<u>ตัวอย่างที่ 5.2</u> วัตถุ 300 g เลื่อนไถลไปตามผิวโต๊ะในแนวระดับ เป็นระยะทาง 80 cm จงหางานที่แรงเสียดทานที่ผิวโต๊ะกระทำต่อวัตถุ ถ้าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานจลน์มีค่าเท่ากับ 0.20

วิธีทำ ก่อนอื่นต้องหาแรงเสียดทาน เนื่องจากแรงตั้งฉากมีขนาดเท่ากับน้ำหนักของวัตถุ

$$N = mg\cos(\theta) = (6)(9.8)\cos(30^\circ) = 50.92 \text{ N}$$

$$F_f = \mu_k F_N = (0.20)(0.300)(9.81) = 0.588 \text{ N}$$

งานที่แรงเสียดทานทำ คือ $F_f s\cos(\theta)$ และเนื่องจากแรงเสียดทานมีทิศตรงข้ามกับการกระจัด จึงได้ว่า $\theta = 180^\circ$ ดังนั้น

$$\text{งาน} = F_f\, s\cos180^\circ = (0.588)(0.80)(-1) = -0.47 \text{ J}$$

งานมีค่าเป็นลบ เพราะแรงเสียดทานทำให้วัตถุเคลื่อนที่ช้าลง และทำให้พลังงานจลน์ของวัตถุมีค่าน้อยลง

<u>ตัวอย่างที่ 5.3</u> จะต้องทำงานต้านแรงโน้มถ่วงเท่าไร ในการยกวัตถุมวล 3.0 kg ขึ้นสูง 40 cm ในแนวดิ่ง

วิธีทำ ถ้าวัตถุถูกยกขึ้นมาด้วยอัตราเร็วคงตัว แรงยกต้องมีขนาดเท่ากับน้ำหนักของวัตถุ งานที่ทำโดยแรงยกนี้ คือ งานที่ทำต้านความโน้มถ่วง เนื่องจากแรงยก คือ mg โดยที่ m คือ มวลของวัตถุ จะได้ว่า

$$\text{งาน} = (mg)(h)(\cos(\theta)) = (3.0)(9.81)(0.40)(1) = 12 \text{ J}$$

โดยทั่วไปงานที่ทำต้านความโน้มถ่วงเพื่อยกวัตถุมวล m ขึ้นสูง h ในแนวดิ่ง คือ mgh

<u>ตัวอย่างที่ 5.4</u> จงหางานที่กระทำต่อวัตถุชิ้นหนึ่ง โดยแรงที่รองรับในขณะที่วัตถุนั้นถูกเลื่อนตำแหน่งลงมาตามแนวดิ่งเป็นระยะ h ในกระบวนการเดียวกันนี้ งานที่ทำโดยแรงโน้มถ่วงมีค่าเท่าไร

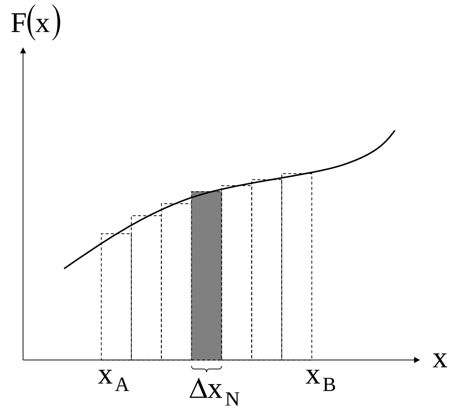
วิธีทำ แรงที่ต้องใช้ในการพยุงวัตถุ คือ mg โดยที่ m คือมวลของวัตถุ แรงนี้มีทิศขึ้นในขณะที่การกระจัดมีทิศลง ดังนั้นงานที่แรงนี้ทำคือ

$$Fs\cos\theta = (mg)(h)(\cos180^\circ) = -\,mgh$$

แรงโน้มถ่วงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่ากับ mg ด้วย แต่แรงนี้มีทิศลงในทิศเดียวกับการกระจัด งานที่แรงโน้มถ่วงกระทำต่อวัตถุจึงมีค่าเท่ากับ

$$F s\cos\theta = (mg)(h)(\cos 0^{\circ}) = - mgh$$

5.2 งานจากแรงไม่คงที่ (Work by variable force)



ภาพที่ 5.4 กราฟที่เป็นตัวแทนของการหาค่างาน
ที่มา (ปรับปรุงจาก Halliday, 2007, หน้า 189)

พิจารณาอนุภาคที่มีการกระจัดตามแกน x ภายใต้การกระทำของแรงที่ไม่คงที่ดังภาพที่ 5.4 เมื่อการกระจัดของอนุภาคอยู่ในช่วง $x = x_A$ ถึง $x = x_B$ ในกรณีนี้จะไม่สามารถหางานโดยอาศัยสมการ (5.1) ได้ถ้าแบ่งพื้นที่ใต้กราฟออกเป็นพื้นที่เล็กๆกล่าวคือพิจารณาในช่วงระยะสั้นๆ Δx สามารถประมาณองค์ประกอบของแรง F(x) ว่ามีขนาดคงที่ ดังนั้นงานในช่วงระยะทางสั้นๆ คือ

$$\Delta W = F(x)\,\Delta x$$

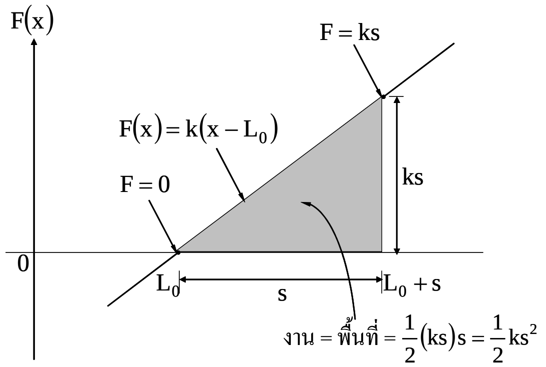
ถ้าแบ่งพื้นที่ใต้กราฟออกเป็นจำนวน N ส่วนจะได้งานสุทธิเป็น

$$W = \sum_{n=1}^{N} F(x_n)\,\Delta x_n$$

ถ้า Δx มีขนาดเล็กมากๆและมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ทำให้จำนวนพื้นที่เล็กๆ เป็นอนันต์ $(N\rightarrow\infty)$ สามารถเขียนงานสุทธิได้ใหม่เป็น

$$W = \lim_{N\to\infty} \sum_{n=1}^{N} F(x_n)\Delta x_n = \int_{x_A}^{x_B} F(x)dx \qquad (5.4)$$

<u>ตัวอย่างที่ 5.5</u> สปริงอันหนึ่งมีค่าคงที่ k ถูกยึดปลายด้านหนึ่งไว้กับที่ ถ้าเริ่มต้นสปริงมีความยาวเป็น L_0 จากนั้นดึงให้มันยืดออกมาเป็นระยะ s ซึ่งกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงและระยะยืดของสปริงเป็นดังภาพที่ 5.5 จงหางานที่กระทำกับสปริงนี้



ภาพที่ 5.5 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 5.5

<u>วิธีทำ</u> แรงที่กระทำกับสปริงคือ $F(x) = k(x - L_0)$ และสมการ (5.4) จะได้

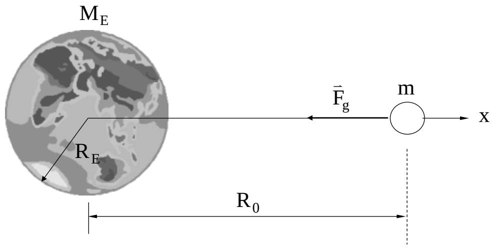
$$W = \int_{L_0}^{L_0+s} k(x - L_0)dx = \int_{L_0}^{L_0+s} k(x - L_0)d(x - L_0)$$

$$= \frac{1}{2}k(x - L_0)^2\Big|_{L_0}^{L_0+s} = \frac{1}{2}k[(L_0 + s - L_0)^2 - (L_0 - L_0)^2]$$

$$= \frac{1}{2}ks^2$$

<u>ตัวอย่างที่ 5.6</u> วัตถุมวล m ตกลงสู่พื้นโลกจากระยะทางที่ห่างจากศูนย์กลางของโลกเป็น R_0 จงหางานที่แรงโน้มถ่วงของโลกกระทำกับวัตถุนี้ สมมติว่าโลกอยู่นิ่งๆและเป็นทรงกลมที่สมบูรณ์

<u>วิธีทำ</u> แรงที่กระทำกับมวลเป็นแรงโน้มถ่วงมีทิศเข้าหาศูนย์กลางของโลก ถ้ามวลมีความเร็วต้นเป็นศูนย์และเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงตามแกน x จะมีขนาดของแรงโน้มถ่วงเท่ากับ



ภาพที่ 5.6 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 5.6

เครื่องหมายลบแสดงว่าแรง $\vec{F}_g$ มีทิศตามแกน - x และจากสมการ (5.7) เมื่อ $g = \frac{GM_E}{R_E^2}$ สามารถเขียนขนาดของแรง $\vec{F}_g$ ได้ใหม่เป็น

$$F_g = -mg\frac{R_E^2}{x^2}$$

จะได้งานเป็น

$$W = -mgR_E^2\int_{R_0}^{R_E}\frac{1}{x^2}dx = mgR_E^2\left.\frac{1}{x}\right|_{R_0}^{R_E}$$

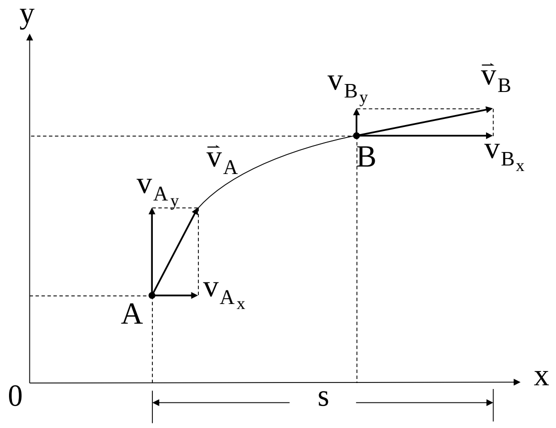
$$= mgR_E^2\left(\frac{1}{R_E} - \frac{1}{R_0}\right)$$

ถ้าวัตถุตกจากตำแหน่งที่ไม่สูงจากพื้นโลกมากนัก เมื่อวัตถุสูง $h = R_0 - R_E$ จะได้

$$W = mgR_E^2.\frac{(R_0 - R_E)}{R_0R_E} = mgh\frac{R_E}{R_0}$$

จากผลลัพธ์ที่ได้นี้ ถ้าเป็นกรณีของวัตถุที่ตกใกล้ๆผิวโลก $R_0 \approx R_E$ จะได้ $W \approx mgh$

5.3 ทฤษฎีของงาน - พลังงาน (Work - Energy theorem)



ภาพที่ 5.7 แสดงแนวการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งถูกกระทำด้วยแรงสุทธิคงที่จาก A ไป B
ที่มา (ปรับปรุงจาก Douglas, 2009, หน้า 169)

พิจารณาวัตถุอันหนึ่งมวล m ถูกกระทำด้วยแรงสุทธิคงที่ $\vec{F}$ ในระนาบ xy ทำให้วัตถุดังกล่าวเคลื่อนที่จากจุด A ไปยังจุด B ด้วยความเร่งคงที่ ดังภาพที่ 5.7 ถ้าแรงสุทธิเป็นแรงที่ขึ้นกับตำแหน่ง ซึ่งเขียนได้ในภาพ $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$ จะได้งานตามแนวการเคลื่อนที่เป็น

$$W(A \rightarrow B) = \int_A^B F_x dx + \int_A^B F_y dy$$

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน เมื่อ $F_x = \frac{mdv_x}{dt}$ และ $F_y = \frac{mdv_y}{dt}$ ซึ่งมีขนาดคงที่ สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ใหม่เป็น

$$W(A \rightarrow B) = m\int_A^B \frac{dv_x}{dt}dx + m\int_A^B \frac{dv_y}{dt}dy \qquad (5.5)$$

เมื่อจัดภาพอนุพันธ์เป็น

$$\frac{dv_x}{dt}dx = \frac{dx}{dt}dv_x = v_x dv_x$$

$$\frac{dv_y}{dt}dy = \frac{dy}{dt}dv_y = v_y dv_y$$

จากภาพที่ 5.4 และสมการ (5.5) จะได้

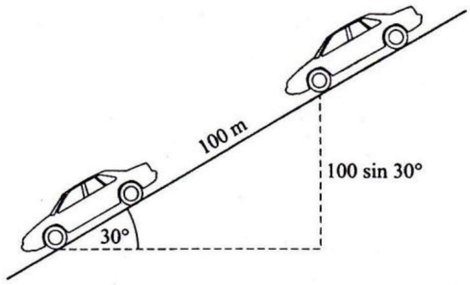
$$W(A \rightarrow B) = m\int_{v_{Ax}}^{v_{Bx}} v_x dv_x + m\int_{v_{Ay}}^{v_{By}} v_y dv_y$$

$$= \frac{1}{2}m(v_{Bx}^2 - v_{Ax}^2 + v_{By}^2 - v_{Ay}^2)$$

$$W(A \rightarrow B) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = E_{kB} - E_{kA} \tag{5.6}$$

เมื่อ $\frac{1}{2}mv^2$ เป็นพลังงานซึ่งขึ้นอยู่กับการเคลื่อนที่ของวัตถุเรียกว่า “พลังงานจลน์ (Kinetic energy)” ดังนั้นปริมาณของงานสุทธิที่ได้จากแรงทั้งหมดที่กระทำบนวัตถุในระหว่างการเคลื่อนที่จาก A ไป B จะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงของพลังงานจลน์ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้นี้เป็นกรณีที่แรงสุทธิคงที่แต่ก็เป็นจริงกับกรณีทั่วๆไปและเรียกความสัมพันธ์ตามสมการ (5.6) ว่า “ทฤษฎีของงาน - พลังงาน”

ตัวอย่างที่ 5.7 รถยนต์คันหนึ่งมวล 1,200 kg กำลังเคลื่อนลงมาตามเนินเขาเอียง 30° ดังในภาพที่ 5.8 ขณะที่รถมีอัตราเร็ว 12 m/s คนขับก็เหยียบห้ามล้อ ถ้าจะให้รถหยุดเมื่อเคลื่อนที่ไปได้ 100 m จะต้องมีแรงคงตัว F (ในทิศทางขนานกับถนน) ขนาดเท่าไรกระทำกับรถคันนี้



ภาพที่ 5.8 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 5.7

วิธีทำ พลังงานทั้งหมดของรถ (E_k + E_p) ที่เปลี่ยนไป มีค่าเท่ากับงานที่ทำต่อรถโดยแรง F ที่ทำให้รถหยุด งานนี้มีค่า $Fs\cos 180^\circ$ เพราะว่าแรง F ต้านการเคลื่อนที่ จะได้

$$\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) + mg(h_f - h_i) = Fs(-1)$$

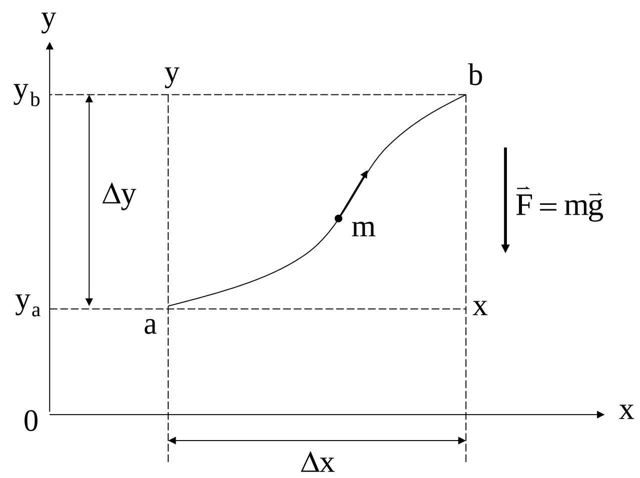
โดยที่

$$m = 1{,}200 \text{ kg}$$
$$v_f = 0$$
$$v_i = 12 \text{ m/s}$$
$$h_f - h_i = (100)\sin 30^{\circ}$$
$$s = 100 \text{ m}$$

แทนค่าเหล่านี้ในสมการจะให้ F = 6.7 kN

5.4 แรงอนุรักษ์และไม่อนุรักษ์ (Conservative and nonconservative forces)

การวิเคราะห์ระบบเชิงกลให้ง่ายจำเป็นต้องแบ่งแรงออกเป็น แรงอนุรักษ์ (Conservative forces) และ แรงไม่อนุรักษ์ (Nonconservative forces) ในที่นี้จะทำความเข้าใจกับแรงอนุรักษ์ก่อน พิจารณาภาพที่ 5.9 เมื่อมวล m ถูกกระทำด้วยแรงโน้มถ่วง $\vec{F}_g$ และแรง $\vec{F}$ ใดๆ ถ้าพิจารณางานที่ทำโดยแรงโน้มถ่วงเพียงอย่างเดียวตามแนวทาง a $\rightarrow$ y $\rightarrow$ b สามารถหางานได้ดังนี้



ภาพที่ 5.9 อนุภาคมวล m เคลื่อนที่จากจุด a ไปยังจุด b
ที่มา (ปรับปรุงจาก Halliday, 2007, หน้า 216)

<u>งานจาก a ไป y</u> เนื่องจากแรงโน้มถ่วงมีทิศตรงข้ามกับการกระจัด $\Delta\vec{s}$ งานในส่วนนี้คือ

$$\Delta W(a \rightarrow y) = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{s}$$
$$= mg\Delta y\cos(180^{\circ})$$
$$= -mg(y_b - y_a)$$

<u>และงานจาก y ไป b</u> คือ

$$\Delta W(y \rightarrow b) = mg\Delta x\cos(90^{\circ}) = 0$$

ดังนั้นงานจาก a ไป b คือ

$$\Delta W(a \rightarrow b) = \Delta W(a \rightarrow y) + \Delta W(y \rightarrow b)$$
$$= -\ mg(y_b - y_a)$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้าคิดงานที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงตามแนวทางเดิน a $\rightarrow$ x $\rightarrow$ b จะได้ผลลัพธ์เหมือนกันจากตัวอย่างสามารถสรุปได้ว่า

1) การเปลี่ยนแปลงของพลังงานศักย์มีค่าเท่ากับค่าลบของงานที่กระทำโดยแรงโน้มถ่วง

$$\Delta E_g = -\Delta W_g \tag{5.7}$$

2) งานที่ได้จากแรงโน้มถ่วงจะไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ แต่ขึ้นกับระดับความสูง

3) งานสุทธิเกิดจากแรงโน้มถ่วงในเส้นทาง a $\rightarrow$ y $\rightarrow$ b และเส้นทาง a $\rightarrow$ x $\rightarrow$ b จะมีผลลัพธ์เป็นศูนย์ นั่นคือ

“แรงอนุรักษ์ เป็นแรงที่ทำให้เกิดงานในการเคลื่อนที่ซึ่งขึ้นกับตำแหน่งเริ่มต้นกับตำแหน่งสุดท้ายของวัตถุ แต่ไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ โดยงานสุทธิที่ใช้ในการเคลื่อนที่ครบรอบต้องเท่ากับศูนย์”

ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าแรงโน้มถ่วงเป็นแรงอนุรักษ์ สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\sum \vec{F}.\Delta\vec{s} = \text{ค่าคงที่ที่เหมือนกันในทุกๆเส้นทาง}$$

หรือ

$$\sum \vec{F}.\Delta\vec{s} = 0 \text{ สำหรับทุกๆเส้นทางที่ครบรอบ}$$

หรือเขียนในภาพของอินทิเกรทได้เป็น

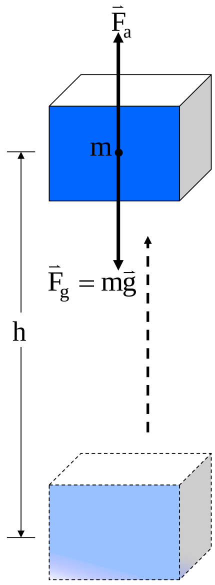
$$\int_a^b \vec{F}.d\vec{s} = \text{ค่าคงที่ในทุกๆเส้นทาง}$$

หรือ

$$\oint \vec{F}.d\vec{s} = 0$$

ส่วนแรงไม่อนุรักษ์ เช่น แรงเสียดทาน จะมีสมบัติตรงข้ามกับแรงอนุรักษ์

5.5 พลังงานศักย์ใน 1 มิติ (Potential energy in one dimension)



ภาพที่ 5.10 พลังงานศักย์ที่สะสมอยู่ในกล่องขึ้นอยู่กับความสูง h
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway, 2008, หน้า 177)

เราได้ทราบแล้วว่าพลังงานจลน์เป็นพลังงานที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ ในหัวข้อนี้จะได้แนะนำความคิดเกี่ยวกับพลังงานในอีกภาพแบบหนึ่งคือ พลังงานศักย์ (Potential energy) ซึ่งเป็นพลังงานที่เกี่ยวข้องกับ ตำแหน่ง (Position) ของวัตถุ จากภาพที่ 5.6 เมื่อยกกล่องมวล m ไปวางไว้บนที่สูง h อย่างช้าๆทำให้ขณะเวลาใดๆ ความเร็วของกล่องมีค่าน้อยมากและมีผลให้พลังงานจลน์ของกล่องมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ นั่นคือกล่องมีความเร่งเป็นศูนย์ด้วย ดังนั้นขนาดของแรงที่ยกกล่อง $\vec{F}_a$ จะเท่ากับแรงโน้มถ่วงหรือน้ำหนักของกล่อง $\vec{F}_a = \vec{F}_g = m\vec{g}$ ถ้าการกระจัดของกล่องเป็น $\vec{s} = h\,\hat{j}$ แล้วงานที่ใช้ในการยกกล่อง W_a คือ

$$W_a = \vec{F}_a.\vec{s} = F_g h = mgh$$

และงานที่กระทำโดยแรงโน้มถ่วงคือ

$$W_g = \vec{F}_g.\vec{s} = -F_g h = -mgh = -W_a$$

เมื่อเครื่องหมายลบแสดงว่า $\vec{F}_a$ มีทิศทางตรงข้ามกับการกระจัด $\vec{s}$

มีหลายกรณีที่น่าสนใจที่เกี่ยวข้องกับพลังงานศักย์ซึ่งเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง สมมติว่ามีแรง $\vec{F}_n(y)$ ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ตามแนวแกน y โดยมีระยะกระจัดจาก A ไป B เป็น Δy ถ้าแรงกระทำนี้มีทิศอยู่ในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ที่แล้ว งาน ΔW_n ที่เกิดขึ้นคือ

$$\Delta W_n = \vec{F}_n(y).\Delta\vec{y} = F_n(y)\,\Delta y\cos(\theta_n) = F_n(y)\Delta y$$

และจากความสัมพันธ์ระหว่างงานกับพลังงานศักย์ตามสมการ (5.10) จะได้

$$\Delta E_n(y) = -\Delta W_n = -F_n(y)\,\Delta y \qquad (5.8)$$

ถ้ากำหนดให้ช่วงเวลา Δy มีค่าน้อยๆ แล้วอินทิเกรทจาก A ถึง B จะได้

$$E_n(B) - E_n(A) = -\int_{y_A}^{y_B} F_n(y)dy \qquad (5.9)$$

ถ้าแรง $\vec{F}_n(y)$ เป็นแรงอนุรักษ์แล้ว $E_n(B)$ - $E_n(A)$ จะขึ้นกับ y_B และ y_A เท่านั้น สำหรับกรณีทั่วไปสามารถเขียนสมการ (5.9) ใหม่ได้

$$E_n(y) - E_n(y_0) = -\int_{y_0}^{y} F_n(y)dy \qquad (5.10)$$

เมื่อ y_0 เป็นตำแหน่งอ้างอิงใดๆ และฟังก์ชัน $E_n(y)$ เป็นพลังงานศักย์ที่ตำแหน่ง y ซึ่งสัมพัทธ์กับค่าที่ตำแหน่งอ้างอิง y_0 จากภาพที่ 5.6 ถ้ากำหนดให้พื้นเป็นตำแหน่งอ้างอิง และ y เป็นความสูงของโต๊ะ สมการ (5.10) จะเขียนได้ใหม่เป็น

$$E(y) - E(y_0) = -\int_{y_0}^{y} F_n(y)dy = -[-mg(y - y_0)]$$

$$E(y) - E(y_0) = mg(y - y_0) \qquad (5.11)$$

<u>ตัวอย่างที่ 5.8</u> วัตถุมวล 2.0 kg ตกลงมาจากที่สูง 400 cm จงคำนวณหา

ก) แรงโน้มถ่วงทำงานต่อวัตถุนี้เท่าไร

ข) วัตถุสูญเสียพลังงานศักย์ไปเท่าไร

<u>วิธีทำ</u> แรงโน้มถ่วงดึงวัตถุด้วยแรงขนาด mg และการกระจัดมีขนาด 4.0 m ในทิศของแรง งานที่ทำโดยแรงโน้มถ่วงจึงมีค่า

$$(mg)(4.00) = (2.0)(9.81)(4.00) = 78 \text{ J}$$

E_p ของวัตถุที่เปลี่ยนไป คือ $mgh_f - mgh_i$
โดยที่ h_i และ h_f เป็นความสูงของวัตถุตอนแรก และตอนสุดท้ายเหนือระดับอ้างอิง
ดังนั้นจะได้

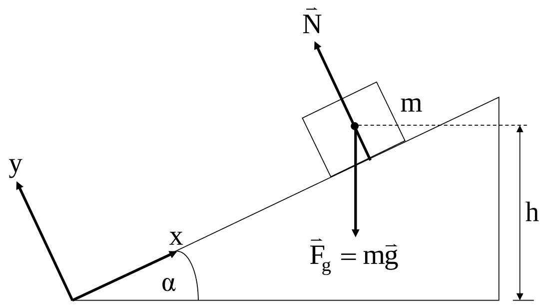
$$E_p \text{ ที่เปลี่ยนไป} = mgh_f - mgh_i = mg(h_f - h_i)$$
$$= (2.0)(9.81)(-4.0) = -78 \text{ J}$$

5.6 การอนุรักษ์พลังงาน (Conservation of energy)

หลักการอนุรักษ์พลังงานกล่าวไว้ว่า “พลังงานที่ไม่มีการสูญหายหรือสร้างขึ้นมาใหม่ได้ แต่พลังงานสามารถเปลี่ยนจากภาพหนึ่งไปเป็นอีกภาพหนึ่งได้” นั่นคือผลรวมของพลังงานทั้งหมดตอนเริ่มต้นจะต้องมีค่าเท่ากับผลรวมของพลังงานทั้งหมดในตอนสุดท้าย

$$E_{k_1} + E_{p_1} = E_{k_2} + E_{p_2} \tag{5.12}$$

<u>ตัวอย่างที่ 5.9</u> พิจารณากล่องมวล m เคลื่อนที่จากสภาวะหยุดนิ่งลงมาตามพื้นเอียงที่ไม่มีความฝืดดังภาพที่ 5.11 จงอธิบายการเคลื่อนที่ของกล่องใบนี้โดยใช้หลักการอนุรักษ์พลังงาน



ภาพที่ 5.11 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 5.9

<u>วิธีทำ</u> จากสมการ 5.12

$$E_{k_1} + E_{p_1} = E_{k_2} + E_{p_2}$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$
$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$
$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh_0 - mgh$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(h_0 - h)$$
$$v = \sqrt{2g(h_0 - h)}$$

5.7 กำลัง (Power)

โดยทั่วไปการเปรียบเทียบสมรรถภาพของเครื่องยนต์ หรือความสามารถในการทำงานของคนเรา หรือเครื่องจักรจะไม่สามารถพิจารณาได้โดยตรงจากงานที่ทำได้ แต่พิจารณาได้จากงานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลา ซึ่งเรียกทั่วๆไปว่า “กำลัง (Power)” ถ้ามีแรงภายนอกกระทำกับวัตถุในช่วงเวลา Δt และทำให้เกิดงาน W สามารถหากำลังเฉลี่ยในช่วงเวลาดังกล่าวได้

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} \tag{5.13}$$

จากหัวข้อที่ผ่านมาพบว่างานได้จากการเปลี่ยนแปลงพลังงานของวัตถุ จึงสามารถนิยามกำลังได้ว่า “กำลัง คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของการส่งผ่านพลังงาน (Time rate of energy transfer)” โดยกำลังในขณะเวลาใดๆคืออัตราการทำงานในช่วงที่สั้นมากๆ เมื่อ $\Delta t \rightarrow 0$ จะได้

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \tag{5.14}$$

เมื่อ $dW = \vec{F}.d\vec{s}$ จากสมการ (5.14) สามารถเขียนใหม่ได้

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F}.\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F}.\vec{v} \tag{5.15}$$

ในระบบ SI กำลังมีหน่วยเป็น J/s หรือ watt; W ซึ่งตั้งให้เป็นเกียรติกับ เจมส์ วัตต์ (James Watt) โดย 1 W = 1 J/s = 1 $kg.m^2/s^2$ สำหรับทางด้านวิศวกรรมมักนิยมใช้หน่วยของกำลังเป็น “แรงม้า (Horse Power; hp)” เมื่อ 1 hp = 550 ft.lb/s = 746 W

ตัวอย่างที่ 5.10 โฆษณาชิ้นหนึ่งกล่าวอ้างว่า รถยนต์มวล 1,200 kg คันหนึ่ง สามารถเร่งเครื่องจากหยุดนิ่งให้มีอัตราเร็ว 25 m/s ได้ภายในเวลา 8.0 s จงหากำลังเฉลี่ยที่เครื่องยนต์จะต้องจ่ายเพื่อให้ได้ความเร่งนี้ โดยไม่ต้องคำนึงถึงการสูญเสียเนื่องจากแรงเสียดทาน

วิธีทำ งานที่ทำในการเร่งรถยนต์หาได้จากความสัมพันธ์

งานที่ทำ = E_k ที่เปลี่ยน = $\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$

เวลาที่ใช้สำหรับงานนี้ คือ 8.0 s ดังนั้น

$$\text{กำลัง} = \frac{\text{งาน}}{\text{เวลา}} = \frac{\frac{1}{2}(1{,}200)(25)^2}{8.0\ \text{s}} = 47\ \text{kW}$$

เมื่อเปลี่ยนหน่วยจากวัตต์เป็นกำลังม้า จะได้

$$\text{กำลัง} = (47 \times 10^3)\left(\frac{1\ \text{hp}}{746\ \text{W}}\right) = 63\ \text{hp}$$

สรุป

1. งาน W เป็นผลคูณสเกลาร์ของการกระจัด $\vec{S}$ แรง $\vec{F}$ และทิศทางของแรง คือ

$$W = \vec{F} \cdot \vec{S} = FS\cos\theta$$

2. พลังงานจลน์

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

3. พลังงานศักย์โน้มถ่วง

$$E_p = mgh$$

4. ความสัมพันธ์ระหว่างงาน และพลังงานจลน์ตามทฤษฎีบทงาน-พลังงาน คือ

$$W = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k$$

5. พลังงานรวมมีค่าคงตัว

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2} = \text{ค่าคงตัว}$$

6. กำลังนิยามว่าเป็นอัตราส่วนของงานต่อช่วงเวลา

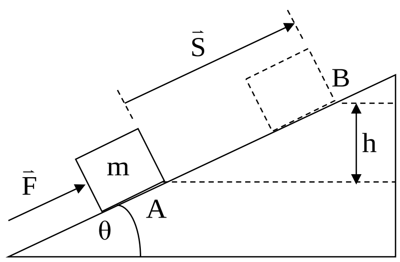
$$P = \frac{W}{t} = Fv\cos\theta$$

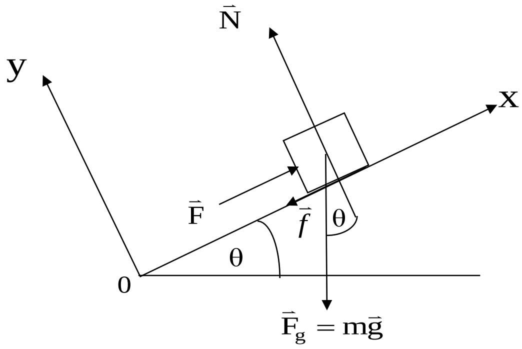
แบบฝึกหัด

1. ชายคนหนึ่งออกกำลังกายโดยการนอนหงายยกน้ำหนัก ถ้าลูกเหล็กหนัก 600 N และเมื่อเขายกขึ้นไปจนสุดแขนจะยกได้สูง 0.6 m จงหางานเมื่อ
   ก) เมื่อยกลูกเหล็กขึ้น
   ข) เมื่อยกลูกเหล็กลง

ตอบ ก) 360 J ข) -360 J

2. จากภาพที่ 5.12 พื้นเอียงทำมุม 30° กับพื้นราบ
   ก) จะต้องออกแรงขนาดเท่าไรจึงจะผลักกล่องมวล 6 kg ด้วยความเร็วคงที่ จากตำแหน่ง A ขึ้นไปไว้ที่ตำแหน่ง B บนพื้นเอียงฝืด ถ้าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานจลน์ระหว่างกล่องกับพื้นเอียงเป็น 0.50
   ข) ถ้าระยะระหว่าง A กับ B เท่ากับ 1.2 m จงหางานสุทธิ

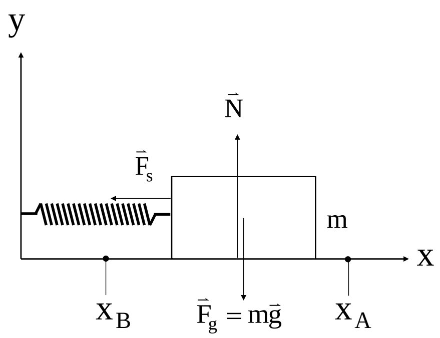




ภาพที่ 5.12 ภาพแบบฝึกหัดข้อที่ 2

ตอบ ก) 54.86 N ข) 0 J

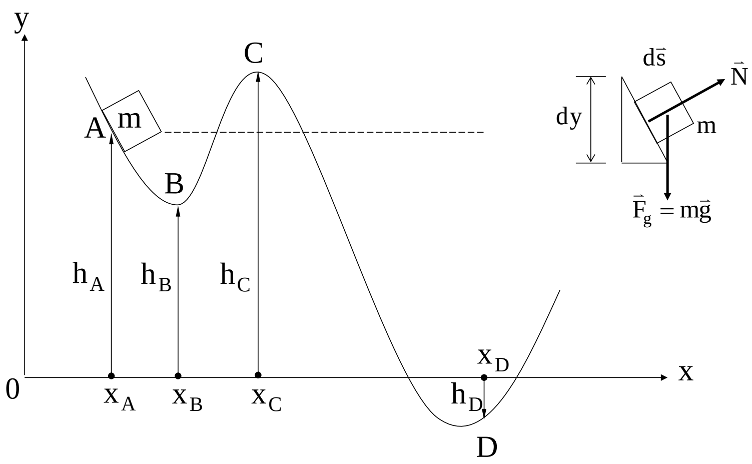
3. สปริงในอุดมคติอันหนึ่งไม่มีความยาวเริ่มต้น มีค่าคงที่เท่ากับ 50 N/m ปลายข้างหนึ่งยึดไว้กับผนัง ส่วนปลายอีกข้างหนึ่งมีมวลอันหนึ่งยึดติดอยู่ สมมติว่าระบบนี้ว่างอยู่บนพื้นลื่น และเริ่มต้นมวลถูกดึงมาอยู่ที่ตำแหน่งห่างจากผนัง x = 50 cm เมื่อปล่อยสปริงสามารถหดกลับทำให้มวลเคลื่อนที่มาอยู่ที่ตำแหน่งห่างจากผนังเป็น x = 5 cm จงหางานที่สปริงกระทำกับมวลนี้



ภาพที่ 5.13 ภาพแบบฝึกหัดข้อที่ 3

ตอบ 6.19 J

4. วัตถุมวล m ไถลลงมาตามพื้นเอียงที่เป็นเนินดังภาพที่ 5.14 ถ้าไม่มีแรงเสียดทานระหว่างวัตถุกับพื้น กำหนดให้ h_A = 7 m, h_B = 4 m, h_C = 7.2 m, h_D = -1 m และวัตถุมีความเร็วต้นที่จุด A เท่ากับ 3 m/s จงหาอัตราเร็วของวัตถุที่จุด x_B, x_C และ x_D



ภาพที่ 5.14 ภาพแบบฝึกหัดข้อที่ 4

ตอบ v_B = 8.23 m/s v_C = 2.25 m/s v_D = 12.88 m/s

5. ลิฟต์ตัวหนึ่งมีมวล 1,000 kg สามารถบรรทุกของได้สูงสุด 800 kg ถ้าต้องการให้ลิฟต์ตัวนี้เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ 3 m/s จะต้องใช้มอเตอร์ที่มีกำลังต่ำสุดเท่าไร

ตอบ 5.292×10^4 W หรือ 70.94 hp

6. จะต้องทำงานต้านแรงโน้มถ่วงเท่าไรในการยกวัตถุมวล 3.0 kg ขึ้นสูง 40 cm ในแนวดิ่ง

ตอบ 12 J

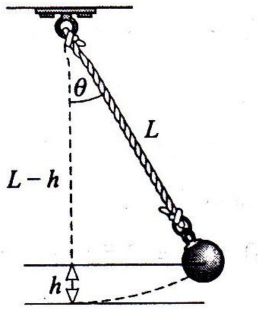
7. จงคำนวณงานที่ทำต้านความโน้มถ่วงโดยเครื่องสูบที่จ่ายน้ำมันเชื้อเพลิง 600 ลิตรเข้าสู่ถังซึ่งอยู่สูง 20 m เหนือระดับที่นำมันเข้าเครื่องสูบ น้ำมันหนึ่งลูกบาศก์เซนติเมตรมีมวล 0.82 g หนึ่งลิตรมีปริมาตรเท่ากับ 1000 cm^3

ตอบ 96 kJ

8. บันไดหนึ่งยาว 3.0 m และหนัก 200 N มีจุดศูนย์ถ่วงอยู่ที่ระยะ 120 cm จากเชิงบันได ที่ปลายด้านบนมีน้ำหนัก 50 N ติดอยู่ จงคำนวณงานที่จำเป็นในการยกบันไดจากตำแหน่งที่วางในแนวนอนบนพื้นให้ตั้งขึ้นตรงในแนวดิ่ง

ตอบ 0.39 kJ

9. จากภาพที่ 5.15 ลูกบอลลูกหนึ่งผูกติดอยู่กับปลายของเชือกที่มีความยาว 180 cm ลูกบอลนี้แกว่งไปมาเป็นนาฬิกาลูกตุ้ม ในขณะที่ลูกบอลผ่านจุดต่ำสุด อัตราเร็วของลูกบอลมีค่า 400 cm/s จงหา
   ก) ลูกบอลจะขึ้นไปสูงจากจุดนี้เท่าไรก่อนที่จะหยุด
   ข) ณ ตำแหน่งนี้ เชือกทำมุมเท่าไรกับแนวดิ่ง



ภาพที่ 5.15 ภาพแบบฝึกหัดข้อที่ 9

ตอบ ก) 0.816 m ข) 56.9°

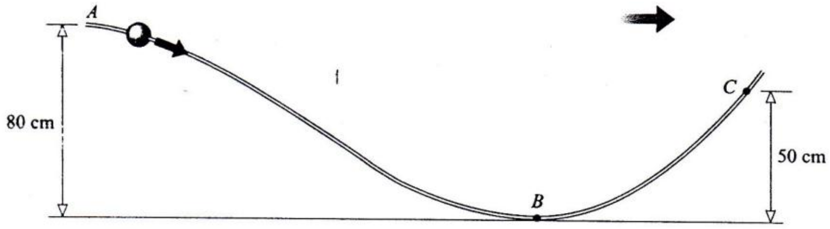
10. ก้อนวัตถุมวล 500 g ถูกยิงขึ้นไปตามพื้นเอียง ด้วยอัตราเร็วต้น 200 cm/s วัตถุนี้จะขึ้นไปบนพื้นเอียงได้ไกลเท่าไร ถ้าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานระหว่างวัตถุกับพื้นเอียงมีค่า 0.150

ตอบ 0.365 m

11. รถไฟขบวนหนึ่งมีมวล 60,000 kg ถูกลากขึ้นทางลาด 1.0 % (ทุก ๆ ความยาว 100 m ตามแนวระดับทางสูงขึ้น 1.0 m) ด้วยแรงดึงขนาด 3.0 kN และมีแรงเสียดทาน 4.0 kN ต้านการเคลื่อนที่ ถ้าอัตราเร็วของรถไฟมีขนาดเท่ากับ 12 m/s รถไฟเคลื่อนที่ไปได้ระยะทางตามแนวนอน s เท่าไร ก่อนที่อัตราเร็วของรถไฟจะลดลงเป็น 9.0 m/s

ตอบ 0.28 km

12. จากภาพที่ 5.16 แสดงให้เห็นลูกปัดลูกหนึ่งลื่นไถลไปบนเส้นลวด ถ้าแรงเสียดทานมีค่าน้อยมาก และลูกปัดมีอัตราเร็ว 200 cm/s ที่ A จงหาคำนวณหา
   ก) อัตราเร็วของลูกปัดที่จุด B
   ข) อัตราเร็วของลูกปัดที่จุด C



ภาพที่ 5.16 ภาพแบบฝึกหัดข้อที่ 12

ตอบ ก) v_f = 4.4 m/s ข) v_f = 3.1 m/s

เอกสารอ้างอิง

พงษ์ศักดิ์ ชินนาบุญ และ วีระชัย ลิ้มพรชัยเจริญ. (2549). **ฟิสิกส์ มหาวิทยาลัย เล่ม 1** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.

สมพงษ์ ใจดี. (2548). **ฟิสิกส์ มหาวิทยาลัย 1** (พิมพ์ครั้งที่ 6). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สมาคมวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมชูปถัมภ์. (2543). **ฟิสิกส์ เล่ม 1** (พิมพ์ครั้งที่ 2 ฉบับปรับปรุงแก้ไข). กรุงเทพฯ.

Douglas, C. G. (2009). **Physics for Sciectists & Engineers with Modern Physics** (4th ed.). United States of America. Pearson Education, Inc.

Halliday, D. , Resnick, R. , & Walker, J. (1997). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

________ . (2001). **Fundamental of physics** (6th ed.). New York: John Willey & Sons.

________ . (2007). **Fundamental of physics** (8th ed.). New York: John Willey & Sons.

Serway, R. A. (1996). **Physics for scientists & engineers with modern physics** (4th ed.). Philadelphia: Saunders College.

________ . (2008). **Physics for scientists & engineers with modern physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.