บทที่ 2
จลศาสตร์ของการเคลื่อนที่เชิงเส้น

ในชีวิตประจำวันเราอาจสังเกตเห็นว่าวัตถุรอบตัวสามารถเคลื่อนที่ได้ และเมื่อวัตถุใดๆ มีการเคลื่อนที่จะทำให้ตำแหน่ง ความเร็ว และทิศทางของวัตถุนั้นเปลี่ยนแปลงไป ซึ่งการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้นเราจะเรียกว่า “กลศาสตร์” สามารถแบ่งการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุออกเป็น 2 ส่วน คือ

1. จลศาสตร์ (Kinematics) เป็นการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุในเชิงเรขาคณิต โดยไม่คำนึงถึงแรงที่เป็นต้นเหตุทำให้วัตถุเคลื่อนที่ และกล่าวถึงการกระจัด (Displacement) ความเร็ว (Velocity) และความเร่ง (Acceleration)

2. พลศาสตร์ (Dynamics) เป็นการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งพิจารณาผลของแรงที่ทำให้การกระจัด ความเร็ว และความเร่งของวัตถุมีการเปลี่ยนแปลง โดยอาศัยกฎการเคลื่อนที่ทำนายผลที่จะเกิดขึ้น

2.1 ระยะทางและการกระจัด

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่จากตำแหน่ง A ไปยังตำแหน่ง B ดังภาพที่ 2.1 ในความเป็นจริงสามารถเดินทางได้หลายเส้นทาง โดยความยาวทั้งหมดที่เดินทางไปจะเรียกว่า “ระยะทาง (Distance)” ซึ่งแต่ละเส้นทางจะมีระยะทางไม่เท่ากัน แต่ถ้าเราพิจารณาระยะห่างจากจุด A ถึงจุด B โดยไม่สนใจว่าวัตถุจะเคลื่อนที่ไปตามเส้นทางใดเราจะเรียกระยะทางนี้ว่า “การกระจัด (displacement)” ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่า

ระยะทาง (Distance) เป็นปริมาณสเกลาร์ บอกถึงระยะทางทั้งหมดที่วัตถุมีการเคลื่อนที่ มีหน่วยเป็นเมตร

การกระจัด (Displacement) เป็นปริมาณเวกเตอร์ บอกให้ทราบถึงการเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุ การกระจัดขึ้นอยู่กับตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งสุดท้ายของวัตถุ ไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ หากวัตถุเคลื่อนที่ไปแล้วกลับมาที่ตำแหน่งเริ่มต้นแสดงว่าระยะกระจัดเป็นศูนย์

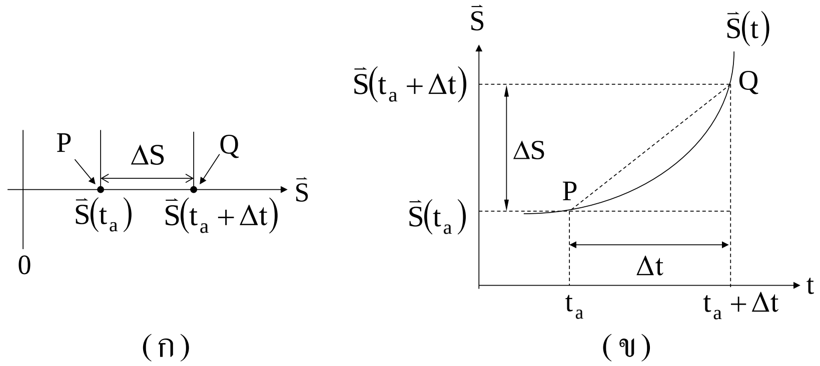
2.2 อัตราเร็วและความเร็ว (Speed and Velocity)

ในขณะที่วัตถุเคลื่อนที่จะมีการเปลี่ยนแปลงของระยะทางหรือระยะกระจัด และเวลาปริมาณดังกล่าวถือเป็นปริมาณพื้นฐานของการเคลื่อนที่ ซึ่งเมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของระยะทางหรือระยะกระจัดเทียบกับเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ ก็จะสามารถนิยามปริมาณใหม่ขึ้นมา คือ อัตราเร็วหรือความเร็ว โดยที่

อัตราเร็ว (v) = ระยะทาง/เวลา

ความเร็ว ($\overline{v}$)= ระยะกระจัด/เวลา

ดังนั้นจะเห็นว่า อัตราเร็วเป็นปริมาณสเกลาร์และความเร็วเป็นปริมาณเวกเตอร์



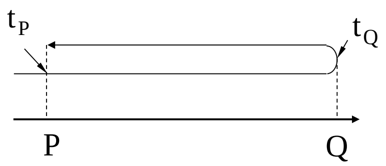
ภาพที่ 2.1 แสดงการเคลื่อนที่ของอนุภาค P ไปตำแหน่ง Q
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway, 1996, หน้า 40)

ถ้ากำหนดให้ $\vec{S}(t)$ เป็นการกระจัดของวัตถุ ในขณะเริ่มต้นที่เวลา t_a วัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง P มีการกระจัดเป็น $\vec{S}(t_a)$ หลังจากเวลาผ่านไป Δt วัตถุเคลื่อนที่ไปอยู่ที่ตำแหน่ง Q มีการกระจัดเป็น $\vec{S}(t_a + \Delta t)$ ซึ่งมีกราฟการเคลื่อนที่แสดงดังภาพที่ 2.1 (ก) และจากกราฟในภาพที่ 2.2 (ข) พบว่าในช่วงเวลา Δt วัตถุเคลื่อนที่มีการกระจัดเป็น $\Delta\vec{S} = \vec{S}(t_a + \Delta t) - \vec{S}(t_a)$ โดยเรียกอัตราการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ตามเวลานี้ว่า “ความเร็วเฉลี่ย (Average velocity)” ซึ่งเขียนเป็นสมการได้

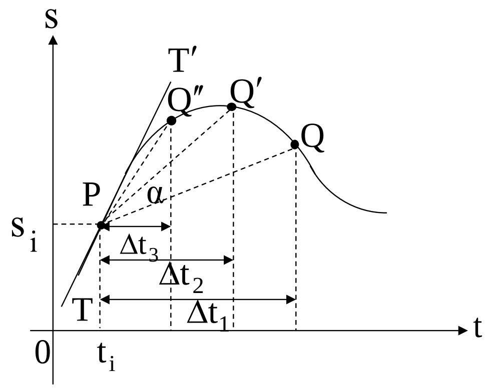
$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{S}(t_a + \Delta t) - \vec{S}(t_a)}{(t_a + \Delta t) - t_a} = \frac{\Delta\vec{S}}{\Delta t} \quad \text{มีหน่วยเป็น m/s} \qquad (2.1)$$

เมื่อพิจารณาวัตถุที่เคลื่อนที่ไปทางขวาจากตำแหน่ง P ไปยัง Q แล้วย้อนกลับมาที่ P อีกครั้ง ในเวลา Δt ดังภาพที่ 2.2 พบว่าความเร็วเฉลี่ยในกรณีนี้จะเป็นศูนย์ ($\Delta\vec{S} = 0$) แต่ระยะทางรวมที่วัตถุเคลื่อนที่ได้เท่ากับ ΔL และเรียกอัตราส่วนระหว่างระยะทางรวมกับช่วงเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ว่า “อัตราเร็วเฉลี่ย (Average speed)”

$$\text{อัตราเร็วเฉลี่ย} = \frac{\Delta L}{\Delta t} \qquad (2.2)$$



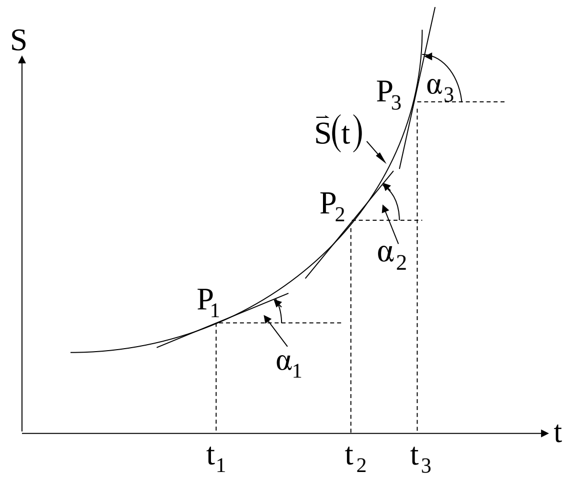
ภาพที่ 2.2 แสดงอนุภาคเคลื่อนที่ จาก P$\rightarrow$Q$\rightarrow$P เมื่อ Δt มีค่าน้อยลงๆ ($\Delta t_1 < \Delta t_2 < \Delta t_3$)
ที่มา (ปรับปรุงจาก พงษ์ศักดิ์ ชินนาบุญ และ วีระชัย ลิ้มพรชัยเจริญ, 2549, หน้า 51)



ภาพที่ 2.3 ทางเดินของอนุภาคระหว่างจุด P กับ Q
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway, 1996, หน้า 41)

ในกรณีที่วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงในทิศทางเดียวกันตลอด ความเร็วเฉลี่ยและอัตราเร็วจะมีค่าเท่ากัน ส่วนความเร็วในขณะเวลาใดๆ (Instantaneous velocity) เป็นความเร็วที่ตำแหน่งใดๆของวัตถุ ในกรณีของรถยนต์นั้นความเร็วในขณะเวลาใดๆสามารถอ่านได้จากมาตรวัดความเร็ว การหาความเร็วในขณะเวลาใดๆจะเหมือนกับการหาความเร็วเฉลี่ย แต่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม คือช่วงเวลาที่วัดจะต้องมีค่าน้อยๆ โดย $\Delta t \rightarrow 0$ พิจารณากราฟระหว่างระยะทางและเวลาของการเคลื่อนที่ของวัตถุดังภาพที่ 2.3 ถ้าเลือกช่วงเวลา Δt_1, Δt_2, Δt_3, ... ให้มีค่าน้อยลง ความชันของกราฟที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับความชันที่จุดนั้นๆ

$$\vec{v}(t_a) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{s}(t_a + \Delta t) - \vec{s}(t_a)}{\Delta t} = \tan(\alpha) \qquad (2.3)$$



ภาพที่ 2.4 ความเร็วของอนุภาคที่ขณะเวลาใดๆ
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway, 1996, หน้า 43)

ตัวอย่างความเร็วของอนุภาคที่เวลาต่างๆแสดงดังภาพที่ 2.4 และเมื่อใช้สัญลักษณ์ทางแคลคูลัสจะเขียนได้เป็น

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{S}(t)}{dt} \qquad (2.4)$$

<u>ตัวอย่างที่ 2.1</u> กำหนดให้การกระจัดของอนุภาคเป็น $\vec{S}(t) = \frac{1}{2}at^2 + 2bt$ เมื่อ a = 2 m/s^2 และ b = 2 m/s จงหาความเร็วเฉลี่ยระหว่างช่วงเวลาที่อนุภาคเคลื่อนที่ ถ้ากำหนดให้เวลาเริ่มต้น t_a = 1 s และ Δt = 1, 0.5, 0.1, 0.01, 0.001 s

<u>วิธีทำ</u> สามารถหาการกระจัดเริ่มต้นของอนุภาคจาก

$$\vec{S}(t_a) = \vec{S}(1) = \frac{1}{2}(2)(1)^2 + 2(2)(1) = 5\,\text{m}$$

ความเร็วเฉลี่ยของอนุภาค

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{S}(t_a + \Delta t) - \vec{S}(t_a)}{\Delta t} = \frac{\vec{S}(t_a + \Delta t) - (5\,\text{m})}{\Delta t}$$

สำหรับ Δt = 1 จะได้ว่า

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{S}(2)-(5)}{1} = \frac{4+8-5}{1} = 7 m/s$$

เมื่อแทนค่า Δt ต่างๆลงในสมการ จะได้ผลลัพธ์ตามตารางต่อไปนี้

Δt	1	0.5	0.1	0.01	0.001
$\vec{v}_{av}$	7	6.5	6.1	6.01	6.001

เมื่อแทนค่า $\Delta t \rightarrow 0$ จากตารางแสดงให้เห็นว่า ค่าของความเร็วเฉลี่ยจะมีค่าเข้าใกล้ค่าคงที่ค่าหนึ่งคือ 6 m/s เป็นความเร็วในขณะเวลาใดๆนั่นเอง หรือสามารถหาได้จากสมการ (2.4) คือ

$$\vec{v}(t=1s) = \frac{d\vec{S}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}at^2 + 2bt) = at + 2b = 2 + 4 = 6 \text{ m/s}$$

2.3 ความเร่ง (Acceleration)

ในการเคลื่อนที่ของวัตถุด้วยความเร็วไม่คงที่นั้น จะทำให้ความเร็วมีการเปลี่ยนแปลงเมื่อเวลาเพิ่มขึ้น โดยที่ความเร็วอาจจะเพิ่มขึ้นหรือลดลง โดยเราจะเรียกอัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วเทียบกับเวลานี้ว่า “ความเร่ง (Acceleration)”

ความเร่งเฉลี่ย (Average acceleration; $\vec{a}_{av}$) ของอนุภาคในช่วงเวลา Δt ที่มีเวลาเริ่มต้นเป็น t คือ

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \tag{2.5}$$

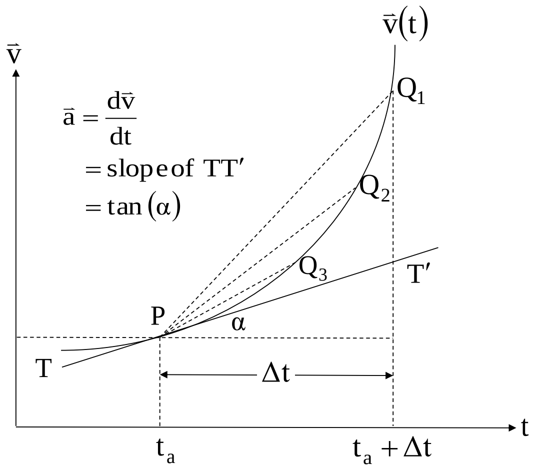
จากสมการ (2.5) สามารถหาความเร่งในขณะเวลาใดๆ (Instantaneous acceleration; $\vec{a}(t)$) ที่ขณะเวลา t ใดๆได้เมื่อ $\lim_{\Delta t \to 0}$ จะได้

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \tag{2.6}$$

พิจารณากราฟระหว่างความเร็วและเวลาของการเคลื่อนที่ของวัตถุดังภาพที่ 2.5 ถ้าเลือกช่วงเวลา Δt_1, Δt_2, Δt_3, ... ให้มีค่าน้อยลง ความชันของกราฟที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับความชันที่จุดนั้นๆ

จากหัวข้อที่ผ่านมาพบว่าความเร็วเป็นฟังก์ชันของการกระจัด ในขณะที่ความเร่งเป็นอนุพันธ์ของความเร็ว จึงสามารถแสดงความเร่งในภาพของอนุพันธ์ของความเร็วและการกระจัดได้ดังนี้

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt}\frac{d\vec{S}}{dt} = \frac{d^2\vec{S}}{dt^2} \quad \text{มีหน่วยเป็น m/s}^2 \qquad (2.7)$$



ภาพที่ 2.5 ความเร่งของอนุภาคที่ขณะเวลาใดๆ
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway, 1996, หน้า 43)

ตัวอย่างที่ 2.2 ถ้า t_1 = 2 s และ t_2 = 4 s จงหาความเร่งเฉลี่ยสำหรับกรณีดังต่อไปนี้

ก) v_1 = 8 m/s, v_2 = 12 m/s

ข) v_1 = 16 m/s, v_2 = 12 m/s

ค) v_1 = -4 m/s, v_2 = -10 m/s

ง) v_1 = -16 m/s, v_2 = -8 m/s

วิธีทำ ก) จากสมการความเร่งเฉลี่ย

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$= \frac{12-8}{4-2}$$

$$= 2 \text{ m/s}^2$$

ข) $$\bar{a} = \frac{12-16}{4-2} = -2 \text{ m/s}^2$$

ค) $$\vec{a} = \frac{-10-(-4)}{4-2} = -3\ m/s^2$$

ง) $$\vec{a} = \frac{-8-(-16)}{4-2} = +4\ m/s^2$$

2.4 สมการจลศาสตร์ของการเคลื่อนที่เชิงเส้นด้วยความเร่งคงที่ (The equations of kinematics for constant acceleration)

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่เป็นเส้นตรงในแนวแกน x โดยวัตถุมีความเร็วเริ่มต้นเป็น $\vec{v}_0$ และมีความเร่งเป็น $\vec{a}$ เมื่อเวลาผ่านไป t อนุภาคจะมีความเร็วเป็น $\vec{v}$ เมื่ออินทิเกรตสมการ (2.6) ตามเงื่อนไขข้างต้นจะได้ว่า

$$\int_0^v d\vec{v} = \int_0^t \vec{a}\,dt$$

$$\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a}t$$

หรือ

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \qquad (2.8)$$

สมการที่ได้เป็นความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับเวลา

จากสมการ (2.4) ความเร็วเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงการกระจัดของการเคลื่อนที่ของวัตถุ เขียนเป็นสมการได้เป็น $\vec{v} = \frac{d\vec{S}}{dt}$ ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ในทิศทางเดียว เราสามารถแทนความเร็ว ($\vec{v}$) ด้วยอัตราเร็ว (v) และความเร่ง $\vec{a}$ ด้วยอัตราเร่ง (a) โดยอัตราเร็วคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของวัตถุ จากสมการ (2.8) เขียนใหม่ได้เป็น

$$v = v_0 + at$$

$$\frac{dx}{dt} = v_0 + at \qquad (2.9)$$

ถ้าวัตถุเคลื่อนที่จากตำแหน่ง x_0 ไปยังตำแหน่ง x โดยใช้เวลา t จากสมการ (2.9) จะได้

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{0}^{t} (v_0 + at)dt$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (2.10)$$

โดยสมการ (2.10) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางกับเวลา เมื่อ v_0 และ a คงที่

ถ้าต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วและระยะทาง พิจารณาจากสมการ (2.9) จะได้ $t = \frac{v - v_0}{a}$ และแทนค่าในสมการ (2.10) จะได้

$$x - x_0 = v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$$

$$2a(x - x_0) = 2vv_0 - 2v_0^2 + v^2 - 2vv_0 + v_0^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad (2.11)$$

เนื่องจากวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งคงที่ สามารถหาอัตราเร็วเฉลี่ยได้จาก

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \qquad (2.12)$$

ตัวอย่างที่ 2.3 วัตถุเคลื่อนที่ไปตามแกน x ด้วยความเร่งคงตัว $a = 4\ m/s^2$ ที่เวลา $t = 0$ วัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง $x = 5$ m มีความเร็ว $v = 3$ m/s จงหา

ก) ตำแหน่งและความเร็วที่เวลา $t = 2$ s

ข) วัตถุอยู่ที่ไหนเมื่อความเร็วเท่ากับ 5 m/s

วิธีทำ จากโจทย์ $x_0 = 5$ m, $v_0 = 3$ m/s, $a = 4\ m/s^2$

ก) จากสมการ

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 5 + (3)(2) + \frac{1}{2}(4)(2)^2 = 19 \text{ m}$$

จากสมการ

$$v = v_0 + at = 3 + (4)(2)^2 = 11 \text{ m/s}$$

ข) จากสมการ

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$(5\ m/s)^2 = (3)^2 + 2(4)(x - 5)$$

$$x = 7\ m$$

หรือหาจากสมการ $v = v_0 + at$ เมื่อ $v = 5$ m/s จะได้

$$5 = 3 + (4)t$$

$$t = \frac{1}{2}\ s$$

$$x = 5 + 3\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}(4)\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 7\ m$$

2.5 การตกอย่างอิสระ (Free - fall)

สมัยกรีก อริสโตเติล (Aristotle; 384 - 322 ก่อนคริสต์ศักราช) ได้อธิบายการตกของวัตถุโดยอาศัยหลักทางตรรกะไว้ว่าวัตถุที่มีน้ำหนักมากจะตกถึงพื้นเร็วกว่าวัตถุที่มีน้ำหนักน้อย คำสอนนี้เป็นที่ยอมรับมาร่วม 2,000 ปี จนกระทั่งศตวรรษที่ 16 ซึ่งเป็นยุคที่ข้อสรุปทางวิทยาศาสตร์อยู่บนพื้นฐานของการสังเกตและการทดลอง รวมถึงการใช้เหตุผลและตรรกควบคู่กันไป กาลิเลโอ (Galieo Galiei; 1564 - 1642) นักดาราศาสตร์และนักฟิสิกส์ผู้ยิ่งใหญ่ชาวอิตาลีได้อาศัยกระบวนการดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าวัตถุที่ตกใกล้ๆกับพื้นโลกจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งในอัตราคงที่เดียวกัน

หลักการคำนวณและการกำหนดเครื่องหมายของการตกอย่างเสรี

1. เครื่องหมายของ v, v_0, y และ g ต้องกำหนดให้เหมือนกันตลอดการเคลื่อนที่ โดยกำหนดให้ทิศทางขึ้นเป็นบวก ทิศทางลงเป็นลบเสมอ

2. สำหรับตัวแปรที่ไม่ทราบค่าไม่ต้องกำหนดเครื่องหมาย เพราะเมื่อคำนวณแล้วจะมีเครื่องหมายติดออกมาเอง

3. ถ้าวัตถุตกจากที่สูง (จากหยุดนิ่ง) วัตถุมีความเร็วต้นเป็นศูนย์

4. อัตราเร็วทิศทางขึ้น และทิศทางลงที่ตำแหน่งห่างจากจุดเริ่มต้นเป็นระยะทางเท่ากัน จะมีอัตราเร็วเท่ากัน แต่เครื่องหมายตรงกันข้าม

5. ที่จุดสูงสุดที่วัตถุเคลื่อนที่ได้มีความเร็วเป็นศูนย์

6. สำหรับการปล่อยวัตถุจากยานพาหนะที่กำลังเคลื่อนที่ในแนวดิ่งด้วยความเร็วคงตัว (บอลลูนหรือจรวด) ความเร็วต้นของวัตถุที่ปล่อยจะเท่ากับความเร็วของยานพาหนะนั้น

สำหรับการตกอย่างอิสระ วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (g) ซึ่งมีทิศทางชี้ลง จากเงื่อนไขข้างต้นและสามารถเขียนสมการ (2.9), (2.10) และ (2.11) สำหรับการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งได้

$$v = v_0 - gt \tag{2.13}$$

$$y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{2.14}$$

และ

$$v^2 = v_0^2 - 2gy \tag{2.15}$$

เมื่อ v_0 เป็นอัตราเร็วเริ่มต้นในแนวดิ่ง และ $a = -g$ โดยเครื่องหมายลบแสดงว่าอัตราเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลกมีทิศตามแกน - y หรือมีทิศพุ่งเข้าหาจุดศูนย์กลางของโลก

<u>ตัวอย่างที่ 2.4</u> ลูกบอลถูกขว้างขึ้นไปในอากาศแนวดิ่งจากยอดตึก และหลุดจากมือผู้ขว้างด้วยอัตราเร็ว 12 m/s จากนั้นตกลงมาผ่านยอดตึก จงหา
ก) ตำแหน่งและความเร็วของลูกบอลที่วินาทีที่ 1 และ 4 ภายหลังหลุดจากมือของผู้ขว้าง
ข) ความเร็วที่ระยะทาง 5 m เหนือจุดเริ่มต้น
ค) ระยะทางสูงสุดและเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่

<u>วิธีทำ</u> ความเร็วที่เวลา t ใดๆ

$$v = v_0 - gt = 12 - (9.8)t$$

ตำแหน่งที่เวลา t ใดๆ

$$y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = (12)t - \frac{1}{2}(9.8)t^2$$

ความเร็วที่ตำแหน่งใดๆ

$$v^2 = v_0^2 - 2gy = (12)^2 - 2(9.8)y$$

ก) ที่เวลา t = 1 s จะได้

$$y = (12)(1) - \frac{1}{2}(9.8)(1)^2$$

$$= +7.1 \text{ m}$$

$$v = 12 - (9.8)(1)$$

$$= +2.2 \text{ m/s}$$

นั่นคือลูกบอลอยู่ที่ตำแหน่ง 7.1 m เหนือจุดที่ขว้าง มีความเร็ว 2.2 m/s ในทิศทางขึ้น
ที่เวลา t = 4 s จะได้

$$y = -30.4 \text{ m}$$

$$v = -27.2 \text{ m/s}$$

นั่นคือลูกบอลใต้จุดเริ่มต้นเป็นระยะทาง 30.4 m ความเร็วมีทิศทางลงด้วยขนาด 27.2 m/s

ข) จากโจทย์ y = +5 m

$$v^2 = (12)^2 - 2(9.8)(5) = 46$$
$$v = \sqrt{46}$$
$$= \pm 6.78 \text{ m/s}$$

นั่นคือลูกบอลผ่านจุดนี้สองครั้งความเร็วทิศทางขึ้นคือ + 6.78 m/s
ความเร็วทิศทางลงคือ - 6.78 m/s
ค) ที่สุดสูงสุด v = 0 จะได้ว่า

$$0 = (12)^2 - 2(9.8)y$$
$$y = \frac{(12)^2}{2(9.8)} = +7.35 \text{ m}$$

และ

$$0 = 12 - (9.8)t$$
$$t = \frac{12}{9.8} = 1.22 \text{ s}$$

นั่นคือระยะทางสูงสุดที่ลูกบอลเคลื่อนที่ได้เท่ากับ 7.35 m และเวลาที่ใช้เท่ากับ 1.22 s

ตัวอย่างที่ 2.5 บอลลูนกำลังลอยขึ้นด้วยความเร็ว 13 m/s ที่ความสูงเหนือพื้นดิน 300 m ลูกบอลถูกปล่อยออกมาจากบอลลูน จงหา
ก) ระยะทางสูงสุดของลูกบอล
ข) ตำแหน่งและความเร็วหลังปล่อย 5 s
ค) เวลาขณะลูกบอลถึงพื้น

วิธีทำ ความเร็วต้นของลูกบอลจะเท่ากับความเร็วของบอลลูนคือ 13 m/s
ก) ที่จุดสูงสุด v = 0

จากสมการ

$$v^2 = v_0^2 - 2gy$$

$$0 = (13)^2 - 2(9.8)y$$

$$y = \frac{(13)^2}{2(9.8)} = 8.62 \text{ m}$$

นั่นคือระยะทางสูงสุดของลูกบอลคือ 300 m + 8.62 m = 308.62 m

ข) ตำแหน่งที่เวลา t = 5 s จากสมการ

$$y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= (13)(5) - \frac{1}{2}(9.8)(5)^2 = -57.5 \text{ m}$$

นั่นคือลูกบอลอยู่สูงจากพื้นเท่ากับ 300 - 57.5 = 242.5 m มีความเร็ว

$$v = (13) - (9.8)(5) = -36 \text{ m/s}$$

ลูกบอลกำลังเคลื่อนที่ลงความเร็ว 36 m/s

ค) ขณะลูกบอลกระทบพื้นมีการกระจัดเท่ากับ -300 m ดังนั้น

$$-300 = (13)t - \frac{1}{2}(9.8)t^2$$

$$4.9t^2 - 13t - 300 = 0$$

$$t = \frac{13 \pm \sqrt{(13)^2 - 4(4.9)(300)}}{2(4.9)}$$

$$= 9.26 \text{ s}, -6.61 \text{ s}$$

เวลา -6.61 s ไม่มีความหมายทางฟิสิกส์ ดังนั้นลูกบอลถึงพื้นในเวลา 9.26 s

2.6 เวลาที่ใช้ในการตอบสนองต่อสิ่งเร้า (Reaction time)

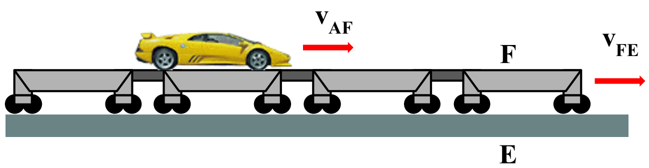
การตอบสนองต่อสิ่งเร้าภายนอกของมนุษย์แต่ละคนจะใช้เวลาไม่เท่ากัน บางคนอาจตอบสนองได้เร็ว ในขณะที่บางคนค่อนข้างช้า เวลาที่คนปกติทั่วไปใช้ในการตอบสนองต่อสิ่งเร้าจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0.2 - 0.3 วินาที เราสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับการตกอย่างอิสระมาทดสอบหาเวลาที่ใช้ในการตอบสนองต่อสิ่งเร้าได้โดยใช้เพียงไม้บรรทัดและสมการ (2.14) การทดสอบกระทำโดยให้ผู้ทดสอบถือไม้บรรทัดในแนวดิ่ง ในขณะที่ผู้ถูกทดสอบใช้นิ้วชี้ และนิ้วหัวแม่มือกางห่างกันประมาณ 1 นิ้ว ไว้ที่ปลายด้านล่างของไม้บรรทัด ในการทดสอบนี้สิ่งเร้าก็คือการตกของไม้บรรทัด โดยผู้ทดสอบ

จะต้องใช้นิ้วคีบไม้บรรทัดไว้ไม่ให้ตกลงสู่พื้น จากสมการ (2.14) ไม้บรรทัดมี $v_0 = 0$ และ $h = y - y_0$ เป็นความยาวของไม้บรรทัดที่ตกผ่านมือผู้ทดสอบ ถ้าให้ขีด 0 ของไม้บรรทัดอยู่ด้านล่าง ระยะ h คือระยะที่อ่านได้จากนิ้วคีบนั่นเอง ดังนั้นเวลาที่ใช้ตอบสนองต่อสิ่งเร้าหาได้จาก

$$t_{re} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{2.16}$$

2.7 ความเร็วสัมพัทธ์

การเคลื่อนที่ของวัตถุโดยมีความเร็วอ้างอิงกับตำแหน่งใดๆ โดยสิ่งที่อ้างอิงนั้นอาจหยุดนิ่งหรือกำลังเคลื่อนที่ก็ได้ ความเร็วที่หาได้จากความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุกำลังเคลื่อนที่และตำแหน่งที่อ้างอิงนั้น เรียกว่าความเร็วสัมพัทธ์ (Relative velocity) เริ่มแรกมักกำหนดให้ตำแหน่งที่อ้างอิงตรึงติด (fix) กับวัตถุใดวัตถุหนึ่ง และวัตถุที่สองอาจเคลื่อนที่สัมพัทธ์กับวัตถุอ้างอิง ดังนั้นเมื่อพูดถึงความเร็วของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ จะหมายถึงความเร็วของวัตถุเมื่อเทียบกับโลก แต่เนื่องจากโลกเคลื่อนที่สัมพัทธ์กับดวงอาทิตย์ และดวงอาทิตย์เคลื่อนที่สัมพัทธ์กับดาวฤกษ์หรือกาแล็กซี



ภาพที่ 2.6 ความเร็วสัมพัทธ์รถไฟเทียบกับโลกและรถยนต์เทียบกับรถไฟ
ที่มา (ปรับปรุงจาก Serway, 2008, หน้า 96)

จากภาพที่ 2.6 สมมติว่ารถไฟเคลื่อนที่ไปทางขวาตามแนวราบ มีรถยนต์ A เคลื่อนที่ไปทางขวาและอยู่บนรถไฟ ถ้า v_{FE} แทนความเร็วของรถไฟ (F) สัมพัทธ์กับโลก (E) และ v_{AF} แทนความเร็วของรถยนต์ A สัมพัทธ์กับรถไฟ F ความเร็วของรถยนต์ A สัมพัทธ์กับโลกคือ v_{AE} มีค่าเท่ากับผลรวมทางพีชคณิตระหว่างความเร็ว v_{AF} และ v_{FE} นั่นคือ

$$v_{AE} = v_{FE} + v_{AF} \tag{2.17}$$

<u>ตัวอย่างที่ 2.6</u> รถยนต์ A เคลื่อนที่สัมพัทธ์กับโลกด้วยความเร็ว 65 km/hr บนถนนแนวระดับ และอยู่หน้ารถจักรยานยนต์ B ซึ่งเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกันด้วยความเร็ว 80 km/hr จงหาความเร็วของรถจักรยานยนต์ B สัมพัทธ์กับรถยนต์ A

<u>วิธีทำ</u> จากโจทย์ v_{AE} = 65 km/hr = 18.06 m/s และ v_{BE} = 80 km/hr = 22.22 m/s

จากหลักการความเร็วสัมพัทธ์ เขียนได้ว่า

$$v_{BE} = v_{BA} + v_{AE}$$

ดังนั้น

$$v_{BA} = v_{BE} - v_{AE}$$
$$= 22.22 - 18.06 = 4.16 \text{ m/s}$$

รถจักรยานยนต์ตามหลังรถยนต์ด้วยอัตราเร็ว 4.16 m/s

สรุป

1. ความเร็วเฉลี่ย

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

2. ความเร็วขณะหนึ่ง

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

3. ความเร่งเฉลี่ย

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

4. ความเร่งขณะหนึ่ง

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

5. สมการแม่บทของการเคลื่อนที่ภายใต้ความเร่งคงตัว

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

และ

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

6. สมการแม่บทของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

$$x = (v_0 \cos\theta)t$$

$$y = (v_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_x = v_0 \cos\theta$$

$$v_y = v_0 \sin\theta - gt$$

7. ระยะทาง r จากจุดกำเนิดของโพรเจกไทล์ที่เวลา t ใดๆ

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

8. ความเร็วลัพธ์ของโพรเจกไทล์

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

9. ความเร่งสู่ศูนย์กลาง

$$a = \frac{v^2}{R}$$

แบบฝึกหัด

1. ถ้าการเคลื่อนที่ของอนุภาคมีสมการ $x = (10\ m) + (30\ m/s)t + (4\ m/s^2)t^2$ จงหา

ก) การกระจัดในช่วงเวลาระหว่าง $t_1 = 5$ s ถึง $t_2 = 10$ s

ตอบ 450 m

ข) ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลานี้

ตอบ 90 m/s

ค) ความเร็วขณะหนึ่งที่เวลา t_1 = 4 s

ตอบ 62 m/s

2. ถ้า t_1 = 1 s และ t_2 = 5 s จงหาความเร่งเฉลี่ยสำหรับกรณีดังต่อไปนี้

ก) v_1 = 4 m/s, v_2 = 12 m/s

ตอบ 2 m/s^2

ข) v_1 = 12 m/s, v_2 = 12 m/s

ตอบ 0 m/s^2

ค) v_1 = 16 m/s, v_2 = 8 m/s

ตอบ -2 m/s^2

3. อนุภาคเคลื่อนที่ตามแกน x โดยมีความเร็วแปรตามเวลา ดังนี้ $\vec{v} = 10t^2 - 2t + 1$ จงหา

ก) ความเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลา t = 0 ถึง t = 5 s

ตอบ 48 m/s^2

ข) ความเร่งขณะใดๆที่เวลา t = 3 s

ตอบ 58 m/s^2

4. กำหนดให้ความเร็วของอนุภาคแสดงได้ด้วยสมการ

$$v = (5) + (10)t + (2)t^2$$

ก) จงหาการเปลี่ยนแปลงความเร็วของอนุภาคในช่วงเวลาระหว่าง t_1 = 1 s และ t_2 = 3 s

ตอบ 36 m/s

ข) จงหาความเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลานี้

ตอบ 18 m/s^2

ค) จงหาความเร่งขณะหนึ่งที่เวลา t = 4 s

ตอบ 26 m/s^2

5. เมื่อสังเกตอนุภาคตัวหนึ่ง พบว่าที่เวลา t = 0 อยู่ที่ตำแหน่ง x_0 = 5 m และกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}_0 = 20\,m/s$ เมื่อเวลาผ่านไป 10 วินาที อนุภาคมีความเร็ว $\vec{v} = 2\,m/s$ จงหาความเร่ง ตำแหน่งที่เป็นฟังก์ชันของเวลา และอนุภาคจะใช้เวลาเคลื่อนที่นานเท่าไรจึงเคลื่อนที่กลับไปที่ตำแหน่ง x = 5 m

ตอบ 22.22 s

6. รถยนต์คันหนึ่งเคลื่อนที่จากหยุดนิ่งด้วยความเร่งคงตัว 2 m/s^2 จงหาอัตราเร็วและระยะทางภายหลังเวลา 5 วินาที

ตอบ 25 m

7. รถยนต์วิ่งไปตามถนนไฮเวย์เป็นเส้นตรง ความเร็วเป็นฟังก์ชันของเวลาดังสมการ

$$a = 2.0\ m/s^2 - (0.1\ m/s^3)t$$

ที่เวลา t = 0 รถยนต์อยู่ที่ตำแหน่ง $x_0 = 0$ มีความเร็ว 10 m/s จงหา

ก) สมการแสดงความเร็วและตำแหน่งที่เวลาใดๆ

ตอบ $v = (2.0)t - \frac{1}{2}(0.1)t^2 + 10$

$$x = \frac{1}{2}(2.0)t^2 - \frac{1}{6}(0.1)t^3 + (10)t$$

ข) เวลาที่รถยนต์มีความเร็วสูงสุด

ตอบ 20 s

ค) ความเร็วสูงสุด

ตอบ 40 m/s

8. ปล่อยก้อนหินจากบอลลูนที่ลอยนิ่งอยู่ในอากาศ อยากทราบว่าเมื่อก้อนหินมีอัตราเร็ว 10 m/s จะอยู่ต่ำกว่าตำแหน่งเริ่มต้นเท่าใด (กำหนด $g = 10\ m/s^2$)

ตอบ 5 m

9. ก้อนหินถูกขว้างขึ้นไปในอากาศแนวดิ่งจากยอดตึกด้วยอัตราเร็ว 20 m/s จงหาตำแหน่ง และความเร็วของลูกบอลที่วินาทีที่ 2 และ 4 ภายหลังหลุดจากมือของผู้ขว้าง

ตอบ ก้อนหินอยู่ที่ตำแหน่ง 1.6 m เหนือจุดที่ขว้าง มีความเร็ว 19.2 m/s ในทิศทางลง

10. วัตถุมวล m ถูกขว้างลงในแนวดิ่งจากที่สูง H ด้วยความเร็วเริ่มต้น v_0 ถ้าไม่คิดแรงเสียดทาน จงแสดงว่า

วัตถุจะตกกระทบพื้นที่เวลา $t = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gH} - v_0}{g}$

และอัตราเร็ว $v = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$

11. โยนก้อนหินจากหน้าผาสูง 60 m ขึ้นไปในอากาศด้วยความเร็ว 5 m/s กำหนด g = 9.8 m/s^2 จงหา

ก) เวลาที่ก้อนหินขึ้นไปถึงจุดสูงสุดแล้วตกกลับผ่านจุดเริ่มต้นพอดี

ตอบ 1.02 s

ข) อัตราเร็วของก้อนหินขณะกระทบพื้น

ตอบ 34.66 m/s

ค) เวลาที่ก้อนหินอยู่ในอากาศ

ตอบ 5.03 s

เอกสารอ้างอิง

พงษ์ศักดิ์ ชินนาบุญ และวีระชัย ลิ้มพรชัยเจริญ. (2549). **ฟิสิกส์ มหาวิทยาลัย เล่ม 1** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.

สมพงษ์ ใจดี. (2548). **ฟิสิกส์ มหาวิทยาลัย 1** (พิมพ์ครั้งที่ 6). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Halliday, D. , Resnick, R. , & Walker, J. (1997). **Fundamental of physics** (5th ed.).

New York: John Wiley & Sons.

________ . (2001). **Fundamental of physics** (6th ed.). New York: John Willey & Sons.

________ . (2007). **Fundamental of physics** (8th ed.). New York: John Willey & Sons.

Sear, F. W. , Zemansky, M. W. , & Young, H. D. (1982). **University physics** (6th ed.). New York: Addison-Wesley.

________ . (1991). **University physics** (7th ed.). New York: Addison-Wesley.

Serway, R. A. (1996). **Physics for scientists & engineers with modern physics** (4th ed.). Philadelphia: Saunders College.

________ . (2008). **Physics for scientists & engineers with modern physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.