แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 1

ประจุไฟฟ้าและสนามไฟฟ้า

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. ประจุไฟฟ้า
2. กฎของคูลอมบ์
3. สนามไฟฟ้าสถิตย์
4. สนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุที่ต่อเนื่องกัน
5. ประจุในสนามไฟฟ้า

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกชนิดของประจุไฟฟ้าได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณกฎของคูลอมบ์ได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณสนามไฟฟ้าสถิตย์ได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถคำนวณสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุที่ต่อเนื่องกันได้
5. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถอธิบายผลของแรงที่เกิดจากการนำประจุที่อยู่ในสนามไฟฟ้าได้
6. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 1
ประจุไฟฟ้าและสนามไฟฟ้า

1.1 ประจุไฟฟ้า

ประจุไฟฟ้าเป็นตัวการที่ให้กำเนิดอำนาจไฟฟ้า ซึ่งค้นพบมาตั้งแต่สมัยโบราณ จนกระทั่ง เบนจามิน แฟรงค์คลิน (Benjamin Franklin (1706-1790)) ได้ทำการศึกษาและพบว่า ประจุไฟฟ้ามีทั้งประจุบวกและประจุลบ ประจุทั้งสองนี้ถ้านำมาอยู่ใกล้ กันจะเกิดแรงดึงดูดเข้าหากัน และถ้าเอาประจุชนิดเดียวกันวางใกล้กันก็จะเกิดแรงผลักกัน

อะตอมเป็นแหล่งให้ประจุ อะตอมประกอบด้วยนิวเคลียสซึ่งมีประจุบวกเรียกว่า โปรตอนและอนุภาคเป็นกลางทางไฟฟ้าเรียกว่านิวตรอนรวมอยู่ด้วยกันในนิวเคลียส รอบ ๆ นิวเคลียสจะมีอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าเป็นลบเรียกว่าอิเล็กตรอนโคจรอยู่รอบ ๆ นิวเคลียส โดยปกติ อะตอมจะเป็นกลางคือมีประจุบวกและประจุลบเท่ากัน

จากการศึกษาโครงสร้างอะตอมเราพบว่าภายในอะตอมหนึ่ง ๆ ของธาตุประกอบด้วยอนุภาคที่สำคัญ 3 ชนิดคือ อิเล็กตรอน โปรตอน และนิวตรอน ซึ่งมีมวลและประจุไฟฟ้าดังนี้

ตารางที่ 1.1 มวลและประจุไฟฟ้าของอนุภาคในอะตอม

อนุภาค	มวล (กิโลกรัม)	ประจุไฟฟ้า (คุลอมบ์)	ชนิดประจุ
อิเล็กตรอน	9.1×10^{-31}	1.6×10^{-19}	ลบ
โปรตอน	1.67×10^{-27}	1.6×10^{-19}	บวก
นิวตรอน	1.67×10^{-27}	เป็นกลาง	ไม่ปรากฏ

ที่มา (ปรับปรุงจาก Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้าA-3)

จากข้อมูลในตารางพบว่าอิเล็กตรอนเป็นอนุภาคที่มีมวลน้อยที่สุด จึงเคลื่อนที่ได้ง่าย ซึ่งอิเล็กตรอนเบากว่าโปรตอนถึง 1836 เท่า ดังนั้นการที่วัตถุใดแสดงอำนาจไฟฟ้าเป็นบวกแสดงว่า วัตถุนั้นสูญเสียอิเล็กตรอนไป วัตถุใดแสดงอำนาจไฟฟ้าเป็นลบแสดงว่าวัตถุนั้นรับอิเล็กตรอนเข้ามา นั่นเอง

ประจุเหล่านี้เป็นองค์ประกอบที่สำคัญของสสาร โดยเฉพาะตัวประจุลบหรืออิเล็กตรอน (electron)ที่อยู่ในสสาร ถ้ามีสภาพอิสระ จะสามารถถ่ายเทอำนาจไฟฟ้าได้หรือเกิดการไหลของประจุ ได้ สสารเหล่านี้เรียกว่า “ตัวนำ” (conductor) แต่ถ้าสารใดไม่มีอิเล็กตรอนอิสระอยู่หรือมีจำนวน น้อยมากจะไม่สามารถถ่ายเทอำนาจไฟฟ้า เราเรียกวัตถุนั้นว่า ตัว “ฉนวน” (Insulator)

1.2 กฎของคูลอมบ์

กฎของคูลอมบ์กล่าวว่า ถ้านำประจุสองประจุวางใกล้กัน จะเกิดแรงกระทำต่อกัน ถ้าประจุทั้งสองเหมือนกัน จะเกิดแรงผลักออกจากกัน และถ้าประจุต่างชนิดกันจะเกิดแรงดึงดูดเข้าหากัน แรงที่เกิดขึ้นจะเป็นสัดส่วนกับผลคูณของประจุทั้งสองและเป็นสัดส่วนผกผันกับระยะทางระหว่างประจุทั้งสองยกกำลังสอง

จากกฎของคูลอมบ์เมื่อกำหนดให้

q_1 , q_2เป็นค่าประจุของประจุสองตัว มีหน่วยเป็น คูลอมบ์(C)

rเป็นระยะทางระหว่างประจุทั้งสอง มีหน่วยเป็น เมตร (m)

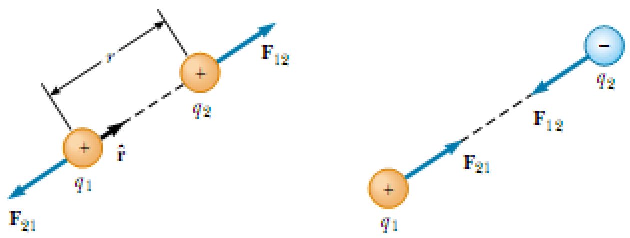
และ F เป็นแรงที่เกิดขึ้น มีหน่วยเป็น นิวตัน(N)

จะได้ $F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$

หรือ $$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{1.1}$$

โดย K เป็นค่าคงที่ มีค่า $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9$ N-m^2/c^2

และ ε_0 คือ ค่า permittivity constantในอากาศ= 8.85×10^{-12} C^2/N.m^2



(ก) (ข)

รูปที่ 1.1 (ก) แรงผลักระหว่างประจุชนิดเดียวกัน (ข) แรงดึงดูดระหว่างประจุชนิดต่างกัน
ที่มา (Holliday,Resnick,&Walker, 2005, หน้า 716)

ตัวอย่างที่ 1.1 ถ้าเอาประจุบวกและประจุลบของเหรียญสลึง ซึ่งหนัก 3.1 กรัม แยกออกจากกันวางห่างกันเท่าใด จึงจะเกิดแรงดึงดูดเข้าหากัน เท่ากับ 4.5 นิวตัน กำหนดให้หนึ่งอะตอมของทองแดง มีประจุบวกเท่ากับประจุลบ เท่ากับ 4.6×10^{-18} คูลอมบ์

วิธีทำ หาจำนวนของประจุบวกและประจุลบ โดยให้

q_0 = ประจุของ 1 อิเล็กตรอน

n = จำนวนอิเล็กตรอนอิสระทั้งหมด

$\therefore\ q = q_0 n$

จาก $\frac{n}{N_0} = \frac{m}{M}$

$\therefore\ n = \frac{mN_0}{M} = \frac{3.1\times6.02\times10^{23}}{64}$

$= 2.9 \times 10^{22}$ atom

$$Q = q_0 n = \left(4.6\times10^{-18}\right)\left(2.9\times10^{22}\right) = 1.3 \times 10^{5}\ C$$

จากกฎของคูลอมบ์

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

ให้ r เป็นระยะทางห่างกันระหว่างประจุทั้งสองกลุ่มที่ทำให้เกิดแรงดึงดูด 4.5 นิวตัน

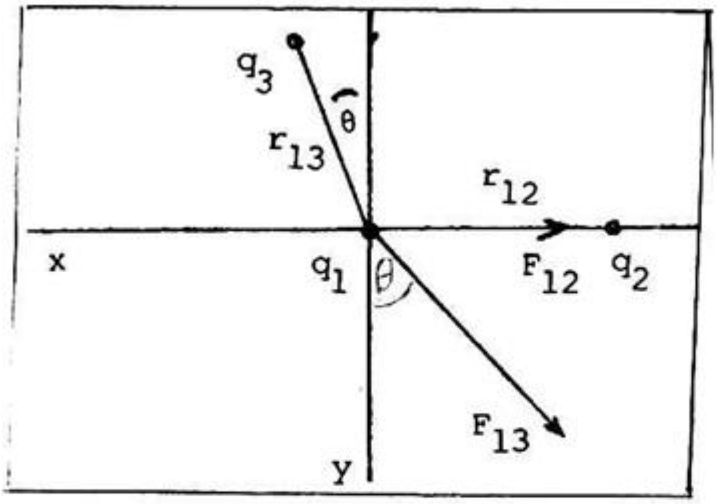
$$\therefore\ 4.5 = 9\times10^{9}\ \frac{1.3\times10^{5}\times1.3\times10^{5}}{r^2}$$

$$r = 1.3\times10^{5}\sqrt{\frac{9\times10^{9}}{4.5}} = 5.8 \times 10^{9}\text{ เมตร}$$

$\therefore$ต้องวางประจุทั้งสองกลุ่มแยกห่างกัน 5.8 $\times10^{9}$ เมตร **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 1.2 จากรูปกำหนดให้

$q_1 = -1.0 \times 10^{6}$ C $q_2 = +3.0 \times 10^{-6}$ C $q_3 = -2.0 \times 10^{-6}$ C $r_{12} = 15$ cm $r_{13} = 10$ cm $\theta = 30^{\circ}$



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 1.2
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า11)

จงหาแรงกระทำบนแกน xและ แกน y

วิธีทำ จากสูตร $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$

$$F_{12} = 9\times10^{9}\ \frac{\left(1.0\times10^{-6}\right)\left(3.0\times10^{-6}\right)}{\left(1.5\times10^{-1}\right)^{2}} = 1.2\ N$$

$$\text{และ}F_{13} = 9\times10^{9}\ \frac{\left(1.0\times10^{-6}\right)\left(2.0\times10^{-6}\right)}{\left(1.0\times10^{-1}\right)^{2}} = 1.8\ N$$

ดังนั้น $F_x = F_{12} + F_{13}\sin\theta = 1.2 + (1.8)\sin30^{\circ}$

$= 1.2+1.8\times0.5 = 2.1$ N

และ$F_y = F_{13}\cos\theta = 1.8\cos 30^\circ$

$= 1.8 \times 0.866 = 1.6$ N

$\therefore$แรงบนแกน x เท่ากับ 2.1 N และแรงบนแกน y เท่ากับ 1.6 N **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 1.3ระยะห่างระหว่างอิเล็กตรอนและโปรตอน ในไฮโดรเจนอะตอม เท่ากับ 5.3×10^{-11} เมตร จงเปรียบเทียบระหว่างแรงดึงดูดระหว่างประจุกับแรงดึงดูดระหว่างมวล

วิธีทำแรงดึงดูดระหว่างประจุ $F_e = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1q_2}{r^2}$

$$\therefore F_e = \left(9.0\times10^{9}\right)\circ\frac{\left(1.6\times10^{-19}\right)^2}{\left(5.3\times10^{-11}\right)^2} = 8.2\times10^{-8}\text{N}$$

แรงดึงดูดระหว่างมวล$F_g = G\dfrac{m_1m_2}{r^2}$

$$F_g = \left(6.7\times10^{-11}\right)\frac{\left(9.1\times10^{-31}\right)\left(1.7\times10^{-27}\right)}{\left(5.3\times10^{-11}\right)^2}$$

$$= 3.7\times10^{-47}\ \text{N}$$

ดังนั้น $\dfrac{F_e}{F_g} = \dfrac{8.2\times10^{-8}}{3.7\times10^{-47}} = 2.22\times10^{39}$

$\therefore$ แรงดึงดูดระหว่างประจุต่อแรงดึงดูดระหว่างมวลเท่ากับ2.22×10^{39} **ตอบ**

1.3 สนามไฟฟ้าสถิตย์

การที่ประจุสองประจุอยู่ห่างกัน และเกิดแรงกระทำต่อกันได้ แสดงว่าประจุทั้งสองจะต้องส่งอำนาจไฟฟ้าออกจากตัวของมันเอง ไปกระทำปฏิกิริยาซึ่งกันและกัน อำนาจไฟฟ้าที่แผ่ออกไปนี้เรียกว่า สนามไฟฟ้า เราสามารถหาความเข้มของสนามไฟฟ้าเหล่านี้ได้ โดยกำหนดมาตรในการวัดขึ้น ในที่นี้หน่วยวัดของสนามไฟฟ้าเป็น นิวตันต่อคูลอมบ์ ซึ่งกำหนดจากแรงกระทำต่อหนึ่งหน่วยประจุไฟฟ้า (ใช้หนึ่งหน่วยประจุบวกเป็น Test charge) เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\overline{E} = \frac{\overline{F}}{q_o} \qquad (1.2)$$

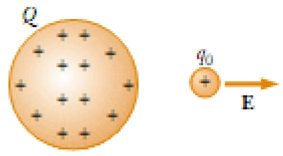
เมื่อ$\overline{E}$ เป็นสนามไฟฟ้า N/C

$\overline{F}$เป็นแรงกระทำบนประจุทดสอบ(N)

q_0 เป็นประจุของประจุทดสอบ (C)

หรืออีกนัยหนึ่ง ถ้าจะหาสนามไฟฟ้าที่บริเวณใดว่ามีค่าเท่ากับเท่าใดนั้น เอาหนึ่งหน่วยประจุบวกไปวางไว้ ณ จุดนั้นๆแล้ววัดแรงกระทำที่เกิดขึ้น แรงที่เกิดขึ้นจะเป็นแรงต่อหน่วยประจุ ค่าที่ได้นี้ก็คือ ค่าความเข้มของสนามไฟฟ้า ณ บริเวณนั้น หน่วยเป็น N/C

สำหรับทิศทางของเส้นแรงสนามไฟฟ้าใด จะมีทิศทางเดียวกับทิศทางการเคลื่อนที่ของประจุบวก (Positive Test Charge) เมื่อถูกกระทำโดยสนามไฟฟ้านั้นๆ



รูปที่ 1.2 ประจุทดสอบ $+q_o$ ซึ่งนำไปวางไว้ที่ตำแหน่งที่ต้องการหาสนามไฟฟ้าจากประจุ +Q
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า718)

ตัวอย่างที่ 1.4จงหาขนาดของสนามไฟฟ้า เมื่อเอาอิเล็กตรอนตัวหนึ่งมาวางไว้ในสนามนี้ แรงกระทำที่เกิดขึ้นจะมีค่าเท่ากับน้ำหนักของอิเล็กตรอนนั้นพอดี

วิธีทำ จาก $E = \frac{F}{q}$

เมื่อ F=mg=น้ำหนักของอิเล็กตรอน

q =ประจุของหนึ่งอิเล็กตรอน =e

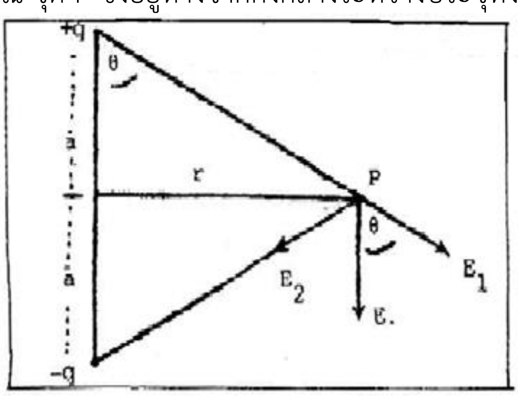
$$\therefore E = \frac{mg}{e}$$

$$= \frac{(9.1\times10^{-31})(9.8)}{1.6\times10^{-19}}$$

$$= 5.6 \times 10^{-11} \text{ N/C}$$

∴ความเข้มของสนามไฟฟ้านี้เท่ากับ 5.6×10^{-11} N/C **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 1.5ไฟฟ้าขั้วคู่ คู่หนึ่ง (An electric dipole) ประกอบด้วยประจุสองประจุ เป็นประจุบวกและประจุลบอยู่ห่างกันเป็นระยะทาง 2aดังรูปถ้ากำหนดให้ P = electric dipole moment = 2aq จงหาสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้น ณ จุด P ซึ่งอยู่ห่างจากกึ่งกลางระหว่างประจุทั้งสองเป็นระยะทาง r



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 1.5
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า14)

วิธีทำ สนามไฟฟ้าที่จุด P , $\overline{E} = \overline{E_1} + \overline{E_2}$

แต่ $E_1 = E_2$ (ขนาดสนามเท่ากัน)

ซึ่ง $E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(a^2+r^2)}$

$\therefore E = E_1 \cos\theta + E_2 \cos\theta = 2E_1 \cos\theta$

$= \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(a^2+r^2)}\frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}}$; $\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}}$

ถ้า $r \gg a$

$\therefore$ความเข้มของสนามไฟฟ้าที่จุด P มีค่าเท่ากับ E

$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2aq}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{P}{r^3}$ N/C **ตอบ**

1.4 สนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุที่ต่อเนื่องกัน

จากกฎของคูลอมบ์แรงกระทำที่เกิดจากประจุสองประจุมีค่า $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \circ \frac{qq_0}{r^2}$ และถ้ามี q ต่อเนื่องกับหลายๆตัว แรงกระทำที่ได้จะมีค่า $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{q_0 dq}{r^2}$

$\therefore$เมื่อนำมาแทนค่าใน$\overline{E} = \frac{\overline{F}}{q_0}$

จะได้ $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{d_q}{r^2}$

หรือ $d\overline{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d_q}{r^2}$

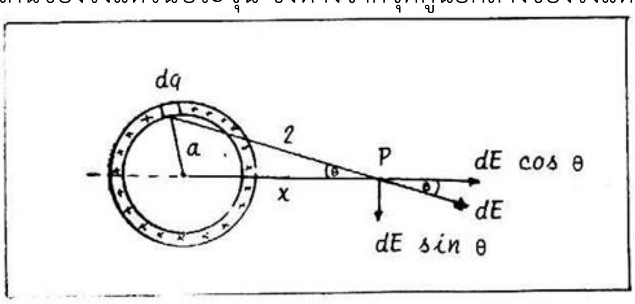
$$\overline{E} = \int d\overline{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{d_q}{r^2} \qquad (1.3)$$

สนามไฟฟ้าเป็นค่า Vector (มีขนาดและทิศทางเช่นเดียวกับแรง)

$\therefore \overline{E} = \overline{E_1} + \overline{E_2} + \overline{E_3} \ldots\ldots\ldots\ldots + \overline{E_n} = \sum \overline{E}$

เมื่อ n = 1,2,3 ......

ตัวอย่าง 1.6วงแหวนประจุอันหนึ่งมีประจุรวมเท่ากับ q และมีรัศมีเท่ากับ aดังรูป จงหาสนามไฟฟ้าที่จุด p เป็นจุดหนึ่งบนแกนของวงแหวนประจุนี้ ซึ่งห่างจากจุดศูนย์กลางของวงแหวนประจุเท่ากับ x



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 1.6

ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า16)

วิธีทำ แบ่งวงแหวนประจุเป็นส่วนเล็กๆ (ds) ประจุ dq บนส่วน ds ของวงแหวนจะมีค่า

$$dq=q\frac{ds}{2\pi a}$$

ประจุ dq จะทำให้เกิดสนามที่จุด P เท่ากับ dE

แทนค่า dqจะได้ $dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qds}{2\pi a}\frac{1}{(a^2+x^2)}$

แยก dE ที่เกิดขึ้นเป็นสองสนาม คือในแนวแกน $x, dE_x=dE\cos\theta$

และในแนวแกน $y, dE_y=dE\sin\theta$

แต่ $E_y=\int dE_y=0$

ส่วน $E_x=\int dE_x=\int dE\cos\theta$; $\cos\theta=\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}$

$$E_x=\int\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qds}{(2\pi a)(a^2+x^2)}\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(2\pi a)(a^2+x^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi a}ds$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$

ถ้า $a\ll x$

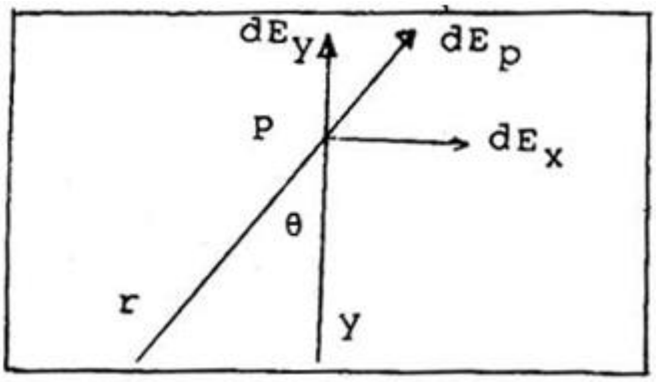
สนามไฟฟ้าที่จุด p คือ $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{x^2}$ N/C **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 1.7เส้นตรงประจุยาวอนันต์ มีประจุต่อหน่วยความยาวคงที่เท่ากับ λ C/mจงหาสนามไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งอยู่ห่างจากเส้นแนวประจุเท่ากับ y

วิธีทำ ณ จุดที่ห่างออกไปจากจุด O เป็นระยะทาง X แบ่งส่วนเส้นประจุออกเป็น ส่วนๆ ส่วนหนึ่งๆ ให้เท่ากับ dx

ประจุบนเส้น dx นี้จะมีค่าเท่ากับ $dq=\lambda\,dx$

dq นี้จะทำให้เกิดสนามไฟฟ้าที่จุด P เท่ากับ dE_p



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 1.2

ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า17)

จาก $dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}$

$\therefore\ dE_p=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{(x^2+y^2)}$

แตก dE_p ออกเป็น $dE_x=dE_p\sin\theta$

และ $dE_y= dE_p\cos\theta$

เราสามารถจะพิสูจน์ได้ว่า $E_x=\int_{-\infty}^{+\infty} dE_x=0$

ส่วน $E_y=\int dE_y=\int_{-\infty}^{+\infty} dE_p\cos\theta$

หรือ $E_y=2\int_0^{+\infty}\cos\theta\ dE_p$

$$=2\int_0^{+\infty}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dx}{(y^2+x^2)}\cos\theta$$

จากรูปจะเห็นได้ว่า

$\tan\theta=\frac{x}{y}$ หรือ $x=y\tan\theta$

$\therefore\ dx=y\,d(\tan\theta)=y\sec^2\theta d\theta$

แทนค่าในสมการ E_y จะได้

$$E_y=\int_0^{+\infty}\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\ y\sec^2\theta\ d\theta\cos\theta}{y^2(1+\tan^2\theta)}$$

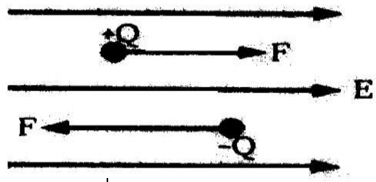
$$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}\int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2}\cos\theta\ d\theta$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}\left|\sin\theta\right|_0^{\theta/2}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}$$

$\therefore$สนามไฟฟ้าที่จุด p มีค่าเท่ากับ $\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}$ N/C **ตอบ**

1.5ประจุในสนามไฟฟ้า

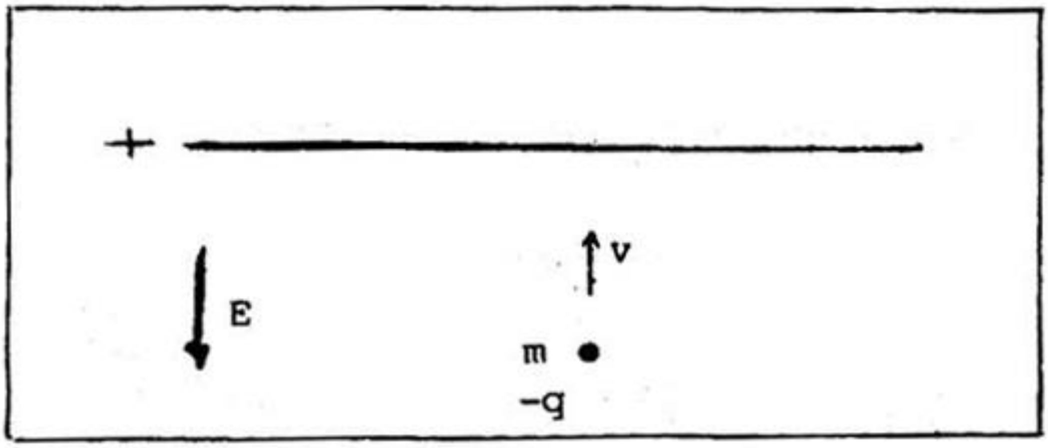
ถ้านำประจุไฟฟ้าวางไว้ในสนามไฟฟ้า จะเกิดแรงกระทำขึ้นบนตัวประจุนั้นแรงกระทำที่เกิดขึ้นมีค่าเท่ากับ $F=qE$โดยแรงที่เกิดกับประจุ บวก มีทิศตาม Eแรงที่เกิดกับประจุ ลบ มีทิศตรงข้ามกับ Eดังรูป



รูปที่ 1.3 แรงจากสนามไฟฟ้าที่กระทำต่อประจุที่วางไว้ในสนามไฟฟ้า
ที่มา (http://thithinan2535315.blogspot.com/p/24-28-2554.html)

ตัวอย่างที่ 1.8 จงหาค่าพลังงานจลน์จากการเคลื่อนที่ของอนุภาคมวล m ซึ่งมีประจุ –q ในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ Eดังรูป

วิธีทำ ถ้าไม่คำนึงถึงแรงดึงดูดของโลก จะได้ ความเร่งที่เกิดจากการกระทำของสนามไฟฟ้าอย่างเดียว คือ $a=\frac{F}{m}=\frac{qE}{m}$



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 1.8
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า19)

อนุภาคเริ่มด้วยอยู่นิ่ง ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไป t

อนุภาคจะมีความเร็ว $v=at=\frac{qEt}{m}$

ถ้าอนุภาคเคลื่อนที่เป็นระยะทาง y จะได้

$y=\frac{1}{2}at^2=\frac{qEt^2}{2m}$

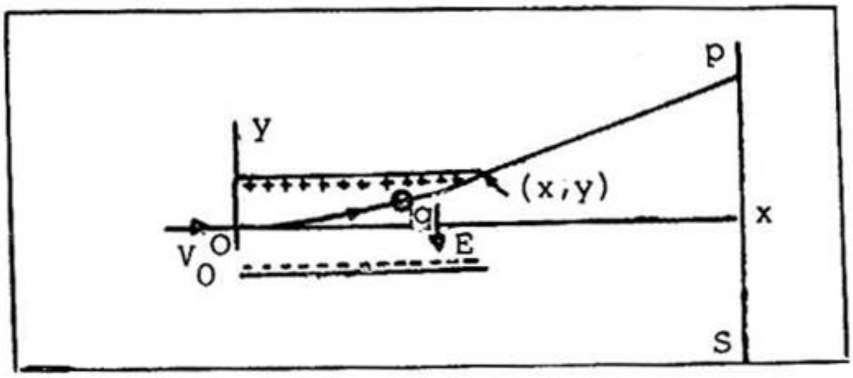
หรือ $v^2=2ay=\frac{2qEy}{m}$

จากสมการพลังงานจลน์ $E_k=\frac{1}{2}mv^2$

∴พลังงานจลน์ที่เกิดขึ้น $E_k=\frac{1}{2}m\frac{2qEy}{m}=qEy$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 1.9เครื่องคาโทดเรย์ (Cathode-ray oscilloscope) เครื่องหนึ่ง ณ ที่ระหว่างเพลท (Plates)ของหลอดนี้ มีสนามไฟฟ้าเท่ากับ 1.2×10^4 N/C ถ้าอิเล็กตรอนตัวหนึ่งวิ่งเข้าระหว่างเพลทด้วยพลังงานจลน์ 2000 ev หรือ 3.2×10^{-16} J ดังรูป เพลทนี้มีช่วงยาว 1.5 cm จงหาระยะทางอิเล็กตรอนเบนไปจากแนวทิศทางเดิมเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ หาเวลาที่ประจุจะต้องใช้ในการเดินทางเป็นระยะทาง x จะได้ $t=\frac{x}{v_0}$ ด้วยแรงกระทำของสนามไฟฟ้า E บนตัวประจุเบนไปเป็นระยะทาง y



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 1.8
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า20)

จะได้ $y=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2$

แทนค่า t จะได้ $y=\frac{eEx^2}{2mv_0^2}=\frac{eEx^2}{4\left(\frac{1}{2}mv_0^2\right)}$

จากโจทย์กำหนดให้

$\frac{1}{2}mv_0^2=$ 2000 eV $=3.2\times10^{-16}$ J

$E=1.2\times10^4$ N/C

$e=1.6\times10^{-19}$ C

และ $x=1.5\times10^{-2}$ m

แทนค่าจะได้ $y=\frac{1.6\times10^{-19}\times1.2\times10^4\times\left(1.5\times10^{-2}\right)^2}{4\times\left(3.2\times10^{-16}\right)}$

$=3.4\times10^{-4}$ m $=0.34$ mm.

∴อิเล็กตรอนจะเบนห่างจากแนวเดิม 0.34 mm **ตอบ**

สรุป

1. กฎของคูลอมบ์

$$F=K\frac{q_1q_2}{r^2}$$

2. สนามไฟฟ้าจากจุดประจุ

$$\overline{E}=\frac{\overline{F}}{q_o}=K\frac{Q}{r^2}$$

3. สนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุที่ต่อเนื่องกัน

$$\overline{E}=\int d\overline{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}$$

แบบฝึกหัด

1. ลูกกลมตัวนำสองลูกมีประจุไฟฟ้า +25 และ -10C ตามลำดับ ลูกกลมทั้งสองนี้วางติดกันแล้วจึงแยกออกจากกันให้ห่างกันเป็นระยะทาง 8cm. จงหาแรงกระทำที่เกิดขึ้นบนลูกกลมตัวนำทั้งสองนี้ (0.88 N)

2. ประจุตัวหนึ่งวางอยู่ในแนวดิ่งสูงจากประจุอีกตัวหนึ่งเป็นระยะทาง 3 cmและมีประจุอยู่ + 100 Cซึ่งทำให้ประจุตัวแรกมีน้ำหนักเพิ่มขึ้น 49 Nจงหาขนาดและชนิดของประจุตัวแรก (-4.4 C)

3. ประจุสองประจุวางอยู่ห่างกัน 0.4m และมีประจุ +1.67 และ –0.6 μCตามลำดับ จงหาจุดที่มีค่าสนามไฟฟ้าเป็นศูนย์ (0.6 m จากประจุตัวที่สอง)

4. ลูกกลมเท่ากันสองลูกมีมวลเท่ากับ 300 มิลลิกรัมและมีประจุเท่ากัน แขวนด้วยด้ายยาว 100cm. ที่จุดเดียวกัน ลูกกลมทั้งสองนี้จะผลักออกจากกันเนื่องจากแรงผลักของประจุไฟฟ้าเป็นระยะทาง 15 cm. จงหาค่าประจุของลูกกลมทั้งสอง (0.0235 μC)

5. จงหาค่าความเข้มข้นของสนามไฟฟ้า ที่สามารถทำให้หยดน้ำ หนัก 10 μ-gram และมีประจุ 1.0×10^{-7} μCลอยนิ่งอยู่ได้ (8.9×10^{5}N/C)

6. จุด A,B และ C เป็นจุดมุมทั้งสามของสามเหลี่ยมด้านเท่า มีด้านยาว 10 cm. ที่จุด A มีประจุ +0.1 Cจงหาความเข้มของสนามไฟฟ้าที่จุดกึ่งกลางของด้าน BC (1.2×10^{5} N/C)

7. ประจุ A มีค่า +400 Cประจุ B มีค่า -100 Cทั้งสองอยู่ห่างกัน 12 m
   ก. จงหาความเข้มของสนามไฟฟ้าที่จุด C ซึ่งอยู่ห่างจาก A 13 m และ จาก B 5 m
   ข. จงหาจำนวนเส้นแรงสนามไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่ตั้งฉาก 1 cm^2 ที่จุด C
   (3.42×10^{4} N/Cทำมุม 35 กับ BC , 3.03×10^{-11}เส้น)

8. ประจุ +500 Cและ -200 C วางอยู่ห่างกัน 50 cm. จงหาจำนวนเส้นแรงสนามไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่วงกลมตั้งฉากกับเส้นแรงรัศมี 1 มม. ณ จุดกึ่งกลางของประจุทั้งสองนี้ และจงหาแรงกระทำบนประจุ +20 Cที่นำมาวาง ณ จุดนี้ (0.03521 เส้น , 22.4 N)

9. อะตอมของไฮโดรเจนมีโปรตอนอยู่ตรงกลาง และอิเล็กตรอนโคจรอยู่รอบๆเป็นวงกลมรัศมี 5.3×10^{-9}cm. จงหาความเร็วของอิเล็กตรอนที่ทำให้แรงหนีศูนย์กลาง มีค่าเท่ากับแรงดึงดูดที่เกิดขึ้นจากประจุไฟฟ้าของโปรตอนและอิเล็กตรอน (2.2×10^{6}m/s)

เอกสารอ้างอิง

ไพโรจน์ ตรีณธนากุล.(2531). **ฟิสิกส์พื้นฐาน ไฟฟ้าแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1).กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7^{th}ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. ,Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Popovic, Z., Popovic, B. D., (1999). **Introductory Electromagnetics** (1^{st}ed.). New Jersey: Prentice Hall.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 2

กฎของเกาส์

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. ฟลักซ์สนามไฟฟ้า
2. กฎของเกาส์
3. การหาสนามไฟฟ้าโดยใช้กฎของเกาส์

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณฟลักซ์สนามไฟฟ้าได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย กฎของเกาส์ได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถคำนวณสนามไฟฟ้าโดยการประยุกต์จากกฎของเกาส์ได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 2
กฎของเกาส์

2.1 ฟลักซ์

ฟลักซ์[flux (ϕ)] เป็นคุณสมบัติของสนามอำนาจใดๆ ที่มีลักษณะเป็นเวคเตอร์ (Vector) คือมีทั้งขนาดและทิศทาง

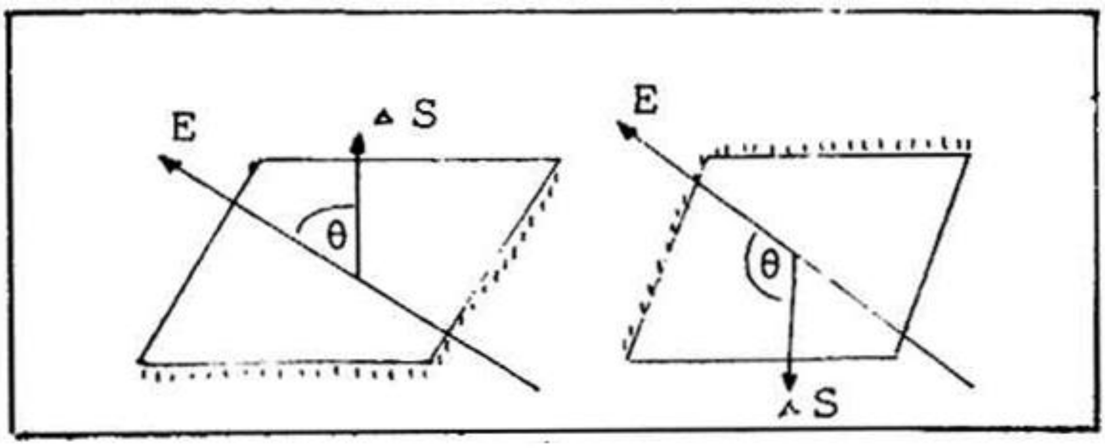
สนามไฟฟ้าหรือสนามอำนาจไฟฟ้า บอกทั้งขนาดของความเข้มและทิศทาง ซึ่งเป็นลักษณะของ Vector ดังนั้นจึงสามารถแทนค่าสนามไฟฟ้าในรูปของ ฟลักซ์ได้เป็นฟลักซ์ไฟฟ้า [Electric flux (ϕ)] และจำนวนฟลักซ์ของสนามไฟฟ้าใดมีค่าเท่ากับจำนวนเส้นแรงสนามที่ตัดผ่านพื้นผิวไป(พื้นผิวสมมติที่ตั้งฉากกับเส้นแรง)

2.2 ฟลักซ์สนามไฟฟ้า

ถ้าให้ความเข้มข้นของสนามไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ E ตัดผ่านพื้นผิวในลักษณะตั้งฉากที่มีขนาดเท่ากับ Δ Sจะหาค่าของฟลักซ์ไฟฟ้า $\left(\phi_E\right)$ ได้จาก

$$\Delta\phi_E=\overline{E}\cdot\Delta\overline{S}=E\Delta S\cos\theta \qquad (2.1)$$

การกำหนดทิศทางของ Δ Sให้ถือทิศทางเส้นปกติที่พุ่งออกจากพื้นผิวนั้นเป็นทิศทางบวก และมุม θ คือมุมระหว่างทิศทางบวกของ Δ Sทำกับทิศทางของสนามไฟฟ้า E ดังแสดงในรูปที่ 2.1



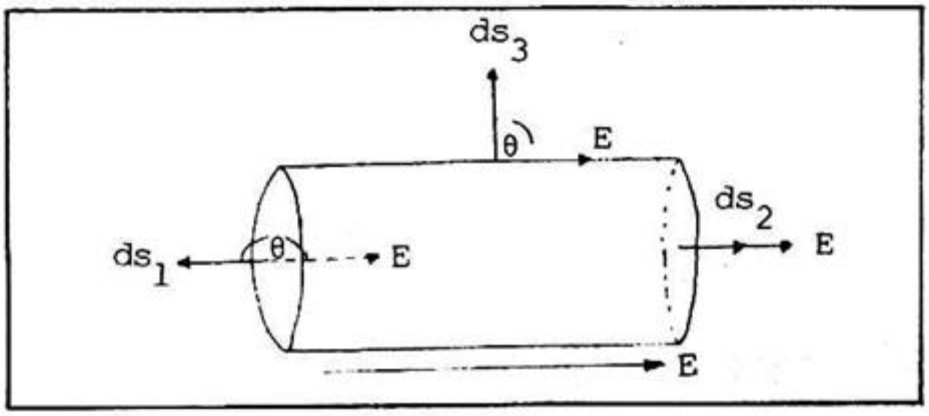
รูปที่ 2.1สนามไฟฟ้าที่พุ่งผ่านผิว

ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 25)

ถ้าพื้นผิวเป็นรูปทรงปิด การหาค่าฟลักซ์ไฟฟ้า (ϕ_E)ของผิวทรงปิดจะหาได้จากสมการ

$$\emptyset_E = \oint \bar{E} \bullet d\bar{S} \tag{2.2}$$

ตัวอย่างที่2.1พื้นผิวทรงกระบอกรัศมียาวเท่ากับ R วางจุ่มอยู่ในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ (E)โดยให้แกนของทรงกระบอกอยู่ในแนวเดียวกับสนามไฟฟ้า (ϕ_E)ในพื้นผิวปิดนี้ จงหาฟลักซ์ไฟฟ้า (ϕ_E)



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 1.2ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 26)

วิธีทำ จากสูตร $\emptyset_E = \oint \bar{E} \bullet d\bar{S}$

$$\emptyset_E = \int \bar{E}\bullet d\bar{S}_1 + \int \bar{E}\bullet d\bar{S}_2 + \int \bar{E}\bullet d\bar{S}_3$$

$$= \int EdS_1 \cos\theta_1 + \int EdS_2 \cos\theta_2 + \int EdS_3 \cos\theta_3$$

เมื่อ $\theta_1=180^\circ$, $\theta_2=0^\circ$,$\theta_3=90^\circ$

ดังนั้น $\cos\theta_1=-1$, $\cos\theta_2=1$, $\cos\theta_3=0$

$$\therefore \emptyset_E = -\int EdS_1 + \int EdS_2 + 0$$

$$= -ES_1+ES_2=0$$

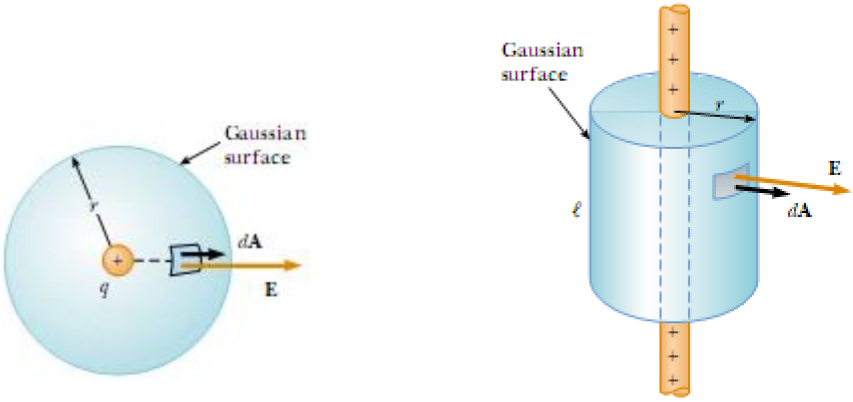
$\therefore$ ดังนั้นฟลักซ์ไฟฟ้าในพื้นผิวปิดนี้มีค่าเท่ากับ 0 **ตอบ**

2.3 กฎของเกาส์

กฎของเกาส์ได้กำหนดไว้ว่า “จำนวนฟลักซ์ไฟฟ้าทั้งหมดที่ออกมาจากพื้นผิวปิดใด ๆ คูณด้วยค่า Permittivity constant (ε_0) จะมีค่าเท่ากับประจุทั้งหมดที่มีอยู่ภายในพื้นผิวปิดนั้นทั้งหมด หรือ

$$\varepsilon_o \emptyset_E = q \tag{2.3}$$

พื้นผิวปิดนี้เป็นพื้นผิวสมมติ เรียกว่า พื้นผิวเกาส์เซียน (Gaussian surface)ในทางทฤษฎีแล้วกฎของเกาส์สามารถใช้ได้กับทุกชนิดของการกระจายของประจุแต่ความเป็นจริงจะใช้ได้เฉพาะกรณีที่มีความสมมาตรพื้นผิวเกาส์เซียนควรเป็นพื้นผิวที่สามารถใช้ประโยชน์จากความสมมาตรซึ่งง่ายต่อการหาค่าของปริพันธ์เชิงพื้นผิว (surface integral) ดังเช่นตัวอย่างดังรูปที่ 2.2



(a) (b)

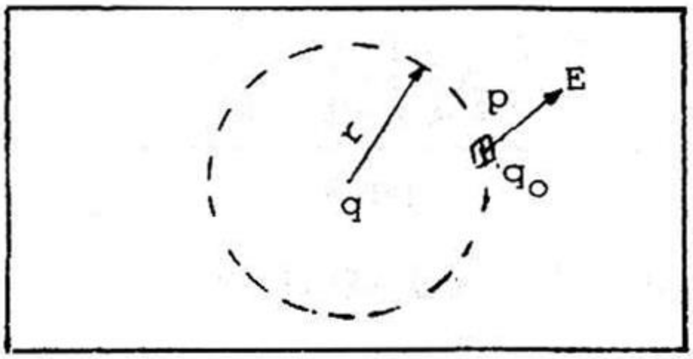
รูปที่ 2.2 พื้นผิวเกาส์เซียนของจุดประจุ(a)และเส้นประจุ (b)
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 750 และ 752)

เมื่อแทนค่า ϕ_E จะได้ $\varepsilon_0 \oint \bar{E} \cdot d\bar{s} = q$ (2.4)

ในกรณีตัวอย่างที่ 2.1 ภายในพื้นผิวทรงกระบอกนั้นไม่มีประจุใด ๆ เลย ดังนั้นฟลักซ์ที่หาได้เป็นศูนย์ (ϕ_E=0) ซึ่งถูกต้องตรงกับกฎของเกาส์

ตัวอย่างที่2.2 จากกฎของเกาส์ (Gauss's Law) จงพิสูจน์หากฎของคูลอมบ์ (ในกรณีที่ค่าของสนามไฟฟ้าจากประจุแพร่ออกมา อย่างสม่ำเสมอกัน)

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 2.2
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 28)

กำหนดจุด P อยู่ห่างจากประจุ q เท่ากับระยะทาง r และสนามไฟฟ้าที่จุด P เนื่องจาก q เท่ากับ E

สร้าง Gaussian surface หุ้ม q เป็นรูปทรงกลมรัศมียาว r

จาก $\varepsilon_0 \oint \bar{E} \cdot d\bar{s} = \varepsilon_0 \oint EdS = q (\therefore \text{มุม}\,\theta = 0)$

$\varepsilon_0 E(4\pi r^2) = q$ ($4\pi r^2$=พื้นผิวทั้งหมดของทรงกลม)

หรือ $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$

เมื่อหาแรงกระทำบนประจุ q_0 ที่จุดห่างจาก q เท่ากับ rจากสมการ$F=E\,q_0$

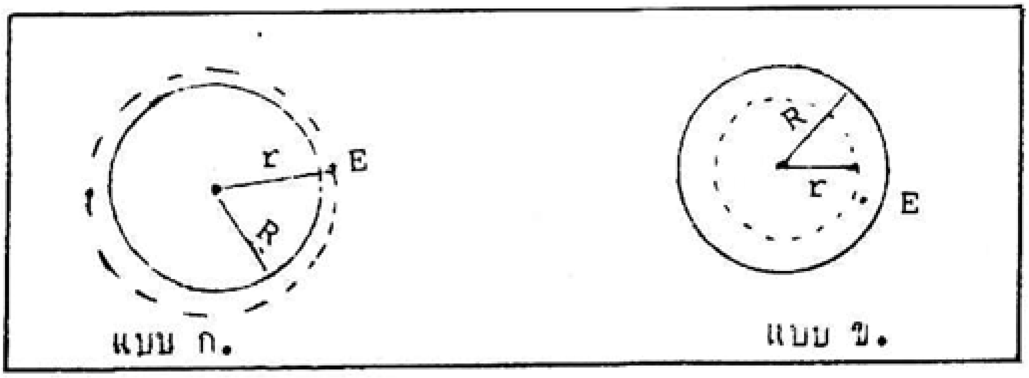
แทนค่า E จะได้ $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,q_0}{r^2}$ ซึ่งตรงกับสมการกฎของคูลอมบ์

ดังนั้นจึงเป็นการหากฎของคูลอมบ์ จากกฎของเกาส์ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2.3 ทรงกลมเนื้อตันมีประจุแพร่อยู่ทุกส่วนมีรัศมีเท่ากับ Rและความเข้มของประจุเท่ากับ ρ C/m^3 จงหาความเข้มของสนามไฟฟ้า (E) ที่จุด

ก.ภายนอกทรงกลม และ ข.ภายในทรงกลมนี้

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 2.3
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 29)

กำหนดให้ประจุทั้งทรงกลมเท่ากับ $q=\frac{4}{3}\pi R^3\rho$ C

ก. สนามไฟฟ้าที่ r>R ได้ $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$ (ตามกฎของเกาส์) **ตอบ**

ข. สนามไฟฟ้าr<R จาก $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q'}{r^2}$

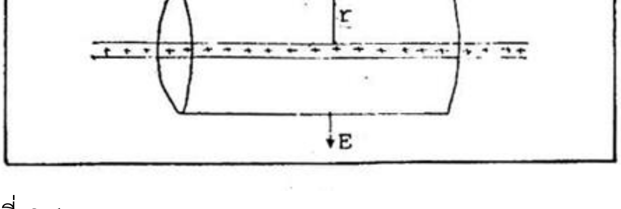
แต่ $q'=q\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3}=q\left(\frac{r}{R}\right)^3$

$\therefore\ E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,r^3}{r^2R^3}$

$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,r}{R^3}$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2.4 จงหาสนามไฟฟ้า (E) ที่จุดหนึ่งซึ่งอยู่ห่างจากเส้นแนวประจุ เป็นระยะทาง r เส้นแนวประจุนี้มีความยาวอนันต์และความเข้มประจุเท่ากับ λ C/m

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 2.4
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 30)

สร้าง Gussian surface เป็นรูปทรงกระบอกหุ้มแนวประจุยาวเป็นระยะทาง h และรัศมีเท่ากับ r จะมีพื้นผิวทั้งหมด $=2\pi rh+2\pi r^2$
ประจุที่อยู่ภายใน Gussian surface= $h\lambda$

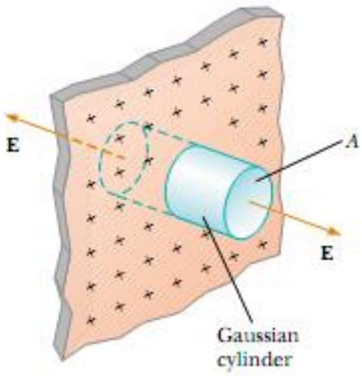
$$\text{จาก}\ \varepsilon_0 \oint \bar{E} \bullet d\bar{S} = q$$

$$E(2\pi rh) + 0 = h\lambda$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\lambda}{r}$$

∴ความเข้มของสนามไฟฟ้าที่จุดห่างจากเส้นแนวประจุเท่ากับ r มีค่า= $\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่2.5 จงหาสนามไฟฟ้า (E)ที่จุดจุดหนึ่งอยู่ห่างจากแผ่นประจุเท่ากับ r ให้แผ่นประจุนี้มีขนาดกว้างยาวถึงอนันต์ และความเข้มประจุเท่ากับ σ C/m^2
วิธีทำ



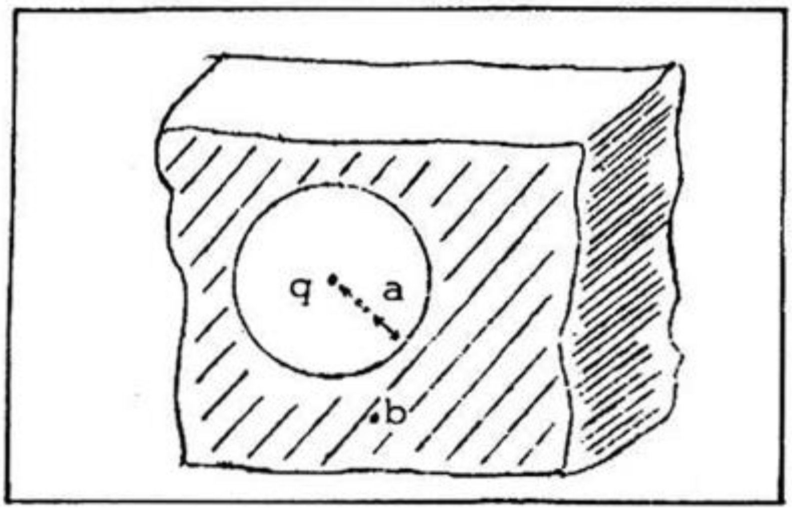
ภาพประกอบตัวอย่างที่ 2.5
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 753)
สร้าง Gaussian surface เป็นรูปทรงกระบอก หุ้มบริเวณแผ่นประจุเป็นพื้นที่เท่ากับ A และสูงเท่ากับ r
จากรูปจะเห็นได้ว่าพื้นผิวตามแนวตั้งทำมุม 90° กับทิศทางของ E ดังนั้น ค่า flux จะเท่ากับศูนย์ สำหรับประจุที่อยู่ภายในพื้นผิวสมมติทั้งหมดเท่ากับ σA

จาก $\varepsilon_0 \oint \bar{E} \bullet d\bar{S} = q$

ดังนั้นจะได้ $\varepsilon_0(EA+EA) = \sigma A$

$$\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่2.6จากรูปแสดงประจุขนาด 1.0×10^{-7} C อยู่ที่จุดศูนย์กลางของช่องว่างรูปทรงกลมรัศมี 3.0 cmในชิ้นโลหะ จงใช้กฎของเกาส์หาค่าสนามไฟฟ้าที่จุด a ซึ่งอยู่กึ่งกลางระหว่างจุดศูนย์กลางกับผิวทรงกลมและที่จุด b ซึ่งเป็นจุดใด ๆ ในเนื้อของโลหะ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 2.6
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 32)

วิธีทำ (ก) จาก $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}$

$$\varepsilon_0 \quad 4\pi r^2 \quad E= q$$

ที่จุด a มีค่า $E=\frac{9\times10^{9}\times1.0\times10^{-7}}{\left(1.5\times10^{-2}\right)^{2}}$

$=4\times10^{6}$ N/C**ตอบ**

(ข) ประจุในจะเหนี่ยวนำให้ผิวของทรงกลมมีประจุตรงข้าม จำนวนเท่ากันกับประจุภายใน

$\therefore$พื้นที่ผิวสมมติที่ผ่านจุด b มีประจุสุทธิภายในเท่ากับ$(+q)+(-q)$เท่ากับศูนย์ดังนั้น

$4\pi r^2 E= 0$ จะได้ $E= 0$ **ตอบ**

สรุป

1. ฟลักซ์สนามไฟฟ้า

$$\phi_E=\oint \bar{E}\bullet d\bar{S}$$

2. กฎของเกาส์

$$\varepsilon_0 \oint \bar{E}\bullet d\bar{s}=q$$

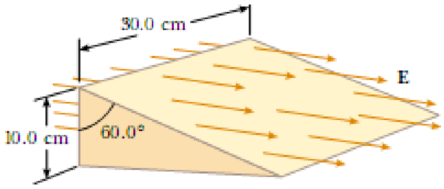
แบบฝึกหัด

1. ประจุตัวหนึ่งมีประจุ $+25 \times 10^{-9}$ C วางไว้ที่จุดกำเนิดของ (Origin of coordinate) และมีประจุ -25×10^{-9} C วางอยู่ที่จุด (6,0) เมตร จงหาค่าความเข้มของสนามไฟฟ้า (E) ที่จุด ก. (3,0) เมตร และ ข. (3,4) เมตร (ก.50 N/C, ข.30 N/C)

2. ประจุตัวหนึ่งมีประจุ 16×10^{-9} Cวางอยู่ที่จุดกำเนิด ประจุอีกตัวหนึ่งมีค่าประจุ 12×10^{-9} C วางอยู่ที่จุด (6,0) เมตร ถ้าแรงกระทำบนประจุตัวที่สามซึ่งวางที่จุด (3,0) เมตร มีค่าเท่ากับ 20.25 N/C มีทิศทางไปทางขวา จงหาค่าประจุของประจุตัวที่สามนี้ (5.0625 C)

3. ประจุบวกสองประจุมีค่าเท่ากับ 10^{-8} C วางอยู่ที่จุด (+0.1,0) เมตร และ (-0.1,0) เมตร ตามลำดับ จงหาความเข้มและทิศทางของสนามไฟฟ้าที่จุด ก. จุดกำเนิด ข. จุด (0.2,0) เมตร(ก.0 N/C, ข. $+10^4$N/C)

4. สนามไฟฟ้า E=$7.8\text{x}10^4$ N/C พุ่งผ่านพื้นเอียงดังรูป จงหาขนาดของฟลักซ์ไฟฟ้าทั้งหมดที่ผ่านพื้นเอียงนี้(0 N-m^2/C)



ภาพประกอบแบบฝึกหัดท้ายบทข้อ 4
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 761)

5. จะต้องมีอิเล็กตรอนจำนวนเท่าไร ซึ่งจะทำให้ที่ผิวของลูกทรงกลมรัศมี 10 ซม. มีค่าความเข้มของสนามไฟฟ้าเท่ากับ 1.3×10^{-3} N/C(9000ตัว)

6. จงหาประจุในแผ่นเพลท 2 แผ่น ซึ่งมีประจุต่างชนิดกัน วางขนานกันทำให้เกิดสนามระหว่างเพลททั้งสองเท่ากับ 10 N/Cเพลททั้งสองมีพื้นที่เท่ากันเท่ากับ 1 เมตร^2 ไม่คำนึงถึงผลที่เกิดขึ้นจากขอบของเพลท ($8.85\text{x}10^{-11}$ C)

7. ลูกทรงกลมมีมวล 0.1 g และมีประจุ 3×10^{-10} C แขวนด้วยเส้นไหมยาว 5 ซม. ปลายไหมอีกข้างหนึ่งผูกติดกันแผ่นตัวนำกว้างใหญ่วางอยู่ในแนวตั้งมีประจุเท่ากับ 25×10^{-6} C/m^{2}จงหาค่ามุมที่เส้นไหมทำกับระนาบของแผ่นตัวนำนั้น (22.78°)

เอกสารอ้างอิง

ไพโรจน์ ตรีณธนากุล. (2531). **ฟิสิกส์พื้นฐาน ไฟฟ้าแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1).กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. ,Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 3

ศักย์ไฟฟ้า

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. ศักย์ไฟฟ้า
2. ศักย์ไฟฟ้าจากจุดประจุ
3. ศักย์ไฟฟ้าจากประจุกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอ
4. พลังงานศักย์ไฟฟ้า

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมายศักย์ไฟฟ้าได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถคำนวณศักย์ไฟฟ้าจากจุดประจุได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถคำนวณศักย์ไฟฟ้าจากประจุกระจายตัวสม่ำเสมอได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณพลังงานศักย์ไฟฟ้าได้

5.เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 3
ศักย์ไฟฟ้า

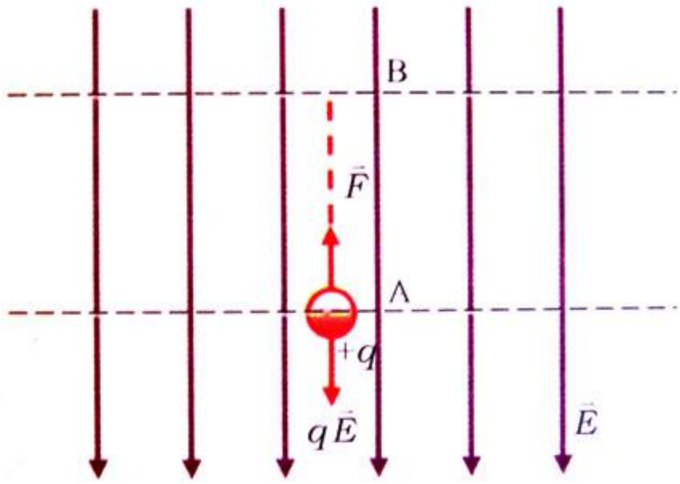
3.1 ศักย์ไฟฟ้า

ศักย์ไฟฟ้าเป็นพลังงานไฟฟ้าที่จะกระทำกับประจุใด ๆ ในรูปคล้ายกับพลังงานศักย์ที่เนื่องมาจากแรงโน้มถ่วงของโลกที่จะกระทำกับมวลใด ๆ ดังนั้นการหาศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดจุดหนึ่งในสนามไฟฟ้าใด คือพลังงานทั้งหมดที่จะต้องใช้ในการนำหนึ่งหน่วยประจุบวกจากจุดอนันต์เข้ามายังจุดนั้น ๆ หรือถ้านำประจุ q_0 จากจุดอนันต์เข้ามาใช้งานทั้งหมดเท่ากับ W ศักย์ไฟฟ้า (V) = งานที่กระทำบนประจุทั้งหมด (W) / ประจุทั้งหมด (q_0)มีหน่วยเป็น $\frac{\text{จูล (J)}}{\text{คูลอมบ์ (C)}}$ =โวลต์ (V)

$$V=\frac{W}{q_0} \qquad (3.1)$$

3.2 ความต่างศักย์

ถ้าศักย์ไฟฟ้าที่ A และ B เป็น V_Aและ V_Bตามลำดับ ผลต่างของศักย์ไฟฟ้า V_B-V_Aระหว่างสองจุดนี้เรียกว่า **ความต่างศักย์ไฟฟ้า หรือ ความต่างศักย์**(Potential difference) และถ้าให้งานในการเคลื่อนประจุ +q จากจุด A ไปยังจุด B ด้วยอัตราเร็วคงตัวเป็น Wซึ่งงานในการเคลื่อนประจุ +1 หน่วย จาก A ไป B จะมีค่าเท่ากับ หมายความว่า ศักย์ไฟฟ้าที่ B สูงกว่าที่ A จึงกล่าวได้ว่า **ความต่างศักย์ระหว่างสองตำแหน่ง คือ งานที่เกิดขึ้นในการเคลื่อนประจุ +1 หน่วย จากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่ง ภายในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้า**เขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้



รูปที่ 3.1การเคลื่อนที่ของประจุจาก A ไป B ในสนามไฟฟ้า
ที่มา (http://www.vcharkarn.com/lesson/1201)

ศักย์ไฟฟ้าที่จุด B $\qquad V_B = \frac{W_B}{q_0}$

ศักย์ไฟฟ้าที่จุด A $\qquad V_A = \frac{W_A}{q_0}$

ความแตกต่างของศักย์ไฟฟ้าที่จุด A และ B

จะได้เป็น $V_B - V_A = \frac{W_B - W_A}{q_0}$

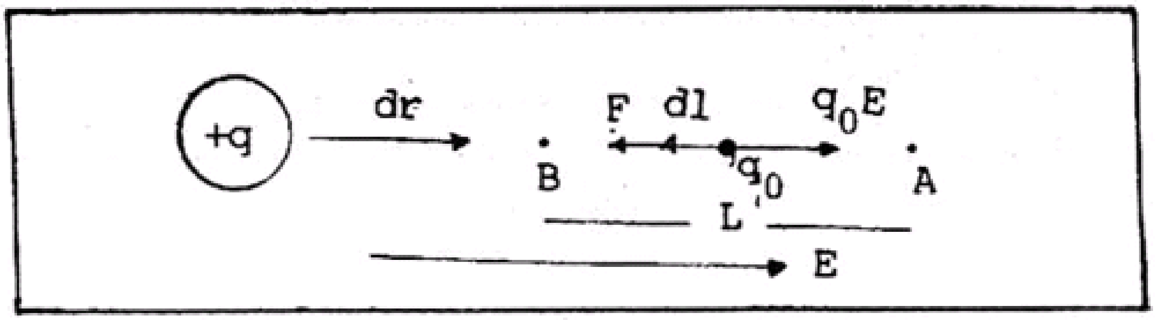
หรือ $V_{BA} = \frac{W_{AB}}{q_0}$ (3.2)

ปริมาณศักย์ไฟฟ้าเป็นปริมาณ scalar มีแต่ขนาด ไม่คำนึงถึงทิศทาง

3.3 ศักย์ไฟฟ้าจากจุดประจุ

ศักย์ไฟฟ้ามีความสัมพันธ์กับความเข้มของสนามไฟฟ้า ซึ่งเกิดจากประจุที่เป็นจุด (Point charge) ความสัมพันธ์มีดังนี้

กำหนดให้ A และ B เป็นจุดสองจุดในสนามไฟฟ้า E ดังแสดงในรูปที่ 3.2 และ q_0 เป็นประจุที่จะนำจากจุด A ไปยังจุด B ห่างกันเป็นระยะทาง L ซึ่งจะต้องออกแรงในการนำ q_0 จาก A ไปยังB เท่ากับ F โดยที่ $F = q_0E$ และ F เป็นแรงมีทิศทางจาก A ไป B



รูปที่ 3.2การนำประจุ q_0จากจุด A ไปยังจุด B
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 36)

q_0E เป็นแรงเกิดจากสนาม E จาก B ไป A

จาก $V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} = \frac{FL}{q_0}$

แทนค่า $F = -Eq_0$ ได้

$$V_{BA} = -\frac{Eq_0L}{q_0} = -EL$$

หรือ $V_{BA} = -EL = EL$

จากข้อมูลข้างบนนี้สามารถแสดงได้ว่า $W_{AB} = \int_A^B \bar{F}.\bar{d}l = -q_0 \int_A^B \bar{E}.\bar{d}l$

และ $V_{BA} = V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0}$

$= -\int_A^B \bar{E}.\bar{dl}$ (ทิศทางของ E ตรงกันข้ามกับ dl)

ถ้าให้ A ไปสู่อนันต์ $V = -\int_{\infty}^B \bar{E}.\bar{dl} = -\int_{\infty}^B Edl$

จากรูป 3.2 $d\bar{r} = -d\bar{l}$

จะได้ $V_B - V_A = -\int_A^B \bar{E}\,.d\bar{l} = \int_{r_B}^{r_A} \bar{E}.\,d\bar{r} = \int_{r_B}^{r_A} E dr$ (3.3)

แต่ $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$ แทนค่า E ใน (3.3) จะได้

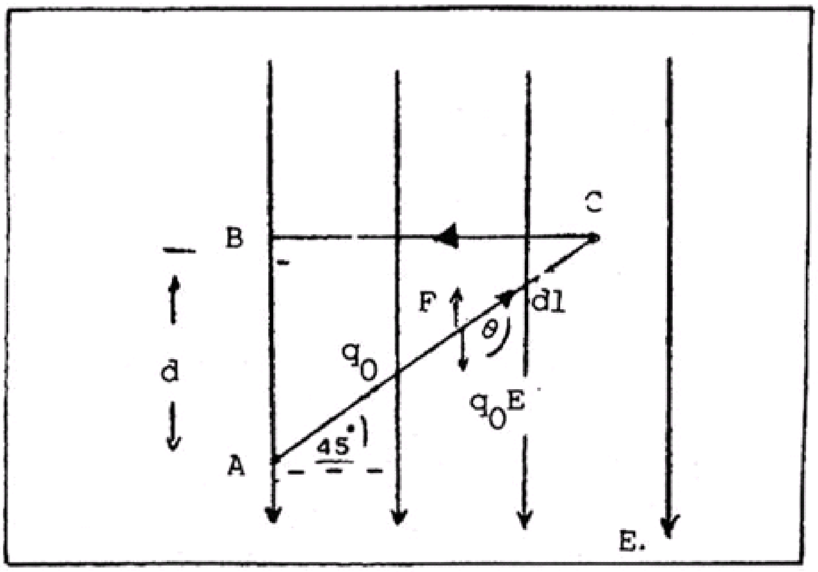
$$V_{BA} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_B}^{r_A}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_B}^{r_A}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right]$$

ถ้า $r_A \longrightarrow \infty$, $V_A = 0$ หรือ $\frac{1}{r_A} = 0$

$$\therefore \quad V_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_B} \qquad (3.4)$$

ตัวอย่างที่ 3.1 ถ้าเคลื่อนประจุ q_0 โดยไม่ให้มีความเร่งจาก A ไป C และเลยไปที่ B ดังแสดงในรูป จงหาความต่างศักย์ระหว่างจุด A กับจุด B



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 3.1

ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 38)

วิธีทำ บนเส้นทาง AC มุมระหว่าง E กับ dl คือมุม θ เท่ากับ 135°

จาก $V_C - V_A = -\int_A^C E.dl = -\int_A^C E\cos 135^\circ\, dl$

$$\left(\because AC = \sqrt{2}d\right) = \frac{E}{\sqrt{2}}\int_A^C dl = \frac{E}{\sqrt{2}}\sqrt{2}\ d$$

$$V_C - V_A = Ed$$

บนเส้นทาง CB มุมระหว่าง E และ dl = 270°, cos 270° =0

$V_C - V_B = 0$

$$\therefore V_C = V_B$$

$$V_C - V_A = V_B - V_A$$

$$Ed = V_{AB}$$

ดังนั้น $V_{AB} = Ed$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3.2 จงหาศักย์ไฟฟ้าที่ผิวของนิวเคลียสของอะตอม "ทอง" เมื่อรัศมีนิวเคลียส $=6.6\times10^{-15}$ m และ Atomic number= 79

วิธีทำ ถึงแม้ว่าประจุของ Proton ภายในนิวเคลียสจะอยู่กระจัดกระจายภายในนิวเคลียสก็ตาม เราก็สมมติว่ารวมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของนิวเคลียสเท่านั้น ดังนั้นเราใช้สูตร

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

เมื่อ $q = 79\times1.6\times10^{-19}$ C

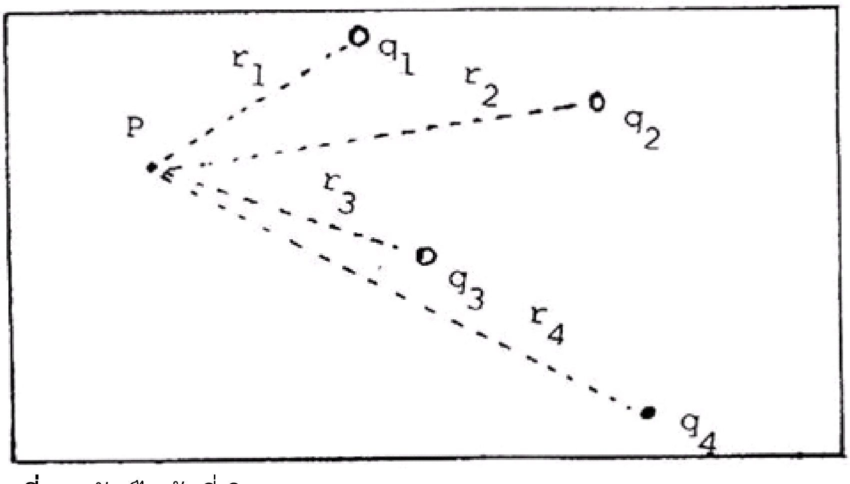
$r = 6.6\times10^{-15}$ m

ดังนั้น $V = \dfrac{9\times10^{9}\times79\times1.6\times10^{-19}}{6.6\times10^{-15}}$

$= 1.7\times10^{7}$ V **ตอบ**

3.4 ศักย์ไฟฟ้าจากกลุ่มประจุ

ในการหาค่าศักย์ที่จุดใดจุดหนึ่ง เกิดเนื่องจากประจุหลาย ๆ ประจุ เราสามารถหาศักย์ย่อย ๆ แล้วนำศักย์เหล่านั้นมาบวกเข้าด้วยกันได้เลยเนื่องจากศักย์ไฟฟ้าเป็นปริมาณสเลาร์



รูปที่ 3.3ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุหลายประจุ

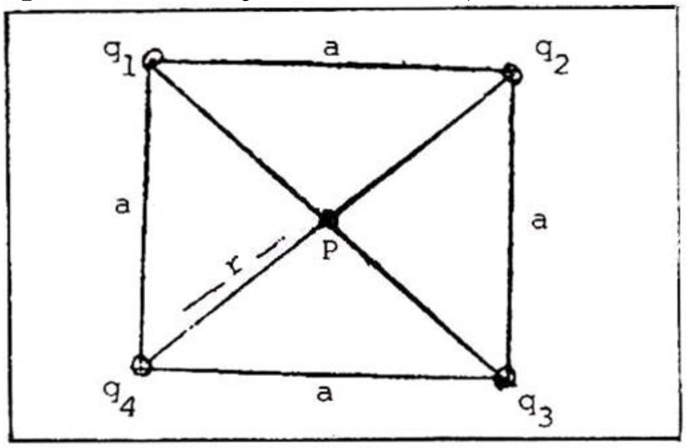
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 40)

$$\therefore V = \sum_n V_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_n \frac{q_n}{r_n}$$

เมื่อพิจารณากรณีประจุกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอ

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{q_n}\frac{dq}{r} \qquad (3.5)$$

ตัวอย่างที่ 3.3 จงหาศักย์ไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางของรูปสี่เหลี่ยมโดยมีประจุ $q_1 = +1\times10^{-8}$ C, $q_2 = +2\times10^{-8}$ C, $q_3 = +3\times10^{-8}$ C, $q_4 = +2\times10^{-8}$ C และ a= 1 m ดังแสดงในรูป



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 3.3
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 40)

วิธีทำระยะความยาวของ r ได้จาก $(2r)^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$

$$\therefore\ r = \frac{a}{\sqrt{2}} = 0.71\ \text{m}$$

จาก $V = \sum_n V_n$

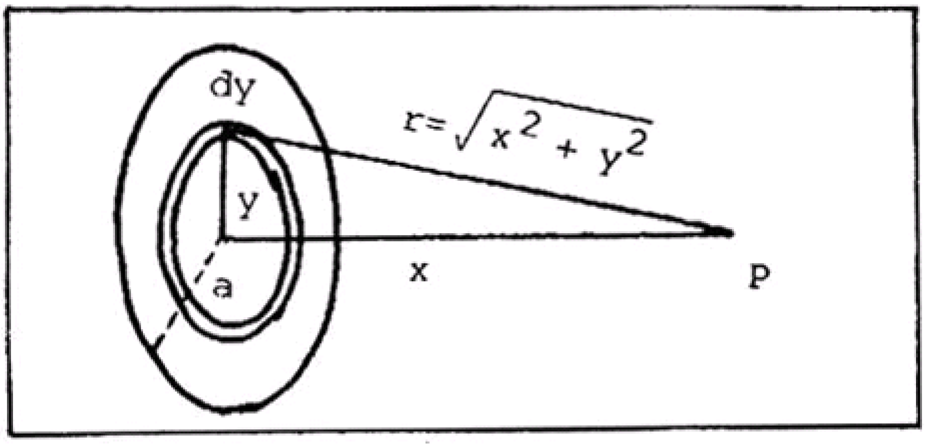
$\therefore$ศักย์ไฟฟ้าที่จุด P คือ $= \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\dfrac{q_1+q_2+q_3+q_4}{r}\right]$

$$= \frac{9\times10^{9}\left(1-2+3+2\right)\times10^{-8}}{0.71}$$

$= 507$ V **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3.4 จงหาศักย์ไฟฟ้าของจุดใด ๆ บนแกนของ “จานประจุ” ที่มีความหนาแน่นของประจุเท่ากับ σ C/m^2

วิธีทำ ให้จานประจุมีรัศมีเท่ากับ a และจุด P ห่างจากจานประจุเท่ากับ xดังรูป ที่จุดที่มีรัศมีมีค่าเท่ากับ y มีวงแหวน หนาdy และมีประจุเท่ากับ $dq=\sigma(2\pi y)dy$ ให้ระยะทางจากวงแหวนdy ห่างจาก P เท่ากับ r



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 3.4
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 41)

$$\therefore \quad r = \sqrt{x^2+y^2}$$

จาก $V = \int dV$

$$\therefore V = \int_0^q \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^a \frac{\sigma\, 2\pi\, y\, dy}{\sqrt{y^2+x^2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^a (y^2+x^2)^{-1/2} y\,dy$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left|(y^2+x^2)^{1/2}\right|_0^a = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{y^2+x^2}-x\right)$$

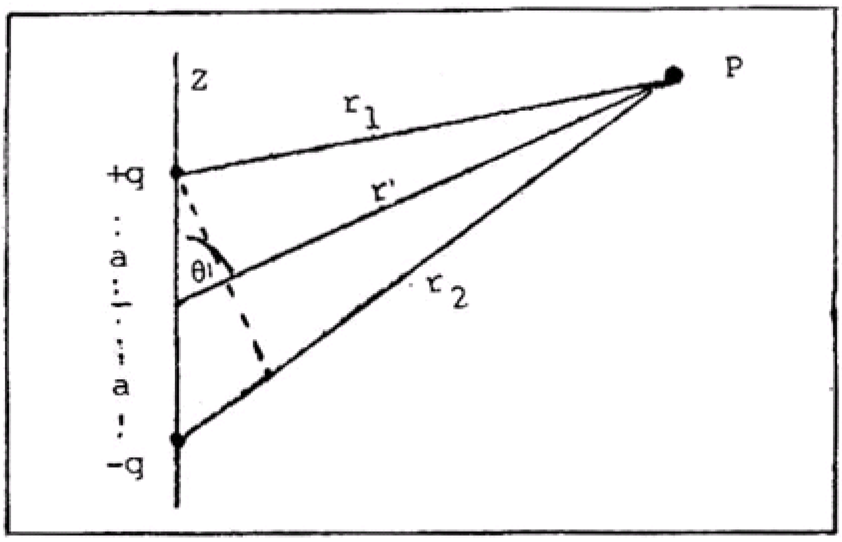
ถ้า $x \gg a$; $\sqrt{y^2+x^2} = x\left(1-\frac{a^2}{x^2}\right)^{1/2} = x\left(1-\frac{a^2}{x^2}+\ldots\right) = x+\frac{a^2}{2x}$

$$\therefore V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(x+\frac{a^2}{2x}-x\right)$$

(เมื่อ $q=\sigma\pi a^2$) $\therefore \quad V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{x}$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3.5 จงหาศักย์ไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งเกิดจากไฟฟ้าขั้วคู่ (Electric dipoles) ที่อยู่ห่างกันเท่ากับ 2a ดังแสดงในรูป

วิธีทำ ให้ศักย์ไฟฟ้าที่จุด P เท่ากับ V



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 3.5
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 42)

ดังนั้น $V = V_1+V_2$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_1}-\frac{q}{r_2}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_2-r_1}{r_2 r_1}\right)$$

ถ้าให้ $r \gg 2a$ จะได้

$$r_2-r_1 = 2a\cos\theta$$

และ$r_2 r_1 = r^2$

$$\therefore\ V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,2a\cos\theta}{r^2}$$

เมื่อให้ P= 2 aq= electric dipole moment

$$\therefore\ V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2}$$ **ตอบ**

3.5 พลังงานศักย์ไฟฟ้า

พลังงานศักย์ไฟฟ้าเป็นพลังงานที่สะสมอยู่ในตัวประจุไฟฟ้า เมื่อประจุไฟฟ้านั้นวางอยู่ในสนามไฟฟ้า หรือ ณ จุดใด ๆ ที่มีศักย์ไฟฟ้า ดังนั้นเมื่อนำตัวประจุไฟฟ้าไปวางไว้ในสนามไฟฟ้า ประจุไฟฟ้านั้นจะมีพลังงานศักย์เกิดขึ้น ซึ่งสามารถจะหาค่าของพลังงานศักย์ที่เกิดขึ้นได้ดังนี้

จาก $W = Vq_0$

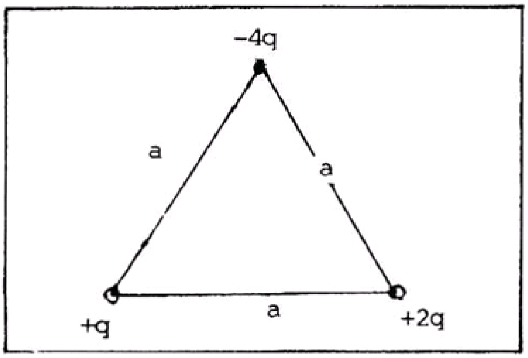
ถ้าศักย์ไฟฟ้า V เกิดจากประจุ q_1

$$\therefore\ V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}$$

พลังงานศักย์จะมีค่า $U=W=Vq_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_0}{r}$ (3.6)

ตัวอย่างที่ 3.6 จงหาค่าพลังงานศักย์ทั้งหมดของประจุ 3 ตัว วางอยู่ในลักษณะที่แสดงในรูป เมื่อ $q=1\times10^{-6}$ C และ a=10 m.

วิธีทำ พลังงานศักย์ทั้งหมดเท่ากับ U_{tot}



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 3.6
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 44)

$U_{tot}=U_{12}+U_{23}+U_{31}$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{(+q)(14q)}{a}+\frac{(+q)(2q)}{a}+\frac{(-4q)(+2q)}{a}\right]$$

$$=-\frac{10q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

$$=-9\times10^{-3} \quad \text{J}$$ **ตอบ**

สรุป

1. ศักย์ไฟฟ้า

$$V=\frac{w}{q_0}$$

2. ศักย์ไฟฟ้าจากจุดประจุ

$$V_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_B}$$

3. ศักย์ไฟฟ้าจากประจุกระจายตัวสม่ำเสมอ

$$V=\int dV=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{q_n}\frac{dq}{r}$$

4. พลังงานศักย์ไฟฟ้า

$$U=Vq_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_0}{r}$$

แบบฝึกหัด

1. จงหาค่าความต่างศักย์ระหว่างจุด A และจุด B เมื่อนำประจุ +6.4C จากจุด B ไปยังจุด A จะต้องเสียพลังงานไป 125J (19.5V)
2. ทรงกลมสองลูกวางห่างกัน 15 cm. ต่างก็มีประจุ +250C จงหาค่าความเข้มของสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้าที่จุดกึ่งกลางระหว่างลูกทรงกลมทั้งสอง (0, 66.7 V)
3. จงคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดกึ่งกลางระหว่างประจุ 2 ประจุ ซึ่งมีค่าเท่ากับ +500 C และ -200 C วางห่างกัน 50 cm. และถ้านำประจุ +23.5 C จากระยะอนันต์มายังจุดกึ่งกลางนี้จะต้องเสียงานไปเท่าไร (12V, 282 J)
4. จงหางานที่จะต้องใช้ไปในการนำประจุ 5 C จากจุดจุดหนึ่ง ซึ่งห่างจากประจุ 24 cm. มายังจุดซึ่งห่างจากประจุนั้น 3 cm. ประจุตัวนี้มีค่าประจุเท่ากับ +60 C (282 J)
5. สี่เหลี่ยมด้านเท่าความยาวด้านละ 20 cm. ที่มุมทั้งสี่มีประจุ +60, -30, +60 และ -30 C ตามลำดับ จงหาความเข้มของสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้าที่จุดศูนย์กลางของสี่เหลี่ยมด้านเท่านี้ (0, 4.3 V)
6. ระยะทางระหว่างประจุ +125 Cกับประจุ +50 C เปลี่ยนจาก 70 cm. มาเป็น 25 cm. จะต้องเสียพลังงานไปเท่าไร (500J)
7. จงหาพลังงานศักย์ทั้งหมดของประจุ 4 ตัว ซึ่งมีประจุเท่ากันเท่ากับ 0.0125 C และวางอยู่ที่มุมทั้งสี่ของสี่เหลี่ยมด้านเท่ามีด้านยาวด้านละหนึ่งเมตร (7.64×10^{-6} J)
8. แผ่นเพลทใหญ่มาก 2 แผ่น วางขนานกันและห่างกัน 5.25 mm. แล้วประจุให้เพลททั้งสองจนมีความต่างศักย์เท่ากับ 1.50 kV จงหาค่าความเข้มของสนามไฟฟ้าระหว่างเพลททั้งสองนี้ (2.68×10^{6} N/C)

เอกสารอ้างอิง

ไพโรจน์ ตรีณธนากุล.(2531). **ฟิสิกส์พื้นฐาน ไฟฟ้าแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1).กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. ,Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Popovic, Z., Popovic, B. D., (1999). **Introductory Electromagnetics** (1st ed.). New Jersey: Prentice Hall.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 4

ความจุไฟฟ้า

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. ตัวเก็บประจุ
2. ความจุไฟฟ้า
3. การต่อวงจรตัวเก็บประจุ
4. สารไดอิเล็กตริก
5. กฎของเกาส์ในสารไดอิเล็กตริก
6. พลังงานสะสมในตัวเก็บประจุ

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณความจุไฟฟ้าได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถคำนวณการต่อวงจรตัวเก็บประจุได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมายของสารไดอิเล็กตริกได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณกฎของเกาส์ในสารไดอิเล็กตริกได้
5. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณพลังงานสะสมในตัวเก็บประจุได้
6. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 4
ความจุไฟฟ้า

4.1 ตัวเก็บประจุ

คาปาซิเตอร์ (Capacitor) หรือตัวเก็บประจุ คืออุปกรณ์ที่สามารถเก็บสะสมประจุไฟฟ้าไว้ได้ ปริมาณประจุไฟฟ้าที่สามารถจะสะสมไว้ต่อหน่วยความต่างศักย์ของตัวคาปาซิเตอร์แต่ละตัว เรียกว่าค่าความจุไฟฟ้า (Capacitance) จากนิยามของความจุไฟฟ้านี้สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ

$$C = \frac{Q}{V} \tag{4.1}$$

โดยที่ Q คือ ประจุไฟฟ้ามีหน่วยเป็นคูลอมบ์(C)

V คือ ความต่างศักย์ มีหน่วยเป็น โวลต์(V)

C คือ ความจุไฟฟ้ามีหน่วยเป็น ฟารัด(F)

4.2 ความจุไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมเดี่ยว

สำหรับตัวกลางที่เป็นอากาศ ศักย์ไฟฟ้าของทรงกลม $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ เมื่อทรงกลมมีรัศมียาว r ซม. ย่อมเขียนได้ว่า

จาก $\mathrm{C} = \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{V}}$ หรือ $\mathrm{V} = \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{C}}$

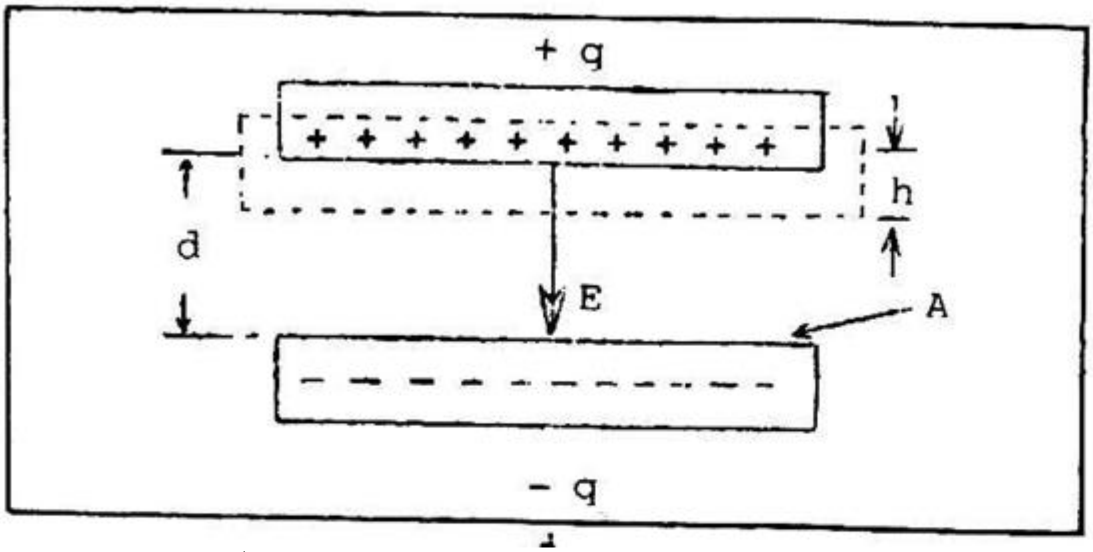
$$\therefore \frac{Q}{C} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

ดังนั้น
$$C = 4\pi\varepsilon_0 r \tag{4.2}$$

สำหรับการหาค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุชนิดอื่นสามารถทำได้โดยวิธีการเดียวกัน กล่าวคือ ต้องทราบค่าความต่างศักย์ของตัวเก็บประจุชนิดนั้นๆก่อนจึงสามารถนำไปหาค่าความจุไฟฟ้าจากนิยามได้

ตัวอย่างที่ 4.1ตัวเก็บประจุแผ่นขนาน มีพื้นที่เพลทเท่ากับ A และวางห่างกันเท่ากับ d จงหาค่าความจุไฟฟ้า (Capacitance)ของตัวเก็บประจุแผ่นขนานนี้

วิธีทำ จากรูป ให้แผ่นตัวนำทั้งสองมีประจุ +q และ –q ที่แผ่น +q สร้าง Gaussian surface ตามเส้นประที่แสดงนั้น ส่วนสนามไฟฟ้า (E) จะมีเฉพาะระหว่างเพลทเท่านั้น



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.1
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 49)
จากกฎของเกาส์จะได้

$$\varepsilon_0\phi_E = \varepsilon_0 EA = q$$

และ $V = -\int E.dl$ หรือ $V = Ed$

จาก $C = \frac{q}{V}$

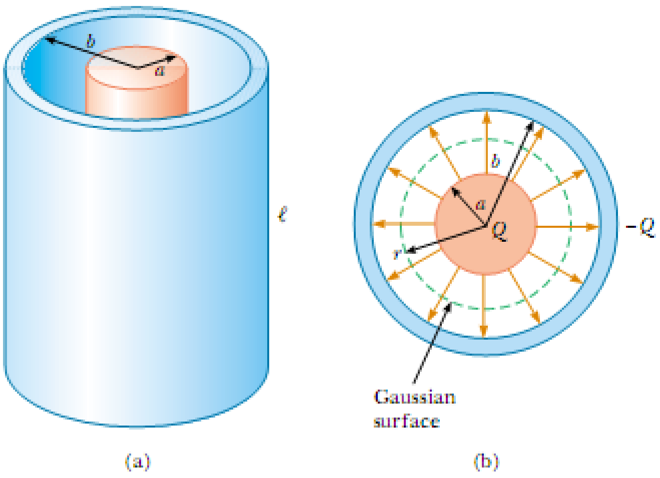
แทนค่า q และ Vจะได้ค่าความจุไฟฟ้า$C = \frac{\varepsilon_0 EA}{Ed} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.2ตัวเก็บประจุแผ่นขนาน มีค่า 1 F เพลททั้งสองห่างกัน 1 mm. จงหาพื้นที่ของแผ่นเพลทตัวนำนั้น

วิธีทำ จาก $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$ (ตามตัวอย่าง 4.1)

$$\therefore \quad A = \frac{Cd}{\varepsilon_0} = \frac{1\times10^{-3}\times1}{8.9\times10^{-12}} = 1.1\times10^{8}\ mm^2$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.3ตัวเก็บประจุทรงกระบอก (Cylindrical capacitor)ประกอบด้วยทรงกระบอกสองอันมีแกนร่วมกัน อันในมีรัศมี a ส่วนอันนอกมีรัศมี b และต่างก็ยาว l ซึ่งยาวกว่า b มาก ๆ จงหาค่าความจุไฟฟ้า (Capacitance) ของตัวเก็บประจุทรงกระบอกนี้



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.3

ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 808)

วิธีทำ สร้างพื้นผิวเกาส์รอบทรงกระบอกอันใน ให้รัศมีของพื้นผิวเท่ากับ r

จากกฎของเกาส์

$$\varepsilon_0 \oint E.ds \quad = q$$

จะได้ $\varepsilon_0 E(2\pi r)l \; = q$

∴สนามไฟฟ้าที่พื้นผิวรัศมี r มีค่า

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 rl}$$

และจาก $\quad V = -\int_a^b E.dl$

$$\therefore \; V = \int_a^b E.dr = \int_a^b \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} dr$$

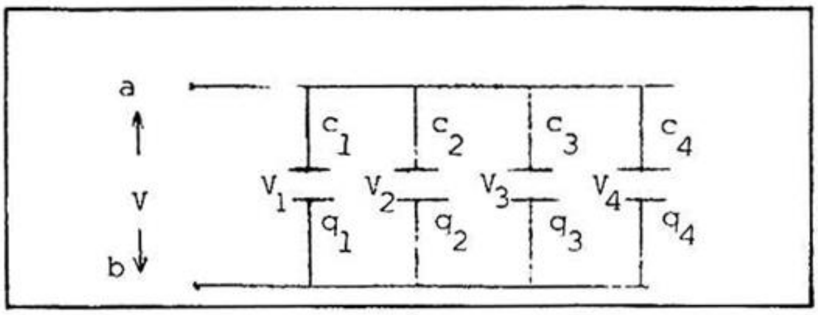
$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} \ln\frac{a}{b}$$

∴ค่าความจุไฟฟ้า $C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_0 \, l}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)}$ **ตอบ**

4.3 การต่อตัวเก็บประจุ

การต่อตัวเก็บประจุสามารถทำได้ 2 วิธี คือ

- **การต่อตัวเก็บประจุแบบขนาน**



รูปที่ 4.1 การต่อตัวเก็บประจุแบบขนาน
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 51)

จากรูปที่ 4.1 จะเห็นได้ว่าความต่างศักย์ของตัวเก็บประจุทุกตัวมีค่าเท่ากัน เพราะแผ่นบนทุกแผ่นต่อร่วมกันที่จุดa และแผ่นล่างทุกแผ่นต่อร่วมกันที่จุดb

$$\therefore V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = \ldots\ldots$$

ให้ประจุบนตัวเก็บประจุแต่ละตัวไม่เท่ากัน โดยมีค่าดังนี้

$$q_1 = C_1V_1,\ q_2 = C_2V_2, q_3 = C_3V_3, \ldots\ldots$$

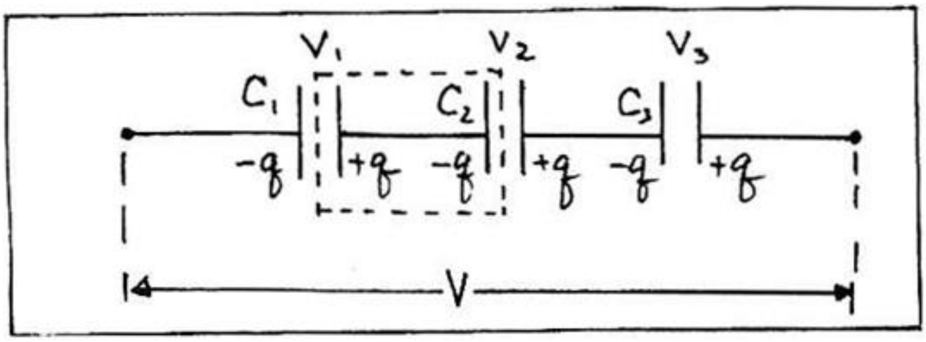
ให้ q เป็นประจุรวม

$\therefore$ผลรวมของประจุ $q = q_1 + q_2 + q_3 + \ldots\ldots$

$$= (C_1 + C_2 + C_3 + ..)\ V$$

$\therefore$ค่าความจุไฟฟ้ารวม $C = \frac{q}{v} = c_1 + c_2 + c_3 + \ldots\ldots$ (4.3)

- **การต่อตัวเก็บประจุแบบอนุกรม**



รูปที่ 4.2 การต่อตัวเก็บประจุแบบอนุกรม
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 52)

จากรูปที่ 4.2 จะได้ ค่าประจุที่ตัวเก็บประจุแต่ละตัวจะมีค่าเท่ากัน เพราะเป็นประจุเหนี่ยวนำต่อเนื่อง กันไป

$$\therefore q_1 = q_2 = q_3 = \ldots\ldots$$

ค่าความต่างศักย์ของตัวเก็บประจุแต่ละตัวจะไม่เท่ากัน โดยมีค่าดังนี้

$$V_1 = \frac{q}{C_1},\ \ V_2 = \frac{q}{C_2},\ V_3 = \frac{q}{C_3}, ...$$

ดังนั้นค่า V รวม V = $V_1+V_2+V_3+V_4+$.................

$$= q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+..\right)$$

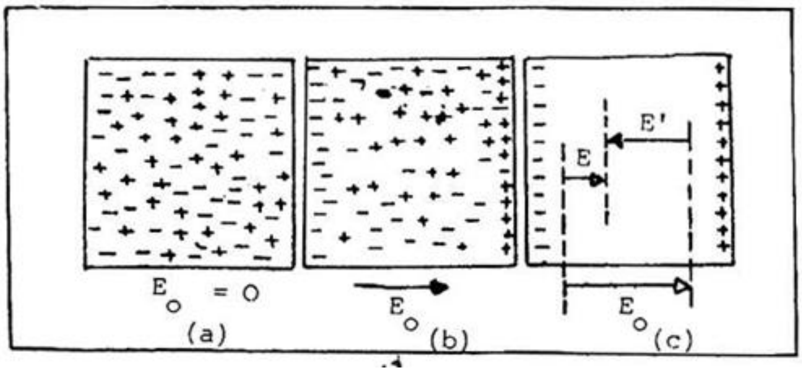
ค่าความจุไฟฟ้ารวม Cมีค่าเท่ากับ

$$C = \frac{q}{V} = \frac{1}{\frac{1}{c_1}+\frac{1}{c_2}+\frac{1}{c_3}+..}$$

หรือ $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+$............ (4.4)

4.4 สารไดอิเล็กตริก

สารไดอิเล็กตริก คือสสารประเภทฉนวนโดยที่ขณะอยู่ในสนามไฟฟ้า จะถูกชักนำให้เกิดไดโพลไฟฟ้า (Electric Dipole) ขึ้น และการเรียงตัวจับกลุ่มของไดโพลนี้ จะก่อให้เกิดสนามไฟฟ้าภายในสารไดอิเล็กตริก ซึ่งจะมีทิศทางสวนกับทิศทางของสนามไฟฟ้าภายนอก ดังแสดงในรูป 4.3



รูปที่ 4.3สนามไฟฟ้าในสารไดอิเล็กตริก
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 54)

จากรูป 4.3 (a) ขณะที่สารไดอิเล็กตริกอยู่อย่างอิสระจากสนามไฟฟ้า รูป (b) เริ่มอยู่ในสนามไฟฟ้า E_0 และรูป (c) เมื่อสารไดอิเล็กตริก อยู่ในสนามไฟฟ้า E_0ในสภาพสมดุลแล้วจะเกิดสนามไฟฟ้าภายในสารไดอิเล็กตริก เท่ากับ E' ซึ่งมีทิศทางสวนกับ E_0ดังนั้นสนามไฟฟ้าที่ปรากฏ $\overline{E}=\overline{E}_0+\overline{E'}$โดยขนาดของสนามไฟฟ้าในสารไดอิเล็กตริกนี้จะขึ้นกับชนิดของสารไดอิเล็กตริก นิยามได้โดย

$$\mathbf{K} = \frac{V_0}{V_d} = \frac{E_0}{E_d} \qquad (4.5)$$

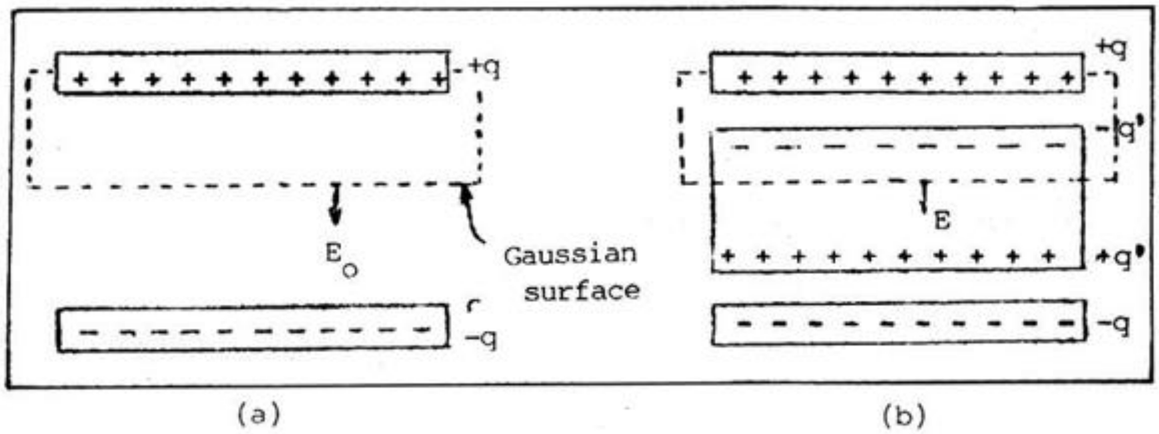
โดยที่ κ คือค่าคงที่ไดอิเล็กตริก (dielectric constant)

และจาก $C=\frac{Q}{V}$ เมื่อ q คงที่จะได้ว่า

$$\frac{V_0}{V_d} = \frac{C_d}{C_0} = \mathbf{K} \text{ หรือ } C_d = \mathbf{K}C_0 \qquad (4.6)$$

โดยที่ C_dคือค่าความจุไฟฟ้าเมื่อมีสารไดอิเล็กตริก และ C_0คือ ค่าความจุไฟฟ้าเมื่อไม่มีสารไดอิเล็กตริก

4.5 กฎของเกาส์ในสารไดอิเล็กตริก



รูปที่ 4.4แผ่นตัวนำคู่ขนานเมื่อไม่มีสารไดอิเล็กตริก(a) และไม่มีสารไดอิเล็กตริก(b)
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 55)

การหากฎของเกาส์ (Gauss′ s Law) ในตัวกลางที่เป็นไดอิเล็กตริกนั้นเริ่มจากแผ่นตัวนำคู่ขนาน ดังในรูป 4.4จากรูป 4.4 (a)

$$\varepsilon_0 \oint E.ds = q' E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 A} \qquad (4.7)$$

จากรูป 4.4 (b)

$$\varepsilon_0 \oint E.ds = q-q' \qquad E = \frac{q}{\varepsilon_0 A} - \frac{q'}{\varepsilon_0 A} \qquad (4.8)$$

$$\text{จาก } \kappa = \frac{E_0}{E} \qquad \therefore\ E = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{q}{\kappa\varepsilon_0 A}$$

แทนค่า E ใน (4.7) จะได้

$$\frac{q}{\kappa\varepsilon_0 A} = \frac{q}{\varepsilon_0 A} - \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \quad q' = q\left(1-\frac{1}{\kappa}\right) \qquad (4.9)$$

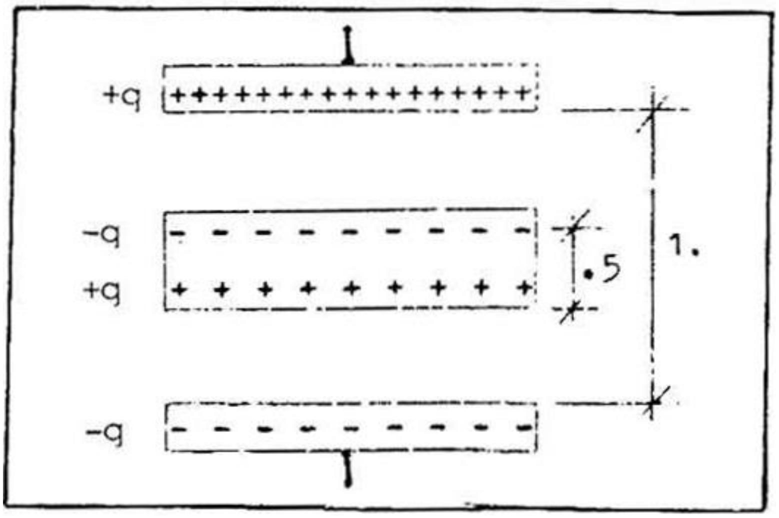
แทนค่า q'ใน (4.8)ได้

$$\varepsilon_0 \oint E.ds = q-q\left(1-\frac{1}{\kappa}\right) \text{ หรือ } \varepsilon_0 \oint \kappa E.ds = q \qquad (4.10)$$

ซึ่งเป็นสมการกฎของเกาส์ (Gauss’ s Law) ที่มีตัวกลางเป็นสารไดอิเล็กตริก

ตัวอย่างที่ 4.6แผ่นตัวนำคู่ขนาน (Parallel Plate Capacitor) ดังแสดงในรูป มีพื้นที่เพลท (A) = 100 $cm.^2$ ระยะห่างระหว่างเพลท (d) = 1 ซม. ให้ความต่างศักย์ V_0= 100V ถ้าให้ตัว Dielectric อยู่ตรงกลางมีความหนา b = 0.5 ซม. และ κ = 7 จงหา

1) C_0	2) q	3) E_0
4) E	5) V	6) C



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.6
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 57)

วิธีทำ 1) จาก $C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

$= \frac{8.9\times10^{-12}\times10^{-2}}{10^{-2}}$

$= 8.9\times10^{-12}$ F **ตอบ**

2) $q = C_0V_0$

$= 8.9\times10^{-12}\times100$

$= 8.9\times10^{-10}$ C **ตอบ**

3) $E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$

$= \frac{8.9\times10^{-10}}{8.9\times10^{-12}\times10^{-2}}$

$= 1.0\times10^{4}\ \frac{V}{m}$ **ตอบ**

4) $E = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{10^4}{7} = 0.14\times10^{4}\ \frac{V}{m}$ **ตอบ**

5) $V = -\int E.dl = E_0\left(d-b\right)+Eb$

$= 10^{4}\times0.5\times10^{-2}+0.14\times10^{4}\times0.5\times10^{-2}$

$= 57$ V **ตอบ**

6) $C = \frac{q}{V} = \frac{8.9\times10^{-10}}{57} = 16\times10^{-12}$ F **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.7แผ่นตัวนำคู่ขนานมีค่าความจุไฟฟ้า (Capacitance) 100 μF พื้นที่เพลท 100 cm.^{2} มี Mica dielectric วางอยู่ระหว่างแผ่นและมีความต่างศักย์ระหว่างเพลท 50V กำหนดให้ค่า κ ของ Mica เท่ากับ 5.4 จงคำนวณหา

ก) E ใน Mica

ข) ประจุอิสระบน Plates

ค) ประจุเหนี่ยวนำที่ผิวของ Mica

วิธีทำ ก) $\kappa\varepsilon_0 EA = Q = CV$

$$\therefore E = \frac{CV}{\varepsilon_0 \kappa A} = \frac{100\times10^{-12}\times50}{8.9\times10^{-12}\times5.4\times10^{-2}} = 10^4 \frac{V}{m}$$ **ตอบ**

ข) $Q = CV = 100\times10^{-12}\times50 = 5\times10^{-9}$ C **ตอบ**

ค) $$Q' = Q\left(1-\frac{1}{\kappa}\right) = 5\times10^{-9}\left(1-\frac{1}{5.4}\right)$$

$$= 4.1\times10^{-9} \quad C$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.8 ยางแข็ง มีค่า Dielectric constant เท่ากับ 2.8 และ Dielectric strength$18\times10^6 \frac{V}{m}$ถูกนำมาใช้เป็นสารไดอิเล็กตริกของตัวเก็บประจุแผ่นขนาน จงหาพื้นที่แผ่นที่น้อยที่สุดของ Capacitor ซึ่งมีค่า Capacitance$7.0\times10^{-2}\mu$F และสามารถทนกำลังไฟได้ถึง 4,000 V

วิธีทำ $V = Ed$

$$\therefore d = \frac{4000}{18\times10^6} = 2.2\times10^{-4} \quad m.$$

จาก $C = \dfrac{\kappa\varepsilon_0 A}{d}$

$$\therefore A = \frac{Cd}{\kappa\varepsilon_0} = \frac{7\times10^{-8}\times2.2\times10^{-4}}{8.9\times10^{-12}\times2.8} = 0.62 \quad m^2$$ **ตอบ**

4.6 พลังงานที่สะสมอยู่ในรูปของสนามไฟฟ้า

การเหนี่ยวนำให้ตัวเก็บประจุ มีประจุเป็นบวกที่ขั้วหนึ่ง และประจุลบอีกขั้วหนึ่งนั้นจะต้องสูญเสียพลังงานจำนวนหนึ่ง โดยพลังงานที่จะต้องใช้เท่ากับ

$$dw = Vdq = \frac{q'}{C}\, dq$$

$$\therefore \text{พลังงานทั้งหมด}W = \int_0^w dw = \int_0^q \frac{q}{C}\, dq$$

$$W = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \tag{4.11}$$

พลังงานจำนวน W นี้จะสะสมอยู่ในตัวเก็บประจุซึ่งสามารถจะนำมาใช้งานต่อไปได้

จากความสัมพันธ์ q= CV

จะได้ $$W = \frac{1}{2}CV^2 \qquad (4.12)$$

และได้ Energy density $\mu = \frac{W}{Volume} = \frac{\text{พลังงานทั้งหมด}}{\text{ปริมาตรทั้งหมด}}$

เช่นในกรณีที่เป็น Parallel Plate Capacitor

จาก $Volume = A.d$

และ $C = \frac{k\varepsilon_0 A}{d}$

$$\therefore \mu = \frac{W}{Volume} = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad} = \frac{1}{2}k\varepsilon_0 E^2 \qquad (4.13)$$

จากตัวอย่างนี้สรุปได้ว่า ณ จุดใด ๆ ที่มีความเข้มของสนามไฟฟ้าเท่ากับ E ย่อมหมายความว่า ณ จุดนั้น ๆ มีพลังงานสะสมต่อหน่วยปริมาตรเท่ากับ $\frac{1}{2}k\varepsilon_0 E^2$

ตัวอย่างที่ 4.10 ถ้าประจุตัวเก็บประจุตัวหนึ่งซึ่งมีค่าความจุไฟฟ้าเท่ากับ C_1 ด้วยความต่างศักย์ V_0 จนเต็มแล้วต่อ C_1 ขนานเข้ากับ C_2 หลังจากตัด V_0ออกไปแล้ว จงหาค่าความต่างศักย์ในตอนหลัง เมื่อ C_1 ต่อขนานกับ C_2แล้ว และพลังงานที่สะสมไว้ในวงจรนี้ทั้งหมด

วิธีทำ ก. จาก $q_0 = q_1+q_2$

$$\therefore C_1V_0 = C_1V+C_2V$$

ดังนั้นความต่างศักย์ $V = V_0\frac{C_1}{C_1+C_2}$ **ตอบ**

ข. จาก $w_0 = \frac{1}{2}C_1V_0^2$

$\therefore$พลังงานที่สะสมไว้ $$w = \frac{1}{2}C_1V^2+\frac{1}{2}C_2V^2$$

$$= \frac{1}{2}C_1V_0\left(\frac{C_1}{C_1+C_2}\right)$$

$$= W_0\frac{C_1}{C_1+C_2}$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.11ตัวเก็บประจุขนานมีเพลทใหญ่ A วางห่างกัน d จุไฟด้วยแรงดันไฟฟ้า V_0Volt แล้วใส่ Dielectric หนา d เข้าไป จงหาพลังงานสะสมก่อนและหลังใส่ Dielectric เข้าไป

วิธีทำ ก. ก่อนใส่ Dielectric

พลังงานที่สะสมไว้ $w_0 = \frac{1}{2}C_0V_0^2$ **ตอบ**

ข. หลังใส่ Dielectric

จะได้ $C=\kappa C_0$และ $V=\frac{V_0}{\kappa}$

$\therefore$พลังงานที่สะสมไว้ $w= \frac{1}{2}CV^2$

$$= \frac{1}{2}\kappa C_0\left(\frac{V_0^2}{\kappa^2}\right) = \frac{1}{\kappa}w_0$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.12 ทรงกลมประจุรัศมี R มีประจุ q จงหาพลังงานสะสมทั้งหมดรอบ ๆ ทรงกลมประจุนี้ และจงหารัศมีของพื้นผิวทรงกลมที่จะห่อหุ้มพลังงานที่สะสมไว้ข้างต้นนี้เป็นจำนวนครึ่งหนึ่ง

วิธีทำ ก. จาก $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$

และ $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{32\pi^2\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^4}$

พลังงาน dW เป็นหลังงานรวมทั้งหมดระหว่างทรงกลมที่มีรัศมี r และ r+dr

$$dW = (4\pi r^2)(dr)u = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2}$$

$$\therefore W = \int dW = \int_{\propto}^{R}\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$ **ตอบ**

ข

$$\frac{1}{2}W = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_R^{R_0}\frac{dr}{r^2}$$

$$\frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_R^{R_0}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R_0}\right)$$

$$\therefore R_0 = 2R$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.13 ทรงกลมโลหะลูกหนึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 10 cm. มีศักย์ไฟฟ้า 8,000 V ความหนาแน่นพลังงาน (Energy density) ที่ผิวของทรงกลมเป็นเท่าไร

วิธีทำ จาก $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

และ $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{V}{R} = \frac{8000}{5\times10^{-2}} = 1.6\times10^5$ N/C

$\therefore$ความหนาแน่นของพลังงาน $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}8.9\times10^{-12}\left(1.6\times10^5\right)^2$

$= 0.11 \frac{J}{m^3}$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.14 ประจุ q ถูกใส่ลงบนผิวของฟองสบู่ซึ่งเดิมไม่มีประจุ และรัศมีเท่ากับ R_0 เนื่องจากการที่ประจุชนิดเดียวกันผลักกันทำให้รัศมีมีค่าเพิ่มขึ้นเป็น R จงแสดงว่า

$$q = \left[\frac{32}{3}\pi^2\varepsilon_0 PR_0R\left(R^2+PR_0R+R_0^2\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

เมื่อP เป็นความดันบรรยากาศและจงหาค่า q เมื่อ P=1.0 atm. R_0=2.0 cm. และ R=2.1 cm.

วิธีทำ ก. พลังงานที่ทำให้ฟองสบู่ขยายตัวออกไป เท่ากับพลังงานที่ได้จากประจุไฟฟ้าที่ใส่เข้าไป

$$\therefore \int_{R_0}^{R} P.4\pi r^2\,dr = \frac{q^2}{2(4\pi\varepsilon_0 R_O)} - \frac{q^2}{2(4\pi\varepsilon_0 R)}$$

$$\frac{4\pi P}{3}\left(R^3-R_O^3\right) = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R-R_O}{RR_O}\right)$$

$$\frac{4\pi P}{3}\left(R^2+R_OR-R_O^2\right)= \frac{q^2}{4\,\pi\varepsilon_0}\frac{1}{RR_O}$$

ดังนั้น $q = \left[\frac{32}{3}\pi^2\varepsilon_0 PR_OR\left(R^2+R_OR+R_0^2\right)\right]^{\frac{1}{2}}$ **ตอบ**

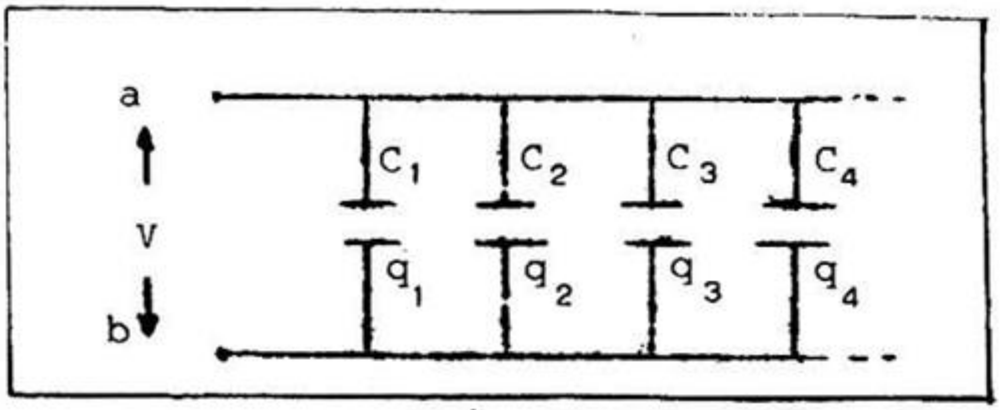
ข. เมื่อ $P = 1 \text{ atm.} = 1.03\times10^5 \frac{N}{m^2}$

$R_0 = 2\times10^2$ m. $R= 2.1\times10^2$ m.

แทนค่าต่าง ๆ ที่กำหนดให้ลงในสมการจะได้ $q = 7\times10^6$ C **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.15 กลุ่มตัวเก็บประจุที่มีความจุไฟฟ้า 5.0 μF จำนวน 2,000 ตัว ถูกต่อกันไว้อย่างขนาน เพื่อใช้เก็บพลังงานไฟฟ้า จะต้องสิ้นค่าใช้จ่ายเท่าไรในการให้ประจุแก่กลุ่มตัวเก็บประจุนี้จนมีกำลังไฟ 50,000 V สมมติอัตราค่าไฟฟ้า 2 บาท ต่อ kw-hr

วิธีทำ จาก $C = C_1+C_2+C_3+$............................



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4.15

ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 66)

เมื่อนำตัวเก็บประจุหลายตัวต่อขนานกัน)าความจุไฟฟ้ารวม $C = 2000\times5\times\text{-}10^{-6}= 10^{-2}$F

จาก $W = \frac{1}{2}CV^2$

พลังงานที่สะสมไว้ $= \frac{1}{2}\times10^{-2}\left(50{,}000\right)^2$

$= 12.5\times10^6$ J

$1 \text{ kw-hr} = 1000\times3600 = 36\times10^5$ J

จะต้องเสียเงินทั้งหมด $= \frac{12.5\times10^6}{36\times10^5}\times2 = 7$ บาท **ตอบ**

สรุป

1. ความจุไฟฟ้า

$$C = \frac{Q}{V}$$

2. การต่อตัวเก็บประจุแบบขนาน

$C = c_1 + c_2 + c_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

3. การต่อตัวเก็บประจุแบบอนุกรม

$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

4. ค่าคงที่ไดอิเล็กตริก

$$\kappa = \frac{V_0}{V_d} = \frac{E_0}{E_d}$$

5. กฎของเกาส์ในสารไดอิเล็กตริก

$$\varepsilon_0 \oint \kappa E.ds = q$$

6. พลังงานสะสมในตัวเก็บประจุ

$$W = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

แบบฝึกหัด

1. ตัวเก็บประจุตัวหนึ่งมีค่าความจุไฟฟ้าเท่ากับ 2 μF และถูกประจุให้มีความต่างศักย์เท่ากับ 100V จงหาค่าจำนวนประจุที่มีในตัวตัวเก็บประจุนี้ (200μC)

2. จงหาพื้นที่ของเพลทของตัวเก็บประจุเพลทขนานที่มีความจุไฟฟ้าเท่ากับหนึ่งฟารัด โดยเพลททั้งสองของตัวเก็บประจุนี้วางห่างกัน 1.0 mm. (43 mm^2)

3. ถ้าเอาเพลทที่มีพื้นที่ 150 $cm.^2$ จำนวน 25 เพลท วางขนานกันโดยเอาไมคา (Mica) หนา 0.4 mm. คั่นอยู่ระหว่างเพลท กำหนดให้ค่า ε_r ของไมคา เท่ากับ 6 แล้วต่อเพลททั้งหมดสลับกันเป็นคาปาซิเตอร์ขนานชุด จงหาค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุนี้ (0.0398 μF)

4. นำตัวเก็บประจุที่มีค่าความจุไฟฟ้า 0.50 μF ต่อขนานกับตัวเก็บประจุที่มีความจุไฟฟ้า 0.75 μF แล้วต่อเข้ากับแหล่งกำเนิดไฟฟ้า 110 V จงหาจำนวนประจุทั้งหมดที่แหล่งกำเนิดไฟฟ้าให้ออกไป (137 μC, 55 μC, 82 μC)

5. ตัวเก็บประจุสามตัวมีค่าความจุไฟฟ้า 2.0 μF, 3.0 μF และ 4.0 μF ตามลำดับ ต่ออนุกรมกันแล้วต่อเข้ากับไฟ 1300 volt จงหาความต่างศักย์ที่ปรากฏบนตัวเก็บประจุแต่ละตัว (600 V, 400 V, 300 V)

6. ตัวเก็บประจุขนาดเท่ากันจำนวน 6 ตัว มีความจุไฟฟ้าตัวละ 0.5 μFนำมาต่อขนานกันหมด และแล้วต่อแบบอนุกรมหมด จงหาค่าความจุไฟฟ้าทั้งหมดเมื่อต่อไว้แต่ละแบบ ขณะที่ต่อแบบขนานหรืออนุกรมนั้น นำไปต่อเข้ากับแบตเตอรี่ 600V จงหาจำนวนประจุไฟฟ้าทั้งหมดในการต่อแต่ละแบบด้วย (83.0 μF 3.0 μF, 50 μC, 300 μC)

7. ตัวเก็บประจุสองตัวความจุไฟฟ้า 2 μF และ 4μF ต่อขนานกัน แล้วต่ออนุกรมกับตัวเก็บประจุที่มีความจุไฟฟ้า 3 μF อีกตัวหนึ่ง ทั้งหมดนี้ต่อเข้ากับไฟฟ้า 800V จงหาความต่างศักย์บนตัวเก็บประจุแต่ละตัว (270 V, 530 V)

8. ตัวเก็บประจุมีความจุไฟฟ้า 0.1 μF 0.2 μF และ 0.5 μF ต่อขนานกันแล้วไปต่ออนุกรมกับตัวเก็บประจุที่มีความจุ 0.1 μF 0.2 μF และ 0.5 μF ซึ่งทั้ง 3 ตัวหลังนี้ต่ออนุกรมกันอยู่แล้ว จงหาค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุทั้ง 6 ตัวนี้ (54.7 μF)

9. ตัวเก็บประจุตัวหนึ่งมีความจุไฟฟ้า 5.0 μF ประจุไฟฟ้าเข้าไปจนมีความต่างศักย์เท่ากับ 800V แล้วปล่อยให้ประจุไฟลผ่านตัวนำ จงหาพลังงานทั้งหมดที่เกิดขึ้นบนตัวเก็บประจุนั้น (1.6 J)

10. ตัวเก็บประจุ3 ตัว มีความจุไฟฟ้าเท่ากับ 2.0, 3.0 และ 6.0 μF ตามลำดับ ถูกประจุไฟฟ้าด้วยแบตเตอรี่ 60V จงหาพลังงานที่สะสมอยู่ในตัวเก็บประจุทั้งหมดเมื่อ ก. ต่อขนานกันหมด และ ข. ต่ออนุกรมกัน (0.02 J, 0.0018 J)

11. ตัวเก็บประจุความจุ 1.0 μF 3 ตัวประจุไฟฟ้าให้มีศักย์ไฟฟ้าเท่ากับ 100, 200 และ 300V ตามลำดับ นำตัวเก็บประจุทั้ง 3 มาต่ออนุกรมกันแล้วต่อเข้ากับแบตเตอรี่ 450V จงหาพลังงานของระบบนี้ทั้งหมด เมื่อก่อนและภายหลังนำมาต่ออนุกรมกันแล้ว (0.07 J, 0.0437 J)

12. ตัวเก็บประจุความจุ 10 μF มีประจุไฟฟ้า 1200V นำมาต่อกับตัวเก็บประจุอีกตัวหนึ่งที่มีความจุ 20 μF แต่มิได้ใส่ประจุไฟฟ้าไว้เลย จงหาค่าความต่างศักย์เมื่อตัวเก็บประจุทั้งสองต่อเข้าด้วยกันแล้ว (400V)

เอกสารอ้างอิง

ไพโรจน์ ตรีณธนากุล. (2531). **ฟิสิกส์พื้นฐาน ไฟฟ้าแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. , Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Popovic, Z., Popovic, B. D., (1999). **Introductory Electromagnetics** (1st ed.). New Jersey: Prentice Hall.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 5

กระแสไฟฟ้า

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. กระแสไฟฟ้า
2. ความหนาแน่นกระแส
3. ความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอน
4. ความต้านทาน
5. กฎของโอห์ม
6. พลังงานไฟฟ้า

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณกระแสไฟฟ้าได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณความหนาแน่นกระแสได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณความเร็วลอยเลื่อนอิเล็กตรอนได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณความต้านทานได้
5. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และประยุกต์ใช้กฎของโอห์มได้
6. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณพลังงานไฟฟ้าได้
7. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

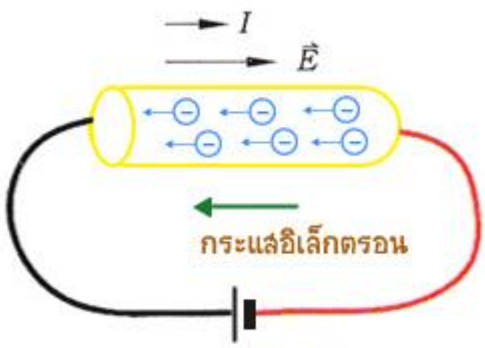
1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 5
กระแสไฟฟ้า

5.1 กระแสไฟฟ้า

ไฟฟ้ากระแสเกิดจากการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้า (อิเล็กตรอน) อำนาจของไฟฟ้ากระแสนี้จะมีค่าเท่ากับจำนวนประจุที่เคลื่อนที่ต่อหน่วยเวลา และมีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางการเคลื่อนที่ของประจุลบ จากนิยามของกระแสไฟฟ้าสามารถเขียนได้เป็นสมการ

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad (5.1)$$



รูปที่ 5.1กระแสไฟฟ้าซึ่งเกิดจากการเคลื่อนที่ของประจุ
ที่มา (http://www.vcharkarn.com/lesson/1349)

5.2 ความหนาแน่นกระแส

จากรูป 5.1 สนามไฟฟ้ามีค่า $E = \frac{V}{d}$ ซึ่งเป็นอำนาจที่ทำให้ประจุลบ (อิเล็กตรอน) วิ่งในทิศสวนทางกับสนามไฟฟ้า (E) และการเคลื่อนที่ของอิเลคตรอนนี้ทำให้เกิดเป็นกระแสไฟฟ้า (i) ขึ้น

$$i = \frac{dq}{dt}$$

iคือกระแสไฟฟ้า มีหน่วยเป็นแอมแปร์(A) และมีทิศทางสวนทางกับทิศทางวิ่งของอิเล็กตรอน ดังนั้นกระแสไฟฟ้าจะมีทิศเดียวกับสนามไฟฟ้า

ความหนาแน่นกระแส(Currentdensity (J)) คือปริมาณกระแสไฟฟ้าที่พุ่งผ่านพื้นที่หน้าตัด มีหน่วยเป็น A/m^2สามารถหาได้จาก

$$i = \int J.ds = JA \qquad (5.2)$$

ตัวอย่างที่ 5.1 จงหาความหนาแน่นกระแสในเส้นลวดทองแดงที่มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ 0.0032 m^2 ต่อกับเส้นลวดอะลูมิเนียมที่มีพื้นที่หน้าตัด เท่ากับ 0.0079 m^2 แต่มีความหนาแน่นกระแสเท่ากับ 1300 A/m^2

วิธีทำ จาก $J = \frac{i}{A}$

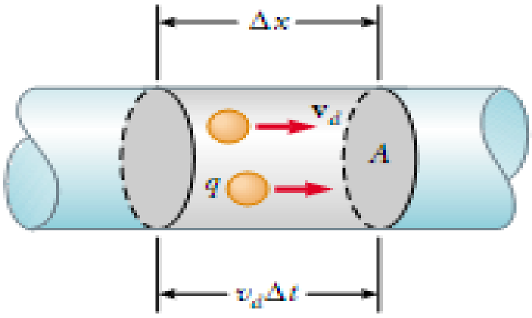
บนเส้นลวดอะลูมิเนียมนี้จะมีกระแสไหล $i = J\,A = 1300 \times 0.0079 = 10.27$ A

กระแสบนลวดทองแดง = กระบนลวดอะลูมิเนียม

∴ Current density ของลวดทองแดงมีค่า

$$J = \frac{10.27}{0.0032} = 3209 \frac{A}{m^2}$$ **ตอบ**

5.3 ความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอน



รูปที่ 5.2 ความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอน

ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 842)

จากรูป 5.2 ซึ่งเป็นตัวนำเส้นหนึ่งที่มีจำนวนอิเล็กตรอนอิสระต่อปริมาตรเท่ากับ n ลวดนี้มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ A

กำหนดให้ประจุทั้งหมดในส่วนความยาว Δx มีปริมาตร $A\Delta x$ มีค่าประจุเท่ากับ q

$$\therefore\ q = nA\Delta xe$$

ให้อิเลคตรอนแต่ละตัววิ่งเป็นระยะทาง 1 ในช่วงระยะเวลา t ด้วยความเร็ว v_d

$$\therefore\ t = \frac{\Delta x}{V_d}$$

แต่
$$i = \frac{q}{t} = \frac{nA\Delta xe}{\Delta x/v_d} = nAev_d$$

ดังนั้นความเร็วลอยเลื่อน (drift velocity) ของอิเล็กตรอน

$$v_d = \frac{i}{nAe} = \frac{J}{ne} \qquad (5.3)$$

ตัวอย่างที่ 5.2 ตัวนำทองแดงมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 1 ซม. กระแสไหลผ่าน 200A จงหา

(ก) Current density (j)

(ข) Drift velocity (v_d)

วิธีทำ ก) จาก $J = \frac{i}{A}$

Current density $J = \frac{200}{\frac{1}{4}\pi(0.01)} 2 = 2.54\times10^6 \frac{A}{m^2}$ **ตอบ**

ข) กำหนดให้ทองแดง 1 อะตอม ให้มีอิเล็กตรอนอิสระได้ 1 ตัว

จาก $n = \frac{N_0 D}{M}$

เมื่อ $\rho(Cu) = 8.8\ g/cm^3$

$M = 63\ g/mol$

$N_0 = 6.02\times10^{23}$ atom/mol

∴จำนวนอิเล็กตรอนต่อหน่วยปริมาตร $n = \frac{8.8}{63}\times6.02\times10^{23}$

ได้ $n = 8.4\times10^{22}$ atom/cm^3

$$\therefore v_d = \frac{J}{ne} = \frac{2.54\times10^6}{84\times10^{22}\times1.6\times10^{-19}}$$

$= 1.9\times10^2$ m/s **ตอบ**

5.4 ความต้านทานและสภาพต้านทาน

ถ้านำขั้วความต่างศักย์เท่ากันสองชุด ต่อเข้ากับปลายแท่งทองแดงและปลายแท่งไม้ จะปรากฏว่า กระแสที่ไหลผ่านในแท่งทองแดงจะต่างกับที่ไหลในแท่งไม้มากเนื่องจากคุณสมบัติในการต่อต้านการไหลของกระแส (Resistance) ของสารแต่ละชนิดไม่เหมือนกัน ดังนั้น ค่าความต้านทาน (Resistance, R) ของแต่ละสารจะมีค่าเฉพาะของสารนั้น และหาได้จากการเอาค่าความต่างศักย์ที่ต่อเข้าไปหารด้วยกระแสที่เกิดขึ้น

∴ค่าความต้านทาน(Resistance), $R=\frac{V}{i}$ มีหน่วยเป็น V/A=ohm(Ω)

สภาพต้านทาน (Resistivity, ρ) คือ ความต้านทานจำเพาะมีค่าเท่ากับอัตราส่วนของสนามไฟฟ้าต่อความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า

∴สภาพต้านทาน$\rho = \frac{E}{J}$ มีหน่วยเป็น ohm-m

จาก $E = \frac{V}{l}$, $J=\frac{i}{A}$

$$\therefore \rho = \frac{\frac{V}{l}}{\frac{i}{A}} = \frac{iRA}{il} = \frac{RA}{l}$$

หรือ
$$R = \frac{\rho l}{A} \qquad (5.4)$$

ตัวอย่างที่ 5.3 แท่งโลหะชนิดหนึ่งยาว 1.00 เมตร เส้นผ่าศูนย์กลาง 0.55 ซม. ความต้านทานระหว่างปลายทั้งสองข้าง (ที่ 20°C) เท่ากับ 2.87×10^{-3} Ωถ้าแผ่นโลหะชนิดเดียวกัน แต่เป็นแผ่นกลมเส้นผ่าศูนย์กลาง 2.00 ซม. หนา 1.00 ม.ม. จงหา

ก) ความต้านทานระหว่างหน้ากลมทั้งสอง

ข) โลหะชนิดนี้เป็นโลหะอะไร

วิธีทำ ก) จาก $R = \frac{\rho l}{A}$

ดังนั้น $\rho = \frac{R_1A_1}{l_1} = \frac{R_2A_2}{l_2}$

$$R_2 = \frac{R_1A_1l_2}{A_2l_1}$$

$$= \frac{2.87\times10^{-3}\times\pi\left(\frac{0.55}{2}\times10^{-2}\right)^2\times10^{-3}}{\left(\frac{2}{2}\times10^{-2}\right)^2\pi\times l}$$

$= 2.2\times10^{-7}\ \Omega$ **ตอบ**

ข) $\rho = \frac{R_1A_1}{l_1} = \frac{2.87\times10^{-3}\times\pi\left(\frac{0.55}{2}\times10^{-2}\right)^2}{1.00} = 6.8\times10^{-8}\ \Omega\text{-m}$

จากตารางค่าสภาพความต้านทาน สารที่มีสภาพความต้านทาน 6.8×10^{-8} Ω-m คือNickel **ตอบ**

5.5 สัมประสิทธิ์อุณหภูมิของความต้านทาน

สัมประสิทธิ์อุณหภูมิ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงค่าความต้านทานจำเพาะต่อการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ

$$\therefore \text{สัมประสิทธิ์อุณหภูมิของความต้านทาน}, \propto = \frac{\frac{\Delta\rho}{\rho_0}}{\Delta t} = \frac{1}{\rho_0}\frac{\rho-\rho_0}{t-t_0}$$

หรือ $$\rho = \rho_0\left[1+\propto\left(t-t_0\right)\right]$$

และ $$R = R_0\left[1+\propto\left(t-t_0\right)\right] \qquad (5.5)$$

ตัวอย่างที่ 5.4 ลวดนิเกิลมีค่า สัมประสิทธิ์อุณหภูมิของความต้านทาน$(\propto) = \frac{0.006}{^\circ C}$ ที่ 20°C ถ้าความต้านทานนิเกิลตัวหนึ่งมีค่าเท่ากับ 70 ohm ที่ 120°C จงหาค่าความต้านทานที่ 250°C

วิธีทำ จาก $R = R_0(1+\propto \Delta t)$

หาจะได้ค่าความต้านทานที่ 20°C เมื่อเปรียบเทียบกับความต้านทานที่ 120°C

จะได้ $$R_{20} = \frac{R_{120}}{1+\propto\Delta t} = \frac{70}{1+0.006\times100}$$

$= 43.8\ \Omega$

หาค่าความต้านทานที่ 250°Cเมื่อเทียบกับความต้านทานที่ 20°C

จะได้ $R_{250} = R_{20} = (1+\propto \Delta t)$

$= 43.8\ (1+0.006\times230)$

$= 104.2\ \Omega$ **ตอบ**

ตัวอย่าง 5.5 เมื่อเอาแท่งโลหะไปทำให้ร้อนขึ้น ความต้านทาน ความยาวและพื้นที่ภาคตัดขวางจะเปลี่ยนไปเนื่องจากการขยายตัวทางความร้อนของโลหะ จงหาค่า R l และ A ของตัวนำทองแดงจะเปลี่ยนไปกี่เปอร์เซ็นต์ถ้าอุณหภูมิเปลี่ยนไป 1.0℃ กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวตามเส้นของโลหะนี้ เป็น 1.7×10^{-5}/℃ และค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิของความต้านทาน 3.9×10^{-3}/℃

วิธีทำ จาก $l = l_0(1+\alpha\,\Delta t)$

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \alpha\Delta t$$

$$\frac{\Delta l}{l_0} = 1.7\times10^{-5}\times1=0.0017\%$$

$$\frac{\Delta A}{A_0} = \frac{2\Delta l}{l_0} = 2\times0.0017\% = 0.0034\ \%$$

และ $R_0 = \rho_0\frac{l_0}{A_0}$

$$R_1 = \rho\frac{l_l}{A_l} = \rho_0\frac{[1+\alpha]l_l}{A_l}\ (\Delta\, t=l)$$

$$= \rho_0\frac{l_l}{A_l}+\rho_0\alpha\frac{l_l}{A_l}$$

$$\therefore \frac{R_l-R_0}{R_l} = \alpha = 3.9\times10^{-3}$$

เนื่องจาก l และ A เปลี่ยนแปลงค่าน้อยมากให้ $l_l=l_0$ และ $A_l=A_0$

ดังนั้น α = 0.39 % **ตอบ**

5.6 กฎของโอห์มและพลังงานในวงจรไฟฟ้า

กฎของโอห์มได้บรรยายไว้ว่า ถ้าอุณหภูมิคงที่ที่จุดใด ๆ มีการแปรเปลี่ยนค่าความต่างศักย์ที่ใส่เข้าที่ปลายของตัวนำ จะพบว่ากระแสที่ไหลในตัวนำนั้นจะเปลี่ยนไปด้วย แต่อัตราส่วนระหว่างความต่างศักย์กับกระแสที่เกิดขึ้นจะคงที่เสมอ คือ

$$\frac{V}{i} = R \quad \text{หรือ} \quad V= iR$$

และค่าคงที่นี้คือค่าความต้านทานของตัวนำนั้น ๆ มีหน่วยเป็นโอห์ม (ohm)

การที่ใส่ความต่างศักย์เข้าไปที่ปลายทั้งสองของตัวนำ แล้วมีกระแสไหลนั้นย่อมหมายถึงการทำให้ประจุ dq เคลื่อนที่ผ่านความต่างศักย์ V ซึ่งจะต้องใช้พลังงานหรือสูญเสียพลังงานไปเท่ากับ du

และพลังงาน $du = Vdq\ Vidt$

หรือ $u = \int Vidt$

ส่วนอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานหรือเรียกว่า กำลังงานไฟฟ้าหรือกำลังไฟฟ้ามีหน่วยเป็นวัตต์ (W)

มีค่าเท่ากับ $P = \frac{du}{dt} = Vi$ (5.6)

ถ้าแทนค่า $V = iR$

จะได้ $P = i^2 R$ (5.7)

และถ้าแทนค่า $i = \frac{V}{R}$

จะได้ $P = \frac{V^2}{R}$ (5.8)

ตัวอย่างที่ 5.6ความต้านทานตัวหนึ่งมีค่าความต้านทานเท่ากับ 40 โอห์ม จุ่มอยู่ในน้ำ หนัก $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม ถ้าให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านความต้านทานนี้ 3 แอมแปร์ เป็นเวลา 5 นาที จงหาอุณหภูมิที่สูงขึ้นของน้ำ โดยสมมติว่าความร้อนที่เกิดขึ้น น้ำรับไปทั้งหมด

วิธีทำ ปริมาณความร้อนที่ลวดไฟฟ้าให้แก่น้ำในเวลา 5 นาที

ในรูปของพลังงาน $u = i^2Rt = 9\times40\times5\times60$ J

และแปลงเป็นรูปความร้อน $= 9\times40\times5\times60\times\frac{1}{4.18}$ cal

ปริมาณความร้อนที่ได้รับ $Q = ms\,\Delta T$

$= 500\times1\times\Delta T$

ปริมาณความร้อนที่น้ำได้รับ = ปริมาณความร้อนที่ได้จากลวดความต้านทาน

$\therefore\ 500\times1\times\Delta T = 9\times40\times5\times60\times0.24$

ดังนั้น $\Delta T = 51.84\,^\circ C$

นั่นคือ อุณหภูมิเพิ่มจากเดิม = 51.84 °C **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 5.7 ลวดทองแดงขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.10 in. มี Max. safe current เป็น 25A. จงหา

ก) Current density

ข) ความเข้มของสนามไฟฟ้า

ค) ความต่างศักย์ของลวดยาว 1000 ฟุต

ง) Rate of joule heating ของลวดยาว 1000 ฟุต

วีธีทำก) กำหนดให้ $i = 25$ A

และ $A = \pi\left(\frac{0.1}{2}\right)^2 in^2 = 5\times10^{-6} m^2$

$\therefore$จะได้ $J = \frac{i}{A} = \frac{25}{5\times10^{-6}} = 5\times10^{6}$ A/m^2. **ตอบ**

ข) จาก $E = \rho j$

$\therefore$สนามไฟฟ้า $E = 1.7\times10^{-8}\times5\times10^{6} = 8.5\times10^{-2}$ V/m. **ตอบ**

ค) กำหนดให้ $l = 1000$ ft. $= 305$ m.

$$R = \rho\frac{l}{A} = \frac{1.7\times10^{-8}\times305}{5\times10^{-3}} = 1.04 \quad \Omega$$

จาก $V = iR$

∴ความต่างศักย์ $= 25\times1.04 = 26$ V **ตอบ**

ง) จาก $P = iV$

∴กำลังไฟฟ้า $= 25\times26 = 650$ W **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 5.8เครื่องทำความร้อนขนาด 500 Wอันหนึ่งใช้กับไฟ 115 V

ก) จงหาเปอร์เซ็นต์ Heat output ที่ลดลงไป ถ้าหากใช้กับไฟ 110 V สมมติว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าความต้านทาน

ข) ถ้านำเอาความต้านทาน ซึ่งแตกต่างไปตามอุณหภูมิเข้ามาคิดด้วย จงหา Heat output จะลดลงไปมากหรือน้อยกว่าที่คำนวณได้จากข้อ ก.

วิธีทำ ก) Heat output ที่ลดลงไป $= \dfrac{V_0^2/R - V^2/R}{V_0^2/R}$

$$= \frac{V_0^2 - V^2}{V_0^2}$$

$$= \frac{115^2 - 110^2}{115^2}$$

$$= 0.085$$

หรือ $= 8.5$ % **ตอบ**

ข) Heat ourput จะไม่ลดน้อยลงไปกว่าที่คำนวณได้จากข้อ ก. **ตอบ**

สรุป

1. กระแสไฟฟ้า

$$i = \frac{dq}{dt}$$

2. ความหนาแน่นกระแส

$$i = \int J.ds = JA$$

3. ความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอน

$$v_d = \frac{i}{nAe} = \frac{j}{ne}$$

4. ความต้านทาน

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

5. สัมประสิทธิ์อุณหภูมิของความต้านทาน

$$R = R_0\left[1+\alpha\left(t-t_0\right)\right]$$

6. กฎของโอห์ม

$$V = iR$$

7. กำลังไฟฟ้า

$$P = i^2R = Vi = \frac{V^2}{R}$$

แบบฝึกหัด

1. ความต้านทานภายในของแบตเตอรี่แห้งตัวหนึ่งมีค่า เท่ากับ 0.0524 โอห์ม ถ้าต่อขั่วของแบตเตอรี่เข้าด้วยกันเกิดกระแสไหล 25 แอมแปร์ จงหาค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าของแบตเตอรี่นี้ (1.56V)
2. หลอดไฟสองดวงจุดให้ความเข้มของแสงสว่างตามที่ต้องการจะต้องใช้ไฟ 50 V และมีกระแส 2 แอมแปร์ สำหรับแต่ละหลอด ถ้านำเอาหลอดไฟทั้งสองมาต่ออนุกรมกัน และอนุกรมเข้ากับตัวรีโอสแตท (Rheostat) เสร็จแล้วต่อเข้ากับสายไฟฟ้า 120 V จงหาค่าความต้านทานของรีโอสแตทที่จำเป็นต้องใช้นั้น (10 ohms)
3. แบตเตอรี่ 12 โวลต์ ต่อเข้ากับตัวความต้านทาน 3 ตัว ซึ่งมีค่าความต้านทาน 3 และ 1 โอห์ม อีกตัวหนึ่งไม่รู้ค่า จงหาค่าความต้านทานตัวที่ยังไม่ทราบค่านี้ เมื่อความต่างศักย์ที่ความต้านทาน 3 โอห์ม มีค่าเท่ากับ 5 โวลต์ (2 ohms)
4. แบตเตอรี่ตัวหนึ่งมีความต้านทานภายใน 1.5 โอห์ม ต่อเข้ากับความต้านทานอนุกรม 2 ตัว ความต้านทาน 2 และ 3 โอห์ม ปรากฏว่าความต่างศักย์ที่ความต้านทาน 2 โอห์ม มีค่าเท่ากับ 8 โวลต์ จงหาค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าของแบตเตอรี่ตัวนี้ (26 V)
5. ตัวนำสามตัวมีค่าความต้านทานเป็น 20. 30 และ 40 โอห์มต่อขนานกัน จงหาค่าความต้านทานรวม (9.25 ohms)
6. ถ้าด้านทั้ง 12 ด้านของรูปลูกบาศก์แต่ละด้าน มีความต้านทานเท่ากับ 1 โอห์ม จงหาค่าความต้านทานรวมเมื่อวัดที่จุด 2 จุด บนมุมที่ทแยงกัน (5/6 ohms)
7. ความต้านทาน 2 ตัว มีค่าเท่ากับ 10 และ 3 โอห์ม ต่อขนานกันแล้วต่อเข้ากับแบตเตอรี่ที่ไม่มีความต้านทานภายใน มีกระแสไหลผ่านตัวความต้านทาน 10 โอห์ม 0.2 แอมป์ จงหาค่า

    ก) กระแสที่ไหลผ่านความต้านทาน 3 โอห์ม และ

    ข) หาค่าแรงดันไฟฟ้าของแบตเตอรี่ (0.667 A., 2 V)

8. แบตเตอรี่ตัวหนึ่ง ขณะที่ให้กระแส 4 แอมแปร์ ความต่างศักย์ที่ขั้วเท่ากับ 9 โวลส์และถ้าให้กระแส 6 แอมป์ จะมีความต่างศักย์ 8.5 โวลต์ จงหาความต้านทานภายในแรงเคลื่อนไฟฟ้าของแบตเตอรี่ (0.025 ohms, 10 V)
9. เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องหนึ่งต่ออนุกรมกับความต้านทาน 100 โอห์ม เกิดความต่างศักย์ 100 โวลต์ และถ้าอนุกรมกับความต้านทาน 200 โอห์ม เกิดความต่างศักย์ 105 โวลต์ จงคำนวณหาค่าความต้านทานภายในและแรงเคลื่อนไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้านี้ (10.5 ohms, 111 V)
10. แบตเตอรี่ขนาด 12 โวลต์ จะประจุไฟจากไฟฟ้า 110 โวลต์

ก) ถ้าความต้านทานภายในของแบตเตอรี่เท่ากับ 0.5 โอห์ม จงหาค่าความต้านทานทั้งหมดที่จะนำมาต่ออนุกรมกับแบตเตอรี่นี้ เพื่อให้กระแสขณะประจุเท่ากับ 5 แอมแปร์ และ

ข) ความต่างศักย์ที่ขั้วแบตเตอรี่ทั้งสองขณะประจุมีค่าเท่ากับเท่าไร (19.1 ohms, 14.5 V)

11. ความต้านทานสองตัวมีค่า 5 และ 7 โอห์ม ต่อขนานกันและอนุกรมกับความต้านทานอีกสองตัวซึ่งต่อขนานกันอยู่ และมีค่าเท่ากับ 4 และ 3 โอห์ม จงหาค่าความต้านทานรวม (4.5 ohms)
12. แบตเตอรี่ขนาน 12 โวลต์ มีความต้านทานภายใน 0.51 โอห์มต่ออนุกรมกับความต้านทาน 20 โอห์ม และความต้านทานอีก 3 ตัว ซึ่งต่อขนานกันอยู่มีค่าเท่ากับ 20 40 และ 60 โอห์ม จงหา ก) กระแสที่ไหลผ่านความต้านทาน 40 โอห์ม และ

ข) ความต่างศักย์ที่ขั้วแบตเตอรี่ (104 A, 11.8 V)

13. ความต้านทานสองตัวมีค่า 2 และ 6 โอห์ม ต่อขนานกันแล้วต่ออนุกรมกับความต้านทานขนาด 4 แอมป์ และแบตเตอรี่ที่มีความต้านทานภายใน 0.5 โอห์ม ถ้ากระแสไหลผ่านความต้านทาน 2 โอห์ม เท่ากับ 0.8 แอมแปร์ จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าของแบตเตอรี่ (6.4 V)
14. สายไฟฟ้าต่อเข้าบ้านมีค่าศักดาไฟฟ้าคงที่เท่ากับ 115 โวลต์ และสายไฟฟ้าที่ต่อเข้าห้องซักรีดมีค่าความต้านทานเท่ากับ 0.35 โอห์ม จงหาความต่างศักย์นี้จะมีค่าเท่ากับเท่าไร และเมื่อต่อเตารีดเข้าไปอีกตัวหนึ่งซึ่งจะต้องใช้ไฟ 10 แอมแปร์ จะมีความต่างศักย์เท่าไร (114.5 V, 111 V)
15. แบตเตอรี่ตัวหนึ่งประกอบด้วยแผ่นตะกั่ว 12 ชุด ต่ออนุกรมกัน แผ่นตะกั่วแต่ละชุดจุแรงเคลื่อนไฟฟ้าได้ 2.1 โวลต์ และมีความต้านทานภายใน 0.05 โอห์ม

ก) จงหาความต่างศักย์ที่ขั้วแบตเตอรี่ทั้งสองในขณะประจุไฟดดยให้กระแสประจุเท่ากับ 15 แอมแปร์ และ ข) จงหาความต่างศักย์ที่ขั้วทั้งสองขณะที่ดีสชาร์ทด้วยกระแส 50 แอมแปร์ (34.2 V, 7.2 V)

16. หลอดไฟฟ้า 300 ดวงต่อขนานกันจุดสว่างด้วยไฟ 110 โวลต์ แต่ละดวงมีความต้านทานขณะจุดสว่างเท่ากับ 200 โอห์ม กระแสที่ต้องการขณะจุดสว่างเท่ากับ 28 แอมแปร์ ถ้าหลอดไฟเหล่านี้จุดสว่างด้วยแบตเตอรี่ ซึ่งแต่ละตัวมีแรงเคลื่อนไฟฟ้า เท่ากับ 2.2 โวลต์ และความต้านทานภายในเท่ากับ 0.004 โอห์ม จงหาว่าจะต้องใช้แบตเตอรี่ทั้งหมดจำนวนน้อยที่สุดกี่ตัว และจะต้องต่ออย่างไร (6 แถว แถวละ 53 ตัว)
17. แบตเตอรี่แห้ง 6 ตัว แต่ละตัวมีแรงเคลื่อนไฟฟ้าเท่ากับ 1.08 โวลต์ และความต้านทานภายในเท่ากับ 2 โอห์ม ต่อเข้ากับความต้านทานภายนอกขนาด 6 โอห์ม จงเปรียบเทียบกระแสที่ไหลผ่านความต้านทานภายนอกนั้นเมื่อ

ก) แบตเตอรี่ทั้งหมดต่ออนุกรมกัน และ

ข) แบตเตอี่ทั้งหมดต่อเป็น 2 แถวที่ขนานกัน (360 mA, 350 mA)

18. อาเมเจอร์ของมอเตอร์ตัวหนึ่งมีความต้านทาน 0.5 ohm ที่ 0℃เมื่อใช้ไปสักพักหนึ่งมีความต้านทานเป็น 0.6 ohm จงหาว่าอุณหภูมิที่อาร์เมเจอร์ร้อนขึ้นกี่องศากำหนดค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิความต้านทานเท่ากับ 0.004/℃(50.8℃)

19. สะพานไฟวีสโตน (Wheatstone bridge) ใช้เส้นลวดความต้านทานยาว 1 เมตร มีค่าความต้านทานเท่ากับ 4.5 โอห์ม แทนค่าความต้านทาน R_3และ R_4 การต่อลวดความต้านทานที่ปลายเส้นลวดจด M และ N ทำให้เกิดความต้านทาน (Contact resistance) ขึ้นเท่ากับ 0.15 โอห์มและ 0.25 โอห์ม จงหาเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดที่จะเกิดขึ้นถ้าจุดสมดุลย์อยู่ที่จุด ก) 50 ซม. และ ข) 20 ซม. (48%, 98%)

20. เส้นลวดความต้านทานเส้นหนึ่งมีค่าความต้านทานเท่ากับ 0.00325 ohm/m ถ้าเส้นลวดนี้มีเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 0.25 ซม. จงหาสภาพความต้านทาน (Resistivity) ของลวดความต้านทานนี้ (1.72 micro-ohm-cm)

เอกสารอ้างอิง

ไพโรจน์ ตรีณธนากุล. (2531). **ฟิสิกส์พื้นฐาน ไฟฟ้าแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1).กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. ,Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Popovic, Z., Popovic, B. D., (1999). **Introductory Electromagnetics** (1st ed.). New Jersey: Prentice Hall.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 6

วงจรไฟฟ้ากระแสตรง

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. แรงเคลื่อนไฟฟ้า
2. กฎของเคอร์ชอฟฟ์
3. วงจรไฟฟ้าหลายวง
4. วงจร RC

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณแรงเคลื่อนไฟฟ้าได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณวงจรไฟฟ้าได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณวงจรไฟฟ้าโดยใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์ได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณวงจร RC ขณะสะสมพลังงานและขณะถ่ายเทพลังงานได้
5. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 6
วงจรไฟฟ้ากระแสตรง

6.1 แรงเคลื่อนไฟฟ้า

แรงเคลื่อนไฟฟ้า หรือ Electromotive Force (emf) คือพลังงานที่กระทำโดยแหล่งให้กำเนิดไฟฟ้า (เช่น Battery) ต่อภายนอก ต่อหน่วยประจุไฟฟ้า มีหน่วยเป็นvolt (V)

ดังนั้น $\text{emf} = \varepsilon = \frac{dW}{dq}$ (6.1)

สำหรับพลังงานไฟฟ้าที่สูญเสียไปในวงจรไฟฟ้าเนื่องจากความต้านทานมีค่าเท่ากับ $dw = i^2Rdt$

จาก $\varepsilon = \frac{dW}{dq}$ และ $i = \frac{dq}{dt}$ หรือ $dq = idt$

ดังนั้น $dw = \varepsilon dq = \varepsilon idt$ และ $dw = i^2Rdt$

จะได้ $\varepsilon = iR$ หรือ $i = \frac{\varepsilon}{R}$

6.2 กฎเคอร์ชอฟฟ์

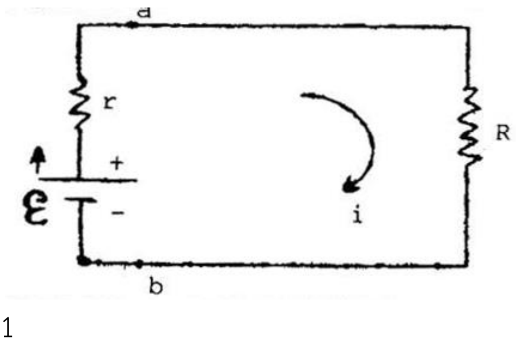
กฎของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchoff's Law) สรุปไว้ว่า

ข้อที่ 1 ผลรวมทางพีชคณิตของศักย์ไฟฟ้าคร่อมตัวต้านทานในวงจรหนึ่งจะเท่ากับผลรวมทางพีชคณิตของแรงเคลื่อนไฟฟ้าในวงจรนั้น ซึ่งหมายความว่า $\sum \varepsilon = \sum iR$

ข้อที่ 2 ณ จุด ๆ หนึ่งในวงจรไฟฟ้า ผลรวมทางพีชคณิตของกระแสไฟฟ้าจะเท่ากับศูนย์ หรือ $\sum i=0$

ตัวอย่างที่ 6.1 วงจรไฟฟ้าดังรูปประกอบด้วย Battery มี emf เท่ากับ ε ความต้านทานภายใน Battery เท่ากับ r ต่อกับความต้านทานภายนอก R จงหากระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจรนี้

วิธีทำ โดยใช้ Loop Theorem



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 6.1
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 88)

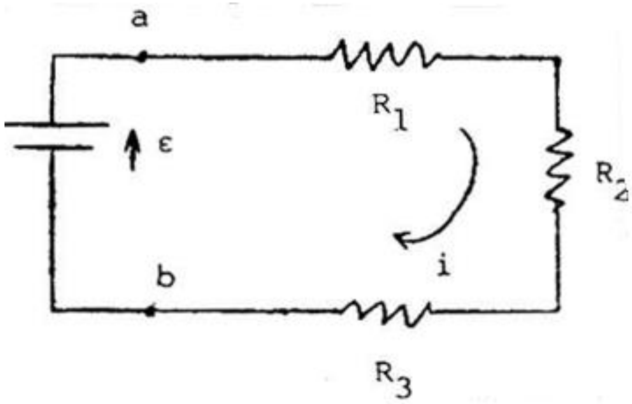
พิจารณาศักย์ที่จุด b $V_b+\varepsilon-(ir+iR)=V_b$

$\therefore ir+iR = \varepsilon$

ดังนั้น กระแสในวงจร $i = \frac{\varepsilon}{r+R}$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 6.2 วงจรไฟฟ้ามีความต้านทาน R_1, R_2และR_3 ต่อกันแบบอนุกรมแล้วต่อกับ Battery ที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้าเท่ากับ ε ดังแสดงในรูปจงหากระแสไฟฟ้าในวงจร

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 6.2
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 88)

$$iR_1+iR_2+iR_3 = \varepsilon$$

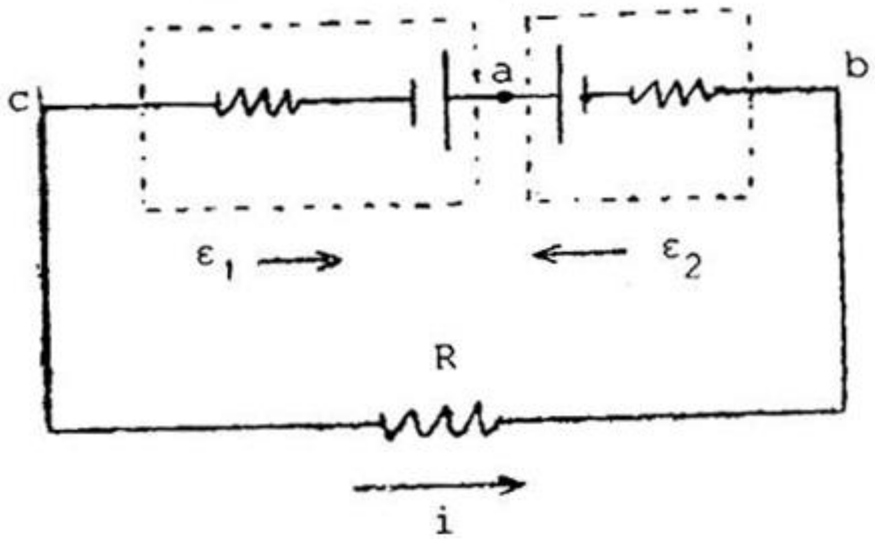
$$\frac{\varepsilon}{iR_1+iR_2+iR_3} = i$$

หรือโดยการหา R รวมก่อน $R = R_1+R_2+R_3$

ดังนั้นกระแสในวงจร $i=\frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2+R_3}$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 6.3 จากรูปวงจรไฟฟ้ากำหนดให้ ε_1=2 V, ε_2=4 V r_1=1 Ω, r_2=2 Ω, R= 5 Ω จงหากระแสในวงจร และ Voltage drop บน R

วิธีทำ ใช้ Loop Theorem



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 6.3
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 89)

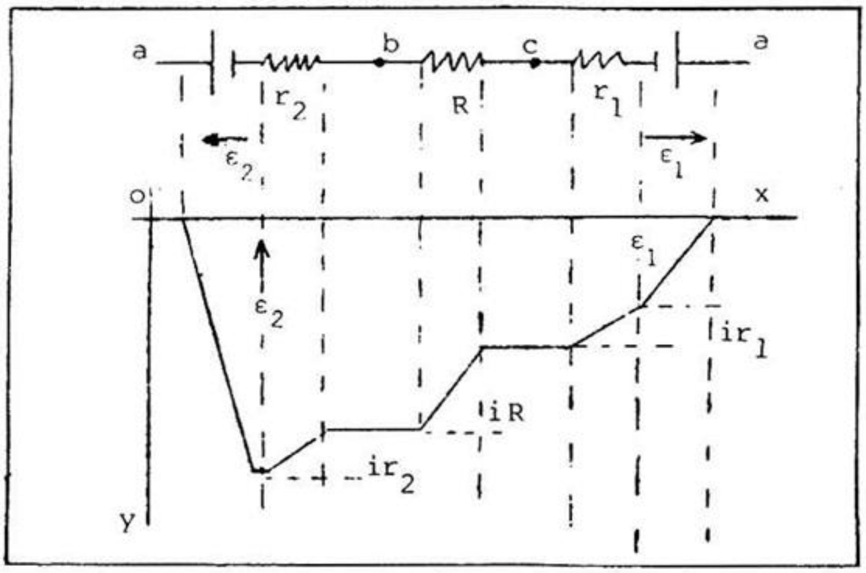
$$-\varepsilon_2+ir_2+iR+ir_1+\varepsilon_1 = 0$$

$$\therefore\ i = \frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{R+r_1+r_2}$$

$$= \frac{4-2}{5+1+2}$$

$$= 0.25\ \text{A}$$ **ตอบ**

สำหรับ Voltage drop บน R



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 6.3

ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 90)

จาก $V = iR$

ดังนั้น $V = 0.25\times5= 1.25\ \text{V}$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 6.4 จากตัวอย่างที่ 6.3 จงหาความต่างศักย์ระหว่างจุด a-b และระหว่าง a-c

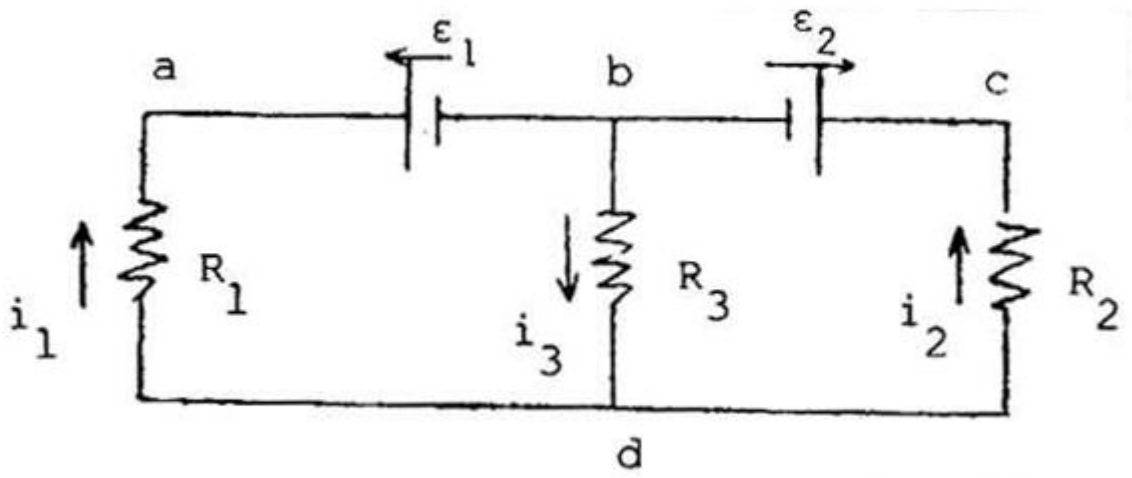
วิธีทำจากรูปในตัวอย่างที่ 6.3 จะได้

$V_{ab} = V_a-V_b = ir_2-\varepsilon_2= 3.5\ \text{V}$ **ตอบ**

$V_{ac} = V_a-V_c = \varepsilon_1-ir_1= 2.25\ \text{volt}$ **ตอบ**

6.3 วงจรไฟฟ้าหลายวง

วงจรไฟฟ้าที่มีมากกว่าหนึ่งวงจรขึ้นไป สามารถใช้กฎข้อที่ 1 และข้อที่ 2 ของเคอร์ชอฟฟ์ในการหาค่าต่าง ๆ ได้ เช่นรูปที่ 6.1 เป็นวงจรแบบ 2 Loops ถ้ากำหนดค่าต่าง ๆ ดังแสดงในรูปเราสามารถหาความสัมพันธ์ เพื่อหากระแสที่ไหลในวงจรได้ดังนี้



รูปที่ 6.1 วงจรไฟฟ้าแบบ 2 Loops
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 91)
ตามกฎข้อที่ 2 ผลรวมของกระแสที่จุด b จะได้

$$-i_1+i_2+i_3 = 0$$

ตามกฎข้อที่ 1 วงจร abd จะได้

$$\varepsilon_1+i_1R_1+i_3R_3 = 0$$

วงจร bdc จะได้

$$i_3R_3+i_2R_2+\varepsilon_2 = 0$$

และวงจร abcd จะได้

$$i_1R_1-i_2R_2-\varepsilon_2+\varepsilon_1 = 0$$

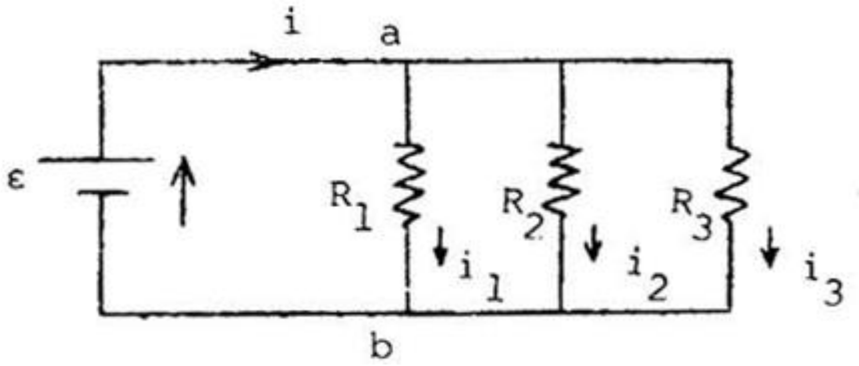
จากสมการทั้ง 4 นี้ เราสามารถหาค่า i_1 i_2และ i_3ได้ดังนี้

$$i_1 = \frac{\varepsilon_1(R_2+R_3)-\varepsilon_2R_3}{R_1R_2-R_2R_3-R_3R_1} \quad (6.2)$$

$$i_2 = \frac{\varepsilon_1R_3-\varepsilon_2(R_1+R_3)}{R_1R_2-R_2R_3-R_3R_1} \quad (6.3)$$

$$i_3 = \frac{-\varepsilon_1R_2-\varepsilon_2R_1}{R_1R_2-R_2R_3-R_3R_1} \quad (6.4)$$

ตัวอย่างที่ 6.5 ความต้านทาน 3 ตัว ต่อแบบขนานกันแล้วต่อเข้ากับแบตเตอรี่ จงหากระแสที่ไหลผ่านความต้านทานแต่ละตัว



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 6.5
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 92)

วิธีทำ จากรูปจะได้ $V_{ab} = \varepsilon$

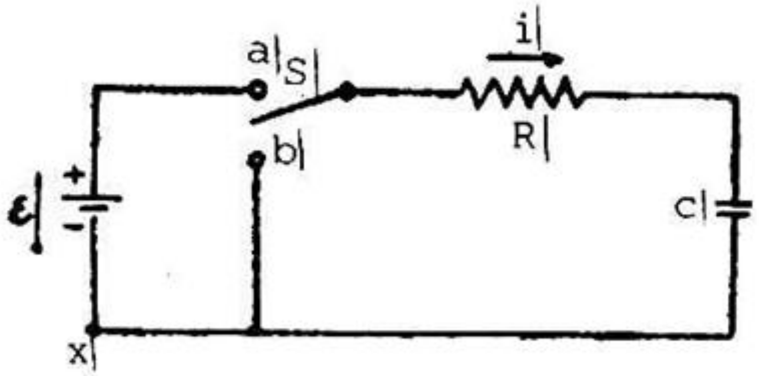
$\therefore$ $i_1 = \frac{V_{ab}}{R_1}$, $i_2 = \frac{V_{ab}}{R_2}$

$i_3 = \frac{V_{ab}}{R_3}$ **ตอบ**

6.4 วงจรRC

วงจรไฟฟ้า RC เป็นวงจรไฟฟ้าที่ประกอบด้วยความต้านทานและตัวเก็บประจุ ดังแสดงในรูป 6.2 ซึ่งจะเป็นวงจรที่มีการไหลของกระแสไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงไปกับเวลา ในขณะที่กำลังสะสมหรือกำลังถ่ายเทประจุออกจากตัวเก็บประจุ ในขณะที่มีกระแสไหลนี้ที่ตัวความต้านทานก็จะเกิดการสูญเสียพลังงานด้วย

6.4.1 วงจรขณะสะสมพลังงาน (charge)



รูปที่ 6.2วงจร RC ขณะสะสมพลังงาน
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 93)
จากวงจรไฟฟ้ารูปที่ 6.2

ถ้าให้สวิทช์ S ต่อกับจุด a ขณะสะสม (charge) พลังงานเข้าไปในตัวเก็บประจุ (C) จะได้สมการพลังงานดังนี้

พลังงานที่ได้จาก ε $=$ พลังงานที่ R + พลังงานสะสมที่ C

ดังนั้น

$$\varepsilon dq = i^2Rdt+d\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)$$

$$\varepsilon dq = iRdt+\frac{q}{Cdq}$$

$$\therefore \quad \varepsilon = iR+q/C$$

แต่ $i = \frac{dq}{dt}$

$$\therefore \quad 0 = R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}-\varepsilon$$

สมการนี้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ซึ่งสามารถหาค่า q ได้เป็นสมการประจุขณะ Charge

$$q = C\varepsilon\left(1-e^{-t/RC}\right) \tag{6.5}$$

สำหรับค่า RC= Time Constant มีหน่วยเป็นวินาที ถ้า RC = t

$$q = C\varepsilon\left(1-e^{-1}\right) = 0.63 \ C\varepsilon$$

จาก $q= C\varepsilon\left(1-e^{-t/RC}\right)$ สามารถหากระแสที่ไหลในวงจรได้โดย

$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{\varepsilon}{R}e^{-t/RC} \tag{6.6}$$

ตัวอย่างที่ 6.6 จะใช้เวลาเท่าไรในการสะสมพลังงานในตัวเก็บประจุ ให้ได้ครึ่งหนึ่งของพลังงานสะสมสูงสุด ตามรูปวงจร RCรูปที่ 6.2

วิธีทำ จากสูตรหาพลังงานสะสมใน C

$$u = \frac{q^2}{2C}$$

และ

$$q = C\varepsilon\left(1-e^{-t/RC}\right)$$

$$\therefore \quad u = \frac{1}{2C}q^2=\frac{1}{2C}\left[C\varepsilon\left(1-e^{-t/RC}\right)\right]^2$$

และพลังงานสะสมสูงสุดเมื่อ $t = \infty$

ดังนั้น

$$U_{max} = \frac{l}{2C}(C\varepsilon)^2$$

จากโจทย์กำหนดให้

$$\frac{1}{2}U_{max} = \frac{1}{2C}(C\varepsilon)^2\left(1-e^{-t/RC}\right)^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2C}(C\varepsilon)^2$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2} = \left(1-e^{-t/RC}\right)^2$$

หรือ

$$e^{-t/RC} = \frac{0.414}{1.141}=e^{-1.22}$$

ดังนั้น $t = 1/22 \ RC =1.22$ time constant **ตอบ**

6.4.2 วงจรขณะถ่ายเทพลังงาน (Discharge)

วงจรรูป 6.2 เมื่อสะสมพลังงานเข้า C แล้ว เปลี่ยนสวิทช์ S มาที่ b พลังงานที่สะสมไว้ใน C จะถ่ายเทออกมาผ่านบน R ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$iR+\frac{q}{c} = 0$$

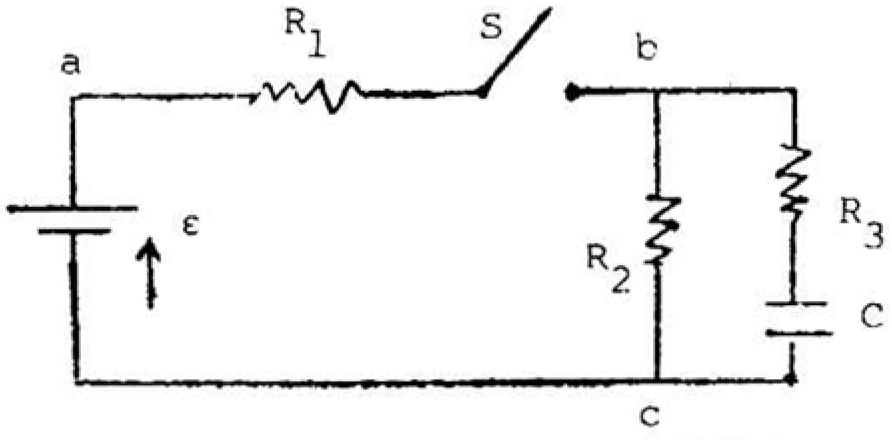
หรือ
$$R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{c} = 0$$

จะได้
$$q = q_0e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (6.7)$$

ซึ่งเป็นสมการประจุขณะ Discharge และหากระแสได้

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (6.8)$$

ตัวอย่างที่ 6.7 วงจรไฟฟ้าตามรูป ให้กระแส i_1i_2และi_3 ผ่านความต้านทาน R_1R_2และR_3 ตามลำดับ จงหาสมการความต่างศักย์ที่ตัวเก็บประจุขณะS ต่อให้วงจรปิดและขณะ S ต่อให้วงจรเปิดภายหลังประจุไฟฟ้าเต็ม C แล้ว



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 6.7
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 95)

วิธีทำ ขณะ Charge ต่อ S เป็นวงจรปิดที่จุด b

$i_1 = i_2+i_3$(1)

Loop abc $\qquad i_1R_1+i_2R_2 = \boldsymbol{\varepsilon}$(2)

Loop bc $\qquad i_3R_3+\frac{q}{c} = i_2R_2$(3)

จากสมการทั้งสามนี้จะได้

$$i_1 = K\left[\boldsymbol{\varepsilon}\left(R_3+R_1\right)-\frac{q}{c}R_2\right]$$

$$i_2 = K\left[\boldsymbol{\varepsilon}\,R_3+\frac{q}{c}R_1\right]$$

$$i_3 = K\left[\boldsymbol{\varepsilon}\,R_2-\frac{q}{c}\left(R_1+R_2\right)\right]$$

โดย $K = \frac{1}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$

จาก $i_3 = \frac{\varepsilon R_2-\frac{q}{c}(R_1+R_2)}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1} = \frac{dq}{dt}$

$$\therefore \int_o^t \frac{dt}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1} = \int_o^q \frac{Cdq}{C\,\varepsilon\, R_2-\frac{q}{c}(R_1+R_2)}$$

$$= \int_o^q \frac{dq}{\varepsilon\, R_2-q(R_1+R_2)}$$

$$= \frac{-C}{R_1+R_2}\int_o^q d\,\frac{C\varepsilon R_2-q(R_1+R_2)}{C\varepsilon R_2-q(R_1+R_2)} - \frac{t(R_1+R_2)}{(R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1)^C}$$

$$= \ln\left[C\varepsilon R_2-q(R_1+R_2)\right]_0^q$$

$$q = \frac{C\varepsilon R_2}{R_1+R_2}\left[1\text{-}e\verb|^|\left(\frac{t(R_1+R_2)}{(R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1)^C}\right)\right]$$

$$V_c = \frac{q}{c} = \frac{\varepsilon R_2}{R_1+R_2}\left[1\text{-}e\verb|^|\left(\frac{t(R_1+R_2)}{(R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1)^C}\right)\right]$$ **ตอบ**

สำหรับเมื่อ S ต่อวงจรเปิดหลังจากประจุ C เต็มแล้ว จะได้

$$i(R_3+R_2)+\frac{q}{c} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{-q}{C(R_2+R_3)} \qquad \text{เมื่อ } t=0\ ;\ q_0=\frac{C\varepsilon R_2}{R_1+R_2}$$

ได้ $q = \frac{CR_2\varepsilon}{R_1+R_2}e^{-\frac{t}{(R_2+R_3)^C}}$

$$\therefore V_c = \frac{q}{c} = \frac{\varepsilon R_2}{R_1+R_2}e^{-\frac{t}{(R_2+R_3)^C}}$$ **ตอบ**

สรุป

1. แรงเคลื่อนไฟฟ้า

$$\varepsilon = iR$$

2. กฎของเคอร์ชอฟฟ์

$$\text{ข้อที่1} \sum \varepsilon = \sum iR$$
$$\text{ข้อที่2} \sum i=0$$

3. วงจรขณะสะสมพลังงาน

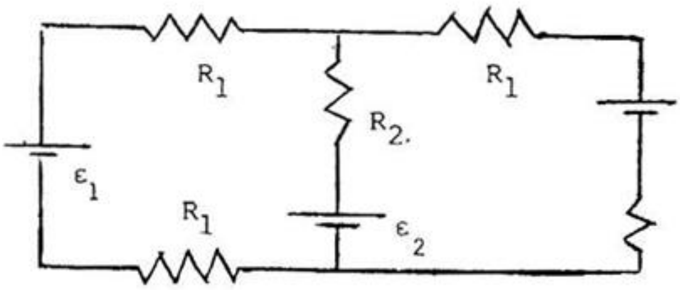
$$q = C\varepsilon(1-e^{-t/RC})$$

4. วงจรขณะถ่ายเทพลังงาน

$$q = q_0e^{-\frac{t}{RC}}$$

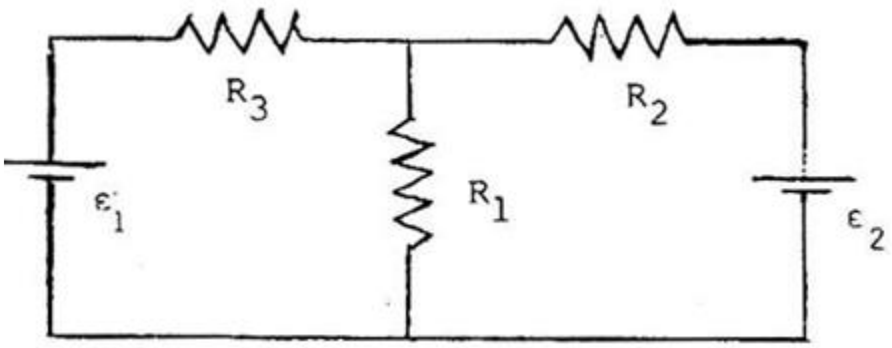
แบบฝึกหัด

1. จากวงจรดังรูปจงหา (ก) กระแสที่ไหลในวงจร และ (ข) ถ้ากำหนดให้ $R_1=1\Omega$ $R_2=2\Omega$ และ $\varepsilon_1 = 2$ โวลต์และ $\varepsilon_2=\varepsilon_3= 4$ โวลต์จงหา V_{ab} ซึ่งคล่อมระหว่าง R_2 และ ε_2 ((ก) 0.75 A, 0.75 A, 1.5 A, (ข) 5.5 V)



ภาพประกอบแบบฝึกหัดท้ายบทข้อที่ 1
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 104)

2. จากวงจรดังรูปจงหาอัตราพลังงานความร้อนที่ $R_1 R_2 R_3$ เมื่อ $\varepsilon_1 = 3$ โวลต์ $\varepsilon_2 = 1$ โวลต์ $R_1 = 5\ \Omega$ $R_2 = 2\ \Omega$ และ $R_3 = 4\ \Omega$ (6.58 W, 0.95 W, 13.47 W)



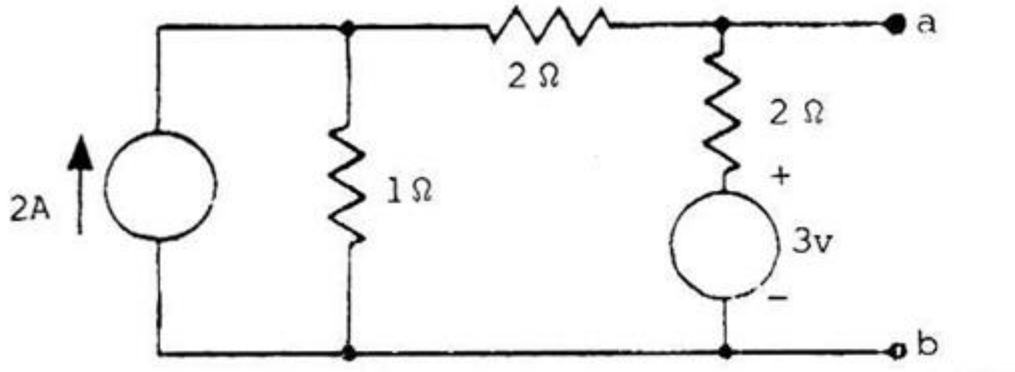
ภาพประกอบแบบฝึกหัดท้ายบทข้อที่ 2
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 104)

3. จงหาว่าจะใช้เวลานานกี่เท่าของ Time constant ของวงจร RC ที่จะทำให้สามารถประจุไฟฟ้าเข้าไปในตัว C เป็น 99 เปอร์เซ็นต์ของประจุที่สามารถจุได้เต็มที่ (4.6 เท่า)

4. จงพิสูจน์ว่าหน่วยของ RC เป็นหน่วยเวลา โดยมีค่า 1 โอห์ม คูณด้วยหนึ่งฟารัดเท่ากับหนึ่งวินาที

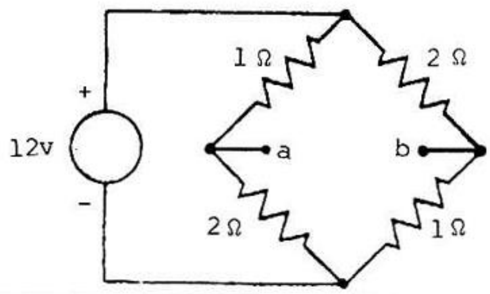
5. ความต้านทานขนาด $3\times10^6\Omega$ ต่ออนุกรมกับคาปาซิเตอร์ $1\mu F$ แล้วต่อเป็นวงจรเดียวกับแรงเคลื่อนไฟฟ้า $\varepsilon_1 = 4$ โวลต์ ภายหลังการต่อ 1 วินาที จงหาอัตราการประจุที่ตัวเก็บประจุและอัตราความร้อนที่เกิดขึ้นบนตัวความต้านทาน R (0.96 μA, 2.7648 W)

6. จากวงจรดังรูป (ก) จงหาค่า R_TและV_T แล้วเขียนวงจรใหม่ในลักษณะของวงจร The′venin (ข) จากวงจร The′venin นี้ จงแปลงเป็นวงจรแบบ Norton แล้วหาค่า $I_N$$\left(1.2\,\Omega\right.$, 2.6 V , 2.17 A$\left.\right)$



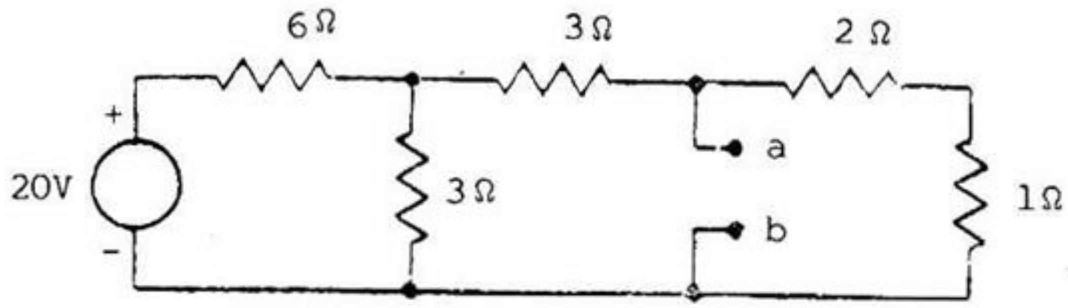
ภาพประกอบแบบฝึกหัดท้ายบทข้อที่ 6
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 105)

7. จากวงจรดังรูปถ้ามีความต้านทานขนาด2 Ω ต่อระหว่างจุด a และ b จงหากระแสที่ไหลผ่านความต้านทานนี้ (1.2 A)



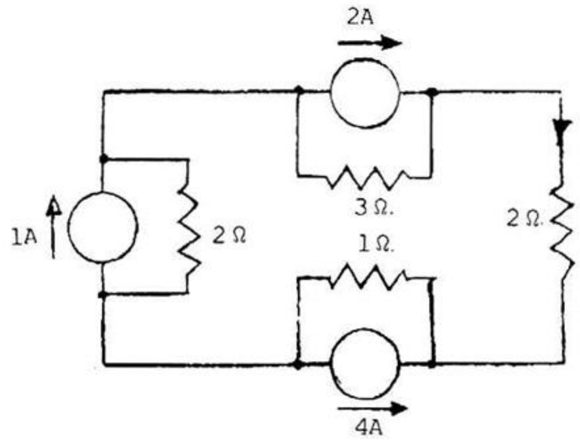
ภาพประกอบแบบฝึกหัดท้ายบทข้อที่ 7
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 106)

8. จงเขียนวงจรเทียบเท่าของ The′venin และ Norton จากวงจรดังรูป และจงหาค่า R_T , V_Tและ$I_N$$\left(1.875\,\Omega\right.$, 2.5V. , 1.33 A$\left.\right)$



ภาพประกอบแบบฝึกหัดท้ายบทข้อที่ 8
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 106)

9. จงเปลี่ยนแหล่งกำเนิดกระแสเป็นแหล่งให้กำเนิดแรงเคลื่อนไฟฟ้า ทั้งหมดในวงจรดังรูป แล้วจงหากระแสในวงจร (0.5 A)



ภาพประกอบแบบฝึกหัดท้ายบทข้อที่ 9
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 107)

เอกสารอ้างอิง

ไพโรจน์ ตรีณธนากุล. (2531). **ฟิสิกส์พื้นฐาน ไฟฟ้าแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1).กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. ,Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Popovic, Z., Popovic, B. D., (1999). **Introductory Electromagnetics** (1st ed.). New Jersey: Prentice Hall.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 7

สนามแม่เหล็ก

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1.สนามแม่เหล็ก
2. อันตรกิริยาของสนามแม่เหล็กต่อประจุไฟฟ้าที่กำลังเคลื่อนที่
3. อันตรกิริยาของสนามแม่เหล็กต่อเส้นลวดกระแส
4. แรงบิดบนขดลวดกระแส
5. ปรากฏการณ์ฮอลล์
6. การเคลื่อนที่แนวโค้งของประจุในสนามแม่เหล็ก

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1.เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณสนามแม่เหล็กได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณอันตรกิริยาของสนามแม่เหล็กต่อประจุและกระแสได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณปรากฏการณ์ฮอลล์ได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณการเคลื่อนที่แนวโค้งของประจุในสนามแม่เหล็กได้
5.เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 7
สนามแม่เหล็ก

7.1 สนามแม่เหล็ก

สนามแม่เหล็ก (The Magnetic Field) คือ บริเวณที่มีอำนาจการกระทำที่เกิดจากแม่เหล็ก อำนาจการกระทำที่ส่งออกมาจากแม่เหล็กนี้มีลักษณะเป็นเวคเตอร์ (Magnetic Field Vector) มีสัญลักษณ์เป็น B เรียกอีกชื่อหนึ่งว่าอำนาจแม่เหล็กชักนำ (Magnetic Induction) เส้นแรงชักนำ (Line of Induction) เหล่านี้มีลักษณะที่เป็นเวคเตอร์ด้วย เรียกว่าฟลักซ์แม่เหล็ก (Magnetic Flux) มีสัญลักษณ์เป็น ϕ_B และมีหน่วยในการวัดเป็น เวเบอร์ (weber, Wb)

สนามแม่เหล็กมีหน่วยการวัดเป็นความเข้มของจำนวนฟลักซ์แม่เหล็กหรือเป็นจำนวน Magnetic flux/unit area มีหน่วยเป็น เทสลา (Tesla, T)

ดังนั้นMagnetic Induction = Magnetic flux/unit area

หรือ
$$B = \frac{\phi_B}{A} \tag{7.1}$$

∴ ในทางกลับจะสามารถหาเส้นแรงแม่เหล็กจากสนามแม่เหล็กได้ ดังนี้

$$\phi_B = \int \bar{B} \cdot d\bar{S}$$

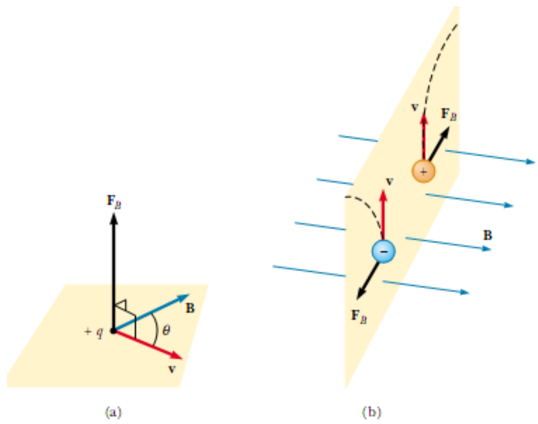
$$\phi_B = \int_0^A B \cos\theta \, dS \tag{7.2}$$

7.2 อันตรกิริยาของสนามแม่เหล็กต่อประจุไฟฟ้าที่กำลังเคลื่อนที่

ถ้าเราให้ประจุ q_0 วิ่งผ่านจุด P ถ้าเกิดแรงกระทำขึ้นบนตัว q_0 แสดงว่าที่จุด P มีสนามแม่เหล็ก B อยู่ ทั้งนี้เพราะว่า ถ้าประจุ q_0 วิ่งด้วยความเร็ว v ในสนามแม่เหล็กโดยให้ v ตั้งฉากกับ B จะเกิดแรงกระทำขึ้นบนตัวประจุ แรงกระทำที่เกิดขึ้นนี้จะมีทิศทางตั้งฉากกับระนาบของ v และ B ด้วย ดังแสดงในรูป 7.1 โดยแรงที่กระทำต่อประจุที่เคลื่อนที่นี้หาได้จาก

$$\bar{F} = q_0 \bar{v} \times \bar{B} = q_0 vB \sin\theta \tag{7.3}$$

เมื่อ θ เป็นมุมระหว่าง v และ B



รูปที่ 7.1 แรงที่กระทำต่อประจุไฟฟ้าเมื่อเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 907)

ตัวอย่างที่ 7.1 สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ B อยู่ในแนวราบจากทิศใต้ไปเหนือ มีขนาด 1.5 T ถ้า Proton พลังงาน 5 MeV วิ่งดิ่งลงสู่พื้นดิน จงหาแรงที่เกิดบนตัว Proton นี้

วิธีทำ Proton มีพลังงาน 5 MeV = $\frac{1}{2}mv^2$

$$\left(5\times10^{6}\right)\left(1.6\times10^{-19}\right) = \frac{1}{2}\times1.6\times10^{-27}\times v^2$$

$$\frac{2\times8\times10^{-13}}{1.6\times10^{-27}} = v^2$$

$$v = 3.1\times10^{7} \text{ m/s}$$

จาก $F = qvB\sin\theta \; (\theta = 90°)$

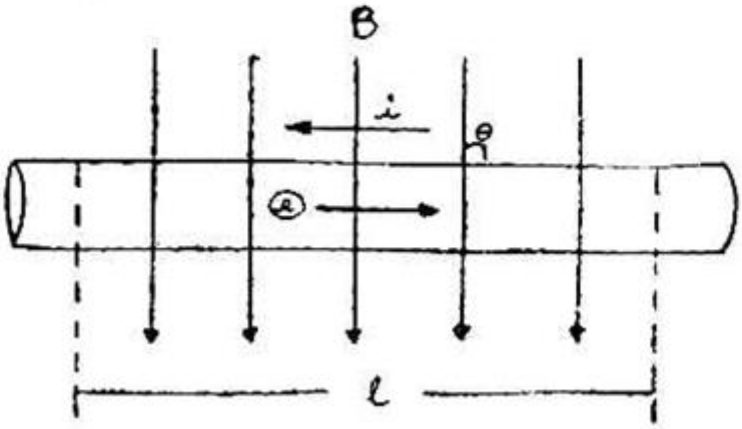
$$F = 1.6\times10^{-9}\times3.1\times10^{7}\times1.5 = 7.4\times10^{-12} \text{ N}$$ **ตอบ**

7.3 อันตรกิริยาของสนามแม่เหล็กต่อเส้นลวดกระแส

กำหนดให้เส้นลวดกระแสยาว l มีกระแสไหลผ่านเท่ากับ i อยู่ในสนามแม่เหล็กโดยวางตั้งฉากกับทิศทางของสนามแม่เหล็ก B

กำหนดให้ A = พื้นที่หน้าตัดของเส้นลวด

และให้ n = จำนวนอิเล็กตรอนต่อหน่วยปริมาตรของเส้นลวด



รูปที่ 7.2แรงที่กระทำต่อขดลวดกระแสเมื่ออยู่ในสนามแม่เหล็ก
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 111)

จาก $v_d = J/ne$ซึ่งเป็นความเร็วของอิเล็กตรอนในเส้นลวด และ $F = q_0 vB\sin\theta$

ดังนั้นจะได้ $F = ev_dB = \frac{JB}{n}$ (คือ แรงที่เกิดขึ้นบน e แต่ละตัว)

∴แรงที่เกิดขึ้นบนเส้นลวดยาว l ทั้งหมด (แรงกระทำบนตัวอิเล็กตรอนทั้งหมด)

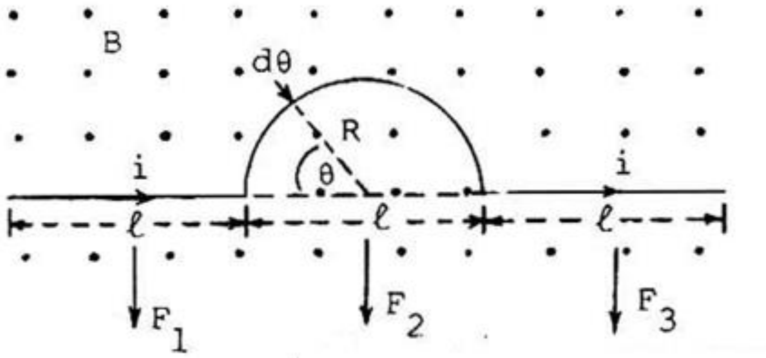
$$F = (nAl)F' = nAl\frac{jB}{n} = ilB$$

$$\therefore \overline{F} = i\overline{l}\times\overline{B} = ilB\sin\theta \qquad (7.4)$$

ตัวอย่างที่ 7.2 เส้นลวดเส้นหนึ่งถูกตัดงอเป็นรูป Ω ดังแสดงในรูปมีกระแสไหลผ่านเท่ากับ i วางอยู่ในสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอ (B) และพุ่งออกจากหน้ากระดาษ จงหาแรงที่เกิดขึ้นบนเส้นลวดทั้งหมด

วิธีทำ แรงที่เกิดขึ้นทั้งหมด คือ $F = F_1+F_2+F_3$

สำหรับ $F_1 = F_3 = ilB$



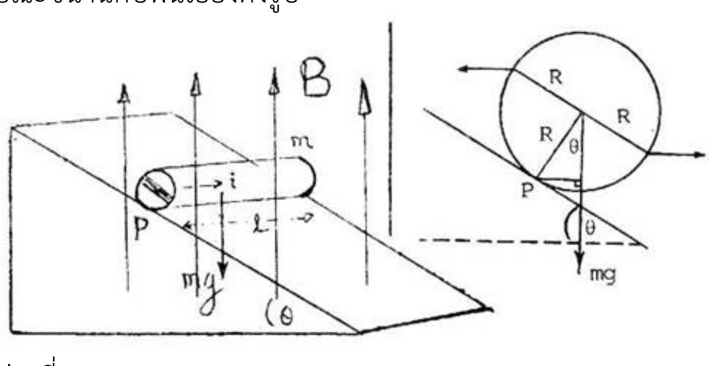
ภาพประกอบตัวอย่างที่ 7.2
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 112)

และ

$$F_2 = \int_0^{\pi} dF \sin\theta$$
$$= \int_0^{\pi} (iBRd\theta)\sin\theta$$
$$= 2\ iBR = iBl \qquad (2R=l)$$

$\therefore$แรงรวม $F = iBl+2ilB= 3\ iBl$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 7.3 ไม้รูปทรงกระบอกซึ่งมีมวล m = 0.25 kgรัศมี R และความยาว l เท่ากับ 0.1 m. เอาลวดพันรอบตามแนวความยาวของไม้มีจำนวนรอบของลวดที่พันเท่ากับ N = 10 รอบ โดยให้ระนาบของขดลวดนี้ประกอบด้วยแกนของรูปทรงกระบอกนี้ จงหาค่ากระแสที่น้อยที่สุดที่จะไหลผ่านขดลวดนี้ โดยจะป้องกันไม่ให้ทรงกระบอกนี้กลิ้งลงตามพื้นเอียง ซึ่งทำมุม θ กับแนวระดับ กำหนดให้สนามแม่เหล็กพุ่งขึ้นมาตามแนวดิ่งมีความเข้มเท่ากับ 0.5 T และให้ระนาบของขดลวดนี้อยู่ในลักษณะขนานกับพื้นเอียงดังรูป



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 7.3
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 113)

วิธีทำ ค่าแรงบิดของแรงโน้มถ่วง ณ จุด P = $mgR \sin\theta$

แรงบิดที่เกิดจากแรงแม่เหล็ก = $N(ilB)(2R \sin\theta)$

$$\therefore \quad mgR \sin\theta = NilB(2R) \sin\theta$$

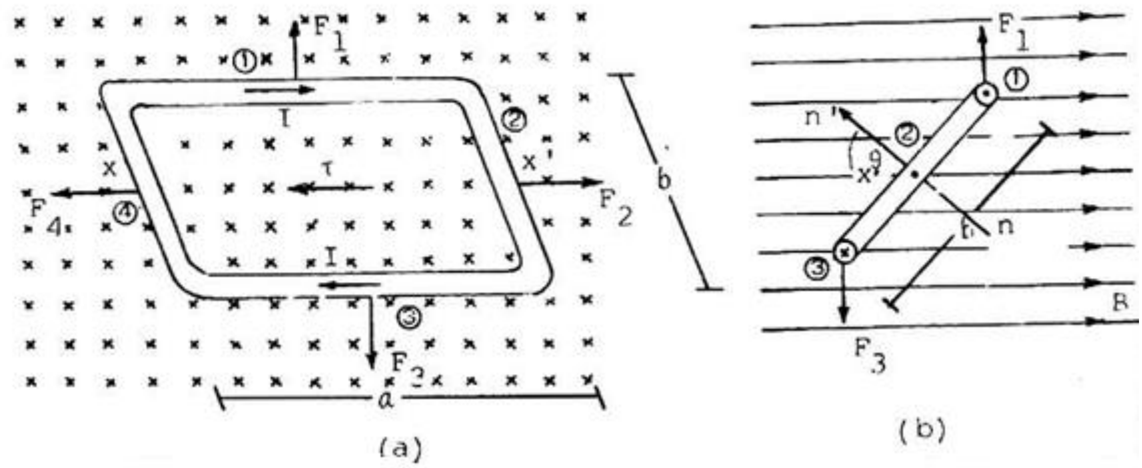
$$i = \frac{mg\ R}{2NRlB}$$

$$= \frac{mg}{2NlB}$$

$$= \frac{0.25\times9.8}{10\times2\times0.1\times0.5}$$

$$= 2.45 \quad A$$ **ตอบ**

7.4 แรงบิดบนขดลวดกระแส



รูปที่ 7.3(a) แรงบิดที่กระทำต่อขดลวดกระแส(b) ภาคตัดขวางของขดลวดกระแส
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 114)

จากรูป 7.3(a) ลวดขดเป็นรูปสี่เหลี่ยมวางให้ระนาบตั้งฉาก กับสนามแม่เหล็ก B และให้กระแส i ไหลในเส้นลวดนั้น จะทำให้เกิดแรงกระทำขึ้นเป็น F_1, F_2, F_3, F_4ตามรูป 7.5 (b) สามารถหาค่า F_1และF_3 ได้

$$F_1 = F_3 = iaB\times \sin\theta = iaB \text{ เมื่อ}\theta=90°$$

ส่วน $F_2 = F_4$ มีทิศทางตรงกันข้ามที่จุดหมุนไม่ทำให้เกิดแรงบิด

แรงบิด (Torque) ที่เกิดจะเกิดจากแรงในแนวตั้งเท่านั้น ดังนั้น $\tau = 2(iaB)\left(\frac{b}{2}\right)\sin\theta = iab\ B\ \sin\theta$(สำหรับขดลวดรอบเดียว) ถ้าขดลวดมีจำนวน N รอบ จะได้แรงบิด τ=Nτ =NiabB $\sin\theta$ =NiAB $\sin\theta$เมื่อ A = พื้นที่ตัดขวางระนาบของขดลวด (= ab) ถ้าพิจารณาจากโมเมนต์ไฟฟ้าคู่ควบ P (Electric dipole moment)

จะเห็นว่า $\bar{\tau} = \bar{P}\times\bar{E}$(เมื่อ$\theta$=90°)

หรือ $\tau = PE \sin\theta$ (θ=มุมระหว่าง P และ B)

ดังนั้น จาก $\tau = (NiA)B \sin\theta$

ถ้าให้ $iNA = M$

จะเขียนได้ว่า $\tau = \bar{M}\times\bar{B} = MB\ \sin\theta$ (7.5)

เมื่อ Mเป็นโมเมนต์แม่เหล็กคู่ควบ (Magnetic dipole moment)

การหาพลังศักย์ของแม่เหล็ก (Magnetic potential energy)ซึ่งเป็นพลังงานที่ใช้ในการหมุนแม่เหล็กคู่ควบหาได้จากU = $\int_{90}^{\theta}\tau.d\theta$ (จากจุดพลังงานเป็นศูนย์ คือ มุม 90° หมุนไปเป็นมุม θ)

$$U = \int_{90}^{\theta} NiaB\ \sin\theta\ d\theta = MB\int_{90}^{\theta}\sin\theta\ d\theta = -MB\cos\theta$$

$$U = -\bar{M}\cdot\bar{B} \qquad (7.6)$$

ตัวอย่างที่ 7.4 ขดลวด วงกลมมีรัศมีเท่ากับ a กระแสไหลผ่านเท่ากับ i จงหางานที่จะต้องใช้ในการหมุนระนาบของขดลวดไปเป็นมุม θ ในสนามแม่เหล็ก B กำหนดให้ขดลวดนี้มีจำนวนรอบ N =100 รอบ รัศมี a =5.0 ซม. กระแส i =0.10A สนามแม่เหล็ก B =1.5 T และมุม θ จาก 0° ไปเป็น 180°

วิธีทำ งานทั้งหมด $w = U_{\theta'=180°}-U_{\theta=0}$

$$= \left(-MB\ \cos 180°\right)-\left(-MB\ \cos 0°\right)$$

$$= 2MB$$

แต่ $M = NiA$ ดังนั้น

$$W = 2NiAB = 2Ni\left(\pi a^2\right)\ B$$

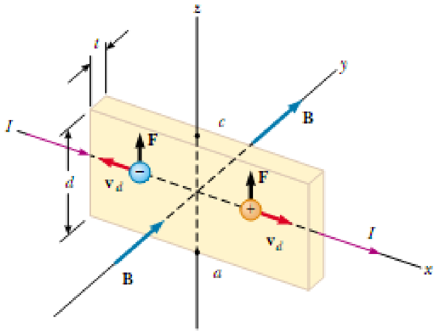
$$= 2\times100\times\left(0.1\right)\left(\pi\right)\left(5\times10^{-2}\right)^2\left(1.5\right)$$

$$= 0.24\ J$$

ตอบ

7.5 ปรากฏการณ์ฮอลล์

ถ้าวางแผ่นตัวนำไว้ในสนามแม่เหล็กและให้กระแสไหลผ่าน ตัวประจุที่วิ่งอยู่ในแผ่นนั้นจะเกิดปฏิกิริยากับสนามแม่เหล็ก และวิ่งเบนไปอยู่ที่ขอบ (ตามทิศทาง F) ดังรูปที่ 7.4 ถ้าประจุที่วิ่งเป็นบวกจะทำให้จุด c มีศักดาสูงกว่าที่จุด a และถ้าประจุเป็นลบที่จุด c จะมีศักดาน้อยกว่าที่จุด a การที่ประจุเคลื่อนไปอยู่ที่ขอบ จะทำให้เกิดกลุ่มประจุบวกและลบแยกกันอยู่คนละข้าง พฤติการณ์นี้เป็นปรากฏการณ์ของ Hall effect ทำให้เกิดสนามไฟฟ้าขึ้น เรียกว่า Hall electric field $\left(E_H\right)$ ซึ่งสามารถหาได้จากสมการ $E_H = \frac{V_{ac}}{d}$ เมื่อV_{ac} เป็นความต่างศักย์ของขอบทั้งสองข้าง ดังนั้นประจุที่วิ่งตามมาทีหลังจะถูกแรงกระทำโดยแรงสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าทั้งสอง คือแรงที่เกิดจาก Sideway magnetic deflecting force ซึ่งเป็นแรงที่ทำให้ประจุเบนไปที่ขอบและแรงที่เกิดจาก Electric force $\left(qE_H\right)$ ซึ่งแรงทั้งสองจะถึงจุดหักล้างกันพอดี ทำให้ประจุสามารถวิ่งไปในทิศทางตรงต่อไปได้



รูปที่ 7.4ปรากฏการณ์ฮอลล์
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 926)

$$\therefore qE_H - q\bar{V}_d \times \bar{B} = 0 \quad \text{หรือ} \quad E_H = \bar{V}_d \times \bar{B} = V_d B (\theta = 90^\circ)$$

แต่ $V_d = \frac{J}{ne}$ ดังนั้น

$$E_H = \frac{J}{ne} B \quad \text{หรือ} \quad n = \frac{JB}{eE_H} \qquad (7.7)$$

ตัวอย่างที่ 7.5 เส้นแผ่นทองเหลืองกว้าง 20 ซม. หนา 1.0 มม. วางในสนามแม่เหล็กที่มีความเข้ม B=1.5 T ถ้าให้กระแสไหลผ่าน 200 A จงหาค่า Hall Potential ในแถบทองเหลืองนี้

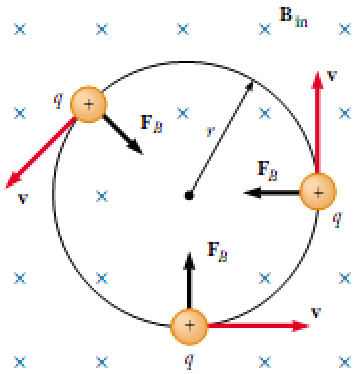
วิธีทำ จาก $E_H = \frac{JB}{ne}$

แต่ $E_H = \frac{V_{xy}}{d}$ และ $J = \frac{i}{A} = \frac{i}{dh}$ (h=ความหนาของแผ่น)

$$\therefore V_{xy} = \frac{iB}{neh} = \frac{(200)(1.5)}{(8.4\times10^{28})(1.6\times10^{-19})(1.0\times10^{-3})}$$

$$= 2.2\times10^{-5} \text{ V} = 22 \ \mu\text{V}$$ **ตอบ**

7.6 การเคลื่อนที่แนวโค้งของประจุในสนามแม่เหล็ก



รูปที่ 7.5การเคลื่อนที่เป็นวงกลมของประจุในสนามแม่เหล็ก
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 919)

การที่อนุภาคประจุเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ในสนามแม่เหล็ก B โดยให้ v ตั้งฉากกับ B อนุภาคจะวิ่งโค้งจนในที่สุดจะเป็นวงกลม แต่อนุภาคนั้นจะวิ่งเป็นวงกลมตลอดที่ความเร็วคงที่เท่ากับ vดังรูปที่ 7.5สามารถหาแรงที่ทำให้ประจุวิ่งเป็นวงกลมได้จากสมการ

$$F = q\bar{v}\times\bar{B}$$

เมื่อประจุวิ่งเป็นวงกลมจะเกิดแรงหนีศูนย์กลางขึ้นและอาศัย กฎข้อ 2 ของ Newton

แรงสู่ศูนย์กลาง = แรงหนีศูนย์กลาง

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \text{ หรือ } r=\frac{mv}{qB} \tag{7.8}$$

แต่ $\omega = v/r$

$$\therefore \omega = \frac{qB}{m} \tag{7.9}$$

และ ความถี่ (f) มีค่าเท่ากับ

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m} \tag{7.10}$$

ตัวอย่างที่ 7.6 Proton, Deuteron และ α-Particle อย่างละตัว ถูกเร่งโดยความต่างศักย์ V ให้เคลื่อนที่ผ่านเข้าในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก B โดยเคลื่อนที่ในลักษณะตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก

ก) จงเปรียบเทียบพลังงานจลน์

ข) ถ้ารัศมีการเคลื่อนที่ของ Proton, เป็น 10 cm. จงหารัศมีของการเคลื่อนที่ของ Deuteron และ อนุภาค α

วิธีทำ ก) พลังงานจลน์ $K = \frac{1}{2}mv^2 = qV$

$$K_p = q_pV$$

$$K_d = q_dV = q_pV = K_p$$

$$K_\alpha = q_\alpha = 2q_pV = 2K_p$$

$\therefore K_p:K_d:K_\alpha = 1:1:2$ **ตอบ**

ข) จาก $qvB = \frac{mv^2}{r}$ และ $mv=\sqrt{2mK}$

$$\therefore r_p = \sqrt{\frac{2m_pK_p}{\left(q_d\ B\right)^2}}$$

$$r_d = \sqrt{\frac{2m_dK_d}{\left(q_d\ B\right)^2}}$$

หรือ $r_d = \sqrt{\frac{4m_pK_p}{\left(q_p\ B\right)^2}} = \sqrt{2r_p} = 1.414\ r_p$ cm.

$$r_{\alpha} = \sqrt{\frac{2mK}{\left(q_{\alpha}B\right)^2}} = \sqrt{\frac{2\times4m_p\times2K_p}{\left(2q_pB\right)^2}}$$

$$= \sqrt{2}r_p = 1.414\ r_p\ \ \text{cm.}$$

$\therefore r_p:r_d:r =$ 1:1.414:1.414 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 7.7 อนุภาค α ตัวหนึ่งเคลื่อนที่เป็นวงกลมซึ่งมีรัศมี 0.45 m. ในสนามแม่เหล็ก B=1.2 weber/m^2 จงคำนวณหา

ก. ความเร็วของอนุภาค α

ข. คาบของการวิ่งรอบวงกลม

ค.พลังงานจลน์

ง. ความต่างศักย์ที่ใช้ในการเร่งอนุภาคให้มีพลังงานตามที่กำหนดไว้

วิธีทำ ก. จาก $qvB = \frac{mv^2}{r}$

ได้ $v = \frac{qBr}{m}$

$\therefore$ ความเร็วของอนุภาค = $\frac{2\times1.6\times10^{-19}\times1.2\times0.45}{6.68\times10^{-27}} = 2.6\times10^{7}$ m/s **ตอบ**

ข. จาก $T = \frac{2\pi r}{v}$

$\therefore$ คาบของการวิ่งครบรอบ = $\frac{2\times3.14\times0.45}{2.6\times10^{7}} = 1.1\times10^{-7}$ sec **ตอบ**

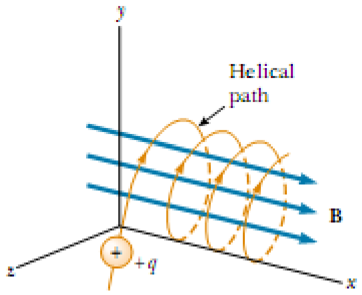
ค. จาก $K.E. = \frac{1}{2}mv^2$

$\therefore$พลังงานจลน์ = $\frac{1}{2}\times6.68\times10^{-27}\left(2.6\times10^{7}\right)^2 = 14$ meV **ตอบ**

ง. จาก $v = \frac{K.E.}{q}$

$\therefore$ ความต่างศักย์ = $\frac{14\times10^{6}\times1.6\times10^{-19}}{2\times1.6\times10^{-19}} = 7\times10^{6}$ V **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 7.8 โพสิตรอนตัวหนึ่งมีพลังงาน 2 – kev ถูกยิงเข้าไปในสนามแม่เหล็ก B=0.01 T โดยให้ทิศทางความเร็วทำมุม 89° กับสนามแม่เหล็ก ถ้าการเคลื่อนที่ของโพสิตรอนเป็นรูป helix โดยมีแกนเป็นทิศทางของ B แล้วจงหา period,pitch p,. และรัศมีของ helix



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 7.8
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 919)

วิธีทำ ความเร็วของโพสิตรอนแยกได้เป็น 2 ส่วน คือ ความเร็วขนาน (V//) และความตั้งฉาก (V ⊥) กับ B ถ้าไม่คำนึงถึง V// โพสิตรอนต้องอยู่บนระนาบที่ ⊥ กับ B และเคลื่อนที่ด้วยรัศมี $r=\frac{mv}{qB}$ แต่เมื่อมี V// โพสิตรอนก็จะเคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยความเร็ว V// คงที่ไปตามทิศทางของ B ดังนั้นทิศทางเดินของมันจะเป็น helix หาความเร็วของโพสิตรอนในระนาบตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก

ก. $V\perp = V \sin 89° = \sqrt{\frac{2E}{m}} \sin 89°$

$$V\perp = \sqrt{\frac{2\left(2\times10^{3}\times1.6\times10^{-19}\right)}{9.1\times10^{-31}}} \sin 89°$$

$$= 2.65\times10^{7} \sin 89°$$

$\therefore$ความเร็ว $= 2.65\times10^{7}$ m/s

จาก $r = \frac{mv}{Bq}$

ได้ $r = \frac{9.1\times10^{-31}\times2.65\times10^{7}}{1.6\times10^{-19}\times0.1}$

$= 15\times10^{-4}$ m.

$\therefore$ รัศมีของ helix = 1.5 mm. **ตอบ**

ข. จาก $T = \frac{2\pi r}{V\perp}$

$\therefore$ คาบของ helix = $\frac{2\times3.14\times15\times10^{-4}}{2.68\times10^{7}} = 3.5\times10^{-10}$ s **ตอบ**

ค. และหา Pitch ได้จาก $p = TV \cos 89$

$= 3.5\times10^{-10}\times2.65\times10^{7}\times0.018$

$= 1.7\times10^{-4}$ m.

$\therefore$ Pitch ของ helix = 0.17 mm. **ตอบ**

สรุป

1. สนามแม่เหล็ก

$$\phi_B = \int \bar{B} \cdot d\bar{S}$$

2. ปฏิกิริยาสนามแม่เหล็กต่อประจุไฟฟ้าที่กำลังเคลื่อนที่

$$\bar{F} = q_0 \bar{v} \times \bar{B} = q_0 vB \sin\theta$$

3. ปฏิกิริยาสนามแม่เหล็กต่อเส้นลวดกระแส

$$\bar{F} = i\bar{l} \times \bar{B} = ilB \sin\theta$$

4. แรงบิดบนขดลวดกระแส

$$\tau = (NiA)B \sin\theta$$

5. ปรากฏการณ์ฮอลล์

$$E_H = \frac{J}{ne} B$$

6. การเคลื่อนที่แนวโค้งของประจุ

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}$$

แบบฝึกหัด

1. เส้นลวดตัวนำเส้นหนึ่งยาว 50 ซม. วางทำมุมกับทิศทางของสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอป็นมุม 60° ถ้าให้สนามแม่เหล็กนี้มีความเข้มเท่ากับ 5×10^{-4} T และมีกระแสไหลในเส้นลวดตัวนำเท่ากับ 18 A จงหาแรงกระทำที่เกิดขึ้นบนเส้นลวดตัวนำนี้ และจงเขียนภาพแสดงทิศทางของแรงที่เกิดขึ้นด้วย $\left(3.88\times10^{-3}\text{ N}\right)$

2. ขดลวดสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 5 ซม. ยาว 8 ซม. วางให้ระนาบขนานกับทิศทางของสนามแม่เหล็ก ซึ่งมีความเข้มเท่ากับ 5×10^{-2} T

ก. จงหาแรงบิดเมื่อมีกระแสไหลในขดลวดเท่ากับ 10 แอมแปร์ และ (2×10^{-3} N-m)

ข. ถ้าขนาดขดลวดเปลี่ยนเป็นกว้าง 4 ซม. ยาว 10 ซม. จะเกิดแรงบิดเท่าไร $\left(6\times10^{-4}\text{ N-m}\right)$

3. ขดลวดสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 12×15 ซม. จำนวน 25 รอบ วางให้ระนาบขนานกับทิศทางของฟลักซ์แม่เหล็กที่มีความเข้มเท่ากับ 0.005 Wb/m^2 ถ้าให้กระแสไหลเข้าขดลวด 4 แอมป์ จงหาแรงบิด$\left(7.2\times10^{-7}\text{ N-m}\right)$

4. ขดลวดสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD ขนาด 4×5 ซม. มีจำนวน 50 รอบ วางในลักษณะระนาบตั้งฉากกับแนวราบ ในแนวราบมีสนามแม่เหล็กความเข้ม 2T มีทิศทางขนานกับระนาบของขดลวด จงหาแรงบิดบนขดลวด ถ้าให้กระแสไหลผ่านขดลวดเท่ากับ 0.3 แอมแปร์(0.06 N-m)

5.สนามไฟฟ้า 1500 V/m และสนามแม่เหล็ก 0.4 T ต่างกระทำบนตัวประจุตัวหนึ่ง ทำให้แรงลัพธ์บนตัวประจุนั้นเท่ากับศูนย์ จงหาอัตราความเร็วของประจุตัวนี้ (3800 m/s)

6. อิเล็กตรอนตัวหนึ่งพลังงาน 10 keV วิ่งในแนวราบเข้าไปในบริเวณซึ่งมีสนามไฟฟ้าเท่ากับ 100V/cmและมีทิศทางดิ่งลง ถ้าจะให้อิเล็กตรอนนี้วิ่งในแนวราบต่อไปจะต้องใช้สนามแม่เหล็กขนาดเท่าไรมาช่วย และจะต้องให้สนามแม่เหล็กมีทิศทางเป็นอย่างไร (5330 T ทิศพุ่งเข้า)

7. อนุภาคโปรตอน และอนุภาคแอลฟาที่มีพลังงานเท่ากันวิ่งเข้าไปใน สนามแม่เหล็กที่มีความเข้มเท่ากับ B โดยให้ทิศทางวิ่งตั้งฉากกับสนาม B จงเปรียบเทียบรัศมีของความโค้งของทิศทางวิ่งของอนุภาคทั้งสองชนิดนี้ (1:2)

8. จงแสดงว่ารัศมีความโค้งของทิศทางวิ่งของอนุภาค ที่วิ่งตั้งฉากกับทิศทางของสามแม่เหล็ก B จะมีค่าเป็นปฏิภาคกับค่าโมเมนตัมของอนุภาคนั้นๆ

9. อิเล็กตรอนตัวหนึ่งถูกเร่งโดยความต่างศักย์ 15,000โวลต์ แล้ววิ่งตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กความเข้ม 250 เทสลา จงหารัศมีความโค้งของทางวิ่งของอิเล็กตรอนนี้ (1.65 μm)

10. อิเล็กตรอนวิ่งด้วยความเร็ว 0.1 ของแสงในสนามแม่เหล็ก ที่มีความเข้ม 0.4 T จงหารัศมีของทางโค้งที่วิ่งและจงหาพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนนี้ (4.265 μm, 4.095x10^{-16} J)

เอกสารอ้างอิง

ไพโรจน์ ตรีณธนากุล. (2531). **ฟิสิกส์พื้นฐาน ไฟฟ้าแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1).กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. ,Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Popovic, Z., Popovic, B. D., (1999). **Introductory Electromagnetics** (1st ed.). New Jersey: Prentice Hall.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 8

กฎของแอมแปร์

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. กฎของแอมแปร์
2. แรงระหว่างเส้นตัวนำขนาน
3. สนามแม่เหล็กเกิดจากขดลวดโซลีนอยด์
4. กฎของบิโอท์-ซาวาท

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณกฎของแอมแปร์ได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณแรงระหว่างเส้นตัวนำขนานได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณสนามแม่เหล็กเกิดจากขดลวดโซลีนอยด์ได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณกฎของบิโอท์-ซาวาทได้
5. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

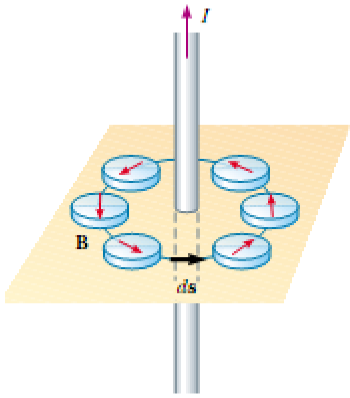
1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 8
กฎของแอมแปร์

8.1 กฎของแอมแปร์

กฎของแอมแปร์กล่าวว่า ผลรวมของความเข้มสนามแม่เหล็กคูณกับระยะทางทั้งหมดรอบตัวนำใด ๆ จะมีค่าผันแปรโดยตรงกับกระแสที่ไหลอยู่ในตัวนำนั้น หรือ

$$\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_o i_{enc} \qquad (8.1)$$

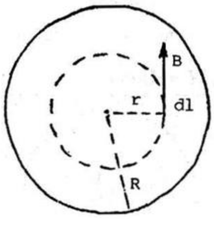


รูปที่ 8.1สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าไหลผ่านลวดตัวนำ
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 945)

จากรูป 8.1 ลวดตัวนำมีกระแสไหลผ่านเท่ากับ i โดยกระแส i นี้จะเฉลี่ยอยู่ทุก ๆ จุดของพื้นที่หน้าตัดของเส้นลวดตัวนำนั้น ค่าของสนามแม่เหล็ก (B) จะเกิดขึ้นรอบกระแสไฟฟ้านี้ โดยสามารถทดสอบได้จากการนำเข็มทิศวางไว้บริเวณรอบตัวนำดังรูปสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นนี้จะแปรผกผันกับระยะทาง (r) ที่ห่างออกไปจากจุดศูนย์กลางของเส้นลวดตัวนำโดยการหาสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นนี้สามารถหาได้โดยใช้กฎของแอมแปร์

ตัวอย่างที่ 8.1 จงหาสมการสนามแม่เหล็ก (B) ที่จุดใด ๆ ที่ห่างจากจุดศูนย์กลางของลวดตัวนำเท่ากับ r เมื่อเส้นลวดมีรัศมี = R โดยที่ r $\leq$R ลวดเส้นนี้มีกระแส i_0 ไหลผ่าน และกระจายสม่ำเสมอทั่วพื้นที่หน้าตัด

วิธีทำ แนวทางเดินของสนามแม่เหล็กเป็นรูปวงกลมรัศมี r มี B สัมผัสกับเส้นรอบวงนี้



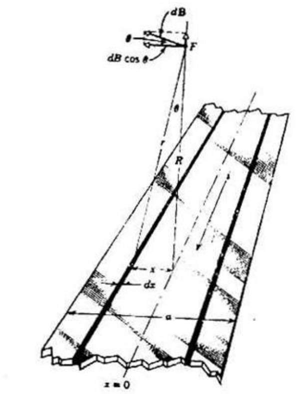
ภาพประกอบตัวอย่างที่ 8.1
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 131)

จาก $\oint B.dl = \mu_0 i_{enc}$

$$B.2\pi r = \mu_0 i \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 i_0 r}{2\pi R^2}$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 8.2 แผ่นทองแดงกว้าง a ความหนา d มีกระแส i_0 ไหลผ่าน จงหาค่า B ที่จุดที่ห่างออกไปในแนวตั้งฉากกับระนาบแผ่นเท่ากับ R จากจุดกึ่งกลางของแผ่นทองแดงนั้น
วิธีทำ แบ่งแผ่นทองแดงนี้ออกเป็นแถบเล็ก ๆ ความกว้าง = dx



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 8.2
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 133)

จาก $B = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi r}$

$$dB = d\frac{\mu_0 i}{2\pi r} = \frac{\mu_0 di}{2\pi r}$$

$$dB = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi}\frac{\left(\frac{1}{a}\right)dx}{R\sec\theta}$$

เมื่อ $di = \frac{i_0 dx}{a}$

และ $r = R\sec\theta$

แยก dB ออกเป็นสองส่วนตั้งฉากกัน จะได้สนามในแนวดิ่ง $= dB\sin\theta$

และ $\int dB\sin\theta = 0$

สนามส่วนที่ตั้งฉากกับ R ได้ $= dB\cos\theta$

และ $B = \int dB\cos\theta = \int \frac{\mu_0 i_0\left(\frac{1}{a}\right)}{2\pi R\sec\theta}\cos\theta\, dx$

$$B = \int \frac{\mu_0 i_0 \cos\theta\, dx}{2\pi Ra\sec\theta} = \int \frac{\mu_0 i_0\, dx}{2\pi Ra\sec^2\theta}$$

จากตัวแปรค่า x และ θ มีความสัมพันธ์ต่อกันซึ่งมีความสัมพันธ์

$$x = R\tan\theta$$

และ $dx = R\sec^2\theta\, d\theta$

แทนค่า dx จะได้ $B = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi a.R}\int \frac{R\sec^2\theta.\ d\theta}{\sec^2\theta}$

$$= \frac{\mu_0 i_0}{2\pi a}\int d\theta = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi a}\int_{\theta_0=-\tan^{-1}\left(\frac{a}{2R}\right)}^{\theta=\tan^{-1}\left(\frac{a}{2R}\right)} d\theta$$

สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นมีค่า $B = \frac{\mu_0 i_0}{\pi.a}\tan^{-1}\left(\frac{a}{2R}\right)$ **ตอบ**

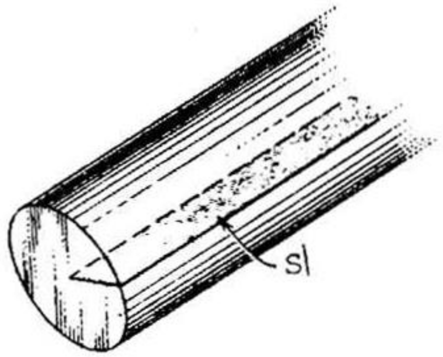
หมายเหตุ ถ้าให้จุด P อยู่ห่างจากแผ่นทองแดงออกไปมาก ๆ R>>a

$$\lim_{R\to\infty}\tan^{-1}\left(\frac{a}{2R}\right) = \frac{a}{2R}\ ,\ (\tan 0°=0)$$

ดังนั้น $B = \frac{\mu_0 i_0}{\pi.a}\cdot\frac{a}{2R} = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi R}$

ดังนั้นสนามแม่เหล็ก $B=\frac{\mu_0 i_0}{2\pi R}$ เมื่อจุด P อยู่ห่างออกไปมาก ๆ (R>>a) แผ่นทองแดงก็เปรียบเสมือนลวดตัวนำเส้นหนึ่ง

ตัวอย่างที่ 8.3 ลวดทองแดงยาวเส้นหนึ่งมีกระแสไหลผ่าน 10 A จงคำนวณหาค่าฟลักซ์แม่เหล็ก (Magnetic flux) ต่อความยาว 1 เมตร ของลวดใน Plane S ภายในเส้นลวด ดังรูป



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 8.3
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 135)

วิธีทำ จาก $\oint Bdl = \mu_0 i$

$$B\,2\pi r = \mu_0 i\frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 ir}{2\pi R^2}$$

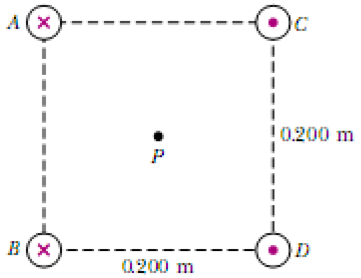
$$d\phi = drl\frac{\mu_0 ir}{2\pi R^2}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 ir}{2\pi R^2}\int_0^R rdr$$

$$= \frac{\mu_0 il}{4\pi} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times10\times1}{4\pi} = 10^{-6}Wb$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 8.4 ลวด 4 เส้นวางขนานกันโดยทำเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีความยาวด้านละ 20 ซม. ถ้าให้กระแส 20 A ผ่านลวดแต่ละเส้นตามทิศทางที่แสดงไว้ดังรูปจงหาขนาดและทิศทางของ B ที่จุดกึ่งกลางของสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้

วิธีทำ สนามแม่เหล็กที่เกิดจากลวดแต่ละเส้นจะเท่ากันเนื่องจากกระแสไฟฟ้าและระยะทางถึงจุด P เท่ากัน



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 8.4

ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 971)

$$B_A = B_B = B_C = B_D$$

และ $$B_A = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} = \frac{\mu_0 i}{\sqrt{2}\pi a}$$

$$= \frac{4\pi\times10^{-7}\times20}{\sqrt{2}\pi\times0.2} = 2\sqrt{2}\times10^{-5}\text{T}$$

สนามแม่เหล็กที่จุดP $$B_p = 2\sqrt{B_1^2+B_1^2} = 2B_1\sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times10^{-5}$$

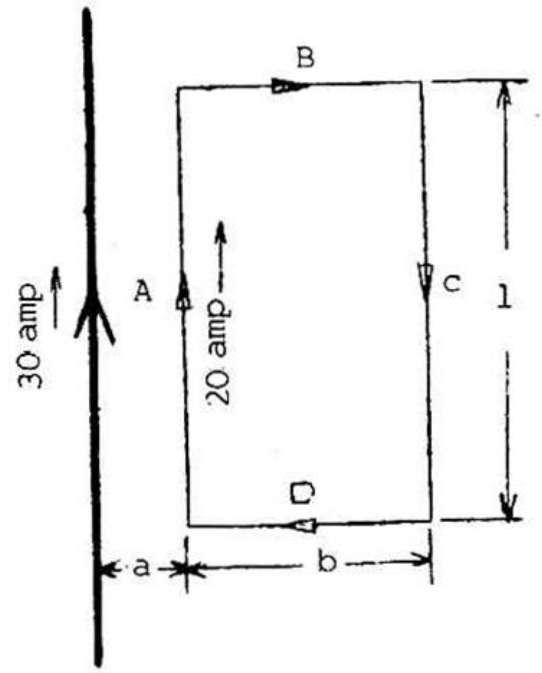
$$= 8\times10^{-5}\ \text{T}$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 8.5 ในรูป 8.8 แสดงถึงลวดขาวเส้นหนึ่งมีกระแสไหลผ่าน 30 A และมีห่วงลวดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีกระแสผ่าน 20 A จงคำนวณหาแรงลัพธ์ที่กระทำต่อห่วงลวดนี้ กำหนดให้ a = 1.0 cm., b = 8.0 cm., l = 30 cm.

วิธีทำ ห่วงนี้แบ่งได้เป็น 4 ส่วน ส่วน B และ D จะเกิดแรงขนาดเท่ากัน และทิศทางตรงข้ามกันผลรวมเป็นศูนย์

สำหรับ ส่วน A มีทิศทางไปทางซ้าย

ส่วน B มีทิศทางไปทางขวา



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 8.5
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 137)
หาความเข้มสนามแม่เหล็กที่ A

$$B_A = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times30}{2\pi\times1\times10^{-2}} = 6\times10^{-4} \quad \text{T}$$

$$F_A = ilB_A = 20\times0.3\times6\times10^{-4} = 3.6\times10^{-3} \quad \text{N}$$

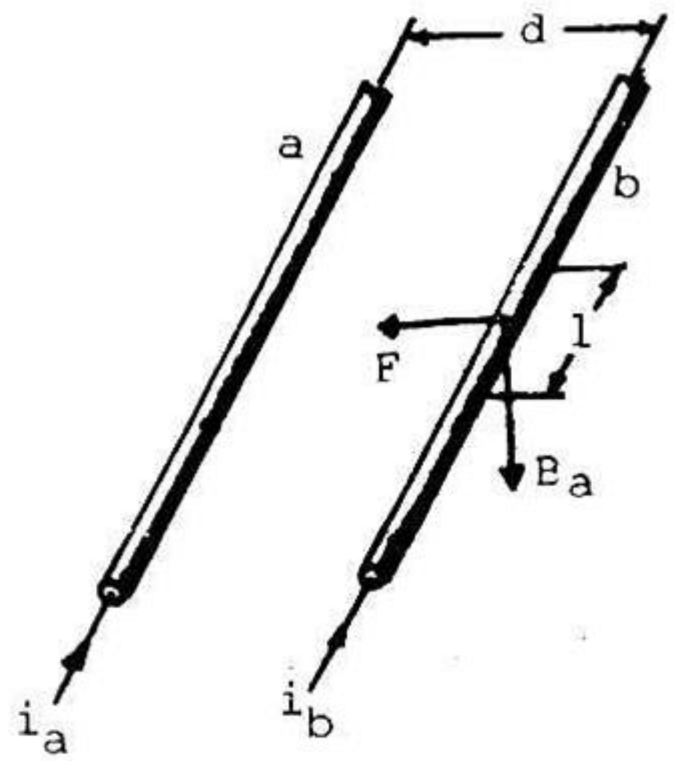
$$B_C = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a+b)} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times30}{2\pi\times(1+8)\times10^{-2}} = \frac{2}{3}\times10^{-4} \quad \text{T}$$

$$\therefore F_B = ilB_B = 20\times0.3\times\frac{2}{3}\times10^{-4} = 0.4\times10^{-3} \text{ N}$$

ดังนั้นแรงรวม $F = F_A - F_B = 3.2\times10^{-3}$ Nและมีทิศทางไปทางซ้าย **ตอบ**

8.2แรงระหว่างเส้นตัวนำขนาน

พิจารณา i_aในเส้นลวด a จากกฎมือขวาทราบว่าเกิดสนามแม่เหล็ก (B) ที่เส้นลวด b มีค่าเท่ากับ $B_a = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi d}$ ซึ่งมีทิศทางพุ่งขึ้นข้างบนเมื่อ dl คือความยาวของเส้นลวดมีทิศทางเดียวกันกับเส้นลวด ดังนั้นแรงกระทำบนเส้นลวด b ที่เกิดจากอำนาจแม่เหล็กชักนำของ a มีค่าเท่ากับ F_b



รูปที่ 8.2แรงระหว่างลวดตัวนำขนาน
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 139)

ได้ $\bar{F}_b = i_b\bar{l} \times \bar{B}_a$

แทนค่า B_a จะได้ $$\frac{\mu_0 i_a i_b\, l}{2\pi d} = F_b \qquad (8.2)$$

Cross product ของ $i\bar{l}\times\bar{B}$ จะให้ F ที่เส้นลวด b มีทิศทางไปทางขวามือ คือค่า l, B และ F จะตั้งฉากซึ่งกันและกัน

ในทำนองเดียวกัน ถ้าพิจารณา i_b ไหลเข้าเส้นลวด b ก็จะสร้างสนามแม่เหล็ก B_b มีทิศทางพุ่งลงที่ตำแหน่งของเส้นลวด a และจาก $\bar{F}=i\bar{l}\times\bar{B}$ ได้แรงกระทำเนื่องจาก B_b จะมีทิศทางพุ่งไปทางซ้ายมือ ดังนั้นจะเห็นได้ว่าเมื่อ i_a, i_b มีทิศทางเดียวกัน เส้นลวดทั้งสองจะดูดเข้าหากัน และถ้า i_a, i_b มีทิศทางตรงกันข้าม เส้นลวดทั้งสองจะผลักกัน

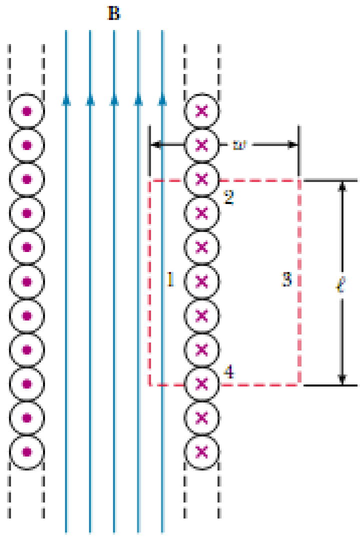
ตัวอย่างที่ 8.6 ตัวนำเส้นตรง ๆ เส้นหนึ่ง วางในแนวราบมีกระแส i_a=100 A ที่ตำแหน่งเหนือขึ้นไปมีตัวนำ b วางขนานกับ a มีกระแส i_b=20 A ถ้าตัวนำ b หนัก 0.005 lbs./ft (0.073 N/m) จงหาระยะความห่าง (d) ระหว่างตัวนำทั้งสองที่จะทำให้ b ลอยตัวอยู่ได้

วิธีทำ จาก $$F/l = \frac{\mu_0 i_a i_b}{2\pi d}$$

$$d = \frac{\mu_0 i_a i_b}{2\pi(F/l)} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times100\times20}{2\pi\times0.073} = 5.5\times10^{-3} \quad \text{m.}$$ **ตอบ**

8.3 สนามแม่เหล็กเกิดจากขดลวดโซลีนอยด์

พิจารณา cross-section area ของ Solenoid ตามรูป 8.3 และจาก Ampere's Law $\oint \bar{B}.d\bar{l} = \mu_0 i$ สามารถจะหาสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นโดยอินทิเกรท ตามทิศทาง $1 \longrightarrow 2 \longrightarrow 3 \longrightarrow 4$



รูปที่ 8.3สนามแม่เหล็กที่เกิดจากขดลวดโซลีนอยด์
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 950)

$$\therefore \oint B.dl = \int_1 Bdl + \int_2 B\,dl + \int_3 B\,dl + \int_4 Bdl$$

เนื่องจาก $\int_2 B\,dl\cos 90^\circ = 0$ ดังนั้น $\int_2 B\,dl = \int_4 B\,dl = 0$

สำหรับ $\int_3 B\,dl = 0$ เนื่องจากเพราะแนวทางนี้อยู่ด้านนอก สำหรับ Ideal Solenoid สนามแม่เหล็กที่แนวทางด้านนอกจะมีค่าเป็นศูนย์

$$\therefore \int B.dl = \int_1 Bdl = Bl$$

กำหนดให้กระแสที่ไหลในขดลวด Solenoid มีค่าเท่ากับ i_0 และ

ให้ $n =$ จำนวนรอบต่อหน่วยความยาว

$$\therefore i = i_0 \times (nl)$$

จาก $B.dl = \mu_0 . i$

$$Bl = \mu_0 i_0 nl$$

$$\therefore B = \mu_0 i_0 n \qquad (8.3)$$

ตัวอย่างที่ 8.8 ขดลวดโซลีนนอยด์ขดหนึ่งยาว 1 เมตร Mean diameter = 3 ซม. ประกอบด้วยลวดพันซ้อนกัน 5 ชั้น แต่ละชั้นมี 850 รอบ มีกระแสไหล = 50 amp

ก) จงหา B ที่จุดกึ่งกลางของโซลีนนอยด์นั้น และ

ข) จงหาฟลักซ์แม่เหล็กที่เกิดขึ้นทั้งหมด

วิธีทำ ก) จาก $B = \mu_0 i_0 . n$

$\therefore B = 4\pi \times 10^{-7} \times 50 \times (5 \times 850)$

$= 2.7 \times 10^{-2}$ T **ตอบ**

ข) จาก $\phi_B = \int B.ds = BA$

$\therefore \phi_B = 2.7 \times 10^{-2} \times \pi \times r^2$

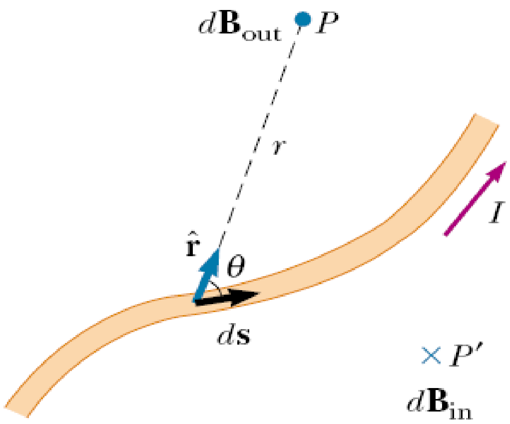
$= 2.7 \times 10^{-2} \times \pi \left(\frac{3}{2} \times 10^{-2}\right)^2$

$= (2.7 \times 10^{-2})(7.1 \times 10^{-4}) = 1.9 \times 10^{-4}$ Wb **ตอบ**

8.4กฎของบิโอท์-ซาวาท

ตามปกติเส้นลวดนำกระแสที่เป็นเส้นตรง การหาสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นเราใช้สูตร $\oint B.dl = \mu_0 i$ ได้เลย แต่ถ้าเส้นลวดนั้นคดเคี้ยวไปมา การใช้สูตรนี้โดยตรงไม่ได้ บิโอท์และซาวาทได้ศึกษาเรื่องนี้แล้วได้พบสูตรการหาสนามแม่เหล็กขึ้นที่จุดใดๆดังรูปที่ 8.4 คือ

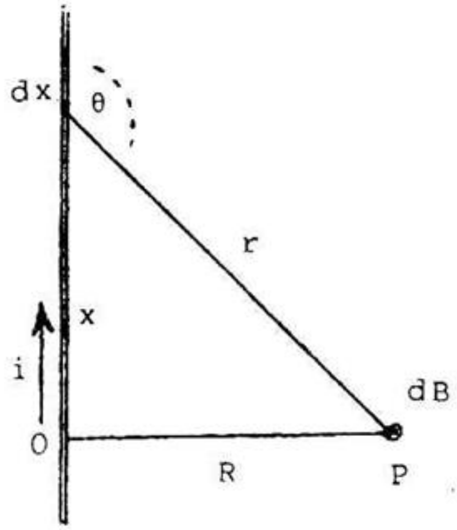
$$dB = \frac{\mu_0 idl \sin\theta}{4\pi r^2} \qquad (8.4)$$



รูปที่ 8.4การหาสนามแม่เหล็กที่จุดใดๆ
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 938)

ตัวอย่างที่ 8.10 จงหาสนามแม่เหล็กที่จุด P ซึ่งห่างจากเส้นลวดตรงเท่ากับ R มีกระแสไหลในเส้นลวดนั้นเท่ากับ i

วิธีทำ พิจารณาช่วงความยาว dx ของเส้นลวดซึ่งทำให้เกิดสนาม dB ที่จุด P



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 8.10
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 146)

$$dB = \frac{\mu_0 idl \sin\theta}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 idl \sin\theta \; dx}{4\pi r^2}$$

หาค่า B ได้โดยการอินทิเกรทจาก $-\infty$ ถึง $+\infty$ จากรูปจะได้ความสัมพันธ์

$$r = \sqrt{x^2+x^2}$$

และ $$\sin\theta = \sin(\pi-\theta) = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

$$\therefore \quad B = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu_0 i \sin\theta \, dx}{4\pi r^2}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu_0 i \; Rdx}{4\pi\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

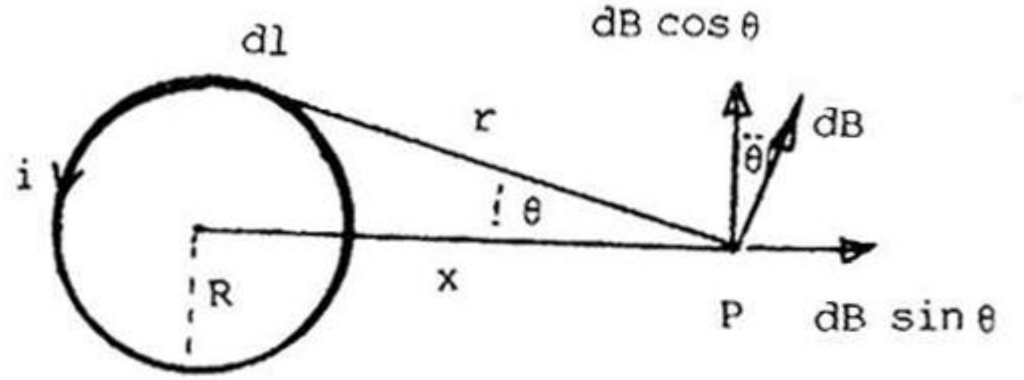
$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\left[\frac{x}{\left(x^2+R^2\right)^{1/2}}\right]_{-\infty}^{+\infty}$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\left[\frac{1}{\left(1+\frac{R^2}{x^2}\right)^{1/2}}\right]_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 8.11 จงหาสนามแม่เหล็กที่จุด P อยู่ห่างจากระนาบของห่วงลวดเท่ากับ x บนแกนของห่วงลวดกระแส ให้ R เป็นรัศมี มีกระแสไหลผ่านในห่วงลวดนั้นเท่ากับ i

วิธีทำ จาก Symmetric Component dB cos θ จะหักล้างกันหมดเหลือแค่ dB sin θ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 8.11
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 147)

∴สนามแม่เหล็กที่จุด P จะได้เท่ากับ $B = \int_0^{2\pi R} dB \sin\theta$

$$= \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl \sin 90^\circ \sin\theta}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{R}{(R^2+x^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} dl$$

$$= \frac{\mu_0 iR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

ตอบ

สรุป

1. กฎของแอมแปร์

$$\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 i$$

2. แรงระหว่างเส้นตัวนำขนาน

$$F/l = \frac{\mu_0 i_a i_b}{2\pi d}$$

3. สนามแม่เหล็กเกิดจากขดลวดโซลีนอยด์

$$B = \mu_0 i_0 n$$

4. กฎของบิโอท์-ซาวาท

$$dB = \frac{\mu_0 idl \sin\theta}{4\pi r^2}$$

แบบฝึกหัด

1. จงหาสนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลางของขดลวดแบนรัศมี 15.2 ซม. ขดลวดมีจำนวน 100 รอบ กระแสไหลผ่าน 6.28 A และจงแสดงภาพทิศทางของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นด้วย $\left(2.60\times10^{-3}\ \mathrm{T}\right)$

2. ส่วนโค้งของวงกลมขนาด 3 เรเดียนส่วนหนึ่งเมื่อให้กระแสไหลผ่าน 18 A จะเกิดสนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลางของส่วนโค้งนี้เท่ากับ 4.48×10^{-4} T จงหารัศมีของส่วนโค้งนี้ (1.2 cm)

3. ขดลวดวงกลมจุดศูนย์กลางร่วมกันสองวงมีรัศมีเท่ากับ 9.42 ซม. และ 6.28 ซม. และวางอยู่ในระนาบเดียวกันต่ออนุกรมกัน จงหาความเข้มของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นที่จุดศูนย์กลางขณะที่ให้กระแสไหลผ่านขดลวดเท่ากับ 30 A (ก) ให้กระแสในขดลวดทั้งสองมีทิศทางเดียวกันและ (ข) ให้กระแสสวนทิศทางกัน $\left(5\times10^{-4}\ \mathrm{T}, 100\times10^{-4}\ \mathrm{T}\right)$

4. ขดลวดวงกลมจุดศูนย์กลางร่วมกันสองวง วงแรกมีจำนวนขดลวดอยู่ 30 รอบ และรัศมี 6 ซม. วงที่สองมีจำนวนขดลวดอยู่ 25 รอบ และมีรัศมี 15 ซม. ขดลวดทั้งสองต่ออนุกรมกันและระนาบของทั้งสองขดตั้งฉากกัน ถ้าให้กระแสไหลผ่านเท่ากับ 8 A จงหาความเข้มของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นที่จุดศูนย์กลางของขดลวดทั้งสอง $\left(2.63\times10^{-3}\ \mathrm{T}\right)$

5.เส้นลวดตรงยามสองเส้นขนานกันพุ่งทะลุกกระดาษในลักษณะตั้งฉากกับแผ่นกระดาษที่จุด A และ B บนกระดาษได้เขียนรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC ซึ่งมีด้านยาว 20 ซม. ถ้าให้กระแสไหลผ่านเส้นลวดทั้งสองในทิศทางเดียวกัน 10 A จงหาสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นที่จุด C $\left(1.7\times10^{-5}\ \mathrm{T}\right)$

6. เส้นลวดตรงยาวสองเส้นขนานกัน ห่างกัน 20 ซม. เส้นลวดเส้นหนึ่งมีกระแสไหล 25 A อีกเส้นหนึ่งมีกระแสไหล 20 A ในทิศทางเดียวกัน จงหาความเข้มของสนามแม่เหล็กที่จุดกึ่งกลางระหว่างเส้นลวดทั้งสอง และจงแสดงทิศทางของสนามที่เกิดขึ้นด้วย $\left(2\times10^{-5}\ \mathrm{T}\right)$

7. เส้นลวดตรงยาวสองเส้นขนานกัน ห่างกัน 16 ซม. เส้นลวดเส้นหนึ่งมีกระแสไหล 5.25 A อีกเส้นหนึ่งมีกระแสไหล 10 A ในทิศทางตรงกันข้าม จงหาสนามแม่เหลกที่จุด P ซึ่งห่างจากเส้นหนึ่งเท่ากับ 10 ซม. และห่างจากอีกเส้นหนึ่งเท่ากับ 25 ซม. $\left(2.5\times10^{-6}\ \mathrm{T}\right)$

8. สายคู่หนึ่งห่างกัน 65 ซม. ส่งกระแส 50 A ไปซับมอเตอร์ จงหา (ก) ความเข้มของฟลักซ์ที่สายหนึ่งซึ่งเกิดจากกระแสในอีกสายหนึ่ง และ (ข) จงหาแรงกระทำบนสายไฟเส้นที่สองนี้ยาว 30 ซม. $\left(1.33\times10^{-5}\mathrm{T}, 2\times10^{-3}\mathrm{N}\right)$

9. จงหาแรงกระทำระหว่างสายเคเบิลยาว 14 ฟุต กับสายเคเบิลอีกเส้นหนึ่งซึ่งอยู่ห่างกัน 4.5 ฟุต เส้นหนึ่งมีกระแสไหล 800 แอมป์อีกเส้นหนึ่งมีกระแสไหล 90 A (0.045 N)

10. ขดลวดโซลินอยด์ยาว 52.4 ซม. พันไว้ 4,000 รอบ จงหาสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นที่จุดศูนย์กลางของโซลินอยนี้ เมื่อมีกระแสไหลผ่าน 2.84 A$\left(2.73\times10^{-2}\ \mathrm{Wb/m^2}\right)$

เอกสารอ้างอิง

ไพโรจน์ ตรีณธนากุล. (2531). **ฟิสิกส์พื้นฐาน ไฟฟ้าแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1).กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7^{th} ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. ,Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Popovic, Z., Popovic, B. D., (1999). **Introductory Electromagnetics** (1^{st} ed.). New Jersey: Prentice Hall.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 9

กฎของฟาราเดย์

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. กฎของฟาราเดย์
2. กฎของเลนซ์
3. การเหนี่ยวนำไฟฟ้าที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของขดลวด

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณกฎของฟาราเดย์ได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย กฎของเลนซ์ได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณการเหนี่ยวนำไฟฟ้าที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของขดลวดได้

4.เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

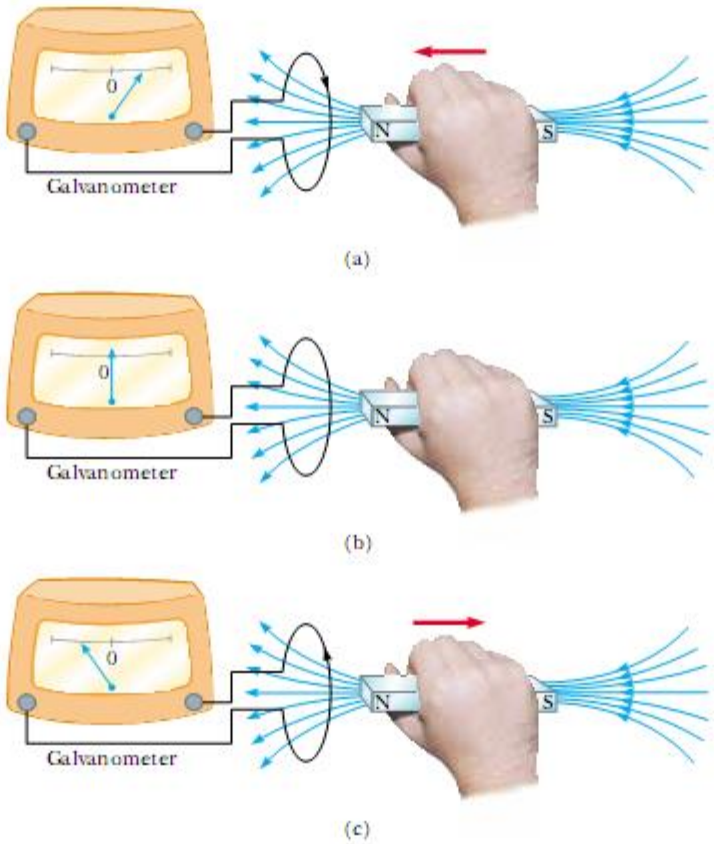
การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 9
กฎของฟาราเดย์

9.1 กฎของฟาราเดย์

กฎของฟาราเดย์เป็นปรากฏการณ์เกี่ยวกับการเหนี่ยวนำแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งเป็นผลจากการทดลองของไมเคิลฟาราเดย์ ดังรูปที่ 9.1 (a) เมื่อเคลื่อนแท่งแม่เหล็กเข้าหาขดลวดตัวนำ พบว่าเกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (induced current) ขึ้นในขดลวด และเมื่อเคลื่อนแท่งแม่เหล็กออกจากขดลวดตัวนำ (c) ก็จะเกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำด้วยเช่นกันแต่มีทิศตรงข้าม แต่ถ้าแม่เหล็กไม่เคลื่อนที่ (b) จะไม่เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวด จากการทดลองสามารถสรุปเป็นกฎของฟาราเดย์ได้ว่า “ถ้ามีการเปลี่ยนแปลงสนามแม่เหล็กในบริเวณขดลวดตัวนำ จะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นในขดลวดตัวนำนั้น”



รูปที่ 9.1การทดลองของฟาราเดย์

ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 981)

จากการทดลองของฟาราเดย์สามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กกับแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำได้ว่า ขนาดของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเป็นปฏิภาคโดยตรงกับอัตราการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กในขดลวด สามารถเขียนเป็นสมการได้

$$E = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

สมมติว่ามีขดลวดวางอยู่ในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงเส้นแรงแม่เหล็กจะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าขึ้นบนขดลวดนี้ และถ้าขดลวดนี้มีอยู่จำนวน N รอบ จากกฎของฟาราเดย์จะได้

$$E = -N\frac{d\emptyset}{dt} \qquad (9.1)$$

ตัวอย่างที่ 9.1 ขดลวดโซลินอยด์ยาวขดหนึ่งมี 200 รอบต่อเซนติเมตร มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 3 ซม. กระแสไหลผ่าน 1.5 amp. ที่ตรงกลางมีขดลวดโซลินอยด์อีกขดหนึ่งจำนวน 100 รอบ เส้นผ่าศูนย์กลาง 2 ซม. วางอยู่โดยจัดให้มีแกนร่วมกัน ถ้ากระแสในขดลวดใหญ่เปลี่ยนทิศทางกระแส 1.5 A ไปยังทิศตรงกันข้ามภายในเวลา 0.05 วินาที จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในขดลวดเล็ก

วิธีทำ หาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากขดลวดโซลินอยด์ใหญ่

$$B = \mu ni = 4\pi 10^{-7}\times 200\times 10^{2}\times 1.5 = 3.8\times 10^{-2} \quad T$$

∴ในขดโซลินอยด์เล็กจะมีฟลักซ์แม่เหล็กเท่ากับ$\emptyset_B$

$$\emptyset_B = 3.8\times 10^{-2}\times\left(\frac{0.02}{2}\right)^2\times\pi$$

$$= 3.8\times 10^{-2}\times 3.1\times 10^{-4}$$

$$= 1.2\times 10^{-5} \quad Wb$$

ดังนั้นจะหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นได้จาก

$$E = \frac{-N\,\Delta\,\emptyset_B}{\Delta\,t} = \frac{-100\times 2\times 1.2\times 10^{-5}}{0.05}$$

$$= -4.8\times 10^{-2} = -48 \quad mV$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 9.2 สนามแม่เหล็ก (B) ตั้งฉากกับระนาบของวงแหวนซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 10 ซม. (และตัวลวดมีเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 0.10 นิ้ว) จงหาอัตราที่ B จะต้องเปลี่ยนตามเวลาเพื่อให้เกิดกระแสเหนี่ยวนำ 10 amp. ขึ้นภายในวงแหวนนั้น $(\rho = 1.7\times 10^{-8}\,\Omega.m)$

วิธีทำ

$$i = E/R$$

$$= \frac{1}{R}\left(\frac{N\,d\,\emptyset_B}{dt}\right)$$

$$= \frac{1}{R}\left(NA\,\frac{dB}{dt}\right)$$

$$\therefore \frac{dB}{dt} = \frac{iR}{NA}$$

จาก $R = \frac{\rho l}{A} = \frac{1.7\times 10^{-8}\times 2\pi\times\frac{10}{2}\times 10^{-2}}{\pi\left(\frac{0.1}{2}\times 0.0254\right)^2} = 1.1\times 10^{-2} \quad \Omega$

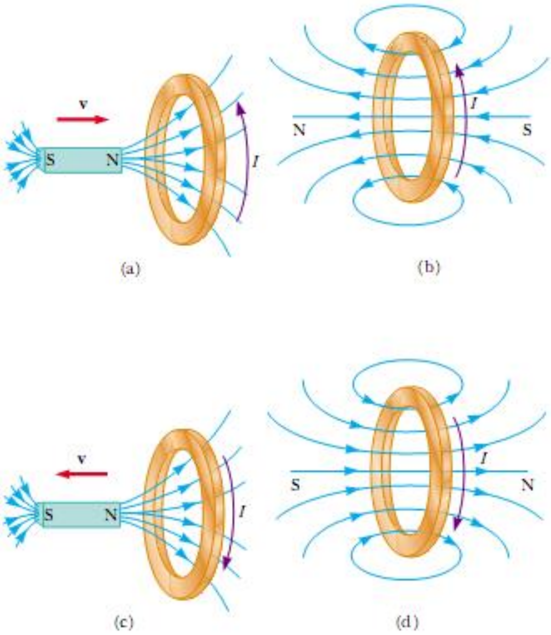
ดังนั้น $\frac{dB}{dt} = \frac{1.1\times 10^{-3}\times 10}{1\times 7.8\times 10^{-3}} = 1.4 \quad T/s$

ตอบ

9.2 กฎของเลนซ์

จากสมการของฟาราเดย์สังเกตได้ว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีเครื่องหมายตรงข้ามกับการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก สามารถอธิบายได้ด้วยกฎของเลนซ์ (Lenz’s law)

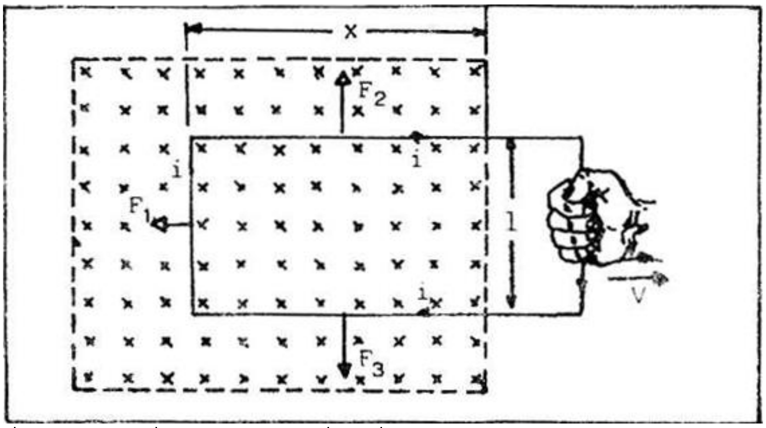
จากรูปที่ 9.2 พบว่าถ้าเคลื่อนแม่เหล็กขั้วเหนือเข้าหาขดลวดจะเกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่สร้างขั้วแม่เหล็กขั้วเหนือขึ้นเพื่อพยายามผลักขั้วเหนือของแท่งแม่เหล็ก ในทางกลับกันถ้าเคลื่อนแท่งแม่เหล็กขั้วเหนือออกจากขดลวด ขดลวดจะเกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่สร้างขั้วแม่เหล็กขั้วใต้ขึ้นเพื่อดูดท่งแม่เหล็กไว้ จากปรากฏการณ์นี้ สามารถสรุปเป็นกฎของเลนซ์ได้ว่า “ทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะมีทิศเพื่อให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำไหลไปในทิศที่ทำให้เกิดผลต่อต้านการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก”



รูปที่ 9.2กฎของเลนซ์
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 990)

9.3การเหนี่ยวนำไฟฟ้าที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของขดลวด

ในรูป 9.3 แสดงห่วงลวดตัวนำกว้าง l วางอยู่ในสนามแม่เหล็ก B เป็นระยะทางความยาว x นอกนั้นอยู่นอกสนามแม่เหล็กและกำลังเคลื่อนที่ออกจากสนามแม่เหล็กไปทางขวาด้วยความเร็ว v ถ้าให้ห่วงลวดนี้เคลื่อนไปเป็นระยะทาง dx ในช่วงเวลา dt จำนวนเส้นแรงแม่เหล็กจะเปลี่ยนไปทั้งหมดเท่ากับ $d\phi_B$



รูปที่ 9.3การเหนี่ยวนำไฟฟ้าที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของขดลวด
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 157)

$$d\phi_B = Bldx$$

∴แรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้น $\varepsilon = \frac{-d\phi_B}{dt}$

∵ $\frac{-dx}{dt} = v$ ดังนั้น $\varepsilon = -Bl\frac{dx}{dt}$

จะได้ $$\varepsilon = Blv \qquad (9.2)$$

ถ้าห่วงลวดมีความต้านทานเท่ากับ R กระแสไหลภายในห่วงนี้จะเท่ากับ i

$$i = \frac{\varepsilon}{R}$$

การดึงเส้นลวดนี้ทำให้เกิดแรงขึ้นบนเส้นลวด 3 แรงคือ F_1 , F_2และF_3 ดังแสดงในรูปที่ 9.1 สำหรับ F_2 จะหักล้างกับ F_3 ส่วน F_1 จะพยายามต้านการเคลื่อนที่ของห่วงลวดมีค่าเท่ากับ

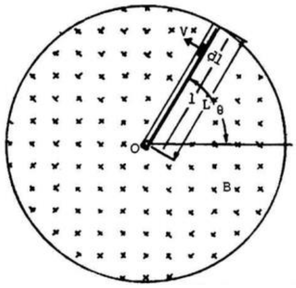
$$F_1 = ilB = \frac{B^2l^2v}{R} \qquad (9.3)$$

ดังนั้น สามารถหาอัตราของงานที่กระทำเข้าไปได้เท่ากับ P

$$P = F_1 v$$

$$P = \frac{B^2l^2v^2}{R} \qquad (9.4)$$

ตัวอย่างที่ 9.3 แท่งทองแดงยาว L หมุนรอบปลายข้างหนึ่งด้วยความเร็วเชิงมุม ωใน สนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอ (B) ดังแสดงในรูป จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้า ε ที่เกิดขึ้นระหว่างปลายทั้งสองของแท่งทองแดงนี้



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 9.3
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 158)

วิธีทำ จากรูป ถ้าพิจารณาแท่งทองแดงส่วนเล็ก ๆ ทีละส่วน คือ dl

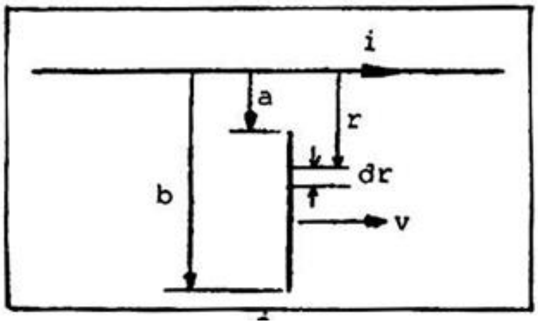
จะได้ $d\varepsilon = Bvdl$

หรือ $\varepsilon = \int_0^{\varepsilon} d\varepsilon = \int_0^{L} Bvdl$

$\varepsilon = \int_0^{L} B(wl)\, dl = \frac{1}{2}Bwl^2$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 9.4จากรูปแสดงถึงลวดทองแดงเส้นหนึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ในทิศทางขนานกับลวดยาวเส้นหนึ่งซึ่งมีกระแส i ผ่าน จงหาศักย์ไฟฟ้าเหนี่ยวนำในแท่งทองแดง กำหนดให้ v = 5.0 m/s. i = 1 A, a = 1.0 cm., b = 20 cm.

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 9.4
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 160)

จาก $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$เมื่อเวลาผ่านไป *dt* วินาที $d\phi_B$ ที่แท่งทองแดงตัดผ่านไปมีค่าเท่ากับ

$$d\phi_B = \int_a^b \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\, dr\, vdt = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln\frac{b}{a}\, vdt$$

$$\therefore \varepsilon = \frac{-d\phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln\frac{b}{a}\, v$$

$$= 2\times10^{-7}\times100\left(\ln\frac{20}{1}\right)\times5 = 3\times10^{-4} \quad \text{V}$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 9.5 ลวดสี่เหลี่ยมยาว l มีมวล m และความต้านทาน R ไหลลงมาตามรางคู่ที่ขนานกันของลวดตัวนำโดยปราศจากความเสียดทาน ดังรูป 9.5 รางทั้งคู่เชื่อมติดกันตอนล่าง โดยรางนี้ไม่มีความต้านทาน ดังนั้นลวดและรางจึงทำให้เกิดเป็นห่วงตัวนำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยมีระนาบทำมุมกับแนวระดับเป็นมุม θ และมีสนามแม่เหล็ก B อยู่ในแนวดิ่งทิศทางขึ้น

ก) จงพิสูจน์ว่า ลวดจะมีความเร็วคงที่เป็น $v = \frac{mg R \sin\theta}{B^2 l^2 \cos^2\theta}$

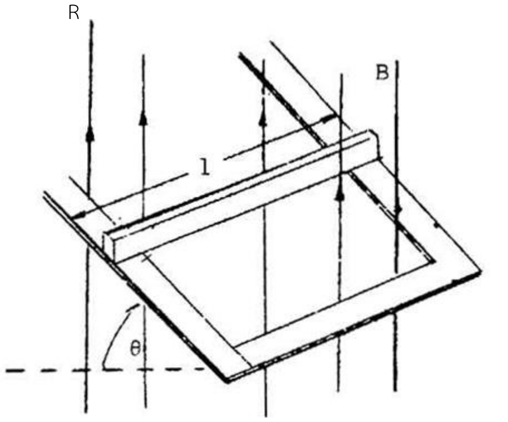
ข) จงพิสูจน์ว่า ผลลัพธ์นี้เป็นไปตามหลักอนุรักษ์พลังงาน

ค) จะมีอะไรเปลี่ยนแปลงบ้าง (ถ้ามี) เมื่อ B มีทิศลง

วิธีทำ ก) จาก $\varepsilon = \frac{d\phi_B}{dt}$

$\therefore \varepsilon = Blv\cos\theta$

และ $i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Blv\cos\theta}{R}$



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 9.6

ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 162)

ดังนั้นจะเกิดแรงผลักไปทางซ้าย ซึ่งเกิดจากการเหนี่ยวนำไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ F

$$F = Bli = \frac{B^2 l^2 v\cos\theta}{R}$$

ส่วนแรง F ตามพื้นเอียงและทิศทางขึ้นเท่ากับ F //

$$F_{//} = F\cos\theta = \frac{B^2 l^2 v\cos^2\theta}{R}$$

สำหรับแรงเนื่องจากน้ำหนักตามพื้นเอียงและทิศทางลงเท่ากับ f //

$$f_{//} = mg\sin\theta$$

เนื่องจากความเร็วคงที่ ดังนั้น$F_{//} = f_{//}$

$$\therefore \frac{B^2 l^2 v\cos^2\theta}{R} = mg\sin\theta$$

ดังนั้น $v = \frac{R\,mg\sin\theta}{B^2 l^2\cos^2\theta}$ **ตอบ**

ข) อัตราความร้อนเกิดขึ้นในลวด คือ i^2R

$$i^2R = \frac{(Blv\ \cos\theta)^2}{R^2}\ R$$

$$= \left[\frac{BlR\ mg\ \ \sin\theta}{R\ B^2l^2\cos^2\theta}\times\ \cos\theta\right]^2\ R$$

$$= \frac{R\ mg\ \ \sin\theta}{B^2l^2\cos^2\theta}\ mg\sin\theta = vmg\sin\theta$$

ดังนั้น อัตราความร้อนที่เกิดขึ้น = อัตราการทำงานกล **ตอบ**

ค) ถ้าทิศทางของสนามแม่เหล็กเปลี่ยน แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำและกระแสเหนี่ยวนำจะเปลี่ยนทิศด้วยทำให้แรงกระทำเสริมกัน ลวดจะเคลื่อนที่ลงเร็วยิ่งขึ้น **ตอบ**

สรุป

1. กฎของฟาราเดย์

$$E = -N\frac{d\varnothing}{dt}$$

2. กฎของเลนซ์

“ทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะมีทิศเพื่อให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำไหลไปในทิศที่ทำให้เกิดผลต่อต้านการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก”

3. การเหนี่ยวนำไฟฟ้าที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของขดลวด

$$\varepsilon = Blv$$

แบบฝึกหัด

1.เส้นลวดเส้นหนึ่งตัดผ่านฟลักซ์แม่เหล็ก 0.03 Wb ภายในเวลา 0.02 วินาที จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในเส้นลวดนั้น (1.5 โวลต์)

2. ขดลวดที่อาเมเจอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีจำนวน 100 เส้น ตัดผ่านขั้วแม่เหล็กที่มีความเข้มของสนามเท่ากับ 1.5 T ในเวลา $\frac{1}{120}$ นาที และขั้วแม่เหล็กนี้มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ 1000 ซม.^{2} จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นทั้งหมด (30 โวลต์)

3. จานทองเหลืองรัศมี 10 ซม. หมุนรอบแกนกลางตามเข็มนาฬิกาด้วยความเร็ว 5 รอบต่อวินาทีในสนามแม่เหล็กที่มีทิศทางขนานกับแกนของจานทองเหลืองและพุ่งออกมา ความเข้มเท่ากับ 0.5 T จงหาความต่างศักย์ของขอบจานกับจุดศูนย์กลางของจาน (0.079 โวลต์)

4. ล้อจักรอันหนึ่งเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 100 ฟุต หมุนรอบแกนโดยแกนนั้นอยู่ในทิศเหนือใต้ด้วยความเร็ว 2 รอบต่อวินาที ถ้าความเข้มของสนามแม่เหล็กโลกในแนวราบมีค่าเท่ากับ 2×10^{-5} T จงหาค่าความต่างศักย์ระหว่างขอบของล้อกับศูนย์กลางของล้อนั้น

5.ขดลวดทอรอยด์ (Toroid) เส้นรอบวงยาว 10 ม. พื้นที่หน้าตัดเท่ากับ 0.001 ม.^{2} ถูกเหนี่ยวนำให้เกิดสนามแม่เหล็กโดยขดลวดขดหนึ่งพันทับบนขดทอรอยด์นี้จำนวน 100 รอบ และมี

กระแสไหลผ่าน 1 A ให้ขดลวดทอรอยขาดที่จุดใดจุดหนึ่งแล้วปลายขาดอยู่ห่างกัน 1 มม. ณ จุดขาดนี้ มีขดลวดอีกขดหนึ่งจำนวน 100 รอบพันอยู่ ขดลวดนี้ต่อเข้ากับกัลป์วานอมิเตอร์ ซึ่งมีความต้านทาน 100 โอห์ม ถ้าจัดให้จุดที่ขาดของขดทอรอยเข้าติดกันทันทีจะทำให้เกิดประจุจำนวนเท่าไรที่จะไหลผ่านกัลวานอมิเตอร์นี้ ให้ค่า Permeability ของขดลวดเท่ากับ 7.43×10^{-5} Wb/A-m-turn$\left(2.76\times10^{-4}\text{ C}\right)$

6. สายไฟเส้นหนึ่งซึ่งระหว่างทิศตะวันออกและทิศตะวันตกยาว 100 เมตร เกิดหล่นลงสู่พื้นดินด้วยความเร็ว 25 ซม. ต่อวินาที จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในเส้นสายไฟนั้น โดยกำหนดให้สนามแม่เหล็กโลกมีความเข้มเท่ากับ 3×10^{-5} T$\left(0.5\text{ mV}\right)$

7. ห่วงลวดสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 20 ซม. ยาว 50 ซม. หมุนรอบแกนตัวเองในแนวที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กด้วยความเร็ว 5 รอบต่อวินาที ถ้าลวดนี้มีความต้านทาน 0.2 โอห์ม และสนามแม่เหล็กมีความเข้มเท่ากับ 0.08 T (ก) จงหาจำนวนฟลักซ์ที่ถูกตัดมากที่สุด (ข) แรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นสูงสุด (0.008 Wb, 0.25 V)

8. ในการทดลองหาค่าความเข้มของสนามแม่เหล็ก ใช้ขดลวดจำนวน 50 รอบ พื้นที่หน้าตัดเท่ากับ 2 ม.^{2} มีความต้านทาน 30 โอห์ม วางไว้ในสนามแม่เหล็กนั้น โดยให้ระนาบของขดลวดตั้งฉากกับทิศทางของสนามแม่เหล็ก แล้วชักเอาขดลวดนั้นออกมาอย่างรวดเร็วทำให้เกิดการไหลของประจุเท่ากับ 5×10^{-4} C จงหาค่าความเข้มของสนามแม่เหล็กนั้น $\left(1.5\text{ T}\right)$

9. ลวดตัวนำตรง ๆ เส้นหนึ่งยาว 50 ซม. เคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กที่มีความเข้ม 0.2 T ด้วยความเร็ว 5 เมตรต่อวินาที จะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าในเส้นลวดเท่าไร และถ้าทิศทางการเคลื่อนที่ทำมุม 30 องศากับทิศทางสนามแม่เหล็กแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจะต่างไปเท่าไร (0.5 V, 0.25 V)\

เอกสารอ้างอิง

ไพโรจน์ ตรีณธนากุล. (2531). **ฟิสิกส์พื้นฐาน ไฟฟ้าแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1).กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. ,Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Popovic, Z., Popovic, B. D., (1999). **Introductory Electromagnetics** (1st ed.). New Jersey: Prentice Hall.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 10

ความเหนี่ยวนำ

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. ความเหนี่ยวนำ
2. การหาค่าความเหนี่ยวนำในขดลวดโซลีนอยด์
3. วงจร RL
4. ความสัมพันธ์ของพลังงานและสนามแม่เหล็ก

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณค่าความเหนี่ยวนำได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณค่าความเหนี่ยวนำในขดลวดโซลีนอยด์ได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณวงจร RLได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณความสัมพันธ์ของพลังงานและสนามแม่เหล็กได้
5. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

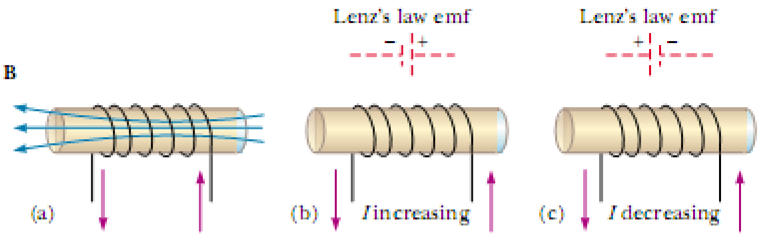
การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 10
ความเหนี่ยวนำ

10.1 ความเหนี่ยวนำ

ความเหนี่ยวนำคือคุณสมบัติเฉพาะของขดลวดต่าง ๆ ซึ่งเกิดจากการที่ให้กระแสไหลเข้าไปในขดลวดนั้น ๆ แล้วเกิดสนามแม่เหล็กขึ้น สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นมานี้จะกลับไปเหนี่ยวนำ (Self Induction) ให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าในขดลวดนั้น (Self Inductionemf) และมีทิศทางตรงกันข้ามกับแรงเคลื่อนไฟฟ้าเดิมซึ่งจะเป็นแรงเคลื่อนไฟฟ้าไปต่อต้านแรงเคลื่อนไฟฟ้าเดิม ค่าของการต่อต้านนี้เป็นคุณสมบัติเฉพาะของขดลวดที่เรียกว่า ค่าความเหนี่ยวนำ เช่น ถ้าให้กระแส i ไหลเข้าในขดลวดโซลินอยด์จะทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก $B = \mu_0 n i_0$ หรือฟลักซ์แม่เหล็ก $\varnothing_B = BA$ (ตามกฎของแอมแปร์) และถ้ากระแส i เปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ก็จะเป็นเหตุทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของ $\varnothing_B$ ด้วย การเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็กนี้ จะเหนี่ยวนำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าในขดลวดเดิมอีกตามกฎของฟาราเดย์คือ $\varepsilon = \frac{dN\varnothing_B}{dt}$ และแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นใหม่นี้จะมีทิศทางต้านกับแรงเคลื่อนไฟฟ้าเดิม ดังรูปที่ 10.1



รูปที่ 10.1การเหนี่ยวนำในขดลวด
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 1015)

คุณสมบัติที่สำคัญในการเหนี่ยวนำแรงเคลื่อนไฟฟ้านี้คือ Flux Linkage ($N\varnothing_B$) ซึ่งขึ้นตรงกับกระแส i ที่ไหลเข้าไปในขดลวดหรือ $N\varnothing_B \propto i$

ดังนั้น $N\varnothing_B = Li$ (L คือ ค่าคงที่แทนคุณสมบัติประจำของขดลวดเรียกว่าค่าความเหนี่ยวนำ) มีหน่วยวัดเป็นเฮนรี่ (Henry)

จาก $$\varepsilon = \frac{-d(N\varnothing_B)}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

จะได้ $$L = \frac{-\varepsilon}{di/dt} \tag{10.1}$$

10.2 การหาค่าความเหนี่ยวนำในขดลวดโซลีนอยด์

ขดลวดโซลินอยด์ยาวขดหนึ่งมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ A จำนวนรอบต่อหน่วยความยาวเท่ากับ n ให้กระไหลผ่านเท่ากับ i ถ้าเราพิจารณาความยาวสักช่วงหนึ่งสมมติให้เท่ากับ l จะมีค่าความเหนี่ยวนำดังนี้

จากค่าที่กำหนด หา Flux Linkage ได้ $N\phi_B = (nl)(BA)$

แต่ $B = \mu_0 ni$

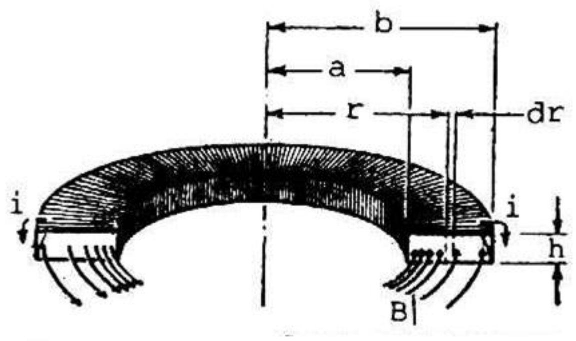
$$\therefore\ N\phi_B = \mu_0 n^2 liA$$

ดังนั้นจะหาค่าความเหนี่ยวนำในขดลวดโซลีนอยด์ได้

$$L = \frac{N\phi_B}{i} = \mu_0 n^2 liA \qquad (10.2)$$

ตัวอย่างที่ 10.1 จงหาค่าความเหนี่ยวนำ (Inductance)ของขดลวดทอรอยด์ (Toroid) ซึ่งมีพื้นที่หน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังแสดงในรูป กำหนดให้ $N = 10^3$ รอบ, a =5ซม. b =10 ซม. h =1 ซม.

วิธีทำ จาก $\oint B.dl = \mu_0 i$



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 10.1
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 170)

จะได้ $B = \frac{\mu_0 i_0 N}{2\pi r}$

จาก $\phi_B = \int B \cdot ds$

$$\therefore\ \phi_B = \int_a^b (B)(hdr) = \int_a^b \frac{\mu_0 i_0 Nh}{2\pi r} dr$$

$$= \frac{\mu_0 i_0 Nh}{2\pi} \ln\frac{b}{a}$$

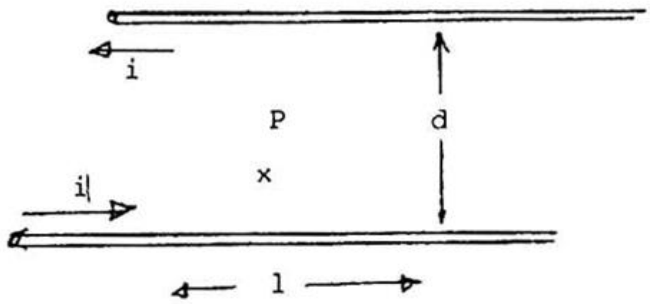
และจาก $L = \frac{N\phi_B}{i_0} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\frac{b}{a}$

แทนค่าต่าง ๆ ได้ $L = \frac{4\pi\times10^{-7}\times(10^3)^2\times\left(10^{-2}\right)}{2\pi} \ln\frac{10\times10^{-2}}{5\times10^{-2}}$

$L = 1.4\times10^{-3}$ H **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 10.2เส้นลวดสองเส้นขนานกัน มีจุดศูนย์กลางห่างกัน d และมีกระแสเท่า ๆ กันไหลในทิศตรงกันข้าม จงพิสูจน์ว่าถ้าไม่คิด flux ในเส้นลวดเองแล้ว ค่าความเหนี่ยวนำ (Inductance) ของช่วงยาว l ของลวดคู่นี้มีค่า $L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d-a}{a}$ เมื่อ a เป็นรัศมีของเส้นลวด

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 10.2

ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 171)

สนามแม่เหล็กที่จุด ๆ หนึ่งซึ่งห่างจากเส้นลวดเส้นหนึ่งเท่ากับ x

จะมีค่าเท่ากับ $B_x = B_1 + B_2$

$$B_x = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right)$$

และ $d\emptyset_B = B_x l dx$

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right) l dx$$

$$\therefore \quad \emptyset_B = \int_a^{d-a} \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right) l dx$$

$$= \frac{\mu_0 i l}{2\pi}\left[\ln \frac{x}{d-x}\right]_a^{d-a}$$

$$= \frac{\mu_0 i l}{2\pi}\left[\ln \frac{d-a}{d-(d-a)} - \ln \frac{a}{d-a}\right]$$

$$= \frac{\mu_0 i l}{2\pi} 2 \ln \frac{(d-a)}{a}$$

แต่ $L = \frac{\emptyset_B}{i}$

$\therefore \quad L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d-a}{a}$ **ตอบ**

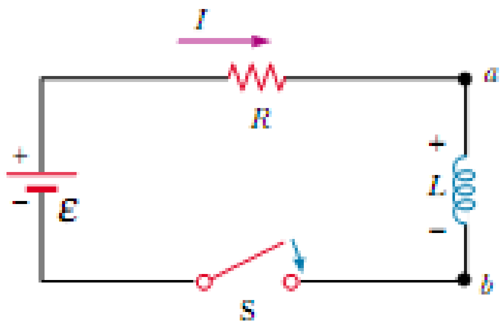
10.3 วงจรRL

ทบทวนวงจร RC ถ้าประจุวงจรโดยแรงเคลื่อนไฟฟ้า ε ประจุที่คาปาซิเตอร์ (C) จะเพิ่มขึ้นตามสูตร $q = C\left(1\text{-}e^{1\text{-}t/RC}\right)$ โดยมี RC = time constant และถ้าเอา ε ออก ประจุจะคายออกจาก C เป็นไปตามสูตร $q = q_0 e^{-t/RC} = C\,\varepsilon e^{-t/RC}$ สำหรับวงจร RL ตามรูป 10.2 เมื่อกดสวิตซ์ S โดยใช้หลักการ Loop theoremได้เป็น

$$-iR - L\frac{di}{dt} + \varepsilon = 0$$

หรือ

$$L\frac{di}{dt} + iR = \varepsilon$$



รูปที่ 10.2วงจร RL
ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 1018)

ซึ่งเป็นสมการ Differential equation สามารถหาคำตอบของกระแส (i) ได้ดังนี้

จาก

$$\varepsilon = iR + L\frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{(\varepsilon - iR)}{L} = \frac{R}{L}\left(\frac{\varepsilon}{R} - i\right)$$

$$\int_0^t \frac{R}{L}dt = \int_0^i \frac{di}{\left(\frac{\varepsilon}{R} - i\right)} = -\int_0^i \frac{d\left(\frac{\varepsilon}{R} - i\right)}{\left(\frac{\varepsilon}{R} - i\right)}$$

$$\frac{R}{L}t = \ln\left[\left(\frac{\varepsilon}{R} - i\right) / \left(\frac{\varepsilon}{R}\right)\right]$$

$$e^{-\frac{Rt}{L}} = 1 - \frac{iR}{\varepsilon}$$

$$\frac{iR}{\varepsilon} = 1 - e^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right) \qquad (10.3)$$

เมื่อให้ $\frac{L}{R}$ = time constantดังนั้นสามารถหาลักษณะการไหลของกระแสไฟฟ้าในวงจร LR ได้เช่นเดียวกับวงจร RC

ตัวอย่างที่ 10.3 ขดลวดโซลีนอยด์มีค่าความเหนี่ยวนำ (Inductance) เท่ากับ 50 H มีความต้านทาน 30 Ω ต่อเข้ากับ Battery 100V จะใช้เวลานานเท่าไรที่จะให้กระแสเป็นครึ่งหนึ่งของกระแสสูงสุดในวงจรนี้

วิธีทำ กระแสสูงสุดในวงจรนี้เวลา $t\longrightarrow\infty$ ดังนั้น $i_{max} = \frac{\varepsilon}{R}$ กำหนดให้เวลาที่ต้องการใช้ให้กระแสไหลเป็นครึ่งหนึ่งเท่ากับ t_0

$$\therefore \quad \frac{\varepsilon}{2R} = \frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-t_0 R/L}\right)$$

$$t_0 = \frac{L}{R}\ln 2$$

$$t_0 = 0.69\frac{L}{R} = 0.69\left(\frac{50}{30}\right) = 12 \quad s$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 10.4 แกนกลางของขดลวดทอรอยด์ (Toroid) ทำด้วยไม้อันหนึ่งมีพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีรัศมีภายใน 10 ซม. และรัศมีภายนอก 12 ซม. ถูกพันรอบด้วยลวดเส้นผ่าศูนย์กลางลวด 0.040 นิ้ว ความต้านทาน 160 ฟุตต่อโอห์ม จงหา

ก) ค่าความเหนี่ยวนำ (Inductance)

ข) ค่าของ $\frac{L}{R}$ (Inductive time constant) (ไม่คิดความหนาของฉนวน)

วิธีทำ ก) หาจำนวนรอบต่อหน่วยความยาวของลวดที่พันไว้

$$n = \frac{1}{0.04\times 2.54\times 10^{-2}} = 10^3 \text{รอบ/m}$$

รัศมีของทอรอยด์ $a = 0.1$ m

$\therefore$จำนวนรอบทั้งหมด $N = 2\pi an = 2\pi\times 0.1\times 10^3 = 2\pi\times 10^2$ รอบ

สำหรับขดลวดทอรอยด์ (toroid) $L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$ (จากตัวอย่างที่ 10.1)

$$\therefore \quad L = \frac{\mu_0\left(2\pi\times 10^2\right)^2\times 2\times 10^{-2}}{2\pi}\times\ln\frac{12}{10}$$

$$= 2\times 10^{-7}\left(2\pi^2\times 10^4\right)\times 2\times 10^{-2}\ln 1.2$$

$$= 28.7\times 10^{-5} \quad H$$ **ตอบ**

ข) ความยาวของเส้นลวดแต่ละวง $= 4\times\left(12-10\right) = 8$ cm.

ความยาวของเส้นลวดทั้งหมด $= N\times 8 = 2\pi\times 10^2\times 8 = 5\times 10^3$ cm. $= \frac{5\times 10^3}{30.5}$ ft.

$$= 1.64\times 10^2 \quad \text{ft.}$$

ดังนั้นความต้านทาน $R = \frac{1.64\times 10^2}{160} = 1.02 \quad \Omega$

$\therefore$ค่า time constant $\frac{L}{R} = \frac{28.7\times 10^{-5}}{1.02} = 2.8\times 10^{-4}$ วินาที **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 10.5 ความต่างศักย์ 50 V ต่อกับขดลวด ซึ่งมีค่าความเหนี่ยวนำ L = 50 mH และความต้านทาน R = 180 โอห์ม จงหาอัตราการเพิ่มของกระแสหลังจากเวลาผ่านไป 0.01 วินาที

วิธีทำ จาก $$i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-Rt/L}\right)$$

$$\therefore \frac{di}{dt} = \frac{\varepsilon}{R}\times\frac{R}{L}e^{-Rt/L} = \frac{\varepsilon}{R}e^{-Rt/L}$$

แทนค่า ε = 50 V, L = 50×10^{-3} H, R = 180 Ω, t = 0.001 s

$$\therefore \frac{di}{dt} = \frac{50}{50\times10^{-3}}e^{\frac{-180\times0.001}{50\times10^{-3}}}$$

$$= 10^3\times e^{-3.6} = 27 \quad A/s$$ **ตอบ**

10.4 ความสัมพันธ์ของพลังงานและสนามแม่เหล็ก

จาก Loop-theorem

$$\varepsilon = iR+L\frac{di}{dt}$$

อาศัยหลักการของกฎอนุรักษ์ของพลังงาน จะได้อัตราพลังงานในวงจรทั้งหมด

$$\varepsilon i = i^2R-Li\frac{di}{dt}$$

ดังนั้นอัตราพลังงานเฉพาะที่สะสมในรูปของอำนาจแม่เหล็ก

$$\frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt}$$

ถ้าอินทิเกรตสมการนี้จะได้

$$U_B = \int_0^i Li\,di$$

ดังนั้นพลังงานที่สะสมในรูปของอำนาจแม่เหล็กทั้งหมดคือ

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \qquad (10.4)$$

ตัวอย่างที่ 10.6 ขดลวดขดหนึ่งมีค่าความเหนี่ยวนำ (Inductance) เท่ากับ 5 Hและความต้านทาน 20 โอห์ม ถ้าให้แรงเคลื่อนไฟฟ้าเข้าไป 100 V จะมีพลังงานที่สะสมไว้ในรูปของอำนาจแม่เหล็กขณะที่กระไหลสูงสุดเท่าไร

วิธีทำ กระแสไหลสูงสุด $$i = \frac{100}{20} = 5 \text{ A}$$

∴พลังงานสะสมไว้ในรูปของอำนาจแม่เหล็ก $U_B = \frac{1}{2}Li^2$

$$= \frac{1}{2}\times5\times5^2 = 62.5 \quad J$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 10.7 ขดลวดขดหนึ่งมีค่าความเหนี่ยวนำ(Inductance) 3H ต่ออนุกรมกับความต้านทาน 10 โอห์ม และแรงเคลื่อนไฟฟ้า 3 V ในช่วง 0.30 วินาทีแรก

ก) จงหาอัตราพลังงานที่ได้จากแรงเคลื่อนไฟฟ้านั้น

ข) จงหาอัตราพลังงานความร้อนที่เกิดขึ้นตรงต่อความต้านทาน

ค) และอัตราพลังงานที่สะสมในรูปของอำนาจแม่เหล็ก

วิธีทำ ก) จาก $i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-Rt/L}\right)$

แทนค่าต่าง ๆ จะได้ $i = \left(\frac{3}{10}\right)\left(1-e^{-1}\right)=0.189\ \text{A}$

จาก $P_{\varepsilon} = \varepsilon\, i$

∴ อัตราพลังงานจากแรงเคลื่อนไฟฟ้า $= 3\times0.189 = 0.567\ \text{W}$ **ตอบ**

ข) จาก $P_z = i^2R$

∴ อัตราพลังงานความร้อนที่เกิดขึ้น $= (0.189)^2(10) = 0.357\ \text{W}$ **ตอบ**

ค) จาก $P_z = \frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt} = Li\left(\frac{\varepsilon}{L}e^{-tR/L}\right)$

∴ อัตราพลังงานที่สะสมไว้ในรูปของอำนาจแม่เหล็ก $= \varepsilon\, i\, e^{-tR/L}$

$= 3\times0.189+e^{-1} = 0.21\ \text{W}$ **ตอบ**

สรุป

1. ความเหนี่ยวนำ

$$L = \frac{N\phi_B}{i}$$

2. ค่าความเหนี่ยวนำในขดลวดโซลีนอยด์

$$L = \mu_0 n^2 l A$$

3. วงจร RL

$$L\frac{di}{dt}+iR = \varepsilon$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$$

4. ความสัมพันธ์ของพลังงานและสนามแม่เหล็ก

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2$$

แบบฝึกหัด

1.สายไฟฟ้าสองสาย สายหนึ่งส่งไฟฟ้าที่ 220 V และอีกสายหนึ่งส่งไฟฟ้าที่ 11000 V จงเปรียบเทียบเส้นผ่าศูนย์กลางของสายไฟทั้งสองโดยให้ความสูญเสียพลังงานในสายทั้งสองเท่ากัน (50:1)

2. ขดลวดตัวนำขดหนึ่งมีค่าความต้านทานเท่ากับ 9.5 โอห์ม ต่อเข้ากับแบตเตอรี่ 115 V ทันทีและเมื่อกระแสไหลสูงขึ้นถึง 10A นั้น อัตราการไหลของกระแสเท่ากับ 160 A/s จงหาค่าความเหนี่ยวนำของขดลวดนี้ (125 mH)

3. ขดลวดขดหนึ่งมีค่าความเหนี่ยวนำเท่ากับ 0.002 H จงหาค่าความเปลี่ยนแปลงของพลังงานแม่เหล็ก เมื่ออยู่ในอากาศและอยู่ในออกซิเจนเหลว กำหนดให้กระแสไหลในขดลวดเท่ากับ0.1A และ $\mu_r = 3.6\times10^{-7}$ T.m/Aและ$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ T.m/A $\left(4\times10^{-8}\ \text{J}\right)$

4. ขดลวดขดหนึ่งมีความต้านทาน 20 โอห์ม ต่อเข้ากับไฟ 100 V ที่กระแส 3 Aอัตราการเพิ่มกระแสมีค่าเท่ากับ 80 A/sจงหาค่าความเหนี่ยวนำของขดลวดและจงหาพลังงานที่สะสมในขดลวดเมื่อแรงเคลื่อนไฟฟ้าเท่ากับศูนย์ (500 mH, 6.25 J)

5. เครื่องกำเนิดไฟฟ้าแบบง่าย ๆ เครื่องหนึ่งให้ไฟสูงสุดเท่ากับ 160 V ณ จุดที่ขดลวดทำมุม 50 องศากับแนวฟลักซ์แม่เหล็กจะให้ไฟเท่ากับกี่โวลท์ (102 V)

6. ฟลักซ์แม่เหล็กของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ 400Wb จะให้แรงเคลื่อนไฟฟ้า 150 V เมื่อหมุน 1300 รอบต่อนาที ถ้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้านี้หมุน 2400 รอบต่อนาที จะมีความต่างศักย์เท่ากับเท่าไร เมื่อความต้านทานเท่ากับ 1.2 โอห์ม และกระแสใช้งานเท่ากับ 25 A (170 V)

7. เครื่องกำเนิดไฟฟ้าดีซีเครื่องหนึ่งมีความต้านทานภายใน 0.12 โอห์ม ให้แรงเคลื่อนไฟฟ้า 124 V และความต่างศักย์ขณะใช้งานเดิมที่เท่ากับ 115 V จงหาพลังงานของเครื่องกำเนิดไฟฟ้านี้ (8.62 kW.)

8. เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องหนึ่งมีความต้านทานภายใน 1.5 โอห์ม สามารถให้กำลังไฟ 3 กิโลวัตต์ ที่ 120 V จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าและประสิทธิภาพของเครื่องกำเนิดไฟฟ้านี้ (158 V, 74.2%)

9. ในวงจร LR ถ้ากระแสไฟฟ้าไหลเพิ่มขึ้นเป็นหนึ่งในสามส่วน ของกระแสสูงสุดในเวลา 5 วินาที จงหาว่า Time Constant ของวงจรนั้น (12 วินาที)

10. ค่าความเหนี่ยวนำของขดลวดหนึ่งเท่ากับ 2 H และมีค่าความต้านทานเท่ากับ 10 โอห์ม ต่อเข้ากับแบตเตอรี่แรงเคลื่อนไฟฟ้า 100 V (ก) จงหากระแสสูงสุด และ (ข) จงหาพลังงานที่สะสมอยู่ในขดลวดนั้น (10 A, 100 J)

11. จงพิสูจน์ว่าความเหนี่ยวนำของเส้นลวดยาว l มีค่าสัมพันธ์กับฟลักซ์ภายในเส้นลวดเท่ากับ $\frac{\mu_0 l}{8\pi}$ ซึ่งไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเส้นผ่าศูนย์กลางของเส้นลวด

เอกสารอ้างอิง

ไพโรจน์ ตรีณธนากุล. (2531). **ฟิสิกส์พื้นฐาน ไฟฟ้าแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1).กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. ,Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Popovic, Z., Popovic, B. D., (1999). **Introductory Electromagnetics** (1st ed.). New Jersey: Prentice Hall.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 11

สารแม่เหล็ก

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. กฎของแอมแปร์กับความเข้มของอำนาจแม่เหล็ก
2. ประเภทสสารทางแม่เหล็ก

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณกฎของแอมแปร์กับความเข้มของอำนาจแม่เหล็กได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณเพื่อจำแนกประเภทสสารทางแม่เหล็กได้

3.เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

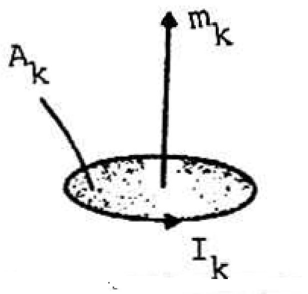
บทที่ 11
สารแม่เหล็ก

11.1 กฎของแอมแปร์กับความเข้มของอำนาจแม่เหล็ก

จากบทที่ 8 ได้กล่าวไว้ว่าสนามแม่เหล็กเกิดจากกระแสไฟฟ้า หรือการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน สำหรับในสสารต่าง ๆ นั้น อำนาจแม่เหล็กเกิดขึ้นได้จากกระแสไฟฟ้าสองรูปแบบคือ

1. กระแสที่เกิดจากการโคจรของอิเล็กตรอนรอบ ๆ นิวเคลียสของโมเลกุลของสสารนั้น ซึ่งเป็นพฤติกรรมของสปิน (Spin) ของอะตอมนั้น
2. กระแสที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนอิสระไหลผ่านไประหว่างอะตอมหรือโมเลกุลของสสาร เช่นเดียวกับการไหลของประจุ (drift charge) ในตัวนำทั่วไป

ในบทนี้จะได้พิจารณาถึงสนามแม่เหล็กที่เกิดจากอิเล็กตรอนที่โคจรรอบนิวเคลียสอันเป็นคุณสมบัติประจำตัวของสสารนั้น ๆ



รูปที่ 11.1วงแหวนกระแสที่เกิดจากการโคจรของอิเล็กตรอนรอบนิวเคลียส
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 205)

สมมติว่าสสารเล็ก ๆ ชิ้นหนึ่ง มีวงแหวนกระแสวิ่งรอบ ๆ อยู่จำนวน n. วงและณวงที่ k มีกระแสไหลผ่าน I_k แอมแปร์ และพื้นที่วงแหวนนี้เท่ากับ A_k ดังแสดงในรูปที่ 11.1 จากหัวข้อที่ 8.2 สามารถหาขนาดของ Magnetic moment (m_k)ได้เท่ากับ

$$m_k = I_k A_k \qquad (11.1)$$

แต่วงแหวนกระแสมีทั้งหมด n วง

ดังนั้น Magnetic moment ทั้งหมดเท่ากับ $\sum_{k=1}^{n} \overline{m}_k$

กำหนดให้ M มีค่าเท่ากับ Magnetic moment ต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร และเรียกว่า Magnetizationและ dV เป็นปริมาตรเล็กๆของสสาร ชิ้นนั้น

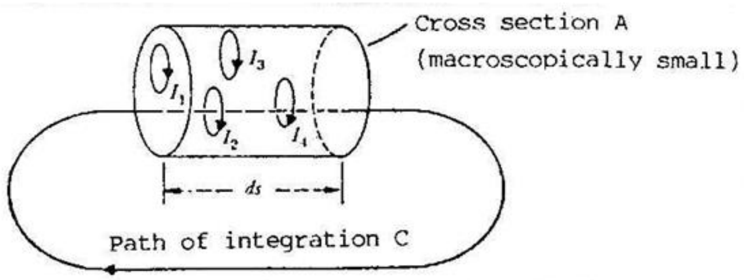
∴ Magnetization ของสสารนั้น

$$\overline{M} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \overline{m}_k}{dV} \qquad (11.2)$$

ในการหาค่าสนามแม่เหล็ก (B) ของสสาร ซึ่งมีทั้งกระแสวงแหวนและกระแสอิสระในสสารนั้น จะหาได้โดยอาศัยกฎของแอมแปร์

$$\oint_c B_s\ ds = \mu_0 I = \mu_0\left[(\text{กรแสอิสระ})+(\text{กระแสวงแหวน})\right]$$

สำหรับการหาค่ากระแสวงแหวนนั้นทำได้โดยสมมติกระแสวงแหวนต่างๆ $(I_1, I_2, I_3, \ldots\ldots\ldots\ldots)$ ไหลในสสาร (ตัวนำ) ที่มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ A ยาวเป็นวงกลมเท่ากับ C ดังแสดงในรูปที่ 11.2



รูปที่ 11.2การหาค่าสนามแม่เหล็กในสสาร
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 207)

จากค่า Magnetic moment , $m_k = I_k A_k$ เราสามารถหาค่าสัดส่วนของกระแสวงแหวน $\left(\frac{m_k}{A}\right)$ บนพื้นที่หน้าตัด A ได้เป็น $I_k\left(\frac{A_k}{A}\right)$ และมีทิศทางขนานกับ ds ด้วย

ดังนั้นกระแสวงแหวนรวม

$$I_1\frac{A_1}{A}, I_2\frac{A_2}{A}, I_3\frac{A_3}{A}+..= \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k}{A}$$

จาก $\quad \bar{M} = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} m_k}{dV}$

ดังนั้น $\quad \dfrac{\sum_{k=1}^{n} m_k}{dV} = \dfrac{\bar{M}dv}{A} - \dfrac{\bar{M}Ads}{A} = \bar{M}ds$

$$\therefore \text{ กระแสวงแหวนรวมทั้งหมด } = \oint_c \bar{M}ds$$

จาก $\quad \oint_c Bds = \mu_0\left[(\text{กรแสอิสระ})+(\text{กระแสวงแหวน})\right]$

$$= \mu_0\left[I_f + \oint_c M_s ds\right]$$

$$\therefore \oint_c\left(\frac{B}{\mu_0}+M_s\right) ds = I_f \qquad (11.3)$$

เมื่อ I_f = กระแสอิสระและM_s = คือ$\bar{M}$ที่มีทิศทางเดียวกับ ds

กำหนดให้ H เป็นความเข้มของสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสในสสารนั้น ๆ มีหน่วยเป็นแอมแปร์ต่อเมตร (A/m)

ดังนั้น $\quad \bar{H} = \dfrac{\bar{B}}{\mu_0} - \bar{M}_s \qquad (11.4)$

แทนค่าในสมการ $\quad \oint_c\left(\dfrac{B}{\mu_0} - M_s\right) ds = I_f$

จะได้สมการความเข้มของสนามแม่เหล็กดังนี้ $\quad \oint_c H_s ds = I_f \qquad (11.5)$

ตัวอย่างที่ 11.1 ในการทำให้เหล็กมีอำนาจแม่เหล็กจะต้องใช้ค่า $M = 1.7\times10^{6}$ A/m ถ้าอำนาจแม่เหล็กนี้เกิดจากการวิ่งของอิเล็กตรอนรอบอะตอมละหนึ่งตัวตามกฎของบอร์(Bohr)ทั้งหมดจงหาว่าจะมีจำนวนอะตอมกี่อะตอมในหนึ่งหน่วยปริมาตร

วิธีทำ ตามทฤษฎีของบอร์Magnetic moment ของอิเล็กตรอนแต่ละตัว

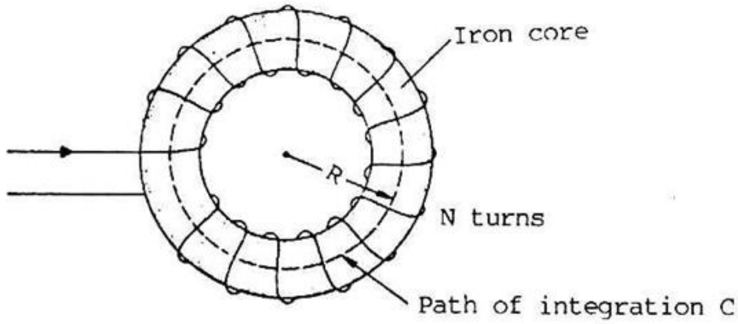
$$m_k = \frac{e\bar{h}}{2m_e} = 9.27\times10^{-24} \text{ A.m}^2$$

จากโจทย์กำหนดให้ $M = 1.7\times10^{6}$ A.m^2

$\therefore$มีอะตอมทั้งหมด $= \dfrac{1.7\times10^{6}}{9.27\times10^{-24}} = 1.83\times10^{29}$อะตอม /m^3 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 11.2 วงแหวนทอรอยเส้นรอบวงเฉลี่ยเท่ากับ 0.4 เมตร ไม่มีค่าแม่เหล็กภายในตอนเริ่มต้น (M=0) นำมาพันด้วยลวดจำนวน 500 รอบ แล้วให้กระแสไหลผ่านเท่ากับ 0.8 A ปรากฏว่าสนามแม่เหล็กภายในวัดได้เท่ากับ 1.58 T. จงหาความเข้มของสนามแม่เหล็กและ Magnetic moment ของวงแหวนทอรอยด์นั้น

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 11.2
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 209)

จากรายละเอียดที่แสดงในรูปที่ แสดงให้เห็นว่าค่า $\overline{BH}$ และ $\overline{M}$ มีทิศทางขนานกันและวิ่งตามเส้นรอบวง C ด้วย

จาก $\oint_c H_s ds = I_f$

และ $NI = I_f$

จะได้ $NI = \oint_c H_s ds = H\oint_c ds = H\,2\pi R$

$\therefore$ ความเข้มสนามแม่เหล็ก $H = \dfrac{NI}{2\pi R} = \dfrac{500\times0.8}{0.4} = 100$ A/m **ตอบ**

จาก $\overline{H} = \dfrac{\overline{B}}{\mu_0} - \overline{M}$

$\therefore$ ค่า Magnatic moment $M = \dfrac{\overline{B}}{\mu_0} - H = \dfrac{1.58}{4\pi\times10^{-7}} - 1000$

$= 1.26\times10^{6} - 1000 = 1.26\times10^{6}$ A/m **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 11.3 จากตัวอย่างที่ 11.2 ถ้าไม่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน ปรากฏว่ายังคงวัดค่าสนามแม่เหล็ก (B) ในวงแหวนทอรอยด์ได้เท่ากับ 0.55 T จงหาค่าความเข้มของสนามแม่เหล็กและ Magnetic moment (โมเมนต์แม่เหล็ก) ของวงแหวนนี้

วิธีทำ จาก $H\,2\pi R = NI$

เมื่อ $I = 0$ ดังนั้นสนามแม่เหล็ก $H = 0$

จาก $M = \frac{B}{\mu_0} - H = \frac{0.55}{4\pi\times10^{-7}} - 0$

∴ Magnetic moment, $M = 4.4\times10^{5}$ A/m **ตอบ**

11.2 ประเภทสสารทางแม่เหล็ก

การแยกประเภทสสารตามคุณสมบัติทางอำนาจแม่เหล็กนั้น สามารถกำกับโดยค่าคงที่2 ค่า ค่าคงที่ทั้งสองนี้เป็นค่าที่ไม่มีมิติและหน่วย ค่าแรกคือค่า Magnetic Susceptibility (χ) ซึ่งเป็นค่าจากสมการ

$$\overline{M} = \chi\overline{H} \tag{11.6}$$

และค่าที่สองคือค่า Permeability (μ) ซึ่งเป็นค่าจากสมการ

$$\overline{B} = \mu\overline{H} \tag{11.7}$$

ในสุญญากาศ ค่า M = 0 ให้ค่า permeability เป็น μ_0 ดังนั้นค่า relative permeability (μ_m) จะเท่ากับ

$$\mu_m = \frac{\mu}{\mu_0} = 1+\chi \tag{11.8}$$

การจัดแบ่งประเภทของสสารตามคุณสมบัติทางแม่เหล็กนี้แบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ Diamagnetic, Paramagnetic และ Ferromagnetic ซึ่งสารพวก Diamagnetic และ Paramagnetic มีค่า Magnetic Susceptibility ต่าง ๆ ดังตัวอย่างในตารางที่แสดงนี้

ตารางที่ 11.1 ค่า Magnetic Susceptibility ของตัวอย่างสาร Diamagnetic และ Paramagnetic ที่อุณหภูมิห้อง
ที่มา (ไพโรจน์ ตรีณธนากุล, 2531, หน้า 211)

สาร Paramagnetic	χ	สาร Diamagnetic	χ
Aluminum	2.3×10^{-5}	Bismuth	-1.66×10^{-5}
Calcium	1.9×10^{-5}	Copper	-9.8×10^{-6}
Chromium	2.7×10^{-4}	Diamond	-2.2×10^{-5}
Lithium	2.1×10^{-5}	Gold	-3.6×10^{-5}
Magnesium	1.2×10^{-5}	Lead	-1.7×10^{-5}
Niobium	2.6×10^{-4}	Mercury	-2.9×10^{-5}
Oxygen	2.1×10^{-6}	Nitrogen	-5.0×10^{-9}

11.2.1 สาร Diamagnetic

สาร Diamagnetic จะมีค่า Magnetic susceptibility น้อยกว่าหนึ่งและเป็นลบเสมอโดยค่า Magnetic susceptibility นี้ จะคงที่เสมอไม่ว่าค่า B จะเปลี่ยนแปลงอย่างไร ดังนั้นค่า Magnetic moment ต่อหน่วยปริมาตรจะผันแปรกับค่าของ B แต่มีทิศทางตรงกันข้ามเสมอ

หลักการของ diamagnetism ของสารdiamagnetic ก็คือเมื่อมีสนามแม่เหล็กภายนอก (B) มากระทำต่อสารนี้เมื่อใดจะก่อให้เกิด Magnetic moment (m) ที่มีขนาดเท่ากับ B แต่มีทิศทางตรงกันข้ามเกิดขึ้นทันที เพราะฉะนั้นสารพวก diamagnetic จะแสดงออกในลักษณะผลักหรือต่อต้านสนามแม่เหล็ก

11.2.2 สารParamagnetic

สาร Paramagnetic นี้ จะมีค่า Magnetic susceptibility เป็นลบแต่มีค่าไม่เกินลบหนึ่งเสมอ สารพวกนี้อะตอมจะมี Magnetic moment ที่ถาวร เมื่อให้สนามแม่เหล็ก (B) เข้าไป Magnetic moment (m) เหล่านี้จะพยายามบิดตัวเองให้ไปอยู่ในทิสทางเดียวกับ B ทำให้เกิด Magnetization (M) ในทิศทางของ B

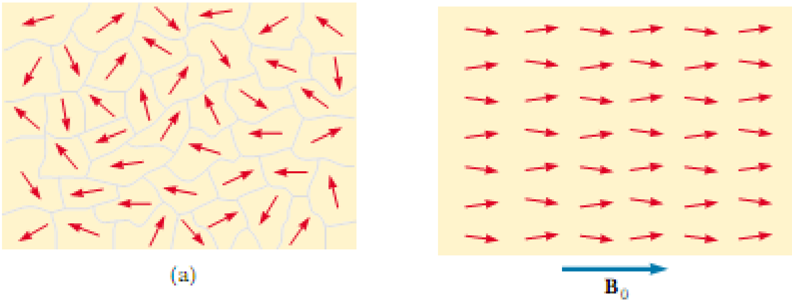
ค่า M จะเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับความเร็วของอิเลคตรอน และความเร็วของอิเลคตรอนเปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิ (T) ของสาร ดังนั้นค่า Magnetic susceptibility ของสาร Paramagnetic จะขึ้นอยู่กับอุณภูมิ คือ

$$\chi \propto \frac{1}{T}$$

อย่างไรก็ตามค่า Magnetic moment ที่เกิดขึ้นในสารพวก Paramagnetic นี้มีค่าน้อยมาก เมื่อเทียบกับสนามแม่เหล็ก B จะมีค่าน้อยกว่า 0.01 % ดังนั้นสารพวกนี้จึงจัดว่าไม่เป็นสารแม่เหล็ก (Nonmagnetic) คือ ไม่มีปฏิกิริยาใด ๆ กับอำนาจแม่เหล็กเลย

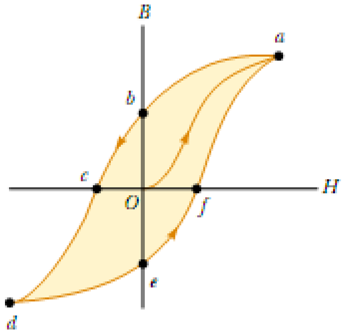
11.2.3 สารFerromagnetic

สารFerromagnetic นี้ อะตอมส่วนมากจะเป็นพวกที่มี Magnetic momentที่ถาวรและจะรวมตัวกันเป็นกลุ่ม ๆ จัดเป็นเสมือนแท่งแม่เหล็กเล็ก ๆ (Magnetic domains) อยุ่ภายในสารนี้มากมาย ก่อนที่สารนี้จะอยุ่ในสนามแม่เหล็ก แท่งแม่เหล็กเล็ก ๆ เหล่านี้จะอยู่กระจัดกระจายไม่เป็นระเบียบ ทำให้อำนาจแม่เหล็กถูกหักล้างกันไปหมด ดังรูปที่ 11.3(a) จึงไม่แสดงอำนาจแม่เหล็กออกมาสู่ภายนอกและเมื่อนำไปไว้ในสนามแม่เหล็ก แม่เหล็กแท่งเล็ก ๆ เหล่านี้จะเรียงตัวกันในทิศทางเดียว ทำให้แสดงอำนาจแม่เหล็กออกภายนอกสารได้ ดังรูปที่ 11.3(b) สารเหล่านี้บางพวก เมื่อนำออกมาจากสนามแม่เหล็ก แม่เหล็กแท่งเล็ก ๆ เหล่านั้น จะกระจัดกระจายเช่นเดิม ซึ่งจะไม่สามารถแสดงอำนาจแม่เหล็กออกมาได้ สารพวกนี้เป็นพวกสารแม่เหล็กชั่วคราว และอีกพวกหนึ่ง เมื่อนำออกมาจากสนามแม่เหล็กแล้วแท่งแม่เหล็กเล็ก ๆ เหล่านั้น ยังคงเรียงตัวกันอยู่ซึ่งยังสามารถแสดงอำนาจแม่เหล็กออกมาได้ พวกนี้เรียกว่าสารแม่เหล็กถาวร คุณสมบัตินี้สามารถแสดงโดยHysteresis Loop ดังแสดงในรูปที่ 11.4



รูปที่ 11.3 (a) Magnetic domain ของสาร Ferromagnetic (b) Magnetic domain เมื่ออยู่ในสนามแม่เหล็กภายนอก B_0

ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 960)



รูปที่ 11.4 Hysteresis Loop

ที่มา (Halliday, Resnick, & Walker, 2005, หน้า 961)

สารแม่เหล็กถาวรที่ดีจะมีพื้นที่ภายใน loop มาก และถาวรน้อยจะมีพื้นที่น้อยลงหรือloop จะแคบลง

สรุป

1. Magnetic moment

$$m_k = I_k A_k$$

2. Magnetization

$$\overline{M} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \overline{m_k}}{dV}$$

3. ความเข้มของสนามแม่เหล็ก

$$\overline{H} = \frac{\overline{B}}{\mu_0} - \overline{M_s}$$

4. Magnetic Susceptibility

$$\overline{M} = \chi \overline{H}$$

5. Relative permeability

$$\mu_m = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi$$

6. ประเภทของสารแม่เหล็ก
    - Diamagnetic
    - Paramagnetic
    - Ferromagnetic

แบบฝึกหัด

1.ขดลวดทอรอยด์ประกอบด้วยลวด 100 รอบพันรอบแกนเหล็กซึ่งมีค่า $\mu = 1000\mu_0$เส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย 48 cm. มีพื้นที่ภาคตัดขวางของแกนเหล็ก 2 cm^2 ถ้ามีกระแสไหลผ่าน 10 A จงหาฟลักซ์แม่เหล็กทั้งหมดในแกนเหล็ก (5.24×10^{-4} Wb)

2. ขดลวดทอรอยด์เส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย 50 cm. มีพื้นที่ภาคตัดขวางของแกนเหล็ก 4 cm^2 มีค่า Magnetic Susceptibility เท่ากับ 2000 ถ้าจะตัดแกนให้ขาดจากกันโดยทำให้พลังงานสะสมอยู่ในช่องอากาศนั้นมีค่าเท่ากับพลังงานสะสมในแกนทั้งหมด จะต้องตัดแกนให้ห่างกันเท่าใด(0.0025 cm.)

3.แม่เหล็กแท่งหนึ่งมีค่าโมเมนต์แม่เหล็กเท่ากับ 10^{-6} Wb-m จงหาความเข้มของสนามแม่เหล็กในแนวแกนห่างจากจุดศูนย์กลาง 1 m.(0.127 A-m)

4. แม่เหล็กแท่งเล็กแท่งหนึ่งแกว่งในสนามแม่เหล็กซึ่งเกิดจากแม่เหล็กแท่งใหญ่ด้วยคาบ T วินาที เมื่อห่างจากจุดศูนย์กลางของแม่เหล็กแท่งใหญ่ 1 เมตร จะต้องวางแม่เหล็กแท่งเล็กในแนวแกนของแม่เหล็กแท่งใหญ่ห่างออกไปเป็นระยะเท่าใดจึงมีคาบการแกว่งเท่าเดิม(0.795 m.)

5. ค่าโมเมนตัมเชิงมุมของอิเล็กตรอนเท่ากับ 5.26×10^{-35} kg-m^2/s และมีรัศมีของอิเล็กตรอน 2.8×10^{-15} m. ถ้ากำหนดให้อิเล็กตรอนเป็นทรงกลม อิเล็กตรอนจะมีความเร็วเชิงมุมเท่าใด (1.11×10^{25} rad/s)

6. โมเมนต์แม่เหล็กของอิเล็กตรอนเท่ากับ 1.16×10^{-29} Wb-m และมีรัศมี 2.8×10^{-15} m. ถ้าอิเล็กตรอนมีลักษณะเป็นวงแหวนที่มีประจุไฟฟ้า วงแหวนนี้จะต้องหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมเท่าใด และประจุไฟฟ้าจะต้องเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่าใด (1.11×10^{25} rad/s, 4.12×10^{10} m/s)

7. ระยะทางจากขั้วโลกถึงเส้นศูนย์สูตรมีค่า 10^7 m. เมื่อวัดตามผิวโลก ถ้าโมเมนต์แม่เหล็กของโลกมีค่า 1.05×10^{17} Wb-m จะต้องนำลวดพันรอบโลกตามแนวศูนย์สูตรและผ่านกระแสไฟฟ้าเท่าใด จึงจะทำให้หักล้างค่าโมเมนต์แม่เหล็กของโลกได้พอดี (6.6×10^8 A-turns)

เอกสารอ้างอิง

ไพโรจน์ ตรีณธนากุล. (2531). **ฟิสิกส์พื้นฐาน ไฟฟ้าแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1).กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ

ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2550). **ฟิสิกส์ 2**(พิมพ์ครั้งที่ 15).กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7^{th} ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. ,Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Popovic, Z., Popovic, B. D., (1999). **Introductory Electromagnetics** (1^{st} ed.). New Jersey: Prentice Hall.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 12

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. สมการของแมกซ์เวลล์
2. สมการคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า
3. พลังงานและโมเมนตัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า
4. โพลาไรเซชันของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า
5. การแผ่รังสีของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า
6. การเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในตัวกลาง
7. สเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณสมการของแมกซ์เวลล์ได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณสมการคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณพลังงานและโมเมนตัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณโพลาไรเซชันของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้
5. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณการแผ่รังสีของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้
6. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณการเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในตัวกลางได้
7. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณสเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้
8. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 12
คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

12.1สมการของแมกซ์เวลล์

สมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equation) เป็นสมการหลักที่เป็นพื้นฐานของปรากฏการณ์ทางแม่เหล็กและไฟฟ้า ซึ่งแมกซ์เวลล์ได้รวบรวมกฎที่สำคัญ 4 กฎด้วยกัน ดังนี้

ตารางที่ 12.1สมการของแมกซ์เวลล์สำหรับสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

ที่มา (Zoya Popovic& Branco D. Popovic, 1999, หน้า 367 และ 369)

กฎ	แบบอินทิกรัล	แบบดิฟเฟอเรนเชียล
ข้อ 1. กฎของเกาส์สำหรับ สนามไฟฟ้า	$\varphi_E = \oint \vec{E}.\hat{e}_n \, ds = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$	$\overline{\nabla} . \vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$
ข้อ 2. กฎของเกาส์สำหรับ สนามแม่เหล็ก	$\varphi_B = \oint_s \vec{B}.\hat{e}_n ds = 0$	$\overline{\nabla} . \vec{B} = 0$
ข้อ 3. กฎของฟาราเดย์ - เฮนรี	$\oint_L \vec{E}.d\vec{l} = -\dfrac{d}{dt}\int_s \vec{B}.\hat{e}_n ds$	$\overline{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
ข้อ 4. กฎของแอมแปร์ - แมกซ์เวลล์	$\oint_L \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I_0 + \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{d}{dt}\oint_s \vec{E}.\hat{e}_n ds$	$\overline{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

สมการของแมกซ์เวลล์ที่พิจารณาอยู่ในขณะนี้จะใช้ได้สำหรับกรณีสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กอยู่ในสูญญากาศเท่านั้น ถ้าเป็นกรณีของสารอื่น ๆ โดยทั่วไปเราจะแทนค่า ε_0 ด้วยค่า ε ซึ่งเท่ากับ $\kappa\varepsilon_0$ เมื่อ κ คือ ค่าคงตัวของไดอิเล็กทริก และแทนค่า μ_0 ด้วย μ

จากกฎทั้ง 4 กฎ ซึ่งเป็นสมการของแมกซ์เวลล์ จึงได้เรียกว่า คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า เพราะเป็นคลื่นที่มีทั้งการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

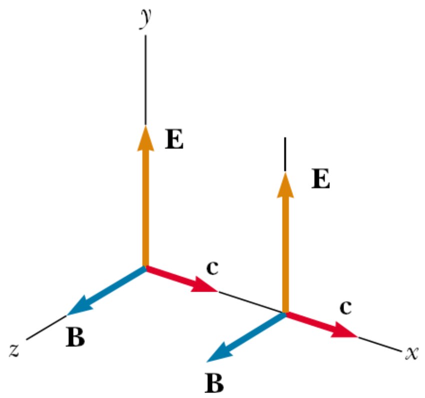
12.2สมการคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

จากสมการของแมกซ์เวลล์ ข้อ 3 และ 4คือ

$$\overline{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{12.1}$$

และ

$$\overline{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{12.2}$$



รูปที่ 12.1แสดงทิศของสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ และสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$

ที่มา (Serway & Beichner , 2000 , หน้า 1069)

ให้ $\vec{E}$ อยู่ในแนวแกน yและ $\vec{B}$ อยู่ในแนวแกน z จะได้คำตอบของ (12.1) และ (12.2) คือ

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad (12.3)$$

และ
$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial x} = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (12.4)$$

หาอนุพันธ์สมการ (12.3)อีกครั้งจะได้

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial^2 x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial x}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(-\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

จะได้
$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \qquad (12.5)$$

หาอนุพันธ์สมการ (12.4) อีกครั้งจะได้

$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \qquad (12.6)$$

ซึ่งสมการ (3.5) และ (3.6)สามารถเขียนในรูปทั่วไป แกน x, y, z ได้ดังนี้

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial^2 t^2} = 0 \qquad (12.7)$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \qquad (12.8)$$

ซึ่งสมการ (12.5) และ (12.6) เป็นสมการคลื่นที่เคลื่อนที่ในแนวแกน x ด้วยความเร็ว c เมื่อ

$$c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}} \qquad (12.9)$$

เมื่อแทน μ_0 และ ε_0 ลงไปใน (12.9) แล้วจะได้ $c = 3 \times 10^8$ m/s

จากสมการ (12.7) และ (12.8) เป็นสมการ การเคลื่อนที่ของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าในสูญญากาศ มีค่าเท่ากับความเร็วแสง และต่อมาสามารถพิสูจน์ได้ว่า แสงคือคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในช่วงความถี่หนึ่งนั่นเอง

จากสมการที่ (12.5) และ (12.6)เราสามารถหาคำตอบของสมการได้ดังนี้

$$E = E_0 \sin K(x - ct)$$

หรือ $$E = E_0 \sin(Kx - \omega t) \qquad (12.10)$$

$$B = B_0 \sin K(x - ct)$$

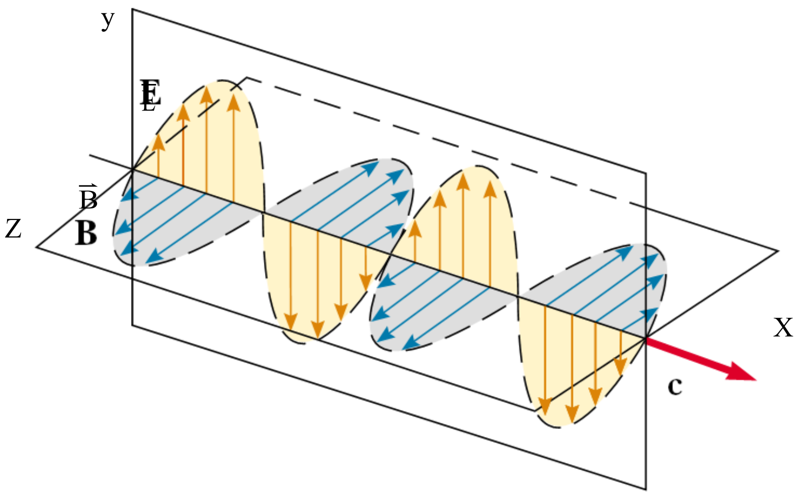
หรือ $$B = B_0 \sin(Kx - \omega t) \qquad (12.11)$$

เมื่อ $K = \frac{2\pi}{\lambda}$

B_0 , E_0 = แอมปลิจูดของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้า ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$E = cB \qquad (12.12)$$

โดยที่ทิศของ $\vec{E}$ และ $\vec{B}$ ในตำแหน่งต่าง ๆ จะตั้งฉากซึ่งกันและกัน ดังรูปที่ 12.2



รูปที่ 12.2แสดงสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเคลื่อนที่ตามแกน x
ที่มา (Serway & Beichner , 2000 , หน้า 1080)

สรุปสมบัติของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

1. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นสมการคลื่นรูปไซน์
2. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเคลื่อนที่ในสุญญากาศด้วยความเร็วเท่ากับความเร็วแสง
3. สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเคลื่อนที่ตั้งฉากกันเสมอ ผลคือ $\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$ จึงกล่าวได้ว่าคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นคลื่นตามขวาง (Transverse wave)
4.คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถแผ่ออกไปได้ในสุญญากาศและประพฤติตามหลักการซ้อนทับ (Superposition principle) ของคลื่นได้
5. แสงเป็นคลื่นตามขวาง และเป็นส่วนหนึ่งของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

ตัวอย่างที่ 12.1คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าความถี่ 40 MHz เคลื่อนที่ในอวกาศตามแกน x โดยมีขนาดของสนามไฟฟ้าสูงสุด 750 N/C และมีทิศตามแกน y

ก.) จงหาความยาวคลื่น และคาบการเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้านี้

ข.) จงหาขนาดของสนามแม่เหล็กสูงสุด

ค.) จงเขียนสมการคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

วิธีทำก.) จาก $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3x10^8}{40x10^6} = 7.5\,\text{m.}$ **ตอบ**

จาก $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{40x10^6} = 2.5x10^{-8}\,\text{s}$ **ตอบ**

ข.) จาก $B = \frac{E}{c} = \frac{750}{3x10^8} = 2.5x10^{-6}\,\text{T}$ **ตอบ**

ค.) จาก $\omega = 2\pi f = 2\pi x40x10^6 = 8\pi x10^7\,\text{rad/s}$

และ $K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{7.5} = 0.83\,\text{m}^{-1}$

แทนค่าลงในสมการคลื่นของไฟฟ้า (12.10) และของแม่เหล็ก (12.11) จะได้

$E = 750\sin\left(0.83x - \left(8\pi x10^7\right)t\right)$ **ตอบ**

$B = 2.5x10^{-6}\sin\left(0.83x - \left(8\pi x10^7\right)t\right)$ **ตอบ**

12.3พลังงานและโมเมนตัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะพาพลังงานไปตามเส้นทางที่มันผ่านไป โดยอัตราการไหลของพลังงานอธิบายได้ด้วย พอยน์ติงเวกเตอร์ (Pointing vector) $\vec{S}$ คือ

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B} \quad (12.13)$$

ขนาดของ $\vec{S}$ คือ อัตราการถ่ายทอดพลังงานต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ ที่ตั้งฉากกับทิศของการเคลื่อนที่ หน่วยของ $\vec{S}$ คือ J/S m² หรือ W/m² และขนาดของ $\vec{S}$ คือ

$$S = \frac{EB}{\mu_0} \quad (12.14)$$

แต่จาก $E = cB$

ดังนั้น $S = \frac{E^2}{\mu_0 c} = \frac{cB^2}{\mu_0}$

ความเข้มของคลื่น (I) สามารถแทนด้วย พอยน์ติงเวกเตอร์เฉลี่ย คือ (S_{av}) และเนื่องจากค่าเฉลี่ย $\sin^2(Kx - \omega t) = \frac{1}{2}$ ดังนั้น

$$I = S_{av} = \frac{\varepsilon_0 E_0}{2\mu_0} = \frac{E_0^2}{2c\mu_0} = \frac{cB_0^2}{2\mu_0} \quad (12.15)$$

ค่าคงที่ $\mu_0 c$ เรียกว่า ความต้านทานเชิงซ้อน (Impedance) ของสุญญากาศ

$$\mu_0 c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi \;\approx\; 377 \;\; \Omega$$

พลังงานต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร คือ ความหนาแน่นของพลังงานขณะใดขณะหนึ่ง ซึ่งมีความสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้าดังนี้ คือ

$$E_p = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \tag{12.16}$$

เมื่อ E_p =พลังงานไฟฟ้าในหนึ่งหน่วยปริมาตรและความหนาแน่นพลังงานขณะใดขณะหนึ่งของสนามแม่เหล็กคือ

$$B_p = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \tag{12.17}$$

ทั้งนี้ เนื่องจาก $\vec{E}$ และ $\vec{B}$ เปลี่ยนแปลงตามเวลา (t) และ $B = \frac{E}{c}$ และ $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ จะได้

$$B_p = \frac{\left(\frac{E}{c}\right)^2}{2\mu_0} = \frac{\varepsilon_0 \mu_0 E^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \tag{12.18}$$

จะเห็นได้ว่า (12.16) เท่ากับ (12.18) ดังนั้น $E_p = B_p$

ให้ W เป็นความหนาแน่นของพลังงานทั้งหมด

$$W = E_p + B_p$$

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \varepsilon_0 E^2 \tag{12.19}$$

สมการที่ (12.19) เป็นสมการของพลังงานที่ส่งผ่านในรูปของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้านั่นเอง

ให้ I เป็นความเข้มของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

$$I = Wc = c\varepsilon_0 E^2$$

จากความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานของคลื่นกับโมเมนตัม

$$P = \frac{vW}{c^2}$$

สำหรับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า $v = c$

$$P = \frac{W}{c} \tag{12.20}$$

เมื่อ P เป็นความหนาแน่นของโมเมนตัมของคลื่น

ตัวอย่างที่12.2โลกได้รับพลังงานแสงอาทิตย์ด้วยอัตรา 1.4 x 10^3W/m^2 ถ้าสมมติว่าแสงอาทิตย์เป็นคลื่นระนาบ จงคำนวณหาความหนาแน่นของโมเมนตัมที่มากับคลื่น

วิธีทำจาก $W = \frac{I}{c}$

แทนค่า $I = 1.4 \text{ x } 10^3 \text{ W/m}^2$ และ $c = 3 \text{ x} 10^8 \text{ m/s}$

$$\mathrm{W} = \frac{1.4 \text{ x } 10^3}{3.8 \text{ x } 10^8} = 4.67 \text{ x } 10^{-6} \quad \mathrm{W}$$

$$\text{จาก } \mathrm{P} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{c}} = \frac{4.6 \text{ x } 10^{-6}}{3 \text{ x } 10^8} = 1.56 \text{ x } 10^{-14} \quad \mathrm{kg/sm^2}$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 12.3ความเข้มแสงในเมืองหนึ่งคือ 10 mW/cm^2

ก.) จงหาแอมปลิจูดสูงสุดของสนามไฟฟ้า

ข.) จงหาความหนาแน่นของพลังงานบนพื้นที่เป็นตัวกลางที่ดูดกลืนพลังงานอย่างสมบูรณ์

ค.) จงหาความหนาแน่นของพลังงานบนพื้นที่เป็นตัวกลางสะท้อนแสงอย่างสมบูรณ์

วิธีทำ ก.) จาก $I = \frac{E_0^2}{2c\mu_0}$

เมื่อ I = 10 mW/cm^2= 100 W/m^2จะได้

$$E_0 = \sqrt{2x377x100} = 275 \text{ N/C}$$ **ตอบ**

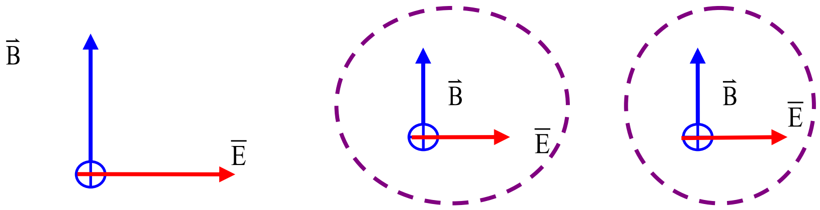
ข.) จากความหนาแน่นของพลังงาน $W = \frac{I}{c} = \frac{100}{3x10^8} = 3.3x10^{-7}$ N/m^2 **ตอบ**

ค.) ในการสะท้อนความหนาแน่นของพลังงานเป็นสองเท่าคือ 6.6x10^{-7}N/m^2 **ตอบ**

12.4โพลาไรเซชันของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

โพลาไรเซชันเป็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นเฉพาะคลื่นตามขวาง คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นคลื่นตามขวาง ซึ่งจะดูการโพลาไรซ์จากแนวของสนามไฟฟ้า เนื่องจากสนามไฟฟ้าตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กเสมอ จึงพิจารณาเฉพาะสนามไฟฟ้าเพียงอย่างเดียว ซึ่งโพลาไรเซชันของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแบ่งเป็น

1. โพลาไรเซชันตามเส้นหรือตามระนาบ (Linear or plane polarization) เกิดขึ้นเมื่อแนวของสนามไฟฟ้าที่มีทิศคงตัวตลอดเวลา คือจะชี้ตามแนวหนึ่งแนวใดไม่เปลี่ยนตามเวลา ดังแสดงจากภาพที่ 3.3 ก.



ก.โพลาไรเซชันตามเส้น ข.โพลาไรเซชันวงกลม ค.โพลาไรเซชันวงรี

รูปที่12.3แสดงโพลาไรเซชันของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

ที่มา http://slideplayer.in.th/slide/2066984/

2. โพลาไรเซชันตามวงกลม (Circular polarization) แนวของสนามไฟฟ้าจะชี้เป็นรัศมี ของวงกลม และจะหมุนรอบแกนที่เป็นแนวทางในการเคลื่อนที่ ดังภาพที่ 3.3 ข.

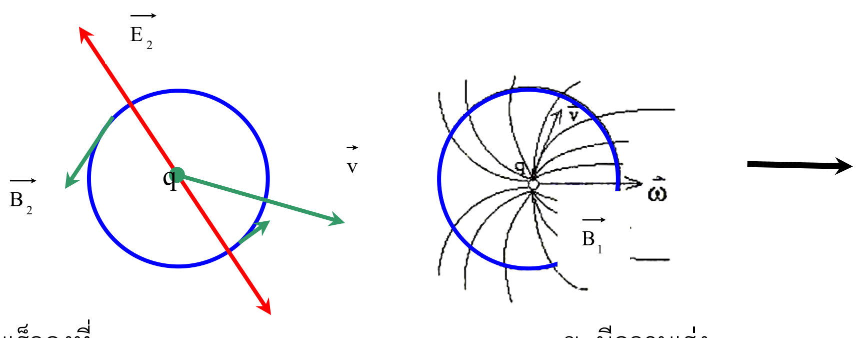
3. โพลาไรเซชันตามวงรี (Eliptical polarization) แนวของสนามไฟฟ้าจะชี้เป็นเส้นรอบวงของวงรี คือค่าของสนามไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงตามเวลา และการโพลาไรเซชันตามวงกลมเป็นกรณีหนึ่งของการโพลาไรเซชันตามวงรีนั่นเอง ดังภาพที่ 3.3 ค.

12.5 การแผ่รังสีของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

สำหรับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ต้นกำเนิดของสนามไฟฟ้าคือการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าหรือการสั่นของขั้วคู่แม่เหล็ก ซึ่งทำให้เกิดการแผ่รังสีไปรอบ ๆ ซึ่งเกิดจากสาเหตุ 2 ประการ คือ

1. **การแผ่รังสีของประจุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง**

ประจุจะส่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมาเมื่อ เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง ในขณะที่ประจุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ทิศทางของ $\vec{E}$ และ $\vec{B}$ เป็นไปตามภาพ ก. คือมี $\vec{E}$ ออกจากศูนย์กลางในแนวรัศมี และ $\vec{B}$ ตั้งฉากกับ $\vec{E}$



ก. ความเร็วคงที่ ข. มีความเร่ง

รูปที่ 12.4 แสดงประจุ q เคลื่อนที่ให้สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

ที่มา http://physics.fullerton.edu/~jimw/general/inertia/

ถ้าประจุ q เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง อัตราการเพิ่มของสนามด้านหน้าประจุมีมากกว่าอัตราการลดของสนามด้านหลังประจุตลอดเวลา จึงทำให้มีการปล่อยพลังงานออกมาในรูปของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ดังรูปที่ 12.4 ข.

ดังนั้นเมื่อประจุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งจะมีการสูญเสียพลังงานออกมาในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ดังนั้นในการเร่งอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าจะต้องมีการเพิ่มพลังงานส่วนหนึ่งเพื่อชดเชยในส่วนของพลังงานที่สูญเสียไป และถ้าให้อนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูงและหยุดลงทันที พลังงานทั้งหมดถูกส่งออกมาในรูปของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เรียกว่า เบรมสตราลุง (Brehmstralung)

2. **การแผ่รังสีจากการสั่นของโมเมนต์ขั้วคู่**

เมื่อมีโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าเกิดขึ้นจะมีสนามไฟฟ้า E เกิดขึ้นรอบ ๆ ขั้วคู่นั้นด้วย และเมื่อโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าเปลี่ยนไป สนามไฟฟ้าก็เปลี่ยนไปด้วย ผลจากการที่สนามไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงทำให้สนามแม่เหล็กเปลี่ยนแปลงด้วย โดยที่สนามแม่เหล็กตั้งฉากกับสนามไฟฟ้า พลังงานและ โมเมนตัมจะถูกส่งผ่านออกมาโดยรอบของขั้วคู่ไฟฟ้านั้น โดยโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้ามีค่ามากที่สุดเมื่ออยู่ในแนวตั้งฉากกับขั้วคู่นั้น และมีค่าเป็นศูนย์เมื่ออยู่ในแนวเดียวกับขั้วคู่ไฟฟ้า นั่นคือ การสั่นของขั้วคู่ไฟฟ้าจะไม่ส่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมาตามแนวแกนของขั้วคู่ไฟฟ้า ซึ่งโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้ามีค่าเป็น

$$\pi = \pi_0 \sin \omega t \qquad (12.21)$$

เมื่อ π = โมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าเวลา t ใด ๆ

π_0 = ค่าสูงสุดโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า

ω = ความถี่เชิงมุม

12.6การเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในตัวกลาง

การแผ่รังสีของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าไม่จำเป็นต้องอาศัยตัวกลางในการเคลื่อนที่ แต่เมื่อคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเคลื่อนที่ในตัวกลางที่ต่างกัน ทำให้ความเร็วในการเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในแต่ละตัวกลางเปลี่ยนแปลงด้วย ความเร็วของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในสูญญากาศมีค่าเป็น

$$c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

ถ้าพิจารณาตัวกลางใด ๆ โดยแทนค่า ε และ μ ซึ่งเป็นค่าคงตัวสำหรับตัวกลางนั้น ๆ และให้ v เป็นความเร็วของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในตัวกลางใด ๆ

$$v = \sqrt{\frac{1}{\mu\varepsilon}} \qquad (12.22)$$

ให้ n เป็นดัชนีหักเหของตัวกลางใด ๆ

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}}$$

$$n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$$

โดยที่ $$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \text{ และ } \mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

แต่โดยทั่วไป $$\mu = \mu_0$$

ดังนั้น $$n = \sqrt{\varepsilon_r} \tag{12.23}$$

โดยที่ ε_r คือ ปริมาณที่ขึ้นอยู่กับค่าความถี่ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ดังนั้น ดัชนีหักเหของตัวกลางใด ๆ จะขึ้นอยู่กับความถี่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าด้วย

12.7สเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

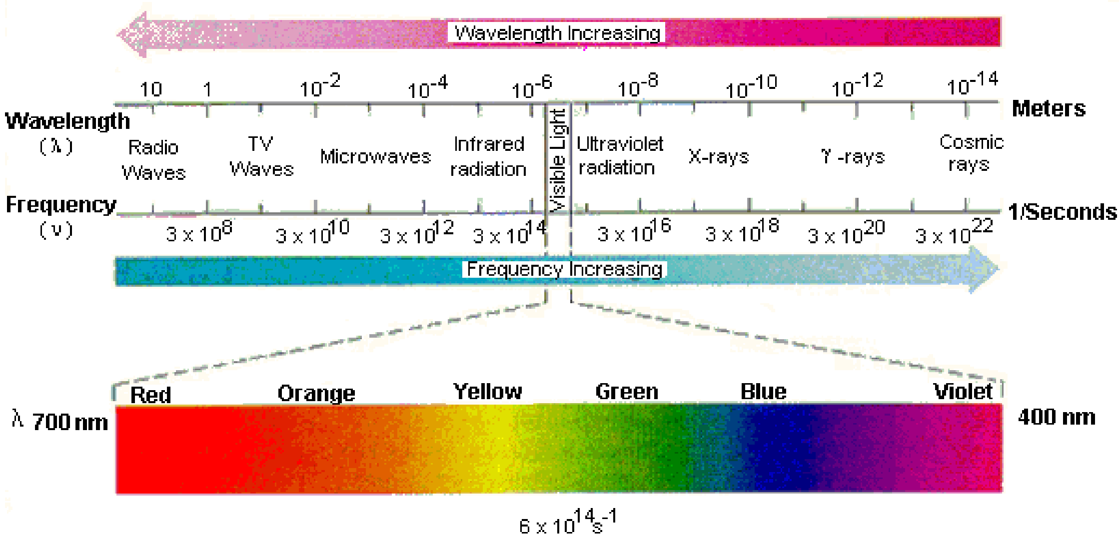
สเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า หมายถึง ช่วงความถี่ทั้งหมดของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เป็นไปได้ในทางทฤษฎีของแมกซ์เวลล์ โดยที่ความยาวคลื่นและความถี่มีความสัมพันธ์กันคือ

$$f = \frac{c}{\lambda} \tag{12.24}$$

เมื่อ f = ความถี่คลื่น (เฮิร์ตซ์ , Hz)

λ = ความยาวคลื่น (เมตร)

c =ความเร็วของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า = 3×10^8 m/s



รูปที่ 12.5สเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

ที่มา : http://chemed.chem.purdue.edu/genchem/topicreview/bp/ch6/atom_emrframe.html

แบ่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าตามความถี่ แบ่งเป็น 7 ประเภท คือ

1. คลื่นวิทยุและโทรทัศน์ ความถี่ 10^3-10^9 Hz
2. คลื่นไมโครเวฟ ความถี่ 10^9– 3×10^{11} Hz
3. รังสีอินฟราเรด (Infrared) ความถี่ 3×10^{11} - 4×10^{14} Hz
4. แสง (Visible light) ความถี่ 4×10^{14} - 8×10^{14} Hz

5. รังสีอัลตราไวโอเลต (Ultra violet) ความถี่ 8×10^{14} - 3×10^{17} Hz
6. รังสีเอ็กซ์ (X - ray) ความถี่ 3×10^{17} - 3×10^{18} Hz
7. รังสีแกมมา (γ - ray) ความถี่ 3×10^{18} - 10^{22} Hz

สรุป

1. สมการของแมกซ์เวลล์

ข้อที่ 1 $\varphi_E = \oint \vec{E}.\hat{e}_n \, ds = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$ หรือ $\overline{\nabla}.\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$

ข้อที่ 2 $\varphi_B = \oint_s \vec{B}.\hat{e}_n ds = 0$ หรือ $\overline{\nabla}.\vec{B} = 0$

ข้อที่ 3 $\oint_L \vec{E}.d\vec{l} = -\dfrac{d}{dt}\int_s \vec{B}.\hat{e}_n ds$ หรือ $\overline{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

ข้อที่ 4 $\oint_L \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I_0 + \varepsilon_0\mu_0 \dfrac{d}{dt}\oint_s \vec{E}.\hat{e}_n ds$ หรือ $\overline{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \varepsilon_0\mu_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

2. สมการคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

$$E = E_0 \sin(Kx - \omega t)$$

$$B = B_0 \sin(Kx - \omega t)$$

เมื่อ $K = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

3. ความเร็วแสงในสุญญากาศ

$$c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}} = \frac{E}{B} = 3\times10^8 \ m/s$$

4. พอยน์ติงเวกเตอร์

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}$$

5. ความเข้มของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

$$I = S_{av} = \frac{\varepsilon_0 E_0}{2\mu_0} = \frac{E_0^2}{2c\mu_0} = \frac{cB_0^2}{2\mu_0}$$

6. ดัชนีหักเหของตัวกลาง

$$n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$$

โดยที่ $\varepsilon_r = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ และ $\mu_r = \dfrac{\mu}{\mu_0}$

แบบฝึกหัด

1. สนามไฟฟ้าของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าระนาบในสุญญากาศมีสมการ

$$E_y = 0.5 \cos\left\{2\pi \times 10^8 \left(t - \frac{x}{c}\right)\right\}$$

และ $E_Z = E_x = 0$ จงหาความยาวคลื่น ความถี่ สนามไฟฟ้าสูงสุด และสนามแม่เหล็กสูงสุดของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้านี้ (3 m., 10^8 Hz, 0.5 N/C, 1.7×10^{-9} T)

2. ความเร็วของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในน้ำบริสุทธิ์มีค่าเท่าใด ถ้าค่าคงที่ของไดอิเลกตริกของน้ำ เท่ากับ 81 (3.3×10^7 m/s)

3. ค่าสนามแม่เหล็กสูงสุดของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเท่ากับ 5.4×10^{-7} เทสลา จงคำนวณค่าสนามไฟฟ้าสูงสุด เมื่อคลื่นเคลื่อนที่ ก) ในสูญญากาศด้วยอัตราเร็ว c ข) ในตัวกลางด้วยอัตราเร็ว 0.8 c กำหนดให้ c = 3×10^8 m/s(ก. 162 N/C, ข. 129.6 N/C)

4.แหล่งกำเนิดเลเซอร์ปล่อยคลื่นดลพลังงาน 2 จูล ในช่วงเวลา 4 นาโนวินาที ลำของคลื่นดล มีพื้นที่หน้าตัดเป็นแผ่นกลมเส้นผ่าศูนย์กลาง 3 มิลลิเมตรจงคำนวณ

ก) ระยะทางที่คลื่นดลเคลื่อนที่ในช่วงเวลา 4 นาโนวินาที(1.2 m.)

ข) ความหนาแน่นพลังงาน(5.9×10^5N/m^2)

ค) ค่าสนามไฟฟ้าสูงสุด(1.155×10^8 N/C)

5. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าระนาบเคลื่อนที่ในทิศ +x สนามไฟฟ้าของคลื่นเป็นฟังก์ชันของ x และเวลา t ดังสมการ E = $(36 V/m)\sin(\omega t - kx)$ จงหาค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดและความเข้มของคลื่น (36 V/m, 1.72W/m^2)

6. จงคำนวณค่าเฉลี่ยของขนาดของพอยน์ติงเวกเตอร์ ที่ระยะห่าง 8 กิโลเมตร จากเครื่องส่งวิทยุกำลัง250 กิโลวัตต์ (7.5×10^{13} W/m^2)

เอกสารอ้างอิง

ไพโรจน์ ตรีณธนากุล. (2531). **ฟิสิกส์พื้นฐาน ไฟฟ้าแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ

ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2550). **ฟิสิกส์ 2**(พิมพ์ครั้งที่ 15).กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พิเชษฐ - สุปาณี ลิ้มสุวรรณ. (2543.) **ไฟฟ้าและแม่เหล็ก**(พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์เลี่ยงเชียง.

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. , Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Popovic, Z., Popovic, B. D., (1999). **Introductory Electromagnetics** (1st ed.). New Jersey: Prentice Hall.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 13

แสงเชิงเรขาคณิต

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. กฏการสะท้อนของแสง
2. กระจกเงาราบ,กระจกนูนและกระจกเว้า
3. การหักเหของแสง
4. มุมวิกฤตและการสะท้อนกลับหมด
5. เลนส์นูนและเลนส์เว้า

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณกฏการสะท้อนของแสงได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณกระจกเงาราบ,กระจกนูนและกระจกเว้าได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณการหักเหของแสงได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณมุมวิกฤตและการสะท้อนกลับหมดได้
5. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณเลนส์นูนและเลนส์เว้าได้

6.เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

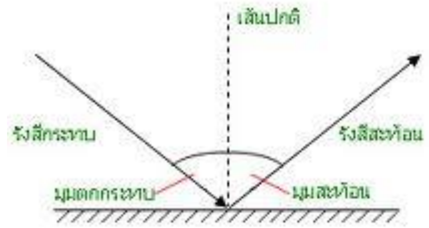
1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 13
แสงเชิงเรขาคณิต

13.1 กฎการสะท้อนของแสง

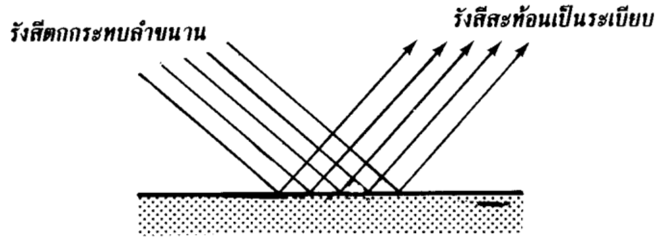
เนื่องจากแสงเป็นคลื่น ดังนั้นการสะท้อนของแสงจะเป็นไปตามกฎการสะท้อนดังรูปที่ 13.1 โดยกฎการสะท้อนคือ

1. รังสีตกกระทบ รังสีสะท้อน และเส้นปกติฉากต้องอยู่ในระนาบเดียวกัน
2. มุมตกกระทบ (θ_i) เท่ากับมุมสะท้อน (θ_r) ณ ตำแหน่งที่แสงตกกระทบ

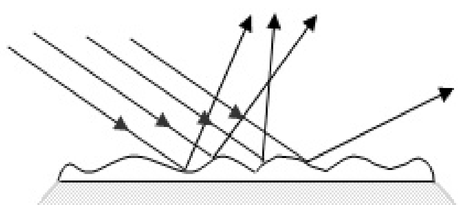


รูปที่ 13.1กฎการสะท้อน
ที่มา http://www.atom.rmutphysics.com/charud/oldnews/231/Light1.htm

รังสีสะท้อนจะมีความเป็นระเบียบถ้าระนาบการสะท้อนเป็นผิวเรียบ (รูปที่13.2) รังสีสะท้อนจะไม่เป็นระเบียบถ้าระนาบมีผิวขรุขระ (รูปที่13.3)



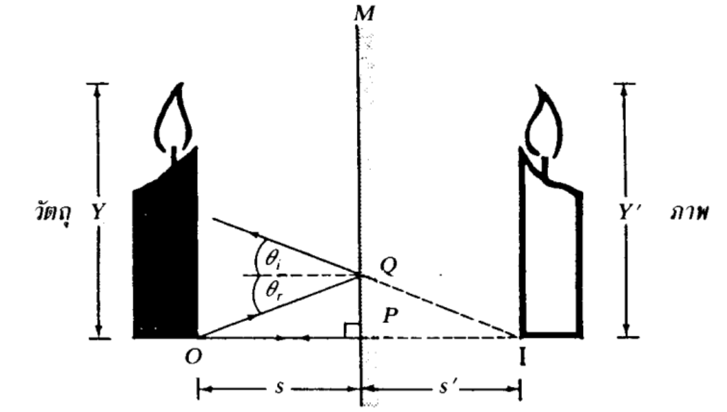
รูปที่13.2 การสะท้อนแสงจากผิวเรียบ
ที่มา http://www.myfirstbrain.com/student_view.aspx?ID=74061



รูป 13.3 การสะท้อนแสงจากผิวขรุขระ
ที่มา http://www.myfirstbrain.com/student_view.aspx?ID=74061

13.2 กระจกเงาราบ

สำหรับการสะท้อนที่กระจกเงาราบสิ่งที่สำคัญที่ต้องพิจารณาคือ การเกิดภาพ พิจารณารูปที่13.4 M เป็นกระจกเงาราบบางวัตถุ (เทียนไข) วางอยู่ที่ตำแหน่ง O ห่างจากกระจกเป็นระยะ s รังสีแสงพุงออกจากจุด O ได้มากมายหลายแนว ในแนว OP รังสีแสงตั้งฉากกับกระจก รังสีสะท้อนจึงสะท้อนกลับทางเดิมในแนว OQ รังสีตกกระทบทำมุม θ_1 กับแนวเส้นฉาก รังสีสะท้อนทำมุม θ_r กับเส้นปกติ ตามกฎ $\theta_i = \theta_r$ ถ้าต่อรังสีสะท้อนทั้งสองเส้นนี้เลยไปด้านหลังกระจกตามเส้นประ รังสีสะท้อนจะตัดกันที่จุด I ซึ่งเป็นตำแหน่งที่จะมีภาพของวัตถุปรากฏ



รูป 13.4การเกิดภาพจากกระจกเงาราบ
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 192)

การเกิดภาพเกิดจากการที่รังสีสะท้อนไปตัดกัน ซึ่งสามารถแบ่งชนิดของภาพได้เป็นสองแบบคือ

- **ภาพจริง (real image)**เกิดจากรังสีของแสงตัดกันจริง มีลักษณะหัวกลับ สามารถนำฉากมารับได้
- **ภาพเสมือน (virtual image)** เกิดจากรังสีเสมือนตัดกัน มีลักษณะหัวตั้ง สามารถมองเห็นด้วยตา

ดังนั้นกรณีของภาพที่เกิดจากกระจกเงาราบจึงเป็นภาพเสมือน ดังรูป 13.4ถ้าคิดการสะท้อนของวัตถุโดยกระจกเงาราบที่ทุกๆจุดบนวัตถุจะได้ภาพปรากฏ ที่ระยะ s' และสามารถพิสูจน์ได้ว่า

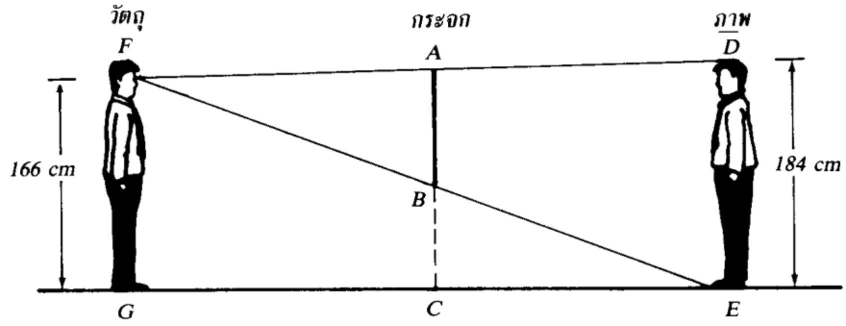
$$\text{ระยะภาพ} = \text{ระยะวัตถุ} = S' = S \tag{13.1}$$

$$\text{ขนาดภาพ} = \text{ขนาดวัตถุ} = Y' = Y \tag{13.2}$$

$$\text{กำลังขยาย} = \frac{\text{ระยะภาพ}}{\text{ระยะวัตถุ}} = \frac{\text{ขนาดภาพ}}{\text{ขนาดวัตถุ}} = m = \frac{S'}{S} = \frac{Y'}{Y} \tag{13.3}$$

ตัวอย่างที่13.1ชายคนหนึ่งสูง 184 เซนติเมตร ยืนมองดูภาพตัวเองในกระจกเงาราบซึ่งติดไว้ที่ฝาผนัง กระจกเงาจะต้องมีความสูงอย่างน้อยที่สุดเท่าไร และต้องติดไว้สูงจากพื้นดินเท่าไร ชายคนนั้นจึงจะเห็นภาพเขาตัวทั้งตัวในกระจกเงานี้ ถ้าตาเขามองอยู่สูงจากพื้น 166 เซนติเมตร

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.1
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 193)

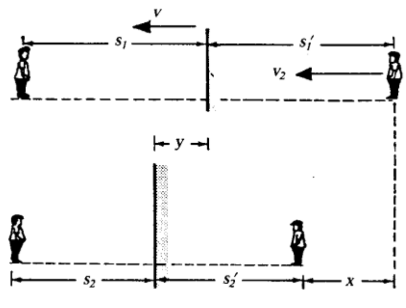
จากรูป ชายคนนั้นจะมองเห็นตัวเองเต็มตัวเมื่อกระจกสูง AB และติดไว้สูงจากพื้นดิน BC
จะเห็นว่า ΔFDE คล้ายกับ ΔABF
ดังนั้น $\frac{AB}{DE} = \frac{1}{2}$

$$AB = \frac{DE}{2} = \frac{184}{2} = 92cm$$ **ตอบ**

การที่อัตราส่วน $\frac{AB}{DE}$ เท่ากับ $\frac{1}{2}$ เพราะระยะภาพเท่ากับระยะวัตถุ ทำนองเดียวกันจะเห็นว่า
ΔBCE คล้ายกับ ΔGFE
จะได้ BC = $\frac{GF}{2} = \frac{166}{2} =$ 83 cm **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 13.2ชายคนหนึ่งยืนอยู่หน้ากระจกเราราบ ถ้ากระจกวิ่งเข้าหาเขาด้วยอัตราเร็ว v เขาจะเห็นภาพตัวเองในกระจกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเป็นกี่เท่าของ v

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.2
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 194)
จากรูป กระจกเงามีความเร็วเข้าหาชายคนนั้นเท่ากับ v เมื่อกระจกเลื่อนไปได้ทาง Yภาพของเขาจะเลื่อนไปได้ทาง x จากสมบัติของกระจกราบจะได้ระยะภาพเท่ากับระยะวัตถุ
ดังนั้น $S_1 = S'_2$ และ $S_2 = S'_2$

หรือ $S_2 + y = S'_2 + X - y$

$\therefore x = 2y$

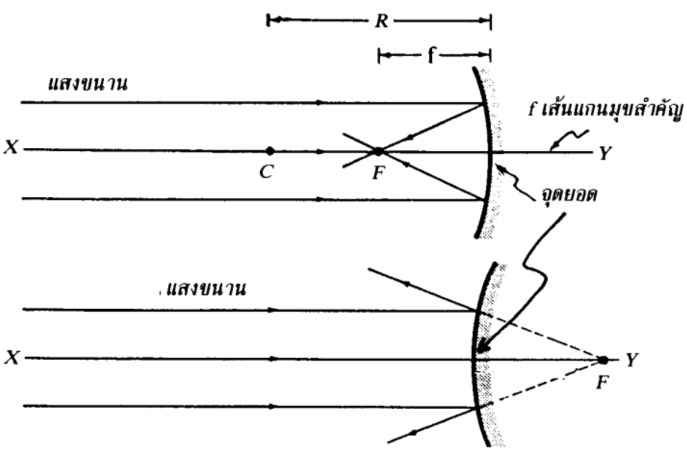
ถ้าในช่วงที่กระจกเลื่อนไปนั้นกินเวลา Δt วินาที

จะได้
$$\frac{X}{\Delta t} = \frac{2y}{\Delta t}$$
$$v_1 = 2v$$

เมื่อ v_1เป็นความเร็วของภาพของชายคนนั้นในกระจกเงาราบ

นั่นคือ ภาพของชายคนนั้นมีความเร็วเป็น 2v **ตอบ**

13.3 การสะท้อนที่กระจกเงาโค้งทรงกลม



รูปที่ 13.5กระจกเว้าและกระจกนูน
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 196)

กระจกเงาโค้งมี 2 แบบคือ กระจกเว้า (concave mirror) และกระจกนูน (convex mirror) ความโค้งของกระจกที่กล่าวถึงนี้เป็นความโค้งส่วนหนึ่งที่ตัดมาจากวงกลม จากรูปที่ 13.5 กระจกเว้าจะรวมแสงเมื่อลำแสงขนานมาตกกระทบ และกระจกนูนจะกระจายเมื่อลำแสงขนานมาตกกระทบ หลังจากที่แสงขนานสะท้อนกับกระจกโค้งแล้วจะตัดกันที่จุดๆหนึ่ง เรียกว่าจุดโฟกัส (F) โดยกระจกเว้าเป็นโฟกัสจริง เนื่องจากแสงสะท้อนมาตัดกันจริง ส่วนในกระจกนูนเป็นโฟกัสเสมือนเนื่องจากแสงสะท้อนเสมือนมาตัดกัน จุด C ดังรูปที่ 13.5คือจุดศูนย์กลางของรัศมีความโค้งของกระจก $_1$เส้นตรง XY ลากผ่านจุด C F และจุดยอดของกระจกเรียกว่าเส้นแกนมุขสำคัญ

ให้ Rเป็น รัศมีความโค้งของกระจก fเป็นระยะโฟกัสของกระจก (R =2f) วางวัตถุไว้หน้ากระจกเว้าหรือนูนห่างออกไปละยะ s(ระยะวัตถุ) ภาพของวัตถุที่เกิดจากกระจกอยู่ห่างจากกระจกเป็นระยะ s’(ระยะภาพ)

จะได้
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f} \qquad (13.4)$$

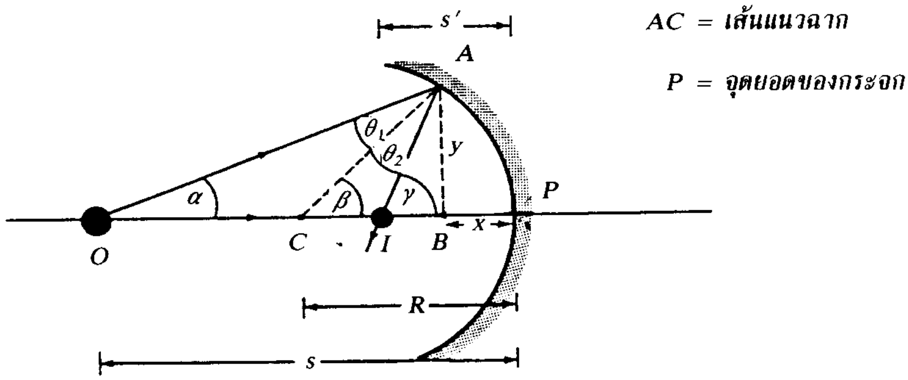
ซึ่งใช้ในการคำนวณหาระยะภาพ ระยะวัตถุหรือความยาวโฟกัส ส่วนกำลังขยาย (m) คำนวณได้แบบเดียวกับกระจกราบตามสมการ(13.3)

การคำนวณเกี่ยวกับกระจกโค้งจำเป็นต้องคำนึงถึงเครื่องหมายของแต่ละตัวที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

ตารางที่ 13.1เครื่องหมายของปริมาณต่างๆในการคำนวณกระจกโค้ง

ปริมาณ	เครื่องหมาย	ความหมาย
ระยะวัตถุ	+	ถ้าวัตถุอยู่หน้ากระจก
(S)	-	ถ้าวัตถุอยู่หลังกระจก
ระยะภาพ	+	ภาพจริง
(S')	-	ภาพเสมือน
ความยาวโฟกัส	+	กระจกเว้า
(f)	-	กระจกนูน

ตัวอย่างที่13.3จงพิสูจน์สมการ (13.4)



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.3
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 196)

จากรูป 0 เป็นวัตถุ I เป็นภาพที่เกิดจากรังสีสะท้อนจากจุด A ตัดกับรังสีสะท้อนจากจุด P พิจารณา ΔAOC และ Δ ACI

จะได้ $\beta = \alpha + \theta_1$ 1

และ $y = \beta + \theta_2$ 2

แต่ $\theta_1 = \theta_2$ 3

จากสมการ (1) (2) (3) จึงได้ $2\beta = \alpha + y$ 4

จากเหลี่ยมมุมฉาก ABO,ABC และ ABI จะได้

$$\tan\alpha = \frac{y}{s-x} \qquad ....5$$

$$\tan\beta = \frac{y}{R-x} \qquad ....6$$

$$\tan y = \frac{y}{s'-x} \qquad ....7$$

ถ้ามุม α, β และ y เป็นมุมแคบ ๆค่า x จะใกล้เคียงกับศูนย์ จุด B กับ P จึงถือว่าเป็นจุดเดียวกัน และจะได้

$$\alpha = \frac{y}{s} \qquad ....8$$

$$\beta = \frac{y}{R} \qquad ....9$$

$$y = \frac{y}{s'} \qquad ....10$$

จากสมการ(4) (8) (9)และ (10) จะได้

$$\frac{2y}{R} = \frac{y}{s} + \frac{y}{s'}$$

$$\therefore \frac{2}{R} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

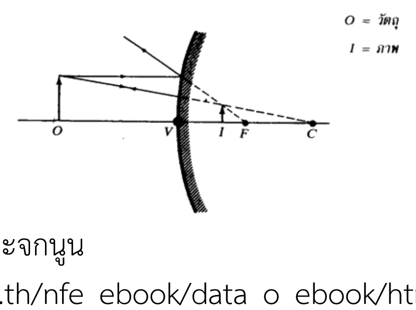
ตอบ

13.4 ภาพที่เกิดจากกระจกโค้ง

การหาภาพที่เกิดขึ้นจากกระจกโค้งสามารถหาได้โดยอาศัยกฎการสะท้อนของแสงโดยลำแสงที่ง่ายต่อการพิจารณาที่สุดในที่นี้คือ 1. ลำแสงขนานจากวัตถุแล้วสะท้อนที่กระจกโดยผ่านจุดโฟกัสของกระจก และ 2. ลำแสงจากวัตถุโดยผ่านจุดศูนย์กลางความโค้งของกระจกโดยที่จุดตัดของลำแสงสะท้อนทั้งสองนี้คือตำแหน่งที่เกิดภาพของกระจก

13.4.1 ภาพที่เกิดขึ้นจากกระจกนูน

ภาพที่เกิดจากกระจกนูนสามารถหาได้ดังรูปที่ 13.6



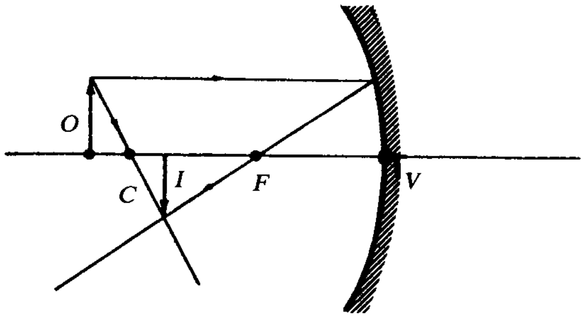
รูปที่ 13.6 ภาพที่เกิดจากกระจกนูน
ที่มา http://ebook.nfe.go.th/nfe_ebook/data_o_ebook/html/020/255.htm

จากรูปที่ 13.6 สามารถสรุปได้ว่ากระจกนูนจะได้ภาพเสมือนหัวตั้ง ขนาดเล็กกว่าวัตถุเสมอไม่ว่าวัตถุจะอยู่ที่ตำแหน่งใดหน้ากระจก

13.4.2 ภาพที่เกิดขึ้นจากกระจกเว้า

ในกระจกเว้า ภาพที่เกิดขึ้นสามารถเกิดขึ้นได้หลายกรณีขึ้นอยู่กับตำแหน่งของวัตถุดังนี้

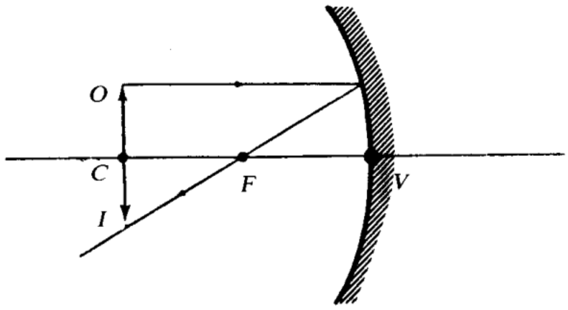
กรณีแรก : วัตถุอยู่ไกลกว่าจุด C จะได้ภาพจริงหัวกลับขนาดเล็กกว่าวัตถุระหว่าง C กับ F



รูปที่ 13.7 ภาพที่เกิดจากกระจกเว้าเมื่อวัตถุอยู่ไกลกว่าจุด C
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 198)

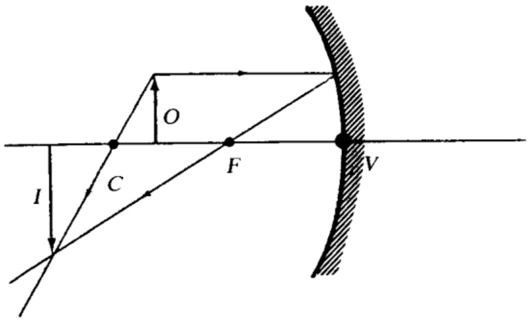
กรณีที่สอง:วัตถุอยู่ที่จุด C จะได้ภาพจริงหัวกลับที่เดียวกับวัตถุ และขนาดเท่าวัตถุที่จุด C

วัตถุ $s = R$
ภาพ $s' = R$



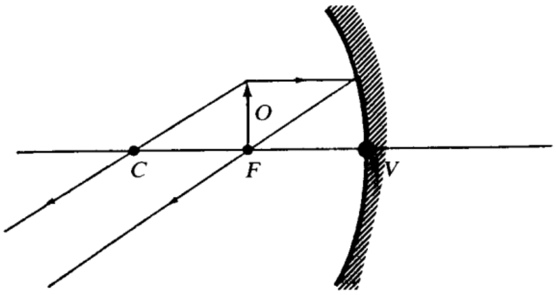
รูปที่ 13.8 ภาพที่เกิดจากกระจกเว้าเมื่อวัตถุอยู่ที่จุด C
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 198)

กรณีที่สาม : วัตถุอยู่ระหว่างจุด C กับFจะได้ภาพจริงหัวกลับขนาดใหญ่กว่าวัตถุที่ตำแหน่งไกลกว่า C



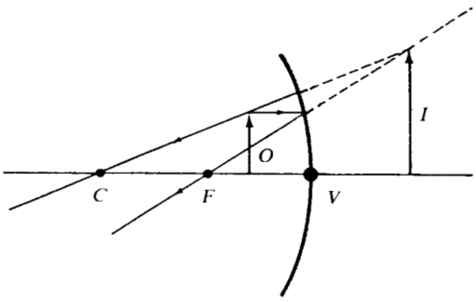
รูปที่ 13.9 ภาพที่เกิดจากกระจกเว้าเมื่อวัตถุอยู่ระหว่างจุด C กับ F
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 198)

กรณีที่สี่ :วัตถุอยู่ที่จุด F จะได้ภาพที่ ∞ (ระยะอนันต์)เนื่องจากลำแสงสะท้อนเป็นลำแสงขนาน
ภาพ $\Rightarrow s' = \infty$



รูปที่ 13.10 ภาพที่เกิดจากกระจกเว้าเมื่อวัตถุอยู่ที่จุด F
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 198)

กรณีที่ห้า : วัตถุอยู่ระหว่างกระจกกับจุด F จะได้ภาพเสมือนขนาดใหญ่กว่าวัตถุหลังกระจก
ภาพ $\Rightarrow$ หลังกระจก



รูปที่ 13.11ภาพที่เกิดจากกระจกเว้าเมื่อวัตถุอยู่ระหว่างกระจกกับจุด F
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 198)

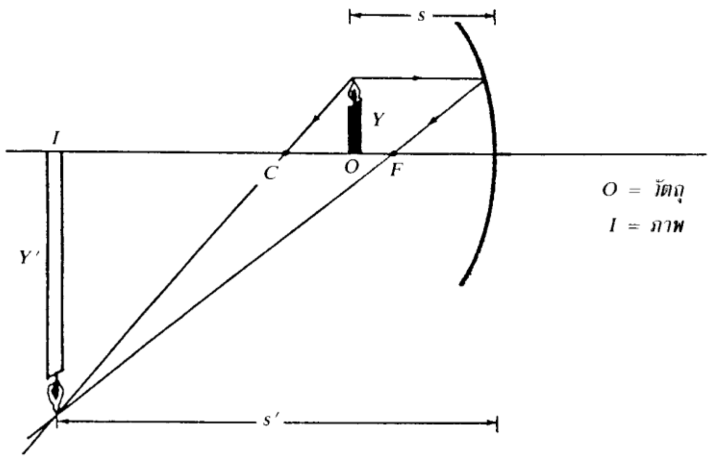
ตัวอย่างที่13.4วัตถุสูง10 เซนติเมตร วางไว้หน้ากระจกเว้ารัศมีความโค้ง 50เซนติเมตร ห่างจากกระจก 30 เซนติเมตร

ก. จงเขียนรูปแสดงการเกิดภาพจากกระจกเว้า

ข. จงคำนวณระยะภาพ

ค. จงคำนวณขนาดภาพ

วิธีทำ ก.เขียนรูปการเกิดภาพ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.4
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 199)

ข.จากสมการ(13.4)จะได้ $$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}=\frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{(+30)}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{(+50)}$$

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{25}-\frac{1}{30}=+\frac{1}{150}$$

$\therefore s'=+150$ cm. **ตอบ**

นั่นคือ ระยะภาพที่มีค่าเท่ากับ 150 cm และภาพที่เกิดขึ้นเป็นภาพจริงเนื่องจากคำนวณระยะภาพได้เป็น +

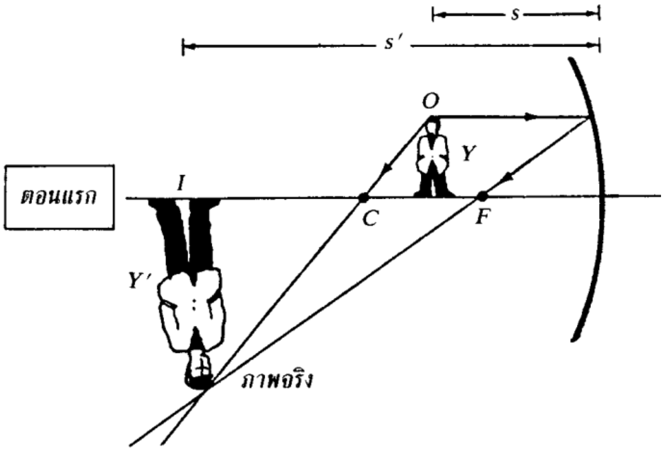
ค. จากสมการ (13.3) จะได้ $m=\frac{s'}{s}=\frac{y'}{y}$

$\therefore Y'=\frac{s'}{s}Y=\frac{150}{30}\times 10=50$ cm.

นั่นคือ ขนาดของภาพที่เกิดขึ้นเท่ากับ 50 เซนติเมตร **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 13.5วางวัตถุไว้หน้ากระจกเว้าทำให้เกิดภาพจริงมีขนาดขยายขึ้นเป็น 4 เท่าของวัตถุ เมื่อเลื่อนวัตถุใกล้กระจกเข้าไปอีก 10 เซนติเมตร ภาพที่ปรากฏมีขนาดขยายเป็น 4 เท่าของวัตถุอีก แต่คราวนี้เป็นภาพเหมือน จงคำนวณความยาวโฟกัสของกระจก

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.5
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 200)

พิจารณาตอนแรกได้ภาพจริงระยะภาพเป็นบวก
ตามสมการ (13.5) จะได้ (โดยไม่ต้องแทนเครื่องหมาย S')

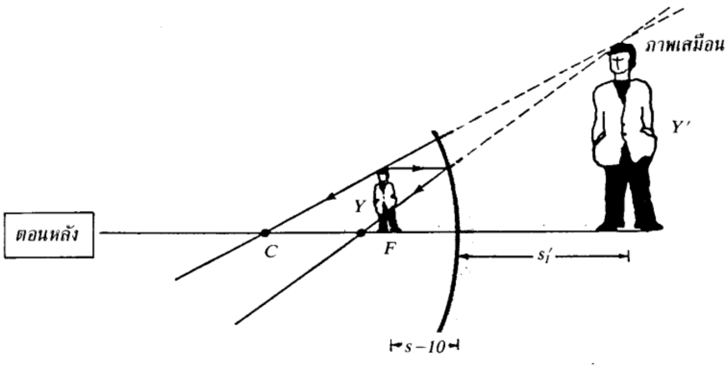
$$\frac{s}{s'} = 4$$

$$\therefore s' = 4s \qquad ....1$$

ตามสมการ(13.3) จะได้

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\therefore \frac{1}{s} + \frac{1}{4s} = \frac{1}{f} \qquad ....2$$



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.5
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 200)
พิจารณาตอนหลังได้ภาพเสมือนระยะภาพเป็น –

$$\frac{s_1'}{s-10} = 4$$

$$\therefore s_1' = 4(s-10) \qquad ....3$$

และได้ $$\frac{1}{s-10} + \frac{1}{-4(s-10)} = \frac{1}{f} \qquad . ...4$$

สมการ (2) เท่ากับ (4)จะได้ $$\frac{1}{s} + \frac{1}{4s} = \frac{1}{s-10} + \frac{1}{-4(s-10)}$$

คูณด้วย 4S(s-10) ตลอดจะได้ $$4(s-10) + (s-10) = 4s - s$$

$$4s - 40 + s - 10 = 3s$$

$$2s = 50$$

$$\therefore s = 25\,\text{cm.} \qquad ....5$$

แทนค่า s จากสมการ (5) ลงในสมการ (2) จะได้ $$\frac{1}{25} + \frac{1}{100} = \frac{1}{f}$$

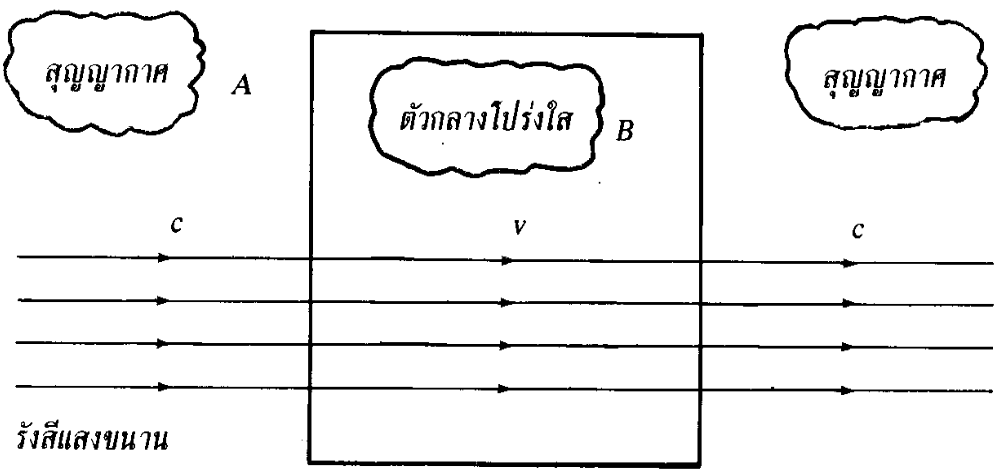
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{20}$$

$$\therefore f = 20\,\text{cm.}$$

นั่นคือ ความยาวโฟกัสของกระจกเว้ามีค่า 20 เซนติเมตร **ตอบ**

13.5การหักเหของแสง

เมื่อแสงเดินผ่านตัวกลางโปรงใสหนึ่งไปยังอีกตัวกลางหนึ่ง แสงจะเบนไปจากแนวเดิมเสมอถ้าทิศทางที่แสงเดินทางไม่ตั้งฉากกับรอยต่อระหว่างตัวกลางทั้งสอง ที่เบนไปเพราะอัตราเร็วของแสงในแต่ละตัวกลางไม่เท่ากัน ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า การหักเห

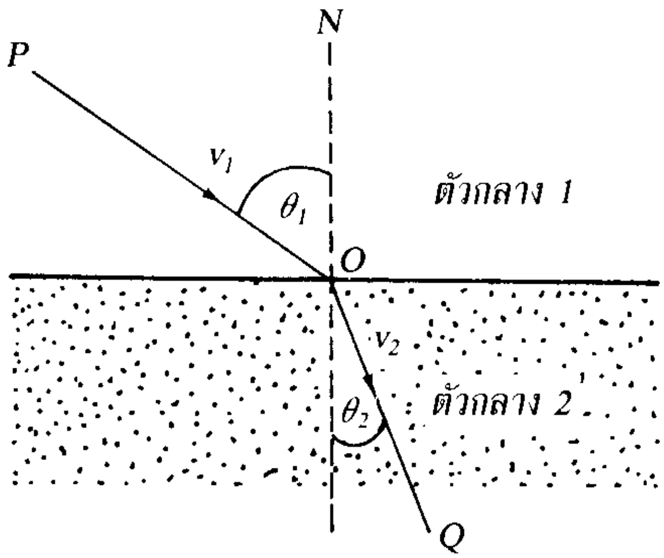


รูปที่13.12ความเร็วแสงเมื่อแสงเดินทางผ่านตัวกลางคนละชนิด
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 202)

จากรูป 13.12แสงเดินทางจากสุญญากาศเข้าสู่ตัวกลางโปร่งใสด้วยอัตราเร็วแสง c อัตราเร็วของแสงเป็น v เมื่ออยู่ในตัวกลางโปร่งใสและเมื่อผ่านตัวกลางโปร่งใสออกมาแล้วอัตราเร็วของแสงกลับมาเป็น c เหมือนตอนแรก เพราะเข้าสู่สุญญากาศอีกครั้งหนึ่ง เรานิยามดรรชนีหักเหของตัวกลางโปรงใสนี้ในรูปคณิตศาสตร์ได้เป็น

$$n = \frac{c}{v} \qquad (13.5)$$

เมื่อ n เป็นดรรชนีหักเหของตัวกลางโปร่งใส c คืออัตราเร็วแสงในอากาศหรือสุญญากาศมีค่าเท่ากับ 3×10^{8} m/s และ v คืออัตราเร็วแสงในตัวกลางโปร่งใส



รูปที่ 13.13 การหักเหของแสง
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 203)

จากรูป 13.13แสงเดินทางจากตัวกลางหนึ่ง 1ไปตัวกลาง 2ตกกระทบเท่ากับ θ_1 โดย PO เป็นรังสีตกกระทบ และOQ เป็นรังสีหักเห ON เป็นเส้นแนวฉากกับรอยต่อระหว่างตัวกลาง 1 กับ 2 PO,OQ และ ONอยู่ในแนวระนาบเดียวกันเสมอ ตามสมบัติของคลื่นจะได้

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = n \qquad (13.6)$$

เมื่อ n คือ ดรรชนีการหักเหของตัวกลาง 2 เทียบกับ 1

v_1คือ ความเร็วของแสงในตัวกลาง 1

v_2คือ ความเร็วของแสงในตัวกลาง 2

สมการ (13.6) สมการเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{c/v_1}{c/v_2} = \frac{n_2}{n_1} \qquad (13.7)$$

หรือ

$$n_1 \sin\ \theta_1 = n_2 \sin\ \theta_2 \qquad (13.8)$$

เมื่อ c คือ ความเร็วของแสงในสุญญากาศ

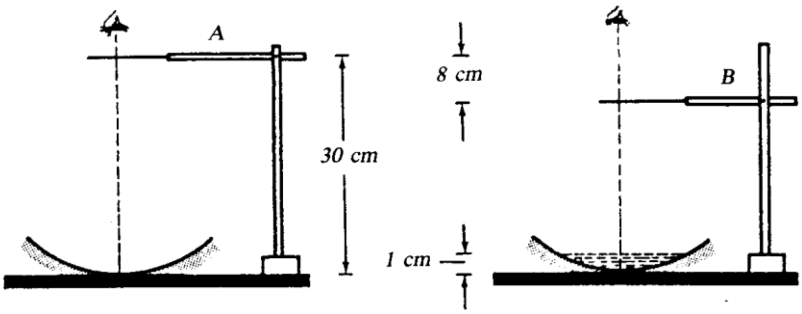
n_2 คือ ดรรชนีหักเหของตัวกลาง 2 เทียบกับสุญญากาศ

n_1 คือ ดรรชนีการหักเหของตัวกลาง 1 เทียบกับสุญญากาศ

ในเรื่องของแสงดรรชนีหักเหที่จะใช้ต่อไปนี้ของตัวกลางใดๆจะเทียบกับสุญญากาศเสมอ และสมการ (13.7) หรือ (13.8) มีชื่อเรียกว่า *กฎของสเนลล์*

ตัวอย่างที่13.6วางกระจกเว้าลงบนโต๊ะราบ เมื่อเลื่อนเข็มหมุดให้อยู่ที่ระยะ 30 เซนติเมตร เหนือกระจกและตามองดูตรงลงมาเห็นภาพเข็มหมุดปรากฏที่ตัวเข็มหมุด แต่เมื่อหยดของเหลวชนิดหนึ่งลงไปบนกระจกเว้าให้ลึกสุด 1 เซนติเมตร ต้องเลื่อนเข็มหมุดลงไป 8 เซนติเมตรจากที่เดิม ภาพของเข็มหมุดจึงตรงกับตัวเข็มหมุด จงหาความยาวโฟกัสของกระจกเว้าและดรรชนีหักเหของของเหลว

กำหนดให้ดรรชนีหักเหของอากาศมีค่าเท่ากับ 1

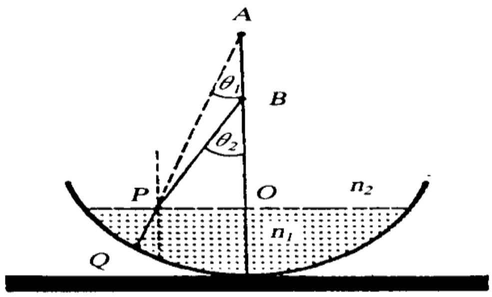


ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.6

ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 203)

วิธีทำ ***หาความยาวโฟกัสของกระจกเว้า***: ตอนแรกไม่มีของเหลวเห็นภาพปรากฏที่เดียวกับวัตถุ แสดงว่าวัตถุที่อยู่ที่จุดศูนย์กลางของกระจก

$\therefore$ ความยาวโฟกัส $= \dfrac{30}{2} = 15\text{cm}$



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.6
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 204)

หาดรรชนีของการหักเหของของเหลว (n_1) :จากรูป เส้นตรง AQ จะเป็นรัศมีความโค้งของกระจกเว้าซึ่งจะตั้งฉากกับความโค้ง

เมื่อมีของเหลว เข็มหมุดต้องงเลื่อนมาอยู่ที่ B แสดงว่ารังสีแสงจากเข็มหมุดเดินทางผ่านของเหลวหักเหไปตั้งฉากกับผิวโค้งของกระจกพอดี นั้นคือ BP เป็นรังสีหักเห θ_2 เป็นมุมตกกระทบ และ θ_1 เป็นมุมหักเห ตามสมการ (13.8) ได้

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \qquad (1)$$

ในที่นี้ n_1และ n_2คือ ดรรชนีหักเหของของเหลวและอากาศตามลำดับ

จากรูปจะเห็นว่า $$\sin\theta_1 = \frac{PO}{PA} \text{ หรือ } \sin\theta_1 = \frac{PO}{AO} \text{ ถ้า } \theta_1 \text{ น้อยๆ} \qquad (2)$$

$$\sin\theta_2 = \frac{PO}{PB} \text{ หรือ } \sin\theta_2 = \frac{PO}{BO} \text{ ถ้า } \theta_2 \text{ น้อยๆ} \qquad (3)$$

จากสมการ (1), (2) และ (3) จะได้

$$n_1\left(\frac{PO}{AO}\right) = n_2\left(\frac{PO}{BO}\right)$$

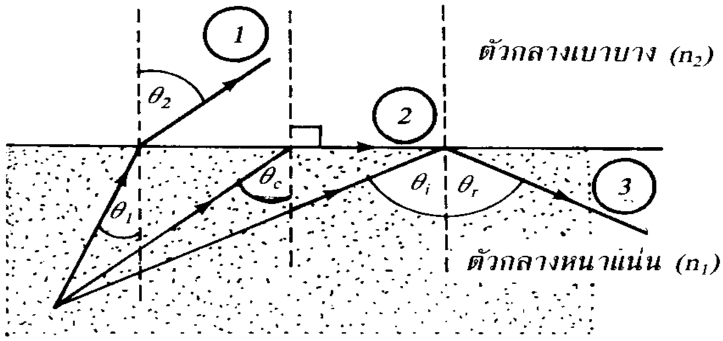
$$n_1 = n_2\left(\frac{AO}{BO}\right)$$

$$\therefore n_1 = (1)\left(\frac{30-1}{30-1-8}\right) = 1.38$$

ดังนั้น ดรรชนีหักเหของของเหลวมีค่าเท่ากับ 1.38 **ตอบ**

13.6 มุมวิกฤตและการสะท้อนกลับหมด

เมื่อแสงเดินทางจากตัวกลางหนึ่งทีมีความหนาแน่นสู่งสู่ตัวกลางที่สีความต่ำกว่า แสงจะหักเหออกจากเส้นปกติถ้ากรณีที่มุมหักเหมีค่าเท่ากับ 90 องศา เราจะเรียกมุมตกกระทบว่า*มุมวิกฤต*จากรูปที่ 13.14ประกอบด้วยรังสีแสงที่ 1 เป็นการหักเหตามปกติรังสีแสงที่ 2มุมตกกระทบคือ θ_c เป็นมุมวิกฤต เพราะมุมหักเหเท่ากับ 90 องศา ตามสมการ (13.8) จึงสามารถเขียนได้ว่า



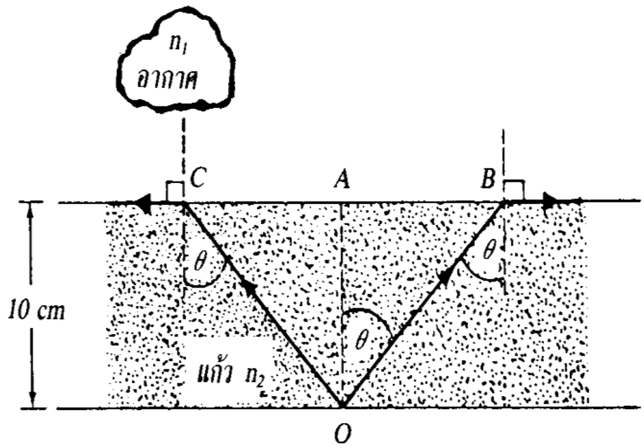
รูปที่13.14การสะท้อนกลับหมดของแสง
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 205)

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1} \tag{13.9}$$

รังสีที่ 3 มุมตกกระทบ θ_1 โตกว่ามุมวิกฤต ผลที่เกิดขึ้นคือ ไม่มีการหักเหแต่จะเกิดการสะท้อนเพียงอย่างเดียว เรียกภาวะเช่นนี้ว่า ***การสะท้อนกลับหมด (total refection)***

ตัวอย่างที่13.7 จุดแหล่งกำเนิดแสงให้แสงความถี่หนึ่งเดินทางผ่านแก้วหนา 10 เซนติเมตร จงคำนวณหาพื้นที่ที่แสงสามารถทะลุออกมาฝั่งตรงข้ามของแก้วได้ กำหนดให้ดรรชนีหักเหของอากาศและแก้วมีค่า 1 และ $\frac{3}{2}$ ตามลำดับ

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.7
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 205)

จากรูป O เป็นจุดแหล่งกำเนิดแสง เมื่อแสงทำมุมตกกระทบ θ ปรากฏว่าแสงหักเหออกเป็นมุม 90 องศา ตามสมการ (3-12) ได้

$$\sin\theta = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{2}{3} \qquad \text{..............(1)}$$

ทำให้ได้ $$\cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{3} \qquad \text{..............(2)}$$

และ $$\tan\theta = \frac{2}{\sqrt{5}} \qquad \text{............(3)}$$

พิจารณารูป Δ ABC จะได้ $\tan\theta = \frac{AB}{AO}$

$$AB = (AO)\tan\theta$$

$$\therefore AB = 10\frac{2}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5} \text{ cm} \qquad \text{..............(4)}$$

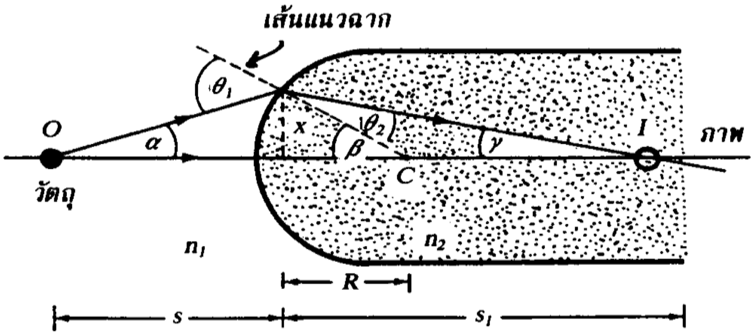
แสงเดินทางในแนว OB หรือ OC ไม่สามารถทะลุแผ่นแก้วออกมาได้เพราะเกิดการสะท้อนกลับหมด แสงที่ทะลุแผ่นแก้วได้จะอยู่ในบริเวณตั้งแต่ C ถึง B เป็นรูปวงกลมรัศมี AB ให้ a เป็นพื้นที่ดังกล่าว

จะได้ $a = \pi(AB)^2$

$$\therefore a = \frac{22}{7}\left(4\sqrt{5}\right)^2 = 251.43\text{cm}^2$$

นั่นคือบริเวณที่แสงทะลุออกมาได้มีพื้นที่ 251.43 ตารางเซนติเมตร **ตอบ**

13.7 การหักเหที่ผิวโค้งของทรงกลม



รูปที่ 13.15 การเกิดภาพจากผิวโค้งของทรงกลม
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 214)

จากรูป 13.15รังสีแสงจากวัตถุ O เดินทางจากตัวกลางชนิดหนึ่ง ซึ่งมีดรรชนีหักเห n_1กระทบกับผิวโค้งทรงกลมที่มีรัศมีความโค้ง R ทำมุมตกกระทบเท่ากับ θ_1 และมุมหักเห θ_2 วิ่งเข้าไปในตัวกลางที่มีดรรชนีหักเห n_2ซึ่งมากกว่า n_1ตามกฎของสเนลล์จะได้

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

จากรูป 13.15 จะเห็นว่า $\theta_1 = \alpha + \beta$

$$\theta_2 = \beta - \gamma$$

ดังนั้นจะได้ $\sin\theta_1 = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$$\sin\theta_2 = \sin\beta\cos\gamma - \cos\beta\sin\gamma$$

พิจารณาเฉพาะกรณี θ_1 และ θ_2 น้อยๆ จะได้

$$\sin\theta_1 = \frac{x}{s} + \frac{x}{R}$$

$$\sin\theta_2 = \frac{x}{R} - \frac{x}{s'}$$

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\frac{x}{s} + \frac{x}{R}}{\frac{x}{R} - \frac{x}{s'}} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\therefore n_1\left(\frac{x}{s} + \frac{x}{R}\right) = n_2\left(\frac{x}{R} - \frac{x}{s'}\right)$$

$$\frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_2}{s'} + \frac{n_1}{s} \qquad (13.10)$$

ตัวอย่างที่13.8วางวัตถุในอากาศห่างจากผิวโค้งนูนรัศมีความโค้ง 10 เซนติเมตร (ทำด้วยวัตถุโปล่งใสหนามาก ดรรชนีหักเหเท่ากับ 2) เป็นระยะทาง 20 เซนติเมตร จงคำนวณตำแหน่งของภาพวางอยู่ที่ใด ถ้าดรรชนีหักเหของอากาศเท่ากับ 1

วิธีทำ จาก $\frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_2}{s'} + \frac{n_1}{s}$

ให้ n_1และ n_2เป็นดรรชนีหักเหของอากาศและวัตถุโปร่งใส ตามลำดับ

$$\therefore \frac{2-1}{10} = \frac{2}{s} + \frac{1}{20}$$

$$s' = +40\text{cm}$$

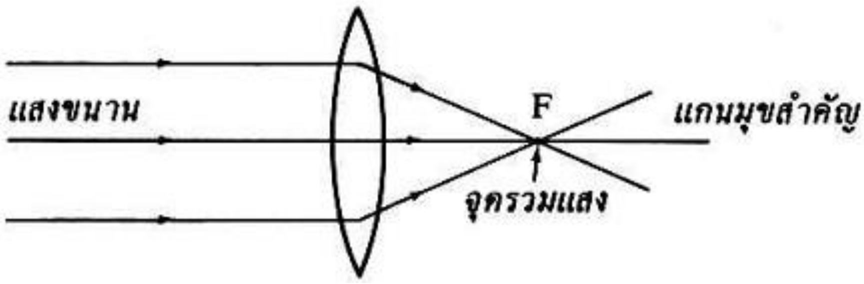
นั้นคือตำแหน่งภาพของวัตถุอยู่ลึกเข้าไปในวัตถุห่างจากผิวโค้ง 40 เซนติเมตร **ตอบ**

13.8 เลนส์

เป็นวัตถุใสส่วนใหญ่ทำจากแก้วหรือพลาสติก มีผิวโค้งสองข้างไม่เท่ากัน หรือเท่ากันก็ได้ แบ่งออกเป็น 2 กลุ่มใหญ่ๆ คือ เลนส์นูนและเลนส์เว้า

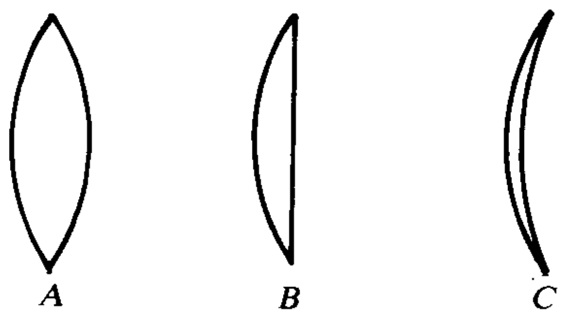
13.8.1 เลนส์นูน (convex lens)

เลนส์ชนิดนี้มีสมบัติใน การรวมแสงโดยถ้าเราฉายแสงขนานไปยังเลนส์นูนมักจะรวมแสงไปที่จุดๆหนึ่งบนแกนมุขสำคัญ เรียกว่า จุดโฟกัสของเลนส์ ดังรูป 13.16



รูปที่13.16การรวมแสงของเลนส์นูน
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 216)

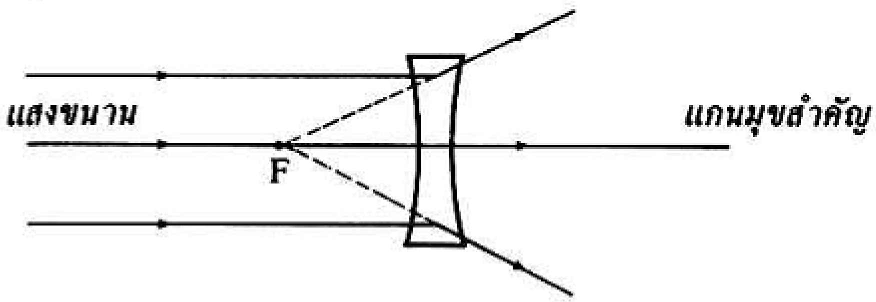
เลนส์นูนมี 3 แบบ ได้แก่ เลนส์นูนสองหน้า (double convex lens, A) เลนส์นูนแกมระนาบ (Plato-convex lens, B) และเลนส์นูนแกมเว้า (concavo-convex lens, C) ดังรูป 13.17



รูปที่ 13.17 เลนส์นูนชนิดต่างๆ
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 216)

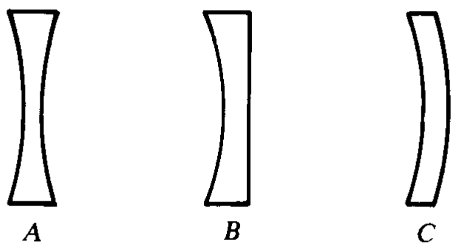
13.8.2 เลนส์เว้า(concave lens)

เลนส์ชนิดนี้มีสมบัติในการ กระจายแสงโดยถ้ามีแสงขนานตกกระทบกับเลนส์เว้ามักจะหักเหให้บานออกไปแต่แนวรังสีที่บานออกไปให้ย้อนกลับทางเดิมทุกแนวจะไปที่จุดโฟกัสเช่นเดิมกับเลนส์ ดังรูป 13.18



รูปที่13.18การกระจายแสงของเลนส์เว้า
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 216)

เลนส์เว้ามี 3 แบบ ได้แก่ เลนส์เว้าสองหน้า (double concave lens, A) เลนส์เว้าแกมระนาบ (plano-concave lens,B) และเลนส์นูน (convexo-concave lene, C) ดังรูป 13.19



รูปที่ 13.19 เลนส์เว้าชนิดต่างๆ
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 217)

13.9การเกิดภาพสำหรับเลนส์บาง

เลนส์บางในที่นี้คือ เลนส์ที่มีความหนาน้อยมากและถือว่าความยาวโฟกัสของผิวโค้งของเลนส์ทั้งสองด้านเท่ากัน เลนส์มักนำไปใช้ในตัวกลางที่เป็นอากาศ ดังนั้น สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะวัตถุ (s) ระยะภาพ (s') และความยาวโฟกัส (f) หรือกำลังภาพ (m) จะใช้เฉพาะกรณีตัวกลางคู่หนึ่งเท่านั้น

หลักการเกิดภาพของเลนส์บางเหมือนกับของกระจกผิวโค้ง กล่าวคือ กรณีของเลนส์ภาพจะเกิดได้เมื่อรังสีหักเหไปตัดกัน

ภาพจริงรังสีแสงที่หักเหไปจะตัดกันจริงๆ แต่ถ้าเป็น ภาพเสมือนรังสีแสงที่ไปจะตัดกันไม่จริงต้องต่อแนวของรังสีหักเหให้ไปตัดกัน

สูตรที่ใช้ในการคำนวณเรื่องเลนส์บางมีดังนี้

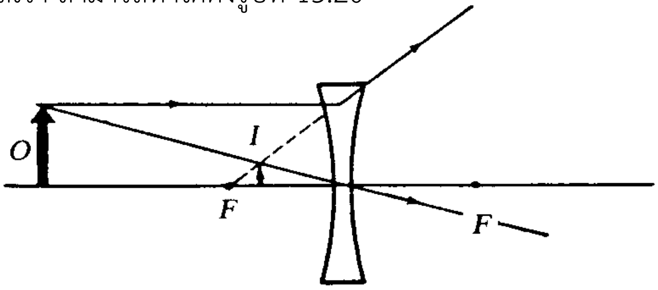
$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f} \qquad (13.12)$$

$$m=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s} \qquad (13.13)$$

เมื่อ y'และ y เป็นขนาดภาพและขนาดวัตถุตามลำดับ กฎเกณฑ์ในการคิดเครื่องหมายแต่ละตัวยังคงเหมือนกระจกผิวโค้ง ต่างกันที่ความยาวโฟกัสเลนส์เว้าเป็นลบ เลนส์นูนเป็นบวก

13.9.1 ภาพที่เกิดจากเลนส์เว้า

ภาพที่เกิดจากเลนส์เว้า สามารถหาได้ดังรูปที่ 13.20



รูปที่ 13.20ภาพที่เกิดจากเลนส์เว้า

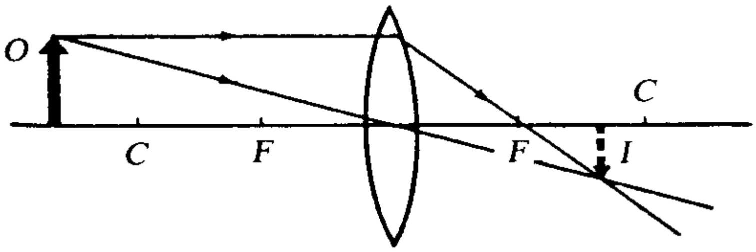
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 217)

จากรูปที่ 13.20 การเกิดภาพจากเลนส์นูนจะได้ภาพเสมือนหัวตั้งขนาดเล็กกว่าวัตถุหน้าเลนส์เว้าเสมอ ไม่ว่าวัตถุอยู่ตำแหน่งใดก็ตามหน้าเลนส์เว้า(O = ขนาดวัตถุ, I = ขนาดภาพ

13.9.2 ภาพที่เกิดจากเลนส์นูน

ในกระจกเว้า ภาพที่เกิดขึ้นสามารถเกิดขึ้นได้หลายกรณีขึ้นอยู่กับตำแหน่งของวัตถุดังนี้

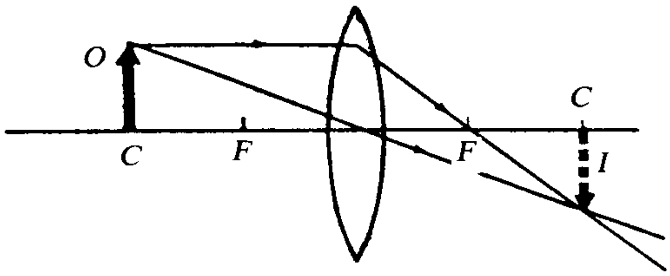
กรณีแรก **:** วัตถุไกลกว่าจุด C ได้ภาพจริงหัวกลับขนาดเล็กกว่าวัตถุระหว่าง จุด C กับ f ดังรูปที่ 13.21



รูปที่ 13.21 ภาพที่เกิดจากเลนส์นูน กรณีที่วางวัตถุไกลกว่าจุด C

ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 217)

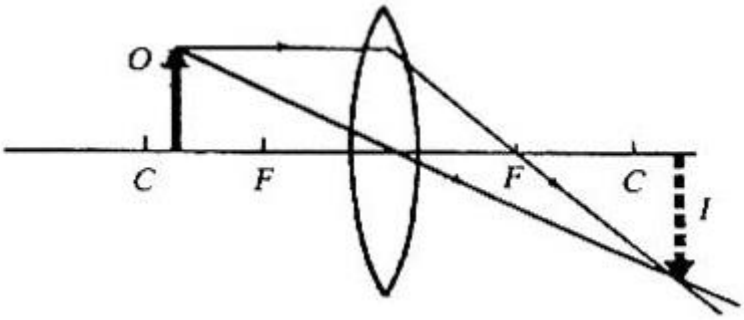
กรณีที่สอง **:** วัตถุอยู่ที่จุด C ได้ภาพจริงหัวกลับขนาดเท่ากับวัตถุ ที่จุด C ดังรูปที่ 13.22



รูปที่ 13.22 ภาพที่เกิดจากเลนส์นูน กรณีที่วางวัตถุที่จุด C

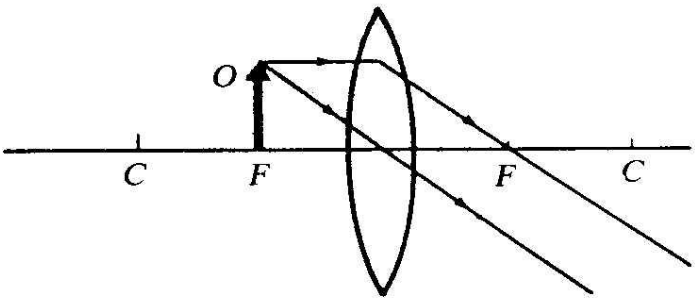
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 218)

กรณีที่สาม **:** วัตถุอยู่ระหว่าง C กับ F ได้ภาพจริงหัวกลับขนาดใหญ่กว่าวัตถุ ไกลกว่าจุด C ดังรูปที่ 13.23



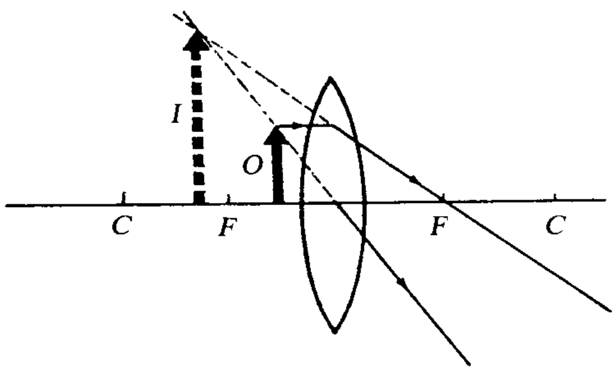
รูปที่ 13.23 ภาพที่เกิดจากเลนส์นูน กรณีที่วางวัตถุระหว่างจุด C กับจุด F
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 218)

กรณีที่สี่ **:** วัตถุยู่ที่จุด F ได้ภาพที่ ∞ (ระยะอนันต์) ดังรูปที่ 13.24



รูปที่ 13.24 ภาพที่เกิดจากเลนส์นูน กรณีที่วางวัตถุที่จุด F
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 218)

กรณีที่ห้า **:**วัตถุอยู่ระหว่างเลนส์กับจุด F ได้ภาพเสมือนหัวตั้งขนาดใหญ่กว่าวัตถุดังรูปที่ 13.25

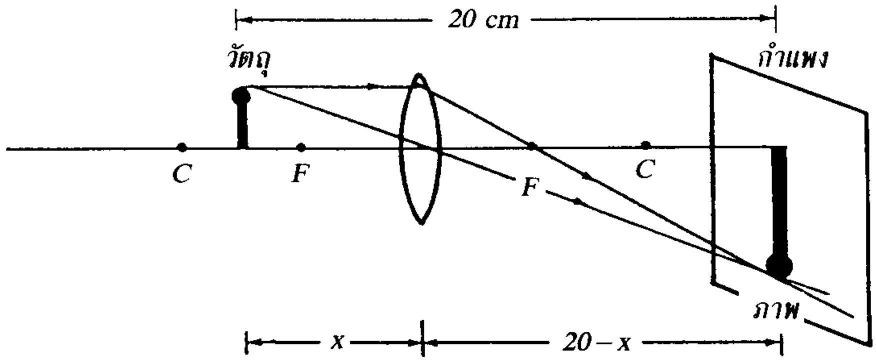


รูปที่ 13.25 ภาพที่เกิดจากเลนส์นูน กรณีที่วางวัตถุระหว่างเลนส์กับจุด F
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 218)

สำหรับการเขียนภาพเพื่อแสดงการเกิดภาพของวัตถุจากเลนส์นูนบางหรือเลนส์เว้าบาง ดังรูปที่แสดงทุกกรณี ลากเส้นจากยอดวัตถุ O ขนานกับเส้นแกนมุขสำคัญถึงเลนส์ หักเหผ่านจุด F ตามชนิดของเลนส์ และจากยอดวัตถุเช่นกันลากเส้นตรงผ่านจุดกึ่งกลางเลนส์ตัดกับรังสีแสงหักเหเส้นแรกที่ใดจะเกิดภาพที่นั่น

ตัวอย่างที่13.9วัตถุและฉากรับภาพห่างกัน 20 เซนติเมตร จะต้องวางเลนส์นูนความยาวโฟกัส $\frac{9}{5}$ เซนติเมตร ไว้ที่ใดจึงจะเกิดภาพวัตถุชัดบนกำแพง

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.9

ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 218)

จากรูป ให้เลนส์นูนวางห่างวัตถุเป้สนระยะ x cm ภาพจะปรากฏชัดเจนบนกำแพง แสดงว่าเป็นภาพจริงเพราะฉากสามารถรับภาพได้

จาก $\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$

$\therefore \frac{1}{x}+\frac{1}{20-x}=\frac{5}{9}$; แทนความยาวโฟกัสเป็นบวกสำหรับเลนส์นูน

$$9(20-x)+9x=5x(20-x)$$

$$180-9x+9x=100x-5x^2$$

$$5x^2-100x+180=0$$

$$x^2-20+36=0$$

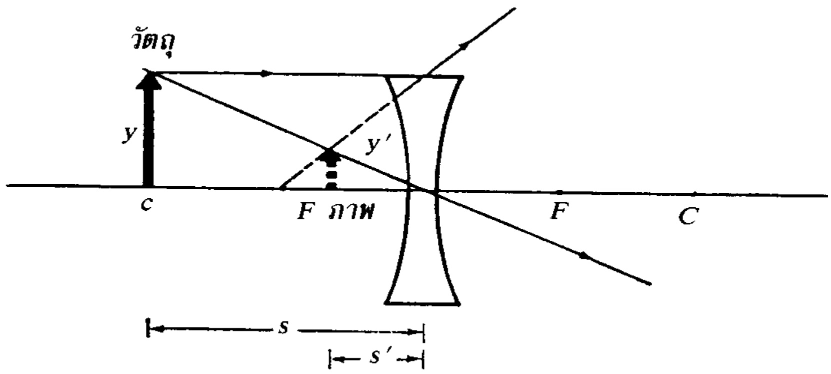
$$(x-2)(x-18)=0$$

$$\therefore x=2,18$$

นั่นคือต้องวางเลนส์นูนไว้ห่างวัตถุเป็นระยะ 2 เซนติเมตร หรือ 18 เซนติเมตร **ตอบ**

ตัวอย่างที่13.10เลนส์เว้าความยาวโฟกัส 10 เซนติเมตร ห่างจากเลนส์เว้า 20 เซนติเมตร จะเกิดภาพที่ใดขนาดเท่าใด

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.10

ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 219)

จากรูปแสดงการเกิดภาพของวัตถุจากเลนส์เว้าซึ่งภาพที่เกิดจากเลนส์เว้าจะเป็นภาพเสมือนเสมอ

จาก $\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$

$\therefore \frac{1}{20}+\frac{1}{s'}=-\frac{1}{10};$ สำหรับเลนส์เว้าแทนค่าความยาวโฟกัสเป็นลบ

$$\frac{1}{s'}=-\frac{1}{10}-\frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{s'}=-\frac{3}{20}$$

$$\therefore s'=-\frac{20}{3}=6.67\text{cm}$$

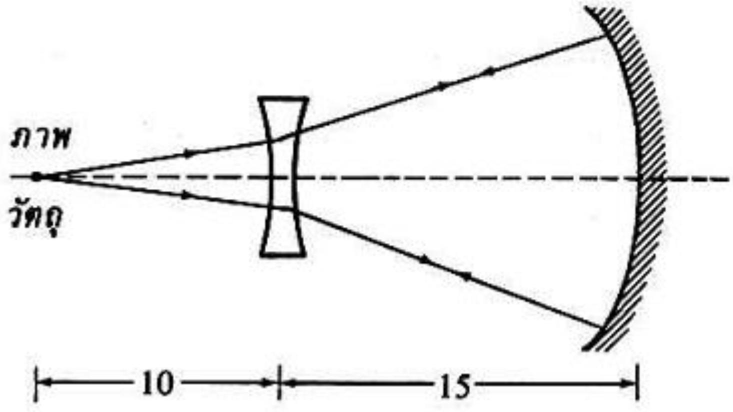
จาก $m=\frac{s'}{s}=\frac{y'}{y}$

$$\therefore \frac{20}{3\times 20}=\frac{y'}{2.5}$$

$$y'=\frac{2.5}{3}=0.83\text{cm}$$

นั่นคือจะเกิดภาพเสมือนขนาด 0.83 เซนติเมตร ระยะภาพ 6.67 เซนติเมตร **ตอบ**

ตัวอย่างที่13.11วัตถุอยู่ห่างจากเลนส์เว้าระยะ 10 เซนติเมตรทางซ้ายมือ ดังรูป ทางขวามือมีกระจกเว้าความยาวโฟกัส 10 เซนติเมตร อยู่ห่างจากเลนส์เว้า 15 เซนติเมตร ปรากฏว่าภาพจะอยู่ที่เดียวกับวัตถุ จงคำนวณความยาวโฟกัสของเลนส์เว้า



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.11
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 221)

วิธีทำ เนื่องจากภาพสุดท้ายของวัตถุปรากฏที่เดียวกับวัตถุ แสดงว่าภาพของวัตถุแรกที่เกิดจากเลนส์เว้าอยู่ตรงตำแหน่งของศูนย์กลางความโค้งของกระจกพอดี รังสีสะท้อนของแสงจึงเดินทางย้อนกลับทางเดิม
ถ้า s และ s' เป็นระยะวัตถุและระยะภาพของเลนส์เว้า จะได้

$$s = 10\text{cm}$$

$s' =$ รัศมีความโค้งกระจก-ระยะระหว่างเลนส์กับกระจก

$$= 20 - 15$$

$$= 5\text{cm}$$

จาก $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$

สำหรับเลนส์เว้า; $\frac{1}{10} - \frac{1}{5} = \frac{1}{f}$; ภาพที่เกิดจากเลนส์เว้าเป็นภาพเสมือนเสมอ

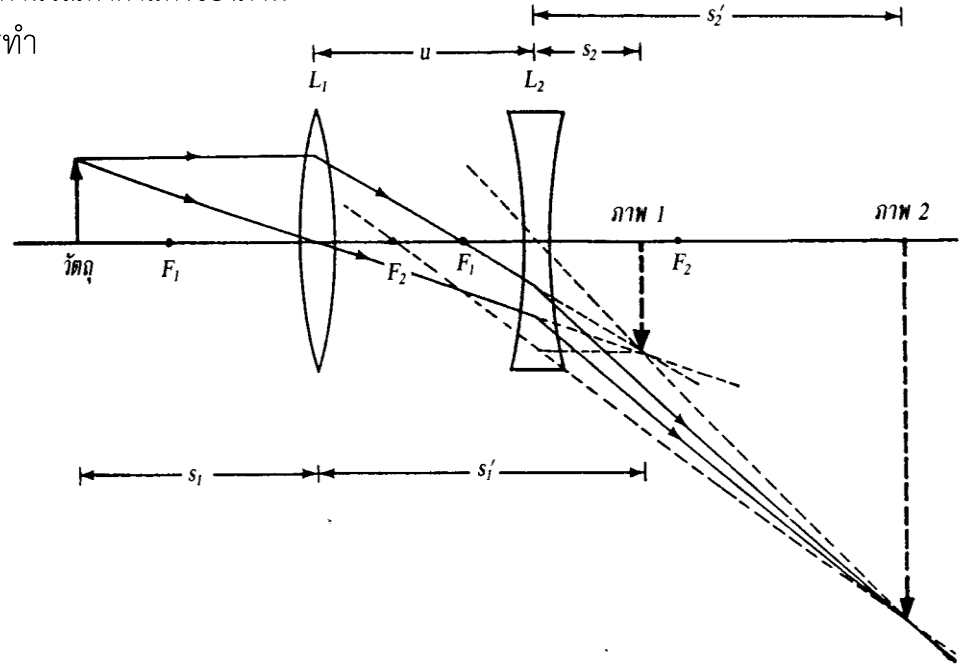
$$\frac{1}{f} = \frac{1-2}{10} = -\frac{1}{10}$$

$$\therefore f = -10\text{cm}$$

นั้นคือความยาวโฟกัสของเลนส์เว้ากับ 10 cm **ตอบ**

ตัวอย่างที่13.12เลนส์นูนความยาวโฟกัส 40 เซนติเมตร และเลนส์เว้าความยาวโฟกัส 40 เซนติเมตร วางอยู่ในแกนเดียวกันห่างกัน 60 เซนติเมตร วัตถุวางอยู่หน้าเลนส์นูน 80 เซนติเมตร จงคำนวณหาตำแหน่งของภาพ

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.12
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 222)

ให้ L_1 และ L_2 เป็นเลนส์นูนและเลนส์เว้า ตามลำดับ

*พิจารณาการเกิดภาพเนื่องจาก L_1*ดูรูปประกอบ

จาก
$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$$
$$\therefore \frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_1'}=\frac{1}{f_1}$$
$$\frac{1}{80}+\frac{1}{s_1'}=\frac{1}{40}$$
$$\therefore s_1'=+80\text{cm}$$

แสดงว่า ภาพที่เกิดจาก L_1คือภาพ 1 จะอยู่ห่างจาก L_1เป็นระยะ 80 cm และเป็นภาพจริง (ความจริงไม่จำเป็นต้องคำนวณก็ได้ เราจะทราบได้ทันทีว่า s'_1 = 80 cm เพราะวัตถุที่อยู่จุดศูนย์กลางความโค้งของ L_1)

พิจารณาการเกิดเนื่องจาก L_2ดูรูปประกอบ

ขณะนี้ภาพ 1 จะเป็นวัตถุของ L_2ซึ่งถือว่าอยู่หลัง L_2ดังนั้นระยะวัตถุ s_2กรณีนี้จะต้องแทนเครื่องหมายลบด้วย

จากรูปจะเห็นว่า $s_2 = s_1' - u$

$$= 80 - 60$$
$$= 20 \text{cm}$$

จาก $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$

$$\therefore \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{f_2}$$

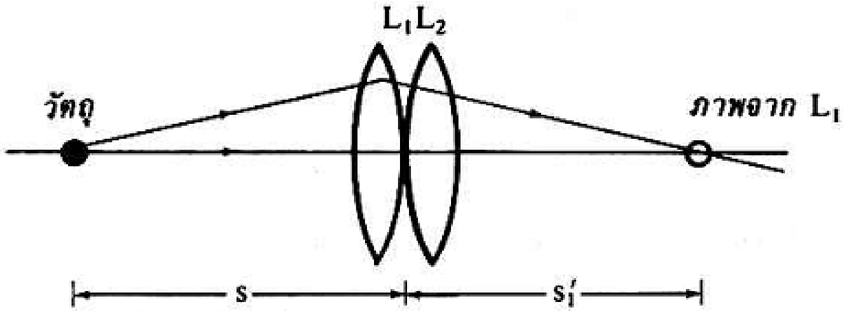
$$\frac{1}{-20} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{-40}$$

$$\therefore s_2' = +40 \text{cm}$$

ดังนั้นตำแหน่งของภาพจะอยู่จากเลนส์เว้าไปทางด้านหลัง 40 เซนติเมตร เป็นภาพจริง **ตอบ**

ตัวอย่างที่13.13"lenses in contact" เลนส์นูนบาง 2 อัน ความยาวโฟกัส f_1และ f_2 ตามลำดับ วางประกบชิดกัน วัตถุวางบนแกนมุขสำคัญ ห่างจากเลนส์ทั้งสองออกเป็นระยะ s จงคำนวณระยะภาพ

วิธีทำ



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 13.14

ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 220)

ให้ L_1และ L_2เป็นเลนส์ที่มีความยาวโฟกัส f_1และ f_2ตามลำดับ

คิดการเกิดภาพโดย ***L_1***ให้ s'_1เป็นระยะภาพที่เกิดจาก L_1

จะได้ $$\frac{1}{s} + \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{f_1} \qquad ....(1)$$

คิดการเกิดภาพโดย ***L_2***ให้ s'เป็นระยะภาพของภาพจาก L_1ที่เกิดจาก L_2กรณีนี้ภาพของวัตถุจาก L_1จะเป็นวัตถุเสมือนของ L_2

ดังนั้นได้ $$-\frac{1}{s_1'} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f_2} \qquad ....(2)$$

(1) + (2); $$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \qquad ....(3)$$

$$\therefore \frac{1}{s'} = \frac{1}{f_1 + f_2} - \frac{1}{s}$$

$$= \frac{f_2 s + f_1 s - f_1 f_2}{f_1 f_2 s}$$

$$\therefore s' = \frac{f_1 f_2 s}{f_2 s + f_1 s - f_1 f_2}$$

นั่นคือ ระยะภาพจะเท่ากับ $\frac{f_1 f_2 s}{f_2 s + f_1 s - f_1 f_2}$ **ตอบ**

หมายเหตุจากสมการ (3) จะเห็นว่า ถ้าให้ F เป็นความยาวโฟกัสของเลนส์บางประกบกัน จะได้

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

ซึ่งนำไปใช้งานในเรื่องเลนส์บางประกบกันได้แต่ต้องคิดเครื่องหมายความยาวโฟกัสของแต่ละอันด้วย

สรุป

1. กฎการสะท้อนของแสง

- รังสีตกกระทบ รังสีสะท้อน และเส้นปกติฉากต้องอยู่ในระนาบเดียวกัน
- มุมตกกระทบ (θ_i) เท่ากับมุมสะท้อน (θ_r) ณ ตำแหน่งที่แสงตกกระทบ

2. กระจกเงาราบ

$$S' = S$$
$$Y' = Y$$

3. กระจกโค้งและเลนส์บาง

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$$

ปริมาณ	เครื่องหมาย	ความหมาย
ระยะวัตถุ	+	ถ้าวัตถุอยู่หน้ากระจกหรือเลนส์
(S)	-	ถ้าวัตถุอยู่หลังกระจกหรือเลนส์
ระยะภาพ	+	ภาพจริง
(S')	-	ภาพเสมือน
ความยาวโฟกัส	+	กระจกเว้าหรือเลนส์นูน
(f)	-	กระจกนูนหรือเลนส์เว้า

4. การหักเหของแสง

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

5. มุมวิกฤติ

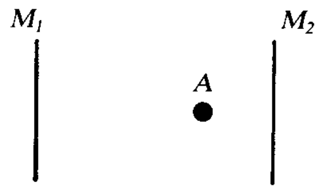
$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

6. การหักเหที่ผิวโค้งของทรงกลม

$$\frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_2}{s'} + \frac{n_1}{s}$$

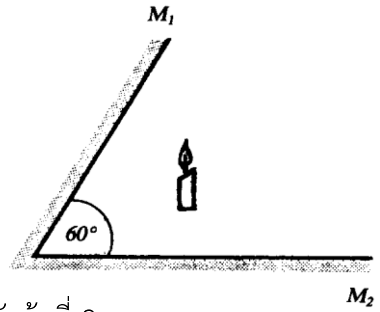
แบบฝึกหัด

1.กระจกเงาราบ 2 บานวางขนานกันจุด A เป็นตำแหน่งของวัตถุ ห่างจาก M_1เป็นระยะ 15 เซนติเมตร ถ้ากระจก M_1และ M_2วางห่างกัน 20 เซนติเมตร ภาพที่เกิดจากการสะท้อนจากกระจกทั้งสองบาน อยู่ห่างจาก M_1กี่เซนติเมตร เมื่อให้แสงตกกระทบที่ M_1ก่อน (55 cm.)



ภาพประกอบแบบฝึกหัดข้อที่ 1
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 240)

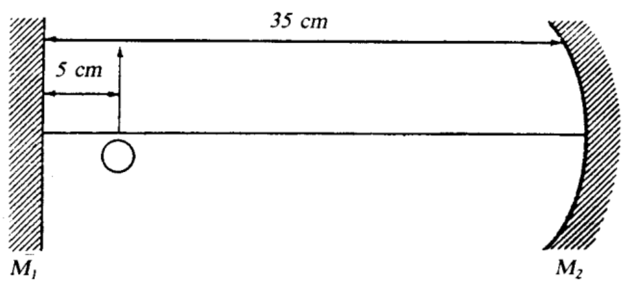
2.กระจกเงาราบ M_1และ M_2ทำมุมกัน 60 องศาดังรูปภาพของเทียนไขจะเกิดขึ้นกี่ภาพ (5 ภาพ)



ภาพประกอบแบบฝึกหัดข้อที่ 2
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 240)

3.จะต้องวางวัตถุให้ห่างจากกระจกเว้าความยาวโฟกัส 18 เซนติเมตรเท่าไร จึงจะได้ภาพจริงที่มีขนาด $\frac{1}{9}$ เท่าของวัตถุ (180 cm.)

4.กระจกระนาบ (M_1) บานหนึ่งวางตั้งฉากกับแกนมุขสำคัญของกระจกเว้า (M_2) ซึ่งมีรัศมีความโค้ง 20.0 เซนติเมตร หันหน้าเข้าหากัน ดังรูป และอยู่ห่างกัน 35.0 เซนติเมตร วัตถุสูง 8.0 เซนติเมตร วางตั้งขนานอยู่หน้ากระจกระนาบและห่างจากกระจกระนาบ 5.0 เซนติเมตร จงหาชนิดของภาพสุดท้ายที่เกิดจากการสะท้อน 2 ครั้งโดยให้สะท้อนครั้งแรกที่กระจกระนาบ (ภาพจริง)



ภาพประกอบแบบฝึกหัดข้อที่ 4
ที่มา (มานัส มงคลสุข, 2532, หน้า 247)

5.วางวัตถุอันหนึ่งหน้ากระจกโค้งซึ่งมีความยาวเท่ากับ 20 เซนติเมตร ปรากฏว่าได้ภาพเสมือนมีกำลังขยายเท่ากับ 0.1 จงหาระยะวัตถุ (180 cm.)

6. ดินสอยาว 30 เซนติเมตร วางไว้ตามแนวแกนหน้ากระจกซึ่งมีรัศมีความโค้ง 60 เซนติเมตร โดยให้ปลายใกล้จุดศูนย์กลางของความโค้งของกระจก ภาพที่เกิดจะมีความยาวเท่าไร (15 cm.)

7.วัตถุสูง 8 เซนติเมตร วางไว้หน้ากระจกเงาโค้งได้ภาพจริงขนาด 12 เซนติเมตร ถ้าขยับวัตถุให้เข้าใกล้กระจกโค้งอีก 1 เซนติเมตร ปรากฏว่าได้ภาพเสมือนขยับเขาใกล้กระจกอีก 1 เซนติเมตรเช่นกัน จงคำนวณความยาวโฟกัสของกระจก (0.9 cm.)

8.วัตถุขนาด 6 เซนติเมตร วางไส้หน้ากระจกโค้งที่มีรัศมีความโค้งเท่ากับ 120 เซนติเมตร ปรากฏว่าเกิดภาพเสมือนขนาด 3 เซนติเมตร จงหาว่าวัตถุอยู่ห่างจากกระจกโค้งเท่าใด (60 cm.)

9. ฉายแสงสีหนึ่งผ่านเข้าไปในผลึกควอร์ตซ์ ปรากฏวัดอัตราเร็วของแสงในผลึกควอร์ตซ์ได้ 1.93×10^8 เมตรต่อวินาที ถ้าแสงนี้เดินทางในสูญญากาศด้วยอัตราเร็ว 3×10^8 เมตรต่อวินาที ดรรชนีหักเหของผลึกสำหรับแสงนี้เป็นเท่าไร (1.56)

10. หลอดไฟดวงหนึ่งอยู่ที่ก้นสระน้ำลึก 1 เมตร เปล่งแสงขึ้นมาถึงผิวน้ำได้ จงคำนวณพื้นที่แสงสามารถส่องผ่านออกมาได้ถ้าดรรชนีหักเหของน้ำและอากาศเท่ากับ $\frac{4}{3}$ และ 1 ตามลำดับ (4.04 m^2)

11.แท่งแก้วรูปลูกบาศก์ยาวด้านละ 15 เซนติเมตร มีฟองอากาศเล็กๆ อยู่ภายใน เมื่อมองทางด้านหนึ่งจะเห็นฟองอากาศอยู่ที่ระยะ 6 เซนติเมตร แต่เมื่อมองทางด้านตรงข้ามจะเห็นอยู่ที่ระยะ 4 เซนติเมตร จริงๆ ฟองอากาศอยู่ที่ระยะเท่าใดจากผิวแรกที่มอง (9 cm.)

12.วัตถุสูง 2 เซนติเมตร วางห่างจากเลนส์นูนซึ่งมีความยาวโฟกัส 10 เซนติเมตร ถ้าระยะห่างระหว่างวัตถุกับเลนส์เท่ากับ 5 เซนติเมตรภาพที่ได้จะเกิดที่ตำแหน่งใดและมีขนาดเท่าไร (10 cm., 4 cm.)

13.วางวัตถุห่างจากเลนส์นูนซึงมีความยาวโฟกัส 10 เซนติเมตร เป็นระยะ 30 เซนติเมตร และวางกระจกเว้าห่างจากเลนส์นูน 35 เซนติเมตร คนละด้านกับวัตถุ จะเกิดภาพจริงที่เดียวกับวัตถุ รัศมีความโค้งของกระจกเว้ามีค่ากี่เซนติเมตร (30.6 cm.)

14.เลนส์บางอันหนึ่งวางห่างจากแสตมป์9 เซนติเมตร ทำให้เกิดภาพเสมือนที่ระยะ 3 เซนติเมตร จากเลนส์ เลนส์นั้นจะมีความยาวโฟกัสเท่าไร (-4.5 cm.)

เอกสารอ้างอิง

มานัส มงคลสุข (2532). **Condensed Physics 2** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แม็คจำกัด

ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2550). **ฟิสิกส์ 2**(พิมพ์ครั้งที่ 15).กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. ,Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 14

ทฤษฎีสัมพันธภาพ

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. สัจพจน์ของทฤษฎีสัมพันธภาพพิเศษ
2. การยืดของเวลา
3. การหดสั้นของความยาว
4. มวลและพลังงาน

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย สัจพจน์ของทฤษฎีสัมพันธภาพพิเศษได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณการยืดของเวลาได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณการหดสั้นของความยาวได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณมวลและพลังงานได้
5.เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

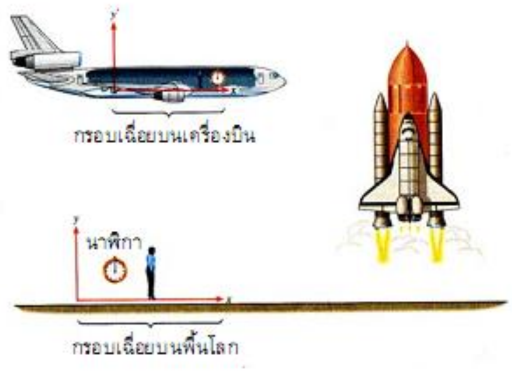
บทที่ 14

ทฤษฎีสัมพันธภาพ

14.1 สัจพจน์ของทฤษฎีสัมพันธภาพพิเศษ

14.1.1 เหตุการณ์บนกรอบอ้างอิงเฉื่อย

การปล่อยกระสวยอวกาศดังรูปที่ 14.1 มีผู้สังเกต 2 คน กำลังดูการปล่อยกระสวยอวกาศนี้อยู่ คนแรกอยู่บนพื้นโลก และอีกคนหนึ่งยืนสังเกตอยู่บนเครื่องบินซึ่งกำลังบินด้วยความเร็วคงที่เมื่อเทียบกับโลก ผู้สังเกตแต่ละคนจะใช้กรอบอ้างอิงซึ่งประกอบด้วย แกน x, y และแกน z (เรียกว่า กรอบพิกัดฉาก) และนาฬิกาที่เดินอยู่บนกรอบอ้างอิงของตนเอง



รูปที่ 14.1ผู้สังเกตบนกรอบอ้างอิงเฉื่อยของแต่ละคน
ที่มา www.electron.rmutphysics.com%2Fphysics%2Fcharud%2Fscibook%2Felectronic-physics2%2FPDF%2Fchap12.pdf

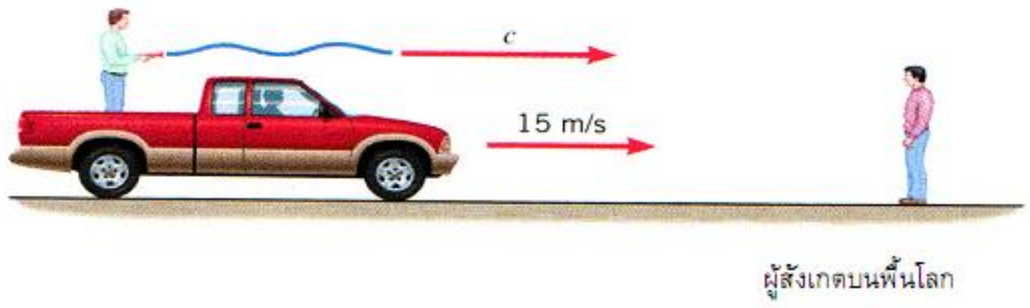
ทฤษฎีสัมพันธภาพพิเศษจะสังเกตอยู่บนกรอบอ้างอิงพิเศษที่เรียกว่ากรอบอ้างอิงเฉื่อยหรือกรอบนิ่ง (inertial frame) ซึ่งก็คือกรอบอ้างอิงที่กฎของนิวตันยังคงใช้อธิบายได้ เพราะแรงสุทธิที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ กรอบที่หมุนหรือเคลื่อนที่โดยมีความเร่งจึงไม่ใช่กรอบอ้างอิงเฉื่อย อย่างไรก็ตามกรอบอ้างอิงที่ใช้พื้นโลกเป็นหลักดังรูปที่ 14.1 ไม่ใช่กรอบอ้างอิงเฉื่อยที่สมบูรณ์ เพราะโลกหมุนรอบตัวเองและหมุนรอบดวงอาทิตย์จึงมีความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลาง แต่ความเร่งน้อยและโลกมีขนาดใหญ่จึงสามารถตัดผลของความเร่งทิ้งได้ ดังนั้นถ้าให้โลกเป็นกรอบอ้างอิงเฉื่อย เครื่องบินที่บินด้วยความเร็วคงที่เทียบกับโลกถือว่าเป็นกรอบอ้างอิงเฉื่อยด้วย

14.1.2 สัจพจน์ของทฤษฎีสัมพันธภาพ

ไอน์สไตน์ได้สร้างทฤษฎีสัมพันธภาพพิเศษบนสมมติฐาน 2 ข้อ หรือเรียกว่าสัจพจน์ดังนี้

1. สัจพจน์สัมพัทธ์ (The principle of relativity) กฎทางฟิสิกส์เป็นจริงทุกกรอบอ้างอิงเฉื่อย
2. สัจพจน์ของความเร็วแสง (The constancy of the speed of light) อัตราเร็วแสงในสุญญากาศมีค่าเท่ากันทุกกรอบอ้างอิงเฉื่อย

กฎทางฟิสิกส์สามารถใช้ได้กับกรอบอ้างอิงเฉื่อยทุกกรอบ ยังไม่มีการทดลองใดที่แย้งได้ว่าการวัดบนกรอบอ้างอิงเฉื่อยสัจพจน์ข้อที่หนึ่งจะไม่เป็นจริง เมื่อผู้สังเกตอยู่บนเครื่องบินจะรู้สึกว่าตนเองอยู่นิ่งเพราะเครื่องบินไม่มีความเร่ง อย่างไรก็ตามเครื่องบินไม่ใช่กรอบอ้างอิงเฉื่อยที่สมบูรณ์เมื่อเทียบกับพื้นโลก เพราะโลกก็ไม่ใช่กรอบอ้างอิงเฉื่อยจริง ไอน์สไตน์จึงเชื่อว่าไม่มีความเร็วสมบูรณ์ มีแต่ความเร็วสัมพัทธ์เท่านั้น



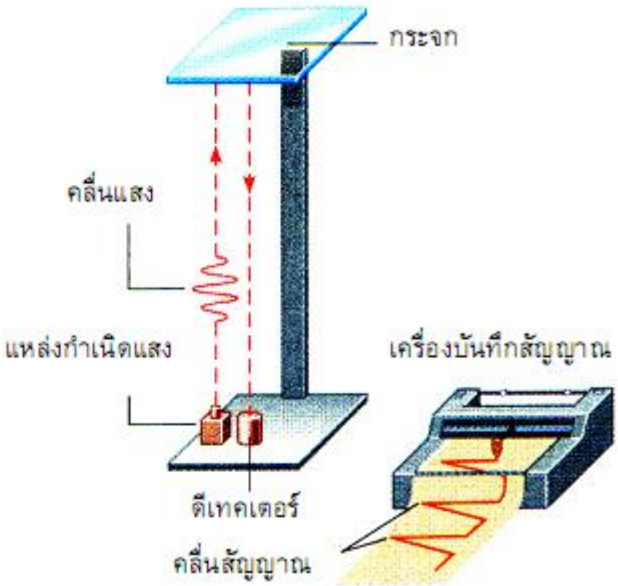
รูปที่ 14.2ผู้สังเกตยืนอยู่บนพื้นมองเห็นรถที่มีคนส่องไฟฉายอยู่วิ่งเข้ามา
ที่มา www.electron.rmutphysics.com%2Fphysics%2Fcharud%2Fscibook%2Felectronic-physics2%2FPDF%2Fchap12.pdf

จากรูปที่ 14.2 เป็นรูปของคนอยู่บนรถที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ 15 เมตรต่อวินาทีเทียบกับพื้น ผู้สังเกตยืนอยู่บนพื้น ให้คนที่อยู่บนรถส่องไฟฉายมาที่ผู้สังเกต คนบนรถจะวัดอัตราเร็วแสงได้เท่ากับ c เมตรต่อวินาที ผู้สังเกตควรจะวัดอัตราเร็วแสงได้เป็น c+15 เมตรต่อวินาที ถ้าเหตุการณ์เป็นเช่นนั้นสัจพจน์ข้อที่สองก็จะไม่เป็นจริง จากสัจพจน์ข้อที่สอง ผู้สังเกตต้องวัดอัตราเร็วแสงได้เท่ากับ c เมตรต่อวินาที เช่นเดียวกับคนบนรถ การเคลื่อนที่ของไฟฉายไม่มีผลต่ออัตราเร็วแสง ซึ่งขัดกับความเข้าใจพื้นฐานในเรื่องความเร็วสัมพัทธ์ดังที่ได้เคยศึกษามาก่อน

เนื่องจากคลื่นเช่น คลื่นน้ำ หรือคลื่นเสียง ต้องการตัวกลางในการกระจายพลังงานออกไปจึงทำให้นักวิทยาศาสตร์สรุปได้ว่าคลื่นแสงเป็นเช่นเดียวกับคลื่นน้ำ โดยตัวกลางที่คลื่นแสงใช้ในการเคลื่อนที่เรียกว่าอีเธอร์(ether) ซึ่งมีอยู่ทั่วไปในอวกาศและให้แสงเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว c เมตรต่อวินาที เมื่อวัดเทียบกับอีเธอร์ ภายใต้สมมติฐานนี้ผู้สังเกตที่เคลื่อนที่สัมพัทธ์กับอีเธอร์จะวัดอัตราเร็วแสงได้เท่าใดขึ้นอยู่กับว่าผู้สังเกตเคลื่อนที่อย่างไรเมื่อเทียบกับแสง จนกระทั่งนักวิทยาศาสตร์ชาวอเมริกาคือ ไมเคิลสันและมอร์เลย์ ได้ทำการทดลอง (Michelson-Morley experiment) ซึ่งผลปรากฏว่าอัตราเร็วแสงคงที่ทุกๆกรอบเฉื่อย ไม่ขึ้นกับการเคลื่อนที่ของผู้สังเกต การทดลองนี้ทำให้ความเชื่อเรื่องอีเธอร์หายไป และยอมรับได้ว่าสัจพจน์ข้อที่สองนั้นเป็นจริง

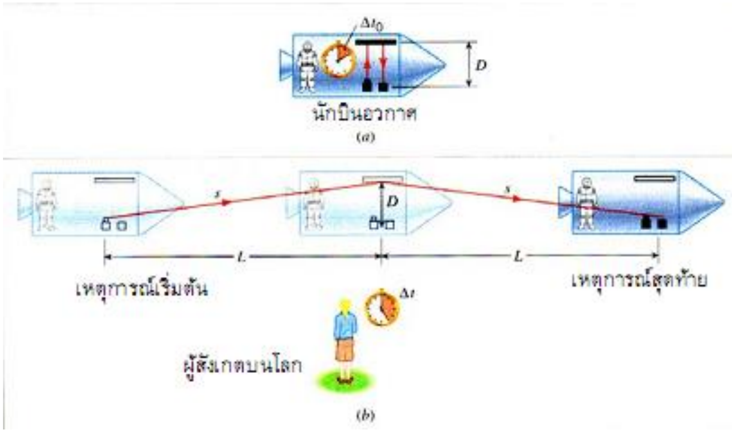
14.2 การยืดของเวลา

ในทฤษฎีสัมพันธภาพ เวลาสำหรับผู้สังเกตที่อยู่บนพื้นจะเดินเร็วกว่าเวลาของนักบินอวกาศที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ เพื่อพิสูจน์ความจริงในข้อนี้เราจะใช้นาฬิกาแสงดังรูปที่ 14.3 โดยให้แสงถูกปล่อยจากแหล่งกำเนิดแสงเป็นช่วงคลื่นสั้นๆ ไปสะท้อนกับกระจกด้านบนกลับมาที่ตัวดีเทคเตอร์ซึ่งเป็นตัวรับสัญญาณแสง แต่ละครั้งที่ลูกคลื่นของแสงมาถึงตัวดีเทคเตอร์ เครื่องบันทึกสัญญาณจะทำการบันทึกสัญญาณเอาไว้ คลื่นลูกใหม่จะถูกปล่อยออกไปและเครื่องบันทึกสัญญาณก็จะทำการบันทึกเป็นช่วงๆไป ช่วงเวลาระหว่างลูกคลื่นแต่ละลูกคือเวลาของเหตุการณ์แรก (ปล่อยลูกคลื่นจากแหล่งกำเนิด) ถึงเหตุการณ์สุดท้าย (ลูกคลื่นกระทบกับดีเทคเตอร์) ให้แหล่งกำเนิดแสงกับดีเทคเตอร์อยู่ใกล้กันและอยู่ในระดับเดียวกัน เหตุการณ์ทั้งสองถือว่าเกิดขึ้นที่เดียวกัน



รูปที่ 14.3นาฬิกาแสง
ที่มา *www.electron.rmutphysics.com%2Fphysics%2Fcharud%2Fscibook%2Felectronic-physics2%2FPDF%2Fchap12.pdf*

นำนาฬิกาแสงตัวแรกไปตั้งไว้บนพื้นโลก และตัวที่สองไปตั้งไว้บนยานอวกาศซึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่เทียบกับโลก นักบินบนยานอวกาศให้ถือว่าอยู่นิ่งเมื่อเทียบกับนาฬิกาและยานอวกาศดังรูปที่ 14.4a และสามารถหาเวลาได้เป็น $\Delta t_0=2D/c$ โดยที่ Δt_0 คือเวลาเริ่มต้นและสิ้นสุดเหตุการณ์บนยานอวกาศสังเกตจากนักบินอวกาศ แต่ในขณะเดียวกันผู้สังเกตที่อยู่บนโลกจะวัดเวลาบนยานอวกาศได้ไม่เท่ากับΔt_0เพราะว่ายานอวกาศเคลื่อนที่ ผู้สังเกตบนพื้นโลกจะเห็นคลื่นแสงบนยานอวกาศเคลื่อนที่ตามแนว s ดังรูปที่ 14.4b เส้นทางนี้จะยาวกว่าเส้นทางการเคลื่อนที่ของแสงที่นักบินอวกาศมองเห็นในยานอวกาศของเขา แต่แสงเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ c เสมอตามสัจพจน์ข้อที่สองของไอน์สไตน์ ดังนั้นผู้สังเกตบนโลกจะวัดช่วงเวลาได้ Δt ซึ่งจะยาวกว่า Δt_0ที่วัดได้โดยนักบินอวกาศ เมื่อผู้สังเกตบนโลกใช้นาฬิกาแสงที่ตั้งอยู่บนโลกเทียบกับนาฬิกาของนักบินอวกาศจะพบว่านาฬิกาของนักบินอวกาศช้าลง



รูปที่ 14.4 a) นักบินวัดช่วงเวลา Δt_0 ของนาฬิกาบนยานอวกาศ
b) ผู้สังเกตที่อยู่บนโลกสังเกตนาฬิกาของนักบินอวกาศ
ที่มา http://www.rmutphysics.com/physics/oldfront/64/relativity.htm

ในช่วงที่ลูกคลื่นเคลื่อนที่จากเหตุการณ์แรกไปสิ้นสุดที่เหตุการณ์สุดท้าย ยานอวกาศจะเคลื่อนที่ได้ระยะทาง = 2L = vΔt เมื่อ v คือความเร็วของยานอวกาศเทียบกับโลก
ในช่วงเวลา Δt คลื่นแสงจะเคลื่อนที่ได้เป็นระยะทาง 2s จากทฤษฎีพิธากอรัสจะได้

$$2s = 2\sqrt{D^2 + L^2} = 2\sqrt{D^2 + (v\Delta t/2)^2}$$

โดยที่ระยะทาง 2s = cΔtดังนั้น

$$c\Delta t = 2\sqrt{D^2 + (v\Delta t/2)^2}$$

สามารถจัดรูปได้เป็น

$$\Delta t = \frac{2D}{C}\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

แทนค่า 2D/c = Δt_0ลงในสมการจะได้เป็น

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (14.1)$$

เมื่อ Δt_0= ช่วงเวลาจริงระหว่างเหตุการณ์ทั้งสอง วัดโดยผู้สังเกตที่อยู่นิ่งเมื่อเทียบกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น

Δt= ช่วงเวลาจริงระหว่างเหตุการณ์ทั้งสอง วัดโดยผู้สังเกตที่เคลื่อนที่เมื่อเทียบกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น

v = อัตราเร็วสัมพัทธ์ระหว่างผู้สังเกตทั้งสอง

c = อัตราเร็วแสงในสุญญากาศ

ตัวอย่างที่ 14.1 ยานอวกาศเคลื่อนที่ผ่านโลกด้วยความเร็ว 0.92 เท่าของความเร็วแสง หรือเขียนได้เป็น v = 0.92c นักบินอวกาศวัดเวลา Δt_0= 1 วินาที จงหาช่วงเวลา Δt ที่ผู้สังเกตบนโลกวัดเวลาของนักบินอวกาศ

วิธีทำจากสมการที่ 12.1

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-(0.92c/c)^2}}$$ = 1 วินาที **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 14.2 อัลฟาเซ็นจูรี่ เป็นดาวฤกษ์ที่อยู่ใกล้กับกาแลกซี่ของโลกคืออยู่ห่างประมาณ 4.3 ปีแสง สมมติว่าจรวดออกเดินทางจากโลกด้วยความเร็ว v = 0.95c เทียบกับโลก ไปยังดาวอัลฟาเซ็นจูรี่ อยากทราบว่าผู้โดยสารจะมีอายุเพิ่มขึ้นเท่าใดเมื่อถึงที่หมาย กำหนดให้ดาวอัลฟาเซ็นจูรี่และโลกอยู่นิ่ง

วิธีทำผู้โดยสารจะวัดช่วงเวลาจริงได้เป็น Δt_0บนยานอวกาศ แต่คนบนโลกจะวัดช่วงเวลาบนยานอวกาศได้มากกว่าเพราะยานอวกาศเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v = 0.95c ดังนั้น Δt = 4.3ปี/0.95 = 4.5 ปี

จากสมการที่ 12.1

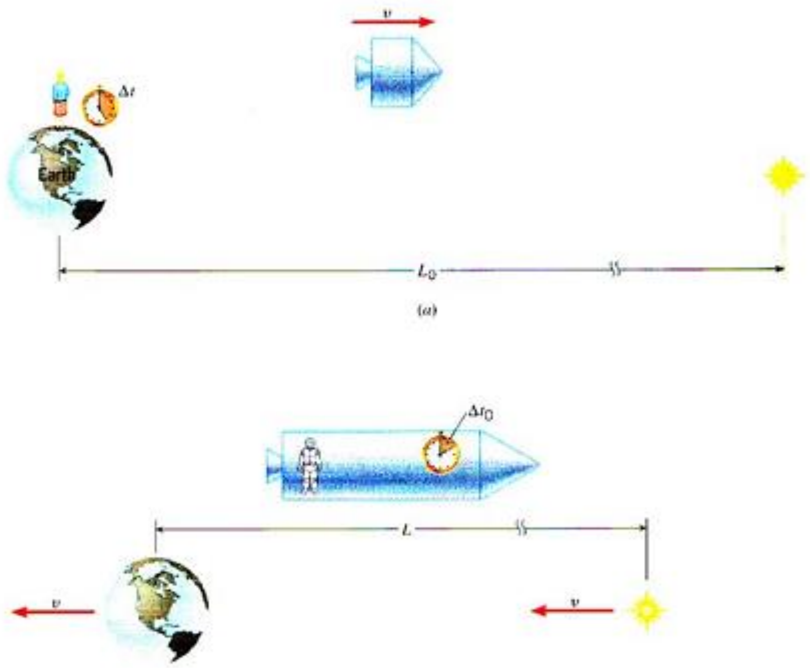
$$\Delta t_0 = \Delta t\sqrt{1-v^2/c^2}$$

$$= (4.5)\sqrt{1-(0.95c/c)^2}$$ = 1.4ปี

ผู้โดยสารที่อยู่บนยานอวกาศจะมีอายุเพิ่มขึ้น 1.4 ปี เมื่อมาถึงดาวอัลฟาเซ็นจูรี่ แต่ผู้สังเกตบนโลกจะมีอายุเพิ่มขึ้น 4.5 ปี **ตอบ**

14.3 การหดสั้นของความยาว

เนื่องจากเวลามีการยืดออก ผู้สังเกตที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่จะวัดเวลาได้แตกต่างจากผู้สังเกตที่หยุดนิ่ง โดยเวลาทั้งสองแตกต่างกันโดยแฟกเตอร์ $\sqrt{1-v^2/c^2}$ เมื่อเวลาของผู้สังเกตแตกต่างกัน ดังนั้นระยะทางต้องแตกต่างกันด้วย จากตัวอย่างที่ 14.2 ผู้สังเกตบนพื้นโลกสามารถคำนวณหาระยะทางจากโลกไปที่ดาวอัลฟาเซ็นจูรี่โดยใช้สมการ $L_0 = v\Delta t$ = (0.95c)(4.5 ปี) = 4.3 ปีแสง ในทางกลับกันผู้โดยสารที่อยู่บนยานอวกาศหาระยะทางได้จากสมการ $L = v\Delta t_0$ = (0.95c)(1.4 ปี) = 1.3 ปีแสง จากการคำนวณเวลาของผู้โดยสารจะสั้นกว่าผู้สังเกตที่อยู่บนพื้นโลกและระยะทางก็ยังสั้นกว่าด้วย การสั้นลงของความยาวนี้เรียกว่า การหดสั้นของความยาว



รูปที่ 14.5 a) ระยะทางเมื่อวัดโดยผู้สังเกตที่อยู่บนโลก b) ระยะทางเมื่อวัดโดยผู้สังเกตบนยานอวกาศ ที่มา *www.electron.rmutphysics.com%2Fphysics%2Fcharud%2Fscibook%2Felectronic-physics2%2FPDF%2Fchap12.pdf*

จากรูปที่ 14.5a เป็นภาพแสดงระยะทางจากโลกถึงดาวเคราะห์ดวงหนึ่ง โดยมองจากผู้สังเกตที่อยู่บนโลกซึ่งผู้สังเกตคนนี้จะวัดช่วงเวลาได้เป็น Δt และวัดระยะทางได้เป็น L_0 ดังนั้นอัตราเร็วของยานอวกาศคือ $v = L_0/\Delta t$ ส่วนรูปที่ 14.5b เป็นภาพแสดงระยะทางจากโลกถึงดาวเคราะห์ โดยมองจากผู้สังเกตที่อยู่บนยานอวกาศซึ่งผู้สังเกตคนนี้จะวัดช่วงเวลาได้เป็น Δt_0และวัดระยะทางได้เป็น Lดังนั้นอัตราเร็วของยานอวกาศคือ $v = L/\Delta t_0$ อย่างไรก็ตามอัตราเร็วของยานอวกาศทั้งสองกรณีเท่ากันเพราะเป็นยานอวกาศลำเดียวกัน และจากสมการที่ 14.1 จะได้ความสัมพันธ์เป็น

$$L = L_0\sqrt{1-v^2/c^2} \qquad (14.2)$$

โดยที่ L_0 เรียกว่า ความยาวจริง เป็นระยะทางระหว่างจุด 2 จุดโดยผู้สังเกตที่อยู่นิ่ง และ L คือระยะทางระหว่างจุด 2 จุดเมื่อวัดโดยผู้สังเกตที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่

ตัวอย่างที่ 14.3 นักบินอวกาศใช้ตลับเมตรวัดความยาวและเส้นผ่านศูนย์กลางของยานอวกาศได้เป็น 82 และ 21 เมตร ตามลำดับ ถ้ายานอวกาศเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $v = 0.95c$ เทียบกับโลก จงหาขนาดของยานอวกาศที่วัดโดยผู้สังเกตที่อยู่บนโลก
วิธีทำความยาว 82 เมตร ของยานอวกาศเป็นความยาวจริง L_0 เพราะวัดโดยตลับเมตรที่อยู่บนยานอวกาศ แต่สำหรับผู้สังเกตบนโลกจะวัดความยาวได้เท่ากับ L หาได้จากสมการที่ 14.2

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$= (82)\sqrt{1-\frac{(0.95c)^2}{c^2}}$$

= 26 เมตร

ดังนั้นผู้สังเกตบนโลกจะมองเห็นยานอวกาศยาว 26 เมตร แต่มองเห็นเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 21 เมตรเท่าเดิมเนื่องจากเส้นผ่านศูนย์กลางเป็นความยาวที่ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ซึ่งจะมีค่าไม่เปลี่ยนแปลง **ตอบ**

14.4 มวลและพลังงาน

มวลเป็นปริมาณมูลฐานทางฟิสิกส์เช่นเดียวกับระยะทางและเวลา การวัดมวลในกรอบอ้างอิงนิ่งกับกรอบอ้างอิงที่เคลื่อนที่จะมีลักษณะเช่นเดียวกับเวลาและระยะทางตามสมการ

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (14.3)$$

เมื่อ m_0คือ มวลนิ่งหรือมวลที่วัดได้เมื่อผู้วัดอยู่ในกรอบอ้างอิงนิ่ง

m คือ มวลสัมพัทธ์หรือมวลที่วัดได้เมื่อผู้วัดอยู่ในกรอบอ้างอิงที่เคลื่อนที่

ทฤษฎีสัมพันธภาพสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างมวลกับพลังงานได้ โดยพลังงาน E ของมวลที่เคลื่อนที่จะมีความสัมพันธ์กับมวลและอัตราเร็วดังสมการ

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (14.4)$$

ถ้า v = 0 พลังงานรวมทั้งหมดจะเรียกว่าพลังงานรวมของมวลนิ่ง E_0และสมการที่ 14.4 จะลดรูปลงเป็นสมการ

$$E_0 = mc^2 \qquad (14.5)$$

เมื่อเร่งวัตถุจนวัตถุมีอัตราเร็ว v พลังงานรวมของวัตถุคือ พลังงานรวมของมวลนิ่ง E_0 รวมกับพลังงานจลน์ KE เขียนเป็นสมการได้เป็น

$$E = E_0 + KE \qquad (14.6)$$

ตัวอย่างที่ 14.4วัตถุมวล 63 กิโลกรัม บนพื้นโลก ถ้ายิงออกไปนอกโลกด้วยความเร็วคงที่ = 0.998c คนบนโลกจะวัดมวลของวัตถุชิ้นนี้ได้เป็นกี่กิโลกรัม

วิธีทำ จากสมการที่ 12.3 $$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

จะได้ $$m = \frac{63}{\sqrt{1-\frac{(0.998c)^2}{c^2}}}$$ = 1000 กิโลกรัม **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 14.5 อิเล็กตรอนมวล = 9.1x10^{-31}กิโลกรัม ถูกเร่งจากหยุดนิ่งจนมีอัตราเร็ว =0.9995c ด้วยเครื่องเร่งอนุภาค จงหาพลังงานมวลนิ่งและพลังงานรวมของอิเล็กตรอน

วิธีทำ พลังงานมวลนิ่งสามารถหาได้โดยใช้สมการที่ 12.5

$$E_0 = mc^2$$

$$= (9.1\text{x}10^{-31})(3\text{x}10^{8})^2 = 8.19\text{x}10^{-14} \text{จูล}$$

เมื่อ 1 eV = 1.6x10^{-19} J

ดังนั้นพลังงานมวลนิ่งของอิเล็กตรอนมีค่าเท่ากับ 8.19x10^{-14}จูล หรือเท่ากับ 0.511 MeV **ตอบ**

พลังงานรวมสามารถหาได้โดยใช้สมการที่ 12.4

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$= \frac{(9.1x10^{-31})(3x10^8)^2}{\sqrt{1-(0.995c)^2/c^2}}$$

$$= 2.59\text{x}10^{-12} \text{ J หรือ } 16.2 \text{ MeV}$$ **ตอบ**

สรุป

1. สัจพจน์ของทฤษฎีสัมพันธภาพ
   - สัจพจน์สัมพัทธ์ (The principle of relativity) กฎทางฟิสิกส์เป็นจริงทุกกรอบอ้างอิงเฉื่อย
   - สัจพจน์ของความเร็วแสง (The constancy of the speed of light) อัตราเร็วแสงในสุญญากาศมีค่าเท่ากันทุกกรอบอ้างอิงเฉื่อย
2. การยืดของเวลา

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

3. การหดสั้นของความยาว

$$L = L_0\sqrt{1-v^2/c^2}$$

4. มวล

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

5. พลังงาน

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

แบบฝึกหัด

1. สายอากาศเรดาห์หมุนด้วยความเร็วเชิงมุม 0.25 เรเดียนต่อวินาที เมื่อวัดบนโลก ถ้าผู้สังเกตเคลื่อนที่ผ่านเสาอากาศด้วยความเร็ว 0.8c จงหาความเร็วที่ผู้สังเกตวัดได้ (0.15 เรเดียนต่อวินาที)
2. ยานอวกาศเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 0.9c เทียบกับโลก คนบนโลกวัดความกว้างของยานอวกาศในทิศทางเดียวกันกับการเคลื่อนที่ได้เป็น 230 เมตร จงหาความยาวของยานอวกาศเมื่อยานอวกาศลำนี้หยุดนิ่ง (530 เมตร)
3. กำหนดให้ยาน A มีความเร็ว 0.6c ขณะที่ยาน B มีความเร็ว 0.8c จงหาอัตราส่วนของเส้นผ่านศูนย์กลางของดาวเคราะห์ที่วัดได้จากยาน A ต่อยาน B (1ต่อ3)
4. ยานอวกาศวิ่งด้วยความเร็ว 0.6c เทียบกับโลก ไปยังดาวเคราะห์โดยที่ผู้สังเกตบนยานอวกาศลำนี้วัดระยะทางได้เป็น 8 ปีแสง จงหาระยะทางที่วัดได้โดยผู้สังเกตที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 0.8c เทียบกับโลก(6 ปีแสง)
5. จงหางานที่ทำให้อิเล็กตรอนเร่งจากหยุดนิ่งจนมีความเร็วเท่ากับ 0.99c (5×10^{-13}จูล)
6. ยานอวกาศ 1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 0.65c เทียบกับโลก ขณะที่ยานอวกาศ 2 เคลื่อนที่ตามหลังยานอวกาศ 1 ไปในทิศทางเดียวกันแต่เคลื่อนที่ได้เร็วกว่า โดยมีความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างยานอวกาศคือ 0.31c จงหาความเร็วของยานอวกาศ 2 (0.799c)
7. ถ้าลูกกอล์ฟมีมวล 0.046 กิโลกรัมจงหาพลังงานมวลนิ่งของลูกกอล์ฟ และถ้านำพลังงานนี้ไปให้กับหลอดไฟขนาด 7.5 วัตต์ หลอดไฟจะติดอยู่นานเท่าใด (4.1×10^{15}จูล,5.5×10^{13}วินาที)
8. ถ้าดวงอาทิตย์มีมวลเท่ากับ 1.99×10^{30}กิโลกรัมและให้พลังงานในอัตรา 3.92×10^{26}วัตต์จงหามวลของดวงอาทิตย์ที่หายไปต่อวินาที (4.36×10^{9}กิโลกรัม)

เอกสารอ้างอิง

ธำรง เมธาศิริ. (2540). **ฟิสิกส์แผนใหม่**(พิมพ์ครั้งที่ 5).กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2550). **ฟิสิกส์ 2**(พิมพ์ครั้งที่ 15).กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7th ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. ,Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 15

ฟิสิกส์อะตอม

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. อะตอม
2. การค้นพบอิเล็กตรอน
3. การทดลองของทอมสัน
4. การทดลองของมิลลิแกน
5. แบบจำลองอะตอมของทอมสัน
6. แบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ด
7. แบบจำลองอะตอมไฮโดรเจนของบอร์
8. การแผ่รังสีของวัตถุดำ
9. การทดลองของฟรังก์และเฮิรตซ์
10. การค้นพบรังสีเอกซ์
11. ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก
12. ปรากฏการณ์คอมป์ตัน
13. สมมติฐานของเดอบรอยล์
14. หลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบอร์ก

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย อะตอมได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถอธิบายการค้นพบอิเล็กตรอนได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณการทดลองของทอมสันได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณการทดลองของมิลลิแกนได้
5. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถอธิบายแบบจำลองอะตอมของทอมสันได้
6. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถอธิบายแบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ดได้
7. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณการทดลองของมิลลิแกนได้
8. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณแบบจำลองอะตอมไฮโดรเจนของบอร์ได้
9. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณการแผ่รังสีของวัตถุดำได้
10. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถอธิบายการทดลองของฟรังก์และเฮิรตซ์ได้
11. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถอธิบายการค้นพบรังสีเอกซ์ได้
12. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกได้
13. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณสมมติฐานของเดอบรอยล์ได้

14. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณหลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบอร์กได้
15. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 15

ฟิสิกส์อะตอม

15.1 อะตอม

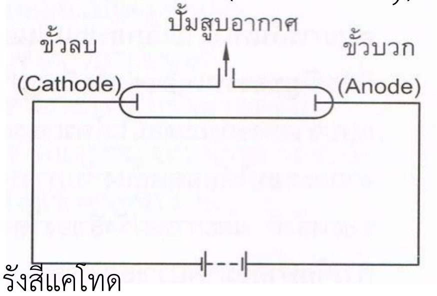
แนวความคิดเกี่ยวกับโครงสร้างของสสารในสมัยกรีกโบราณ

ดิโมคริตุส (ประมาณพ.ศ. 83 – 173) นักปราชญ์ ชาวกรีก เสนอแนวคิดกับเรื่องโครงสร้างสสารว่าโลกประกอบด้วยสสารและที่ว่าง สสารประกอบด้วยอะตอมซึ่งเป็นหน่วยที่เล็กที่สุด และแบ่งแยกต่อไปอีกไม่ได้ สสารแต่ละชนิดประกอบด้วยอะตอมที่มีเนื้อเหมือนกัน แต่มีขนาด รูปร่าง และการจัดเรียงตัวต่างกันจึงทำให้เกิดสสารต่างชนิดกัน การเปลี่ยนแปลงของสสารเกิดจาการเปลี่ยนแปลงลักษณะการจัดเรียงตัวของอะตอม

อริสโตเติล (ประมาณ พ.ศ. 159 – 221) ยอมรับแนวคิดของเอมเพโดคลีส เขาได้อธิบายโครงสร้างของสสารว่า สสารทุกชนิดมีเนื้อต่อเนื่อง ไม่มีช่องว่าง ไม่มีเนื้อสสารและสามารถแบ่งออกเป็นชิ้นเล็กๆ เท่าใดก็ได้ ไม่จำกัด นั่นคือ ไม่มีอะตอม เขาเชื่อว่าสรรพสิ่งทั้งหลายในโลกประกอบด้วยสารมูลฐาน 4 อย่าง คือ ดิน น้ำ ลม ไฟ สสารชนิดเดียวกันจะประกอบด้วยองค์ประกอบมูลฐานเหมือนกัน การเปลี่ยนแปลงของสสารเกิดขึ้นเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงองค์ประกอบมูลฐาน ทฤษฎีอะตอมของ**ดอลตัน** อธิบายว่า สสารประกอบด้วยอะตอมซึ่งเป็นหน่วยย่อยที่เล็กที่สุดและแบ่งแยกอีกต่อไปไม่ได้ ธาตุเดียวกันประกอบด้วยอะตอมชนิดเดียวกัน ธาตุต่างชนิดกันประกอบด้วยอะตอมที่ต่างกัน อะตอมของธาตุแต่ละชนิดจะมีรูปร่างและน้ำหนักเฉพาะตัว อะตอมชนิดหนึ่งจะเปลี่ยนไปเป็นอะตอมชนิดอื่นไม่ได้ อะตอมของธาตุหนึ่งๆ อาจรวมกับอะตอมธาตุอื่นได้ในสัดส่วนคงตัว

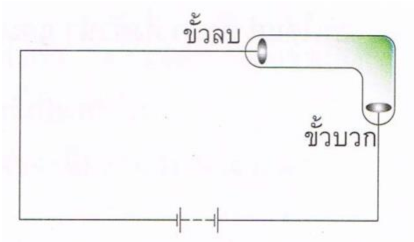
15.2 การค้นพบอิเล็กตรอน

เซอร์ วิลเลียมครูกส์(Sir Williams Crookes) นักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษ (ในช่วงปี พ.ศ. 2375 – 2462)ทำการทดลองการนำกระแสไฟฟ้าในหลอดแก้วสุญญากาศที่โค้งงอเป็นมุมฉาก พบว่าเกิดสารเรืองแสงสีเขียวที่ผนังหลอดด้านในตรงข้ามกับขั้วแคโทดซึ่งเป็นขั้วไฟฟ้าลบแสดงว่าเกิดรังสีออกมาจากขั้วแคโทด จึงเรียกว่ารังสีแคโทด (Cathode Ray)



รูปที่ 15.1 วงจรไฟฟ้าหลอดรังสีแคโทด

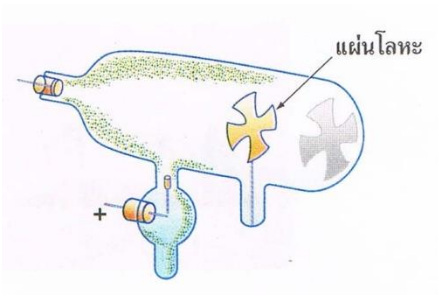
ที่มา https://worawitbas.wordpress.com/2013/02/20



รูปที่ 15.2 วงจรไฟฟ้าแบบครูกส์

ที่มา https://worawitbas.wordpress.com/2013/02/20

ในเวลาต่อมาได้ศึกษาถึงธรรมชาติของรังสีแคโทดโดยใช้แผ่นโลหะบาง ๆ กั้นรังสีแคโทด ทำให้เกิดเงาของแผ่นโลหะบนผนังหลอดดังรูป 15.3 พบว่าปกติรังสีแคโทดเคลื่อนเป็นเส้นตรง แต่จะเบี่ยงเบนทิศทางโดยสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก



รูปที่ 15.3 แสดงเงาที่เกิดจากรังสีแคโทด
ที่มา https://worawitbas.wordpress.com/2013/02/20

15.3 การทดลองของทอมสัน

เจ เจ ทอมสัน (J.J. Thomson) นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษ ในปี พ.ศ. 2440 ใช้หลอดรังสีแคโทดหาอัตราส่วนประจุต่อมวล (q/m) ของอนุภาคได้เท่ากับ 1.76×10^{11} คูลอมบ์ต่อกิโลกรัม ซึ่งการทดลองนี้ชี้ให้เห็นว่า รังสีแคโทดประกอบด้วยอนุภาคที่มีมวลและอิเล็กตรอน คือ ส่วนประกอบที่สำคัญของอะตอม

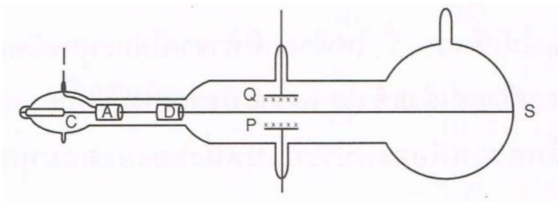
สรุปผลการทดลองของ Thomson

1. ทอมสันได้ทำการทดลองโดยจัดขนาดและทิศทางของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจนกระทั่งรังสีแคโทดวิ่งเป็นเส้นตรง ดังรูป 15.4

$$F_E = F_B$$

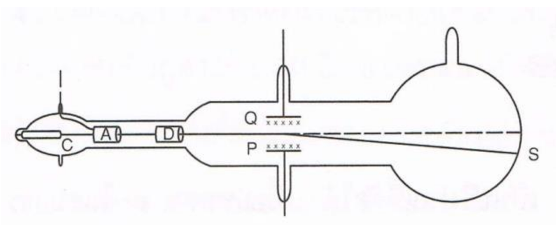
$$qE = qvB$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{V}{dB} \qquad (15.1)$$



รูปที่ 15.4 แนวทางการเคลื่อนที่ของอนุภาครังสีแคโทดในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก
ที่มา http://www.vcharkarn.com/lesson/1372

2. ทอมสันตัดสนามไฟฟ้าออกเหลือแต่สนามแม่เหล็กปรากฏว่ารังสีแคโทดวิ่งเป็นเส้นโค้งรัศมี R ดังรูป 15.5



รูปที่ 15.5 แนวทางการเคลื่อนที่ของอนุภาครังสีแคโทดในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก
ที่มา http://www.vcharkarn.com/lesson/1372

$$F_B = F_C$$

$$qvB = \frac{mv^2}{R}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{BR} = \frac{E}{B^2R} \qquad (15.2)$$

ถ้ามีการเร่งประจุด้วยความต่างศักย์ หาประจุต่อมวลจาก

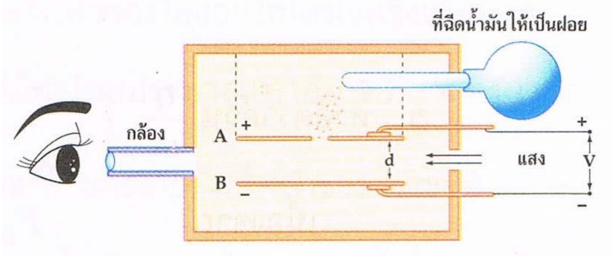
$$E_k = E_P$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV$$

$$\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2V} = \frac{E^2}{2B^2V} \qquad (15.3)$$

15.4 การหาประจุไฟฟ้าของอิเล็กตรอนโดยการทดลองของมิลลิแกน

โรเบิร์ต เอ มิลลิแกน ทำการทดลองและหาประจุไฟฟ้าของอิเล็กตรอนได้สำเร็จ โดยการวัดปริมาณประจุไฟฟ้าบนหยดน้ำมันดังรูปที่ 15.6



รูป 15.6 เครื่องมือทดลองของมิลลิแกน
ที่มา http://www.vcharkarn.com/lesson/1372

สรุปสาระสำคัญของการทดลองของมิลลิแกน

1. มิลลิแกนใช้กระบอกฉีดน้ำมัน โดยที่ปากกระบอกมีรูเล็ก หยดน้ำมันเล็ก ๆ ที่ถูกฉีดออกมา พบว่า

มีประจุไฟฟ้า เพราะว่าเกิดการเสียดสีกับปากกระบอกฉีด หรือเสียดสีกับอากาศขณะเคลื่อนที่ บางหยดมีประจุไฟฟ้าเป็นบวกเพราะเสียอิเล็กตรอนไป บางหยดมีประจุไฟฟ้าเป็นลบเพราะได้รับอิเล็กตรอนเพิ่มเข้ามา

2. จากการทดลองถ้าจัดความต่างศักย์ไฟฟ้าให้เหมาะสมจะมีหยดน้ำมันบางหยดลอยนิ่งอยู่กับที่แสดงว่าแรงเนื่องจากสนามไฟฟ้าเท่ากับแรงโน้มถ่วงของโลก

$$F_E = mg$$

$$qE = mg \qquad (15.4)$$

เมื่อ q คือ ปริมาณประจุไฟฟ้าบนหยดน้ำมัน (C)

E คือ ขนาดของสนามไฟฟ้า (V/m)

g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (m/s2)

m คือ มวลของหยดน้ำมัน (kg)

จากการทดลองหยดน้ำมันของมิลลิแกนพบว่าปริมาณประจุที่วัดได้บนหยดน้ำมันเป็นจำนวนเท่าของค่าคงที่คือ 1.6×10^{-19} เสมอ จากการทดลองมิลลิแกนสรุปว่าบนหยดน้ำมันแต่ละหยดที่มีประจุไฟฟ้าลบนั้นได้รับอิเล็กตรอนเพิ่มเป็นจำนวนเท่าของ 1.6×10^{-19} คูลอมบ์ เช่น ประจุ 2 ตัว มีประจุเท่ากับ 3.2×10^{-19} คูลอมบ์ โดยประจุไฟฟ้าของอิเล็กตรอนหนึ่งตัวมีค่าเท่ากับ -1.6×10^{-19} คูลอมบ์ และนิยมใช้สัญลักษณ์ (e) แทนประจุไฟฟ้าของอิเล็กตรอน

ตัวอย่างที่ 15.1 ในการทดลองตามแบบของมิลลิแกน พบว่าหยดน้ำมันหยดหนึ่งลอยนิ่งอยู่ได้ระหว่างแผ่นโลหะ ขนานสองแผ่น ซึ่งห่างกัน 0.8 cm โดยมีความต่างศักย์ระหว่างแผ่นเท่ากับ 12,000 V ถ้าหยดน้ำมันมีประจุ ไฟฟ้า 8×10^{-19} C จะมีมวลเท่าไร

วิธีทำ จาก

$$qE = mg$$

$$qV/d = mg$$

แทนค่า $d=8\text{x}10^{-3}$ m., V=12000 V , $q=8 \times 10^{-19}$ C และ $g=9.81\ m/s^2$ ลงไปจะได้

$$\frac{(8\text{x}10^{-19})(12000)}{8\text{x}10^{-3}} = m(9.81)$$

m = 1.22x10-13 kg **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 15.2 หยดน้ำมันมีมวล 1.92×10^{-30} กิโลกรัม และมีจำนวนอิเล็กตรอนอิสระอยู่จำนวนหนึ่งลอยนิ่งอยู่ระหว่างแผ่นตัวนำขนาดที่มีสนามไฟฟ้าความเข้ม 6×10^{-14} นิวตัน/คูลอมบ์ ทิศแนวดิ่ง มีอิเล็กตรอนอิสระกี่ตัวอยู่บนหยดน้ำมันดังกล่าว กำหนดประจุอิเล็กตรอนเป็น -1.6×10^{-19} คูลอมบ์

วิธีทำ จาก

$$qE = mg$$

แทนค่า $E=6 \times 10^{-14}$ N/C , $m= 1.92 \times 10^{-30}$ kg และ $g=9.81$ m/s^2 ลงไปจะได้

$$q(6 \times 10^{-14}) = (1.92 \times 10^{-30})(9.81)$$

$$q = 3.14 \times 10^{-16} \text{ C}$$

แทนค่าลงในสมการ $q = ne$

โดยที่ e คือประจุอิเล็กตรอนจะได้ $3.14 \times 10^{-16} = n(1.6 \times 10^{-19})$

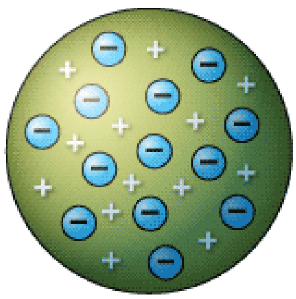
จะได้จำนวนอิเล็กตรอนอิสระ $n = 1962$ ตัว **ตอบ**

15.5 แบบจำลองอะตอมของทอมสัน

ในปี พ.ศ. 2447 ทอมสัน เสนอว่า อะตอมมีรูปร่างเหมือนทรงกลม มีประจุบวกกระจายอย่างสม่ำเสมอทั่วอะตอม โดยอิเล็กตรอน(ประจุลบ)คละอยู่ด้วย และมีจำนวนเท่ากับประจุบวก อะตอมเป็นกลางทางไฟฟ้าอะตอมแผ่รังสีแม่เหล็กไฟฟ้าเพราะอิเล็กตรอนสั่นแบบซิมเปิลฮาร์มอนิก

ข้อสังเกตที่แบบจำลองอะตอมของทอมสันตอบไม่ได้ คือ

1. ทำไมประจุบวกรวมกันเป็นเนื้ออะตอมได้ทั้งที่ประจุบวกต้องออกแรงผลักกัน
2. ถ้าอิเล็กตรอนสั่นแบบซิมเปิลฮาร์มอนิกจะให้สเปกตรัมแบบต่อเนื่องแต่จากการทดลอง พบว่าอะตอมให้สเปกตรัมแบบเส้น

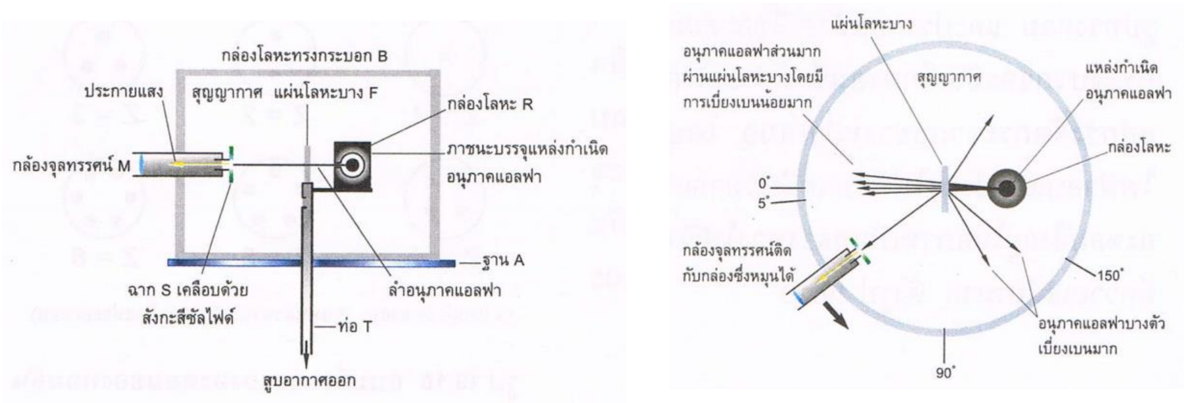


รูปที่ 15.7 แบบจำลองอะตอมของทอมสัน

ที่มา http://www.electron.rmutphysics.com/science-news/index.php?option=com_content&task=view&id=2229&Itemid=4

15.6 แบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ด

รัทเทอร์ฟอร์ด ทำการทดลองยิงรังสีแอลฟา ให้ทะลุผ่านแผ่นทองคำเปลว แล้ววัดการกระเจิงของรังสีแอลฟา พบว่าอนุภาครังสีแอลฟาเกือบทั้งหมดทะลุผ่านแผ่นทองคำเปลว โดยมีการเบี่ยงเบนน้อยมากมีอนุภาคส่วนน้อยที่เบนไปและเบนไปเป็นมุมได้ถึงขนาด 90 องศาหรือมากกว่า 90 องศา



รูปที่ 15.8 เครื่องมือที่ไกเกอร์และมาร์สเดนใช้ตรวจสอบแนวคิดของรัทเทอร์ฟอร์ด
ที่มา http://www.vcharkarn.com/lesson/1374

สรุปแบบจำลองรัทเทอร์ฟอร์ด

1. อะตอมเป็นกลางทางไฟฟ้าโดยที่มีประจุบวกอัดแน่นอยู่ตรงกลางเรียกว่านิวเคลียส และมีประจุลบคืออิเล็กตรอนวิ่งอยู่รอบ ๆ นิวเคลียสและห่างจากนิวเคลียสมาก

2. รัทเทอร์ฟอร์ดคำนวณพบว่าเส้นผ่าศูนย์กลางของนิวเคลียสมีค่าประมาณ 10^{-15} – 10^{-14} เมตร แต่อะตอมมีเส้นผ่าศูนย์กลางประมาณ 10^{-10} เมตร แสดงว่าอะตอมมีขนาดใหญ่กว่านิวเคลียสมาก

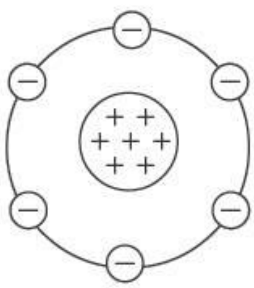
3. รัทเทอร์ฟอร์ดทดลองยิงอนุภาคแอลฟาเข้าไปตรง ๆ กับนิวเคลียสของทองคำพบว่าเกิดการสะท้อนกลับเป็นเส้นตรงแสดงว่าพลังงานจลน์เท่ากับพลังงานศักย์ไฟฟ้า

$$E_K = E_P$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{kQ_1Q_2}{R}$$

ปัญหาที่เกิดกับแบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ด

1. เหตุใดอิเล็กตรอนวิ่งวนรอบนิวเคลียสได้โดยไม่สูญเสียพลังงาน
2. เหตุใดประจุไฟฟ้าบวกหลายประจุจึงรวมกันอยู่ภายในนิวเคลียสได้ทั้งที่มีแรงผลักระหว่างประจุ



รูปที่ 15.9แบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ด
ที่มา http://www.maceducation.com/e-knowledge/2412212100/11.htm

15.7 แบบจำลองอะตอมไฮโดรเจนของบอร์

*Niels Bohr*นักฟิสิกส์ชาวเดนมาร์กได้เสนอแบบจำลองอะตอมขึ้นใหม่โดยปรับปรุงแบบจำลองอะตอมของ *Rutherford* โดยอาศัยแนวความคิดของ*Max Planck* เกี่ยวกับควอนตัมของพลังงาน *Bohr*สร้างรูปแบบจำลองอะตอมของไฮโดรเจนที่มีโปรตอนเป็นนิวเคลียสและมีอิเล็กตรอนวิ่งวนอยู่รอบๆโดย *Bohr*ได้สร้างสมมติฐานดังนี้

1. ในอะตอมไฮโดรเจนจะมีวงโคจรพิเศษที่อิเล็กตรอนวิ่งวนอยู่ได้โดยไม่แผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า สถานะเช่นนี้เรียกว่า*สถานะคงที่(stationary state)*
2. อิเล็กตรอนในวงโคจรพิเศษจะมีโมเมนตัมเชิงมุมเป็นจำนวนเท่าของค่าคงตัวค่าหนึ่ง ซึ่งมีค่าเท่ากับค่าคงตัวของ *Planck* หารด้วย 2πนั่นคือ

$$mvr = n\hbar \qquad (15.5)$$

เมื่อ $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ และ n คือเลขควอนตัม

3. การเปลี่ยนวงโคจรจะเกิดขึ้นเมื่อมีการปลดปล่อยหรือดูดกลืนคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นปริมาณ hνนั่นคือ

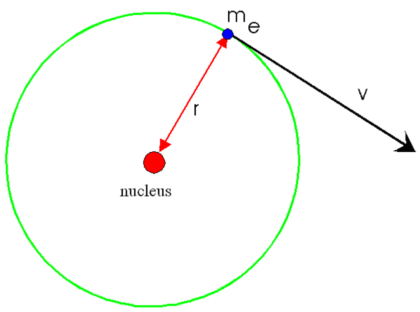
$$\Delta E = E_i - E_f = h\nu \qquad (15.6)$$

เมื่อ E_i คือระดับพลังงานก่อนเปลี่ยนวงโคจร
E_f คือระดับพลังงานหลังเปลี่ยนวงโคจร

สมมติฐานที่ *Bohr*ตั้งขึ้นขัดแย้งกับทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแต่ก็สามารถตอบปัญหาที่ว่าเหตุใดอิเล็กตรอนที่วิ่งวนรอบนิวเคลียสจึงไม่สูญเสียพลังงาน นอกจากนั้นยังอธิบายการเกิด*สเปกตรัมของอะตอมไฮโดรเจนได้*

ทฤษฎีอะตอมของ *Bohr*ใช้คำนวณหารัศมีวงโคจรและพลังงานของอิเล็กตรอนในวงโคจรต่างๆ เมื่อพิจารณาอะตอมไฮโดรเจน

อิเล็กตรอนมวล *m*โคจรรอบนิวเคลียสเป็นวงกลมรัศมี*r*โดยมีอัตราเร็วเชิงเส้น *v* และมีแรงสู่ศูนย์กลาง F_c ซึ่ง $F_c = \frac{mv^2}{r}$



รูปที่ 15.10 อิเล็กตรอนโคจรรอบนิวเคลียสของไฮโดรเจนอะตอม
ที่มา http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/bohr.html

แรงสู่ศูนย์กลาง F_Cคือแรงดึงดูดระหว่างประจุไฟฟ้าบวกของนิวเคลียสกับประจุไฟฟ้าลบของอิเล็กตรอน(F_E)

$$F_E = \frac{kq_1q_2}{r^2}$$

ประจุไฟฟ้าบวกของนิวเคลียสกับประจุไฟฟ้าลบของอิเล็กตรอนมีค่าเท่ากันคือ e ดังนั้น

$$F_E = \frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

เมื่อคูณทั้งสองข้างด้วย mr^3 จะได้

$$mke^2r = (mvr)^2$$

แทนค่าmvrด้วย $n\hbar$ จะได้$mke^2r = n^2\hbar^2$ หาค่ารัศมีวงโคจรต่างๆได้เท่ากับ

$$r_n = \left(\frac{\hbar^2}{mke^2}\right)n^2 \qquad (15.7)$$

การที่อิเล็กตรอนโคจรรอบนิวเคลียสเกิดแรงดึงดูดระหว่างประจุไฟฟ้าตามกฎคูลอมบ์พลังงานศักย์ไฟฟ้า $E_p = -\frac{ke^2}{r}$ เครื่องหมายลบ หมายความว่า พลังงานศักย์ไฟฟ้าเป็นพลังงานที่ยึดอิเล็กตรอนไว้กับนิวเคลียสในอะตอม ส่วนพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนเท่ากับ $\frac{1}{2}\frac{ke^2}{r}$ พลังงานรวมของอะตอมเท่ากับพลังงานรวมของอิเล็กตรอนในวงโคจรรอบนิวเคลียส

พลังงานรวมของอิเล็กตรอน = พลังงานศักย์ไฟฟ้า+พลังงานจลน์

$$= -\frac{1}{2}\frac{ke^2}{r}$$

แทนค่า rจะได้

$$E_n = -\frac{1}{2}\frac{mk^2e^4}{\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad (15.8)$$

โดยที่เมื่อ n=1 คือสถานะพื้น (ground state) และเมื่อมีพลังงานมากระตุ้นให้อิเล็กตรอนไปอยู่ในสถานะที่มีค่า n เป็นค่าอื่นเช่น 2, 3,4.... สถานะเหล่านั้นมีค่าพลังงาน E_nสูงกว่าสถานะพื้น สถานะเหล่านี้เรียกว่าสถานะถูกกระตุ้น(exited state)

พลังงานของอะตอมไฮโดรเจนที่ระดับพลังงานมีหน่วยเป็นจูล แต่นิยมวัดพลังงานของอะตอมในหน่วย อิเล็กตรอนโวลต์(electronvolt) แทนด้วยสัญลักษณ์ eV โดยที่

$$1eV = 1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

ในสถานะถูกกระตุ้น อะตอมจะไม่เสถียร ในเวลาอันสั้นจะปลดปล่อยพลังงาน พยายามที่จะลดพลังงานให้ต่ำลง โดยลงมายังสถานะถูกกระตุ้นที่มีพลังงาน*ต่ำกว่า* จนในที่สุดลงไปยังสถานะพื้น *Niel Bohr*ให้เงื่อนไขว่าการปลดปล่อยพลังงานแต่ละครั้งพลังงานที่หลุดออกไปจะอยู่ในรูปของคลื่น

แม่เหล็กไฟฟ้า และเป็นโฟตอนเดียว นั่นคือมี*พลังงานเป็น h* ν เท่านั้นดังนั้นพลังงานของแสงที่ออกจากอะตอมไฮโดรเจนเป็นไปตามสมการต่อไปนี้

$$h\nu = E_{n_i} - E_{n_f} \tag{15.9}$$

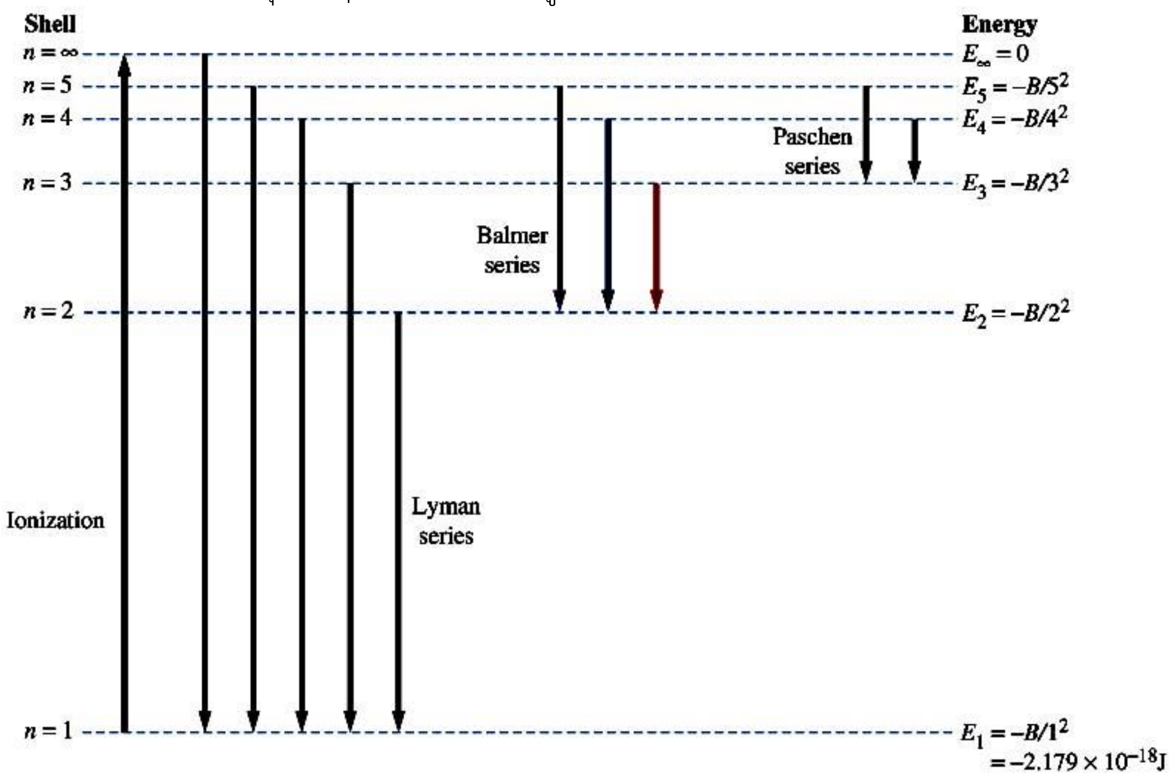
เมื่อ n_i และ n_f แทนสถานะตั้งต้น และสถานะท้าย ตามลำดับแทนค่าในสมการ $E_n = -\frac{1}{2}\frac{mk^2e^4}{\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right)$ จะได้

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_f^{\ 2}} - \frac{1}{n_i^{\ 2}}\right) \tag{15.10}$$

สมการนี้เรียกว่าสมการของริดเบอร์ก(Rydberg ‘s equation)

โดยที่ R_H คือ ค่าคงตัวของริดเบอร์ก(Rydberg constant) มีค่า =1.0974 $\times$ 10 ^{7} m^{-1}

สมการนี้สอดคล้องกับสูตรของบาลเมอร์ ทำให้เข้าใจกำเนิดสเปกตรัมของอะตอมไฮโดรเจนในอนุกรมต่างๆได้ชัดเจน อนุกรมบางชุดค้นพบหลังทฤษฎีของบอร์แผนภาพแสดงระดับพลังงานและการปล่อยสเปกตรัมแสงชุดต่างๆของไฮโดรเจน ดังรูป



รูปที่ 15.11สเปกตรัมของไฮโดรเจนอะตอม

ที่มาhttp://www.rmutphysics.com/charud/transparency/5/Atom/Atom_files/frame.htm

ทฤษฎีอะตอมของ Bohr แม้ว่าจะอธิบายสเปกตรัมชนิดเส้นในอะตอมไฮโดรเจนและอะตอมอื่นๆที่มีลักษณะคล้ายอะตอมไฮโดรเจนได้ถูกต้อง แต่ในอะตอมหนักๆที่มีอิเล็กตรอนหลายๆตัว ทฤษฎีอะตอมของ Bohr ไม่สามารถอธิบายได้ถูกต้อง ทั้งนี้เนื่องจากอิทธิพลของอิเล็กตรอนที่มีอยู่หลายๆตัวกระทำแก่กัน แต่อย่างไรก็ตาม บอร์ได้ให้แนวคิดกว้างๆที่เป็นประโยชน์ไว้ บอร์คิดว่า อิเล็กตรอนที่มีอิเล็กตรอนหลายๆตัว อิเล็กตรอนจะอยู่กันเป็นชั้นๆ(shell) โดยแต่ละชั้นจะมีจำนวนอิเล็กตรอนที่จำกัด ทั้งนี้เพื่อให้สอดคล้องกับสมบัติทางเคมีของอะตอมที่เป็นคาบ นอกจานี้ในเวลาต่อมามีการพบเพิ่มเติมว่า อะตอมที่อยู่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กจะให้สเปกตรัมที่ผิดไปจากเดิม คือ สเปกตรัมเส้นหนึ่งๆแยกออกเป็นสเปกตรัมหลายเส้น(Zeeman effect)หรือในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้าก็จะให้สเปกตรัมที่ผิดไปจากเดิม คือสเปกตรัมเส้นหนึ่งๆแยกออกเป็นสเปกตรัมหลายเส้น(Stark effect)

ตัวอย่างที่ 15.3 สเปกตรัมเส้นสว่างของอะตอมไฮโดรเจน เส้นสว่างลำดับแรกที่เราเห็นชัดเจนมีความยาว คลื่นมากที่สุดคือ 656 nm ในอนุกรมบาลเมอร์เส้นสว่างลำดับที่สองจะมีความยาวคลื่นเท่าใด

วิธีทำ อนุกรมบาลเมอร์ n_f=2 เส้นสว่างลำดับแรกเกิดจากระดับชั้นพลังงาน n_i=3 จากสมการของริดเบอร์กจะได้

$$\frac{1}{656} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \qquad (1)$$

เส้นสว่างลำดับที่สองเกิดจากระดับชั้นพลังงาน n_i=4 จากสมการของริดเบอร์กจะได้

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) \qquad (2)$$

(1)/(2) จะได้

$$\frac{\lambda}{656} = \frac{\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)}{\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right)}$$

λ= 486 nm **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 15.4ในอนุกรมบาลเมอร์ สเปกตรัมเส้นสว่างของอะตอมไฮโดรเจนเส้นแรกคือ 656nm อยากทราบว่า โฟตอนที่จะทำให้อิเล็กตรอนของอะตอมไฮโดรเจนจากสถานะ n = 2 หลุดออกจากอะตอมได้พอดีมีค่าความยาวคลื่นเท่าใด

วิธีทำ อนุกรมบาลเมอร์ n_f=2 เส้นสว่างลำดับแรกเกิดจากระดับชั้นพลังงาน n_i=3 จากสมการของริดเบอร์กจะได้

$$\frac{1}{656} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \qquad (1)$$

อิเล็กตรอนหลุดจากอะตอมได้พอดีนั่นคือ $n_i=\infty$ จากสมการของริดเบอร์กจะได้

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{R_H}{4} \qquad (2)$$

(1)/(2) จะได้ $$\frac{\lambda}{656} = \frac{\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)}{\frac{1}{4}}$$

λ= 364.4 nm **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 15.5 อิเล็กตรอนตัวหนึ่งถูกเร่งด้วยความต่างศักย์ 13.2 โวลต์ เข้าชนกับอะตอมของไฮโดรเจนที่อยู่ในสถานะพื้น การชนครั้งนี้จะสามารถทำให้อะตอมไฮโดรเจนอยู่ในระดับพลังงานสูงสุดในระดับ n เท่าใด (พลังงานสถานะพื้นของไฮโดรเจน = - 13.6 eV)

วิธีทำ จากสมการ $\Delta E = E_i - E_f$

โดยที่ ΔE = 13.2 eV, E_i = 13.6 eVและ $E_f = \frac{13.6}{n^2}$ แทนค่าได้เป็น

$$13.2 = 13.6 - \frac{13.6}{n^2}$$

n = 5.83

ดังนั้นในการชนครั้งนี้สามารถทำให้อะตอมไฮโดรเจนอยู่ในระดับพลังงานสูงสุด n=5 **ตอบ**

15.8 การแผ่รังสีของวัตถุดำ

วัตถุทุกชนิดไม่ว่าจะร้อนหรือเย็นจะมีการแผ่รังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมา โดยทั่วไปเราเข้าใจว่าวัตถุร้อนเท่านั้นที่จะแผ่รังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมา เพราะเรามักจะพบคลื่นแสงแผ่ออกมาจากวัตถุที่ร้อน เช่น แสงจากดวงอาทิตย์ แสงจากการเผาถ่านไม้ หรือแสงจากไส้หลอดทังสเตนเป็นต้น แต่ความเป็นจริงแล้ววัตถุที่เย็นก็มีการแผ่รังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมาเช่นกัน เพียงแต่ความถี่ของคลื่นอยู่ในช่วงของแสงน้อยมาก ส่วนใหญ่จะอยู่ในย่านความถี่ของคลื่นอินฟราเรด หากเรายืนอยู่ในห้องมืดร่างกายเรามีอุณหภูมิประมาณ 310 เคลวิน จะแผ่รังสีของแสงมาน้อยไม่สามารถทำให้ห้องสว่างได้เพราะคลื่นที่แผ่ออกมาโดยส่วนใหญ่อยู่ในย่านอินฟราเรด เราเรียกวัตถุที่มีการแผ่รังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้านี้ว่า**วัตถุดำ (Black Body)**

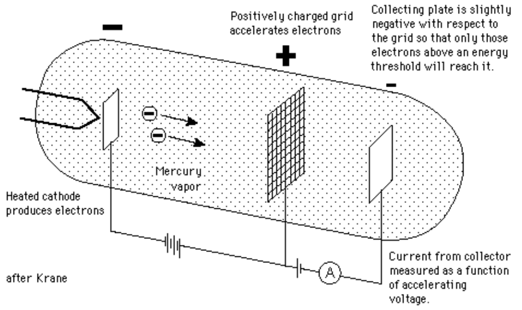
ปี ค.ศ. 1900 ฟลังก์ได้สร้างภาพจำลองในการแผ่รังสีของวัตถุดำโดยถือว่าวัตถุดำประกอบด้วยอะตอมคู่มากมายและอะตอมทุกคู่จะมีการสั่นด้วยความถี่ธรรมชาติ เช่นเดียวกับการสั่นของมวลผูกปลายสปริง จึงทำให้มีการแผ่รังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าอออกมา โดยพลังงานที่แผ่ออกมาจากวัตถุดำแต่ละชนิดจะขึ้นอยู่กับแอมพลิจูดการสั่นของอะตอม จำนวนอะตอมในวัตถุ โดยมีขนาดของพลังงานเป็น E = hf, 2hf, 3hf, ... ซึ่งเราสามารถเขียนเป็นสมการได้

$$E = n(hf) \qquad (15.11)$$

nคือเป็นตัวเลขจำนวนเต็มบวกโดย n = 1,2, 3, ...
fคือความถี่ธรรมชาติการสั่นของอะตอมคู่ (Hz)
hคือค่านิจของแพลงค์($h = 6.63\times10^{-34}$ J.s)
ดังนั้น ปริมาณhf จึงหมายถึง 1 ก้อนพลังงานแสง ซึ่งเรียกว่า 1 ควอนตัม หรือ 1 โฟตอน

15.9 การทดลองของฟรังก์และเฮิรตซ์

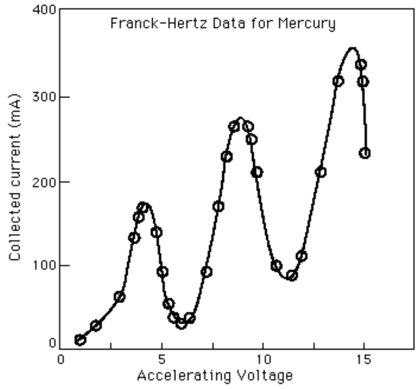
*ฟรังก์(James Franck) และเฮิรตซ์ (Gustav L. Hertz)*นักฟิสิกส์ชาวเยอรมันได้ทำการทดลองที่ได้ผลสนับสนุนทฤษฎีอะตอมของบอร์ โดยเขาใช้หลอดบรรจุแก็สที่มีความดันต่ำ หลอดนี้มีขั้วแคโทดสำหรับปล่อยอิเล็กตรอน และมีขั้วไฟฟ้าอื่นสำหรับเร่งอิเล็กตรอนด้วยความต่างศักย์ไฟฟ้า ทำให้อิเล็กตรอนมีพลังงานจลน์เพิ่มขึ้นและวิ่งไปชนกับอะตอมของแก็สที่ต้องการศึกษา



รูปที่ 15.12การทดลองของฟรังก์และเฮิรตซ์
ที่มา http://physicsx.pr.erau.edu/PhysicsDepartment/Physics%20Labs/PS315/FrHz.html

ฟรังก์และเฮิรตซ์ได้ทดลองใช้อะตอมของปรอทที่อยู่ในสภาพไอ และพบว่าถ้าพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนต่ำกว่า 4.9 อิเล็กตรอนโวลต์ (ความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ใช้เร่งอิเล็กตรอนมีค่าต่ำกว่า 4.9 โวลต์) การชนระหว่างอิเล็กตรอนกับอะตอมปรอทจะเป็นการชนแบบยืดหยุ่น (พลังงานจลน์ก่อนกระทบของอิเล็กตรอนเท่ากับพลังงานจลน์หลังกระทบ) นั่นคือการชน อิเล็กตรอนจะไม่มีการถ่ายโอนพลังงานจลน์ให้แก่อะตอมปรอท แต่เมื่อพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนเพิ่มขึ้นถึง 4.9 อิเล็กตรอนโวลต์ อะตอมปรอทจะเริ่มรับพลังงาน ผลที่ได้จากการทดลองนี้ แสดงว่าในการชนกันนี้ อิเล็กตรอนจะถ่ายโอนพลังงานประมาณ 4.9 อิเล็กตรอนโวลต์ ให้แก่อะตอมปรอท และถึงแม้จะเพิ่มพลังงานจลน์ก่อนชนของอิเล็กตรอนขึ้นไปอีก พลังงานจลน์ที่อิเล็กตรอนถ่ายโอนให้อะตอมปรอทก็ยังคงเป็น 4.9 อิเล็กตรอนโวลต์ เช่นเดิม

ฟรังก์และเฮิรตซ์สรุปผลการทดลองนี้ว่า พลังงานของอะตอมมีค่าไม่ต่อเนื่องกัน การที่อะตอมปรอทไม่รับพลังงานที่ต่ำกว่า 4.9 อิเล็กตรอนโวลต์ แสดงว่า ระดับพลังงานแรกจะต้องอยู่สูงจากระดับพลังงานต่ำสุดหรือสถานะพื้นอยู่ 4.9 อิเล็กตรอนโวลต์ โดยปกติอะตอมจะอยู่ในระดับพลังงานต่ำสุด ดังนั้นเมื่อได้รับพลังงานจากภายนอกมากพอ จึงจะขึ้นไปอยู่ในระดับพลังงานที่สูงกว่าได้ดังรูปที่ 15.13



รูปที่ 15.13ผลการทดลองของฟรังก์และเฮิรตซ์
ที่มา http://physicsx.pr.erau.edu/PhysicsDepartment/Physics%20Labs/PS315/FrHz.html

ตามทฤษฎีอะตอมของบอร์ เมื่ออะตอมปรอทลดระดับพลังงานลงสู่ระดับพลังงานต่ำสุด อะตอมจะต้องปลดปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีพลังงานเท่ากับ 4.9 อิเล็กตรอนโวลต์ ออกมา เพื่อทดสอบความจริงนี้ ฟรังก์และเฮิรตซ์ได้ใช้เครื่องตรวจสเปกตรัมวัดความยาวคลื่นแสงที่เปล่งจากไอปรอท พบว่าแสงดังกล่าวมีความยาวคลื่น 253.5 นาโนเมตร และจากการคำนวณพบว่า แสงที่มีความยาวคลื่นค่านี้จะมีพลังงานเท่ากับ 4.9 อิเล็กตรอนโวลต์พอดี การทดลองนี้จึงแสดงให้เห็นว่าอะตอมปรอทได้รับพลังงาน 4.9 อิเล็กตรอนโวลต์ จากการชนโดยอิเล็กตรอน
ต่อมาได้มีนักฟิสิกส์คนอื่นๆ ทำการทดลองเรื่องนี้อีก และได้พบว่าอะตอมปรอทสามารถดูดกลืนพลังงานที่มีค่าอื่นๆได้อีก เช่น 6.7 และ 10.4 อิเล็กตรอนโวลต์ และทุกครั้งที่มีการดูดกลืนจะมีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีพลังงานเท่ากับพลังงานที่ถูกดูดกลืนจากไอปรอท การทดลองกับธาตุอื่นๆ ได้ผลคล้ายคลึงกับกรณีปรอท กล่าวคือ ในการชนกันระหว่างอิเล็กตรอนกับอะตอม อะตอมจะดูดกลืนพลังงานได้เพียงบางค่าเท่านั้น ผลข้อนี้สนับสนุนความคิดของบอร์ที่ว่าระดับพลังงานของอะตอมมีค่าไม่ต่อเนื่อง

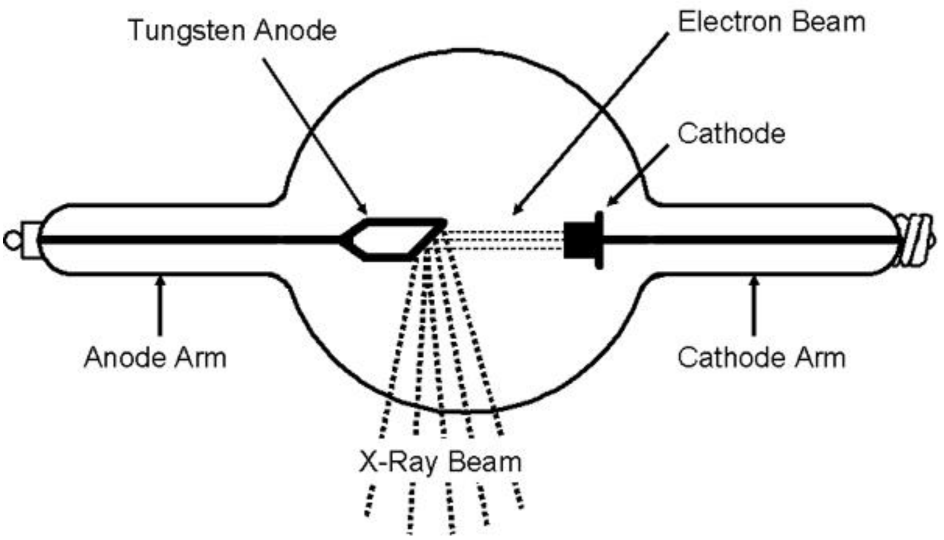
15.10 การค้นพบรังสีเอกซ์

การค้นพบที่สามารถอธิบายได้ด้วยทฤษฎีอะตอมของบอร์ก็คือ การค้นพบรังสีเอกซ์(X-rays) โดยในปี พ.ศ. 2438 นักฟิสิกส์ชาวเยอรมันชื่อ*วิลเฮล์มเรินต์เกน (Wilhelm K.Roentgen)*ได้ค้นพบรังสีเอกซ์โดยบังเอิญ ขณะทดลองเรื่องรังสีแคโทด เขาใช้กระดาษดำคลุมหลอดรังสีแคโทดเพื่อศึกษาความทึบแสงของแผ่นกระดาษ ขณะที่ทำการทดลองในห้องมืดสนิท เรินต์เกนสังเกตว่าแร่แบเรียมแพลทิโนไซยาไนด์ ที่วางอยู่ห่างจากรังสีแคโทดประมาณ 1 เมตรเกิดเรืองแสงขึ้น ซึ่งเป็นที่ทราบกันในสมัยนั้นว่า แร่ชนิดนี้จะเรืองแสงเมื่อได้รับรังสีอัลตราไวโอเลตเท่านั้น แต่ในห้องทดลองขณะนั้นไม่มีแหล่งกำเนิดรังสีอัลตราไวโอเลตเลย และรังสีแคโทดก็ไม่สามารถเดินทางจากหลอดสุญญากาศไปยังก้อนแร่ได้ เพราะโดยปกติรังสีแคโทดจะสามารถผ่านอากาศไปได้ไกลเพียง 2 ถึง 3 เซนติเมตรเท่านั้น ด้วยเหตุนี้เรินต์เกนจึงสรุปว่า สิ่งที่ทำให้ก้อนแร่ดังกล่าวเรืองแสงจะต้องเป็นรังสี

บางอย่างซึ่งไม่มีผู้ใดรู้จักมาก่อน รังสีนี้จะต้องเกิดจากหลอดรังสีแคโทด และมีอำนาจทะลุผ่านสูงจนสามารถผ่านกระดาษแข็งไปยังก้อนแร่ได้ เรินต์เกนเรียกรังสีนี้ว่า รังสีเอกซ์

การศึกษาในเวลาต่อมาพบว่า รังสีเอกซ์สามารถทะลุผ่านวัตถุที่ไม่หนาจนเกินไปได้ เช่น กระดาษไม้ เนื้อเยื่อของคนและสัตว์ที่มีความหนาแน่นน้อยได้ แต่สำหรับวัตถุที่มีความหนาแน่นมากๆ เช่น แพลทินัม ตะกั่ว หรือกระดูก อำนาจทะลุผ่านก็จะลดลง และเมื่อรังสีเอกซ์ผ่านเข้าไปในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก รังสีก็จะไม่มีการเบี่ยงเบน ซึ่งแสดงว่ารังสีเอกซ์ อาจเป็นคลื่นหรืออนุภาคเป็นกลางทางไฟฟ้า แต่เป็นที่ทราบกันในขณะนั้นว่า ไม่มีอนุภาคที่เป็นกลางทางไฟฟ้าชนิดใดที่มีอำนาจทะลุผ่านมากเท่ารังสีเอกซ์ นักฟิสิกส์จึงมีความคิดว่ารังสีเอกซ์น่าจะเป็นคลื่นมากกว่า
ในปี พ.ศ. 2449 *บาร์กลา (Charles G. Barkla)*นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษได้ทดลองและพบว่า เมื่อรังสีเอกซ์ไปกระทบสารบางชนิด จะเกิดโพลาไรเซชันและรังสีเอกซ์จะกระเจิง ซึ่งแสดงว่ารังสีเอกซ์เป็นคลื่น

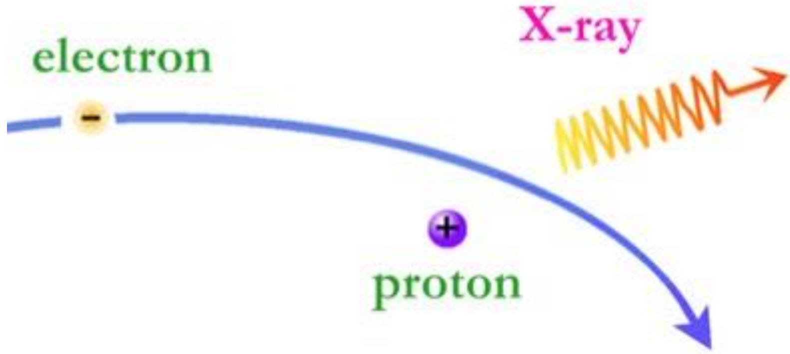
ต่อมาในปี พ.ศ. 2456 *เลาเอ (Max von laue)*นักฟิสิกส์ชาวเยอรมันได้ทดลองวัดความยาวคลื่นของรังสีเอกซีด้วยวิธีการกระเจิง โดยเขาได้ฉายรังสีเอกซ์ไปกระทบอะตอมในผลึก พบว่ารังสีเอกซ์มีความยาวคลื่นระหว่าง 1.1×10^{-11} - 4.8×10^{-11}เมตรจึงเป็นที่ยอมรับกันว่า รังสีเอกซ์เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความยาวคลื่นสั้นมาก เครื่องมือผลิตรังสีเอกซ์มีส่วนประกอบที่สำคัญ คือ หลอดรังสีเอกซ์ดังรูป



รูปที่ 15.14หลอดรังสีเอกซ์
ที่มา https://www.orau.org/PTP/collection/xraytubescoolidge/coolidgeinformation.htm

หลอดรังสีเอกซ์เป็นหลอดที่เป็นสุญญากาศ เพื่อป้องกันการชนกันระหว่างอิเล็กตรอนกับโมเลกุลของอากาศ ภายในมีขั้วไฟฟ้า 2ขั้ว ทำด้วยโลหะต่อไว้กับกระแสไฟฟ้าตรงความต่างศักย์สูงเพื่อทำให้เกิดความต่างศักย์สูงระหว่างขั้วหลอด โดยทั่วไปขั้วบวกมักทำด้วยโลหะหนักที่ทนความร้อนสูงๆ ได้เช่น ทังสเตน โมลิบดินัม ขั้วลบใช้ไส้ทำด้วยลวดทังสเตนเผาให้ร้อนด้วยกระแสไฟฟ้าจากแบตเตอรี่ อิเล็กตรอนที่หลุดจากขั้วลบจะถูกเร่งด้วยความต่างศักย์สูง เมื่อไปชนขั้วบวกที่เป็นเป้าพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนส่วนใหญ่จะกลายเป็นความร้อนให้เป้า ส่วนน้อยกลายเป็นรังสีเอกซ์แผ่กระจายออกมา

พิจารณากลุ่มอิเล็กตรอนในหลอดรังสีเอกซ์ที่ถูกเร่งผ่านความต่างศักย์สูง V จนมีพลังงานจลน์เท่ากับ eVก่อนชนเป้า เมื่อชนเป้าอิเล็กตรอนจะเคลื่อนที่เข้าไปใกล้นิวเคลียสที่มีประจุบวก อิเล็กตรอนจะถูกดูดให้เข้าไปใกล้ ทำให้ความเร็วของอิเล็กตรอนเปลี่ยนทิศทางไป เมื่อประจุไฟฟ้าถูกทำให้เปลี่ยนความเร็ว ตามทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะต้องแผ่พลังงานออกมาในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ถ้าความยาวคลื่นอยู่ในช่วง 0.1 – 100 แองสตรอมคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่ก็คือ รังสีเอกซ์รังสีเอกซ์ที่เกิดโดยวิธีนี้(ประจุถูกหน่วงเหนี่ยว) เรียกว่า รังสีเบรมสตราลุงหรือ รังสีจากการหน่วงเหนี่ยว(bremsstrahlung radiation or breaking radiation)



รูปที่ 15.15การเกิดรังสีเอกซ์ต่อเนื่อง
ที่มา http://cuentos-cuanticos.com/tag/bremsstrahlung/

จากการวัดความยาวคลื่นของรังสีเบรมสตราลุง พบว่ามีความยาวคลื่นต่างๆกัน ไปสิ้นสุดที่ความยาวคลื่นต่ำสุด λ_{min} จัดเป็น *สเปกตรัมรังสีเอกซ์ต่อเนื่อง*พลังงานที่เกิดขึ้นจึงมีค่าต่อเนื่อง เรียกว่ารังสีเอกซ์ต่อเนื่อง(continuous X-rays)

เหตุผลการมีความยาวคลื่นต่ำสุด ไม่สามารถอธิบายได้ด้วยทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า เพราะตามทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าอิเล็กตรอนที่ถูกหน่วงให้หยุด จะแผ่รังสีความยาวคลื่นเท่าใดก็ได้ การเกิดรังสีเอกซ์ความยาวคลื่นต่ำสุดในแต่ละค่าของความต่างศักย์*V*อธิบายได้โดยง่ายในเทอมของโฟตอน โดยคิดว่า กลุ่มอิเล็กตรอนมีพลังงานจลน์ *eV*ที่ชนเป้านั้น อิเล็กตรอนบางตัวจะเสียพลังงานไปในการชนหลายๆครั้ง โดยแต่ละครั้งที่มีการเสียพลังงาน จะได้โฟตอนออกมาหนึ่งตัว โฟตอนเป็นจำนวนมากมีพลังงานหรือความยาวคลื่นต่างๆกัน(ทั้งในช่วงรังสีเอกซ์และในช่วงรังสีความร้อน) แต่ถ้าอิเล็กตรอนตัวใดเสียพลังงานทั้งหมดไปในการชนเพียงครั้งเดียว จะได้โฟตอนรังสีเอกซ์มีพลังงานสูงสุดเท่ากับพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนที่เข้าชน พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนหาได้จากการถูกเร่งด้วยความต่างศักย์ V ดังนั้น

$$h\nu_{max} = eV$$

$$\nu_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{eV}{h}$$

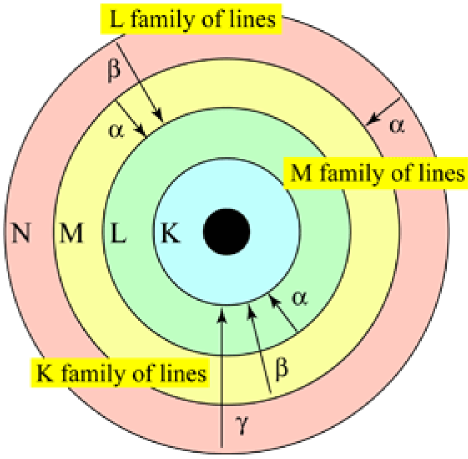
$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV}$$

(15.12)

เมื่อแทนค่า *h c*และ *e* จะได้ $$\lambda_{\min}(nm) = \frac{1240}{V} \qquad (15.13)$$

เมื่อแทนค่า V เท่ากับ 12,400 โวลต์ จะได้ความยาวคลื่น λ_{min}เป็น 1 $\mathring{A}$ ปรากฏว่าค่า λ_{min}ที่คำนวณโดยวิธีนี้ได้ผลตรงกับการทดลองวัดสเปกตรัมรังสีเอกซ์โดยใช้ความต่างศักย์ที่ขั้วหลอด 12,400 โวลต์พอดี นับเป็นอีกครั้งที่ทฤษฎีโฟตอนสามารถอธิบายผลการทดลองได้อย่างถูกต้อง จึงเป็นที่เชื่อถือกันมากขึ้นว่า พลังงานคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีลักษณะเป็นโฟตอนหรือควอนตัม

นอกจากนี้ยังมีรังสีเอกซ์ที่ให้*สเปกตรัมเส้น*การอธิบายการเกิดสเปกตรัมรังสีเอกซ์แบบนี้ก็ต้องใช้แนวความคิดแบบโฟตอนเช่นกัน ซึ่งรังสีเอกซ์แบบนี้เกิดจากอิเล็กตรอนที่ถูกเร่งจนมีพลังงานสูงมากพอ ไปชนอิเล็กตรอนในวงโคจรชั้นในสุด (*n = 1 เรียกชั้น K*) ของอะตอมของเป้า ทำให้อิเล็กตรอนในชั้น *K* หลุดออก เกิดที่ว่างขึ้น อิเล็กตรอนในชั้นนอกๆเช่น ชั้น L ชั้นM ชั้นN จะย้ายเข้าไปแทนที่ ถ้าอิเล็กตรอนย้ายลงมาเป็นอิเล็กตรอนในชั้น L อิเล็กตรอนในชั้น L จะคายพลังงานออกมา (เท่ากับผลต่างของพลังงานชั้น Kกับชั้น L) เป็นโฟตอนรังสีเอกซ์เกิดสเปกตรัมเรียก K_{α}ถ้าอิเล็กตรอนในชั้นMหรือชั้นN เข้าแทนที่ว่างอิเล็กตรอนในชั้น K ก็จะคายพลังงานออกมาเป็นโฟตอนรังสีเอกซ์มีความยาวคลื่นเป็นค่าต่างๆกันไปเป็นเส้น K_{β} , K_{γ}ตามลำดับ เกิดสเปกตรัมในอนุกรม K (K - series) ขึ้น



รูปที่ 15.16การเกิดรังสีเอกซ์เฉพาะตัว

ที่มา http://www.mcswiggen.com/FAQs/FAQ_EF-4.htm

ถ้าอิเล็กตรอนจากขั้วลบไปชนอิเล็กตรอนในชั้นLหลุด อิเล็กตรอนในชั้น M ,N ,O,... เข้าแทนที่ก็จะคายพลังงานออกมาเป็นโฟตอนของรังสีเอกซ์เกิดสเปกตรัมเส้นในอนุกรม L(L - series) กระบวนการขยับเข้าแทนที่ว่างกันเป็นทอดๆทำให้ได้สเปกตรัมรังสีเอกซ์เป็นเส้นเฉพาะธาตุตามลักษณะเฉพาะของการจัดตัวของอิเล็กตรอนในอะตอมของธาตุแต่ละธาตุ เรียกรังสีเอกซ์แบบนี้ว่ารังสีเอกซ์เฉพาะตัว(characteristic X-rays)และเรียกกระบวนการเกิดรังสีเอกซ์ด้วยวิธีนี้ว่าการเรืองรังสีเอกซ์(X-raysfluorencence)

ตัวอย่างที่ 15.6อิเล็กตรอนถูกเร่งในหลอดโทรทัศน์ด้วยความต่างศักย์ประมาณ 10,000 โวลต์ เมื่ออิเล็กตรอนกระทบจอโทรทัศน์ คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่จากจอโทรทัศน์มีความยาวคลื่นได้สั้นสุดเป็นเท่าใด

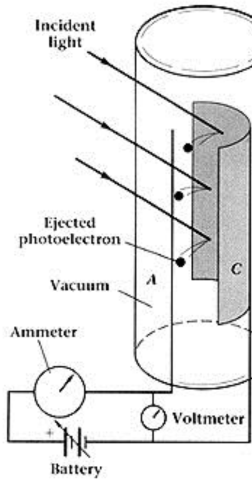
วิธีทำ จาก $$\lambda_{\min}(nm) = \frac{1240}{V}$$

แทนค่า V=10000 V จะได้ $\lambda_{\min}(nm) = \frac{1240}{10000}$

$$\lambda_{\min} = 0.124 \text{ nm.} = 124 \text{ µm.}$$ **ตอบ**

15.11 ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก

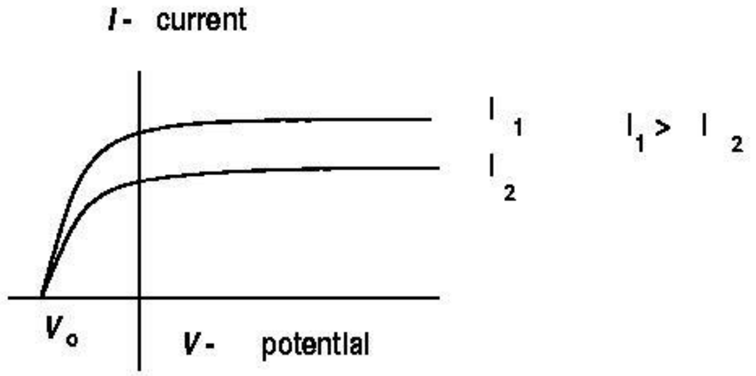
ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกพบครั้งแรกในปี พ.ศ. 2430 โดย*เฮิร์ทซ์ (Heinrich Hertz)* นักวิทยาศาสตร์ชาวเยอรมัน ในระหว่างที่ทำการทดลองเกี่ยวกับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า มีนักวิทยาศาสตร์อีกหลายท่านได้ดำเนินการค้นคว้าต่อมา และพบว่าเมื่อฉายแสงความถี่เดี่ยว เช่น รังสีเหนือม่วงให้ตกกระทบผิวโลหะ จะมีอิเล็กตรอนหลุดจากผิวโลหะได้ ถ้าใช้แสงความถี่เดี่ยวที่มีความถี่ต่ำลงมาเรื่อยๆ จะพบว่า มีค่าความถี่ขีดเริ่ม *(Threshold frequency)* ค่าหนึ่งซึ่งถ้าความถี่ต่ำกว่านี้แล้ว อิเล็กตรอนจะไม่หลุดจากผิวโลหะ ปรากฏการณ์ที่แสงช่วยให้อิเล็กตรอนหลุดจากผิวโลหะได้เรียกว่า ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก*(Photoelectric effect)* และเรียกอิเล็กตรอนที่หลุดว่า **โฟโตอิเล็กตรอน** *(Photoelectrons)*การศึกษาปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกทำได้โดยใช้อุปกรณ์ดังรูปที่ 15.7



รูปที่ 15.17 หลอดทดลองปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก
ที่มา http://www.electron.rmutphysics.com/physics- glossary/index.php?option=com_content&task=&id=0&Itemid=0&limit=9&limitstart=3771

ในรูปหลอดทดลองเป็นหลอดสุญญากาศ ประกอบด้วยขั้วบวก A และขั้วลบ C ขั้วลบเป็นแผ่นโลหะมีลักษณะโค้งเพื่อรับแสง ส่วนขั้วบวกทำหน้าที่รับอิเล็กตรอน ต่อขั้วที่สองเข้ากับแบตเตอรี่ซึ่งสามารถปรับความต่างศักย์ได้ และต่อแกลวานอมิเตอร์ในวงจรเพื่อวัดกระแส

เมื่อยังไม่มีแสงฉายกระทบแผ่นโลหะ C กระแสในวงจรจะเป็นศูนย์ เมื่อฉายแสงความถี่เดี่ยว (ความถี่สูง) ที่มีความเข้ม I_1ไปยัง C จะมีอิเล็กตรอนหลุดออกมา โฟโตอิเล็กตรอนบางตัวจะไปถึง A ได้เกิดกระแสในวงจร ทดลองปรับความต่างศักย์ระหว่างขั้วหลอดเป็นค่าต่างๆกัน จะได้กระแสดังรูปที่ 15.18



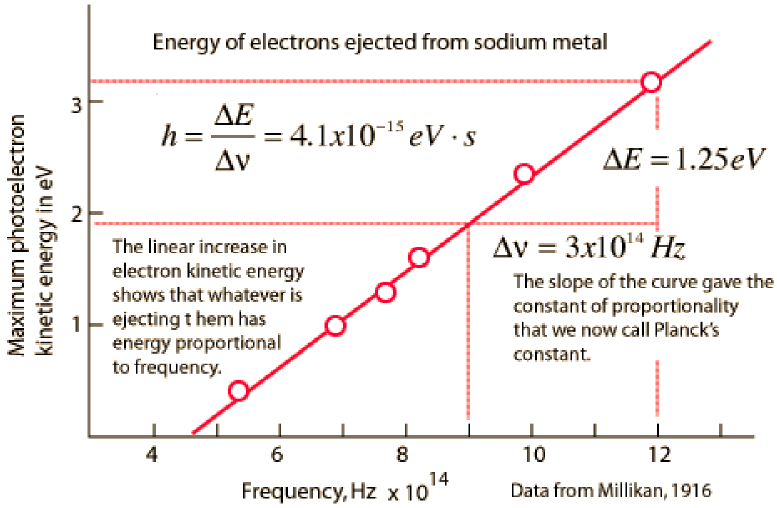
รูปที่ 15.18ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้ากับความต่างศักย์
ที่มา http://phycomp.technion.ac.il/~webteach/phys3/ph114053/adler/graphs/photoel.jpg

จากรูป ที่ความต่างศักย์ต่ำๆ กระแสจะไม่มากนัก เนื่องจากโฟโต อิเล็กตรอนบางตัวจะไปไม่ถึง A แต่เมื่อเพิ่มความต่างศักย์ให้สูงพอ โฟโตอิเล็กตรอนทุกตัวจะไปถึงขั้ว A ได้หมด กระแสจะเพิ่มขึ้นและคงที่ ครั้นกลับขั้วแบตเตอรี่ให้ A เป็นลบเทียบกับC คือ ทำให้ศักย์ของ A ต่ำกว่าศักย์ของ C สนามไฟฟ้าระหว่าง CA จะต้าน ทำให้โฟโตอิเล็กตรอนไปถึงขั้ว A ได้ยาก กระแสจะค่อยๆ น้อยลง แต่ยังไม่เป็นศูนย์ แสดงว่าโฟโตอิเล็กตรอนที่หลุดจากแผ่นโลหะ C นั้น มีพลังงานเริ่มต้น เมื่อถูกสนามไฟฟ้าต้าน ตัวที่มีพลังงานจลน์ต่ำก็จะไปไม่ถึง A แต่ถ้า A เป็นลบมากขึ้นจนถึงขีดจำกัดขีดหนึ่ง กระแสในวงจรจะเป็นศูนย์ ความต่างศักย์ที่ทำให้กระแสเป็นศูนย์เรียกว่า ศักย์หยุดยั้ง (Stopping potential, V_s) ณ ที่ความต่างศักย์ค่านี้แม้โฟโตอิเล็กตรอนตัวที่มีพลังงานจลน์สูงที่สุด$(E_k)_{max}$ก็ไม่สามารถมาถึงขั้ว A ได้ ดังนั้นเราสามารถหาพลังงานจลน์สูงสุดของโฟโตอิเล็กตรอนได้จากสมการดังนี้

$$(E_k)_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eV_S \qquad (15.14)$$

เมื่อเพิ่มความเข้มแสง แต่ใช้ความถี่เดิม จะเห็นว่า เมื่อความเข้มของแสงเพิ่มขึ้น กระแสก็เพิ่มขึ้นตามไปด้วย ดูกราฟเส้น I_2แต่ความต่างศักย์ที่ทำให้กระแสเป็นศูนย์ยังคงเท่ากับV_s ตามเดิม แสดงว่า ความเข้มของแสงมิได้ช่วยให้พลังงานจลน์ของโฟโตอิเล็กตรอนเพิ่มขึ้น เพียงแต่ไปเพิ่มจำนวนโฟโตอิเล็กตรอนที่หลุดต่อวินาที (กระแส) เท่านั้น

เมื่อฉายแสงความถี่ต่างๆ กันไปที่โลหะ C แล้วเขียนกราฟระหว่างความต่างศักย์หยุดยั้งกับความถี่ (ν) ของแสง จะได้ดังรูปที่ 15.19



รูปที่ 15.19กราฟระหว่างพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนกับความถี่แสงตกกระทบ
ที่มา http://www.gravitywarpdrive.com/NGFT_Images/Planck_Photoelectric_2.gif

ที่ความถี่ต่ำสุด ν_0 ซึ่งถ้าความถี่ของแสงต่ำกว่านี้ จะไม่มีโฟโตอิเล็กตรอนหลุดออกมาเลย ความถี่ต่ำสุดนี้ คือ **ความถี่ขีดเริ่ม** ถ้าเปลี่ยนชนิดของโลหะ C ความถี่ขีดเริ่มก็จะเปลี่ยนไป และเมื่อฉายแสงความถี่สูงไปยังโลหะ โฟโตอิเล็กตรอนที่หลุดจะมีพลังงานจลน์สูงขึ้นตามไปด้วยจากรายละเอียดต่างๆ ของการทดลอง สรุปได้ว่า

1. พลังงานจลน์ของโฟโตอิเล็กตรอนไม่ขึ้นกับความเข้มของแสง แต่ขึ้นกับความถี่ของแสง โดยเป็นปฏิภาคโดยตรงกับความถี่ของแสง และถ้าแสงมีความถี่ต่ำกว่าความถี่ขีดเริ่ม จะไม่มีโฟโตอิเล็กตรอนเกิดขึ้น

2. ถ้าแสงมีความถี่สูงกว่าความถี่ขีดเริ่ม จำนวนอิเล็กตรอนที่หลุดจะเป็นปฏิภาคตรงกับความเข้มของแสง

ผลที่ได้จากการทดลองข้อที่1 ทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าอธิบายไม่ได้ เพราะตามทฤษฎีคลื่นนั้น แสงความเข้มสูงจะมีพลังงานมาก และเมื่อฉายไปกระทบโลหะจึงควรให้โฟโตอิเล็กตรอนพลังงานสูง ไม่ว่าแสงจะมีความถี่สูงหรือต่ำ ซึ่งขัดแย้งกับผลการทดลอง

ต่อมาในปี พ.ศ. 2448 ไอน์สไตน์ (Albert Einstein) ได้เสนอทฤษฎีโฟตอนของแสงอธิบายปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกได้เป็นผลสำเร็จ โดยใช้แนวความคิดเกี่ยวกับการแผ่รังสีเป็นควอนตัมที่แพลงค์ใช้อธิบายการแผ่รังสีจากวัตถุดำร้อน ไอน์สไตน์เสนอว่าแสงประกอบด้วยกลุ่มก้อนของพลังงานเรียกว่าโฟตอน(Photon) โฟตอนของแสงความถี่ νจะมีพลังงานเท่ากับ hν เมื่อ h คือ ค่าคงที่แพลงค์ แสงจึงมีลักษณะเป็นอนุภาคที่ประกอบด้วยก้อนพลังงานเล็กๆ เมื่อตกกระทบโลหะพลังงาน $h\nu$ของโฟตอนจะถ่ายให้กับอิเล็กตรอนในโลหะตัวต่อตัว และในการที่อิเล็กตรอนจะหลุดจากอะตอมของผิวโลหะจะต้องจ่ายพลังงานให้กับอะตอมเท่ากับค่า ฟังก์ชันงาน(Work function) ซึ่งเป็นพลังงานยึดเหนี่ยวอิเล็กตรอนไว้กับอะตอมนั้นส่วนพลังงานที่เหลือจะปรากฏเป็นพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$h\nu = (E_k)_{max} + W_o \qquad (15.15)$$

เมื่อ$(E_k)_{max}$คือพลังงานจลน์สูงสุดของโฟโตอิเล็กตรอน

W_oคือค่าฟังก์ชันงานของโลหะ มีค่าต่างกันแล้วแต่ชนิดของโลหะ

สมการ(15.15)คือ สมการโฟโตอิเล็กตริกของไอน์สไตน์(Einstein's photoelectric equation)

ตามสมการของไอน์สไตน์ แสงที่มีความถี่สูงโฟตอนจะมีพลังงานสูงเมื่อฉายไปยังโลหะโฟโตอิเล็กตรอนที่หลุดก็จะมีพลังงานจลน์สูงและถ้าความถี่ของแสงที่ฉายต่ำลง พลังงานจลน์ของโฟโตอิเล็กตรอนก็จะน้อยลงตามลำดับ และเมื่อความถี่แสงเท่ากับ νอิเล็กตรอนจะมีพลังงานจลน์เป็นศูนย์ ดังนั้น

$$h\nu_0 = W_o$$

แสดงว่า โฟตอนมีพลังงานพอดีเพียงทำให้อิเล็กตรอนหลุดจากผิวโลหะเท่านั้น แต่ไม่มีพลังงานจลน์ และถ้าฉายแสงความถี่ต่ำกว่า ν_0พลังงานโฟตอนของแสงจะมีค่าน้อยกว่า W_oแสงจึงมีพลังงานไม่พอที่จะทำให้อิเล็กตรอนหลุดจากผิวโลหะ ไม่ว่าจะมีความเข้มมากเพียงใดก็ตาม

ถ้าแสงที่มีความถี่สูงกว่าความถี่ขีดเริ่มมีความเข้มมากขึ้นจะเกิดโฟโตอิเล็กตรอนจำนวนมากขึ้น โดยที่โฟตอนถ่ายเทพลังงานให้กับอิเล็กตรอนแบบตัวต่อตัว

การที่ไอน์สไตน์ประสบความสำเร็จในการอธิบายปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกโดยใช้ทฤษฎีโฟตอนของแสงทำให้แพลงค์และนักวิทยาศาสตร์ผู้อื่นที่ไม่ค่อยยอมรับแนวความคิดว่าการแผ่รังสีเป็นควอนตัม ยอมรับกันมากขึ้น การอธิบายปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกนี้ทำให้ไอน์สไตน์ได้รับรางวัลโนเบลในปี พ.ศ. 2464

ตัวอย่างที่ 15.7กำหนดให้ฟังก์ชันงานของแทนทาลัมและทองคำเป็น 4.2 eVและ 4.8 eV ตามลำดับอยากทราบว่าต้องการฉายแสงที่มีความยาวคลื่น 270 nm ลงไปบนวัตถุใดจึงจะเกิดปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก

วิธีทำ พลังงานแสง

$$E = \frac{hc}{\lambda} \text{ หรือ } E(eV) = \frac{1240}{\lambda(nm)}$$

$$E(eV) = \frac{1240}{270(nm)} = 4.59eV$$

ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกสามารถเกิดขึ้นได้เมื่อพลังงานของแสงตกกระทบมากกว่าฟังก์ชันงานของโลหะ ดังนั้นทองคำสามารถเกิดปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกได้ แต่แทนทาลัมไม่สามารถเกิดได้ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 15.8 เมื่อให้แสงความยาวคลื่น 450 นาโนเมตร ตกกระทบผิวโลหะชนิดหนึ่ง ปรากฏว่าต้องใช้ความต่างศักย์ในการหยุดยั้งโฟโตอิเล็กตรอนเท่ากับ 1.5 โวลต์ ถ้าต้องการให้อิเล็กตรอนหลุดออกจากผิวโลหะให้พอดี ต้องใช้แสงที่มีความยาวคลื่นกี่ นาโนเมตร

วิธีทำ

$$eV_s = hf - W_0$$

$$eV_s = hc/\lambda - W_0$$

$$1.6\times10^{-19}(1.5) = \frac{(6.6\times10^{-34})(3\times10^{8})}{450\times10^{-9}} - W_0$$

ดังนั้น $W_0 = 2\times10^{-19}$ จูล

ถ้าต้องการให้อิเล็กตรอนหลุดจากผิวโลหะพอดีจะได้ $V_s = 0$

จาก $hf_0 = W_0$

$$hc/\lambda = W_0$$

$$\lambda = hc/W_0$$

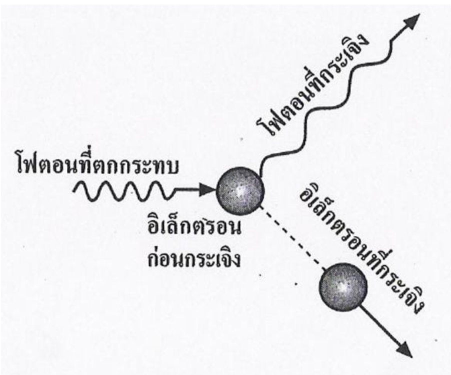
$$= \frac{(6.6\times10^{-34})(3\times10^{8})}{2\times10^{-9}}$$

$$= 990 \text{ nm}$$

ตอบ

15.12 ปรากฏการณ์คอมป์ตัน

คอมป์ตัน ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มของรังสีเอกซ์และขนาดของมุมการกระเจิงกับความยาวคลื่นกระเจิงของรังสีเอกซ์ จากการฉายรังสีเอกซ์ให้ไปกระทบกับอิเล็กตรอนของแท่งแกรไฟต์ พบว่า ความยาวคลื่นรังสีเอ็กซ์ที่กระเจิงออกมาแปรผันกับมุมที่กระเจิง แต่ไม่ขึ้นกับความเข้มของรังสีเอกซ์ที่กระทบกับอิเล็กตรอน



รูปที่ 15.20 ปรากฏการณ์คอมป์ตัน

ที่มา http://www.vcharkarn.com/lesson/1381

จากปรากฏการณ์อธิบายโดยอาศัยหลักแนวคิดของไอน์สไตน์ได้อย่างเดียวว่าการชนระหว่างรังสีเอกซ์กับอิเล็กตรอนของแกรไฟต์เป็นการชนระหว่างอนุภาคกับอนุภาค โดยเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงานและกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม ดังนี้

1. รังสีเอกซ์ที่กระเจิงออกมาโดยมีความยาวคลื่นเท่าเดิม แสดงว่าโฟตอนของรังสีเอกซ์กับอิเล็กตรอนของแท่งแกรไฟต์ชนกันแบบยืดหยุ่น

2. รังสีเอกซ์ที่กระเจิงออกมาโดยมีความยาวคลื่นไม่เท่าเดิม แสดงว่า โฟตอนของรังสีเอกซ์กับอิเล็กตรอนของแท่งแกรไฟต์ชนกันแบบไม่ยืดหยุ่น

15.13 สมมติฐานของเดอบรอยล์

ในปี ค. ศ. 1924 นักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศสชื่อหลุยส์เดอบรอยล์(Louis de Broglie) ได้ให้ความเห็นว่าแสงมีคุณสมบัติเป็นได้ทั้งคลื่นแสงและอนุภาค กล่าวคือในกรณีที่แสงมีการเลี้ยวเบนและการสอดแทรก แสดงว่าขณะนั้นแสงประพฤติตัวเป็นคลื่น สำหรับกรณีแสงในปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก แสดงว่าแสงเป็นอนุภาค ฉะนั้นสสารทั่วไปที่มีคุณสมบัติเป็นอนุภาคก็น่าจะมีคุณสมบัติทางด้านคลื่นด้วย เดอบรอยล์ได้พยายามหาความยาวคลื่นของคลื่นมวลสาร โดยทั่วไปเริ่มจากความยาวคลื่นของแสงก่อน ดังต่อไปนี้

ถ้าแสงมีความถี่ f จะให้พลังงานออกมาเป็นอนุภาคเรียกว่าโฟตอนซึ่งมีขนาด

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

จากความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานกับมวลของไอน์สไตน์

$$E = mc^2 \text{ และ } E = hf$$

เดอบรอยล์ หาความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนตัมและความยาวคลื่นของแสงได้ดังนี้

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

เมื่อ P คือ โมเมนตัมของโฟตอน (N.s) λ คือ ความยาวคลื่นของโฟตอน (m)

จะได้ว่า
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \qquad (15.16)$$

เมื่อ λ คือ ความยาวคลื่นของอนุภาค (m)

m คือ มวลของอนุภาค (kg)

P คือ โมเมนตัมของอนุภาค (N.s)

v คือ ความเร็วของอนุภาค (m/s)

ความยาวคลื่นของอนุภาคหรือความยาวคลื่นสสารนี้เรียกว่า ความยาวคลื่น เดอบรอยล์ นั่นเอง

ตัวอย่างที่ 15.9จงคำนวณหาความยาวคลื่นเดอบรอยล์ของสิ่งต่อไปนี้

ก. อนุภาคมวล 1 กรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 2 x 10^3 m/s

ข. อิเล็กตรอนมวล 9.1 x 10^{-31} กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 2.5 x10^8 m/s

วิธีทำ ก. จากสูตร $\lambda = \dfrac{h}{mv}$

จากโจทย์ h = 6.63 x 10^{-34}Js ,m = 1x 10^{-3} kg ,v = 2 x 10^3 m/s

แทนค่า $\lambda = \dfrac{6.63x10^{-34}}{1x10^{-3}x2x10^3}$ = 3.32 x 10^{-34}เมตร

ดังนั้น ความยาวคลื่นเดอบรอยล์ของอนุภาค เท่ากับ 3.32 x 10^{-34}เมตร **ตอบ**

ข. จากสูตร $\lambda = \dfrac{h}{mv}$

จากโจทย์ h = 6.63 x 10^{-34} Js ,m = 9.1x 10^{-31} kg ,v = 2.5 x 10^{8} m/s

แทนค่า $\lambda = \dfrac{6.63x10^{-34}}{9.1x10^{-31}x2.5x10^{8}}$ = 2.91 x 10^{-12} เมตร

ดังนั้น ความยาวคลื่นเดอบรอยล์ของอนุภาค เท่ากับ 2.91 x 10^{-12} เมตร **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 15.10อิเล็กตรอนตัวหนึ่งจะต้องเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่าใดจึงจะมีโมเมนตัมเป็นหนึ่งในสิบของโมเมนตัมของโฟตอนของแสงความถี่ 4.5 x 10^{14} เฮิรตซ์ (มวลอิเล็กตรอน = 9 x 10^{-31} kg)

วิธีทำ พลังงานแสง E = hf = 6.63x10^{-34}x4.5x10^{14} = 2.9835x10^{-19} J

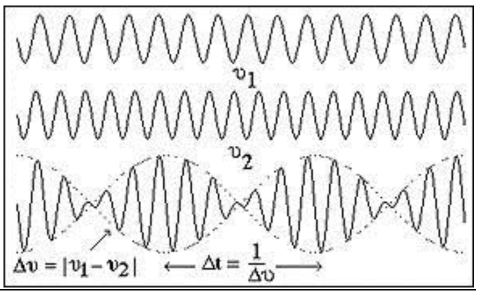
จาก E = pc จะได้โมเมนตัมของโฟตอนของแสง

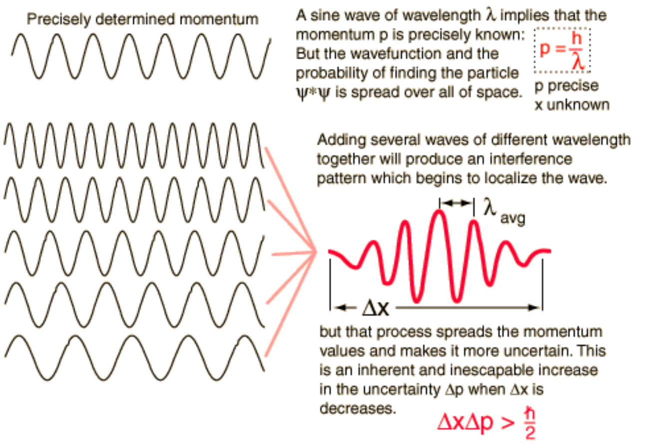
$$p = \frac{E}{c} = \frac{2.9835\times10^{-19}}{3\times10^{8}} = 0.9945\times10^{-27}\ kg.m/s$$

ดังนั้นโมเมนตัมของอิเล็กตรอนเท่ากับ 0.9945x10^{-28} m/s

จาก p = mv จะได้ความเร็วของอิเล็กตรอน $v = \dfrac{p}{m} = \dfrac{0.9945\times10^{-28}}{9\times10^{-31}} = 110.5\,m/s$ **ตอบ**

15.14 หลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบอร์ก





ก ข

รูปที่ 15.21(ก) กลุ่มคลื่นที่เกิดจากการรวมคลื่น 2 คลื่นเข้าด้วยกัน (ข)กลุ่มคลื่นที่เกิดจากการรวมคลื่นที่มีความถี่ต่างกันเล็กน้อยเป็นจำนวนมากเข้าด้วยกัน Δx มีขนาดแคบลง

ที่มา http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/uncer.html

จากการที่อนุภาคแสดงสมบัติคลื่น และต้องใช้กลุ่มคลื่นแทนอนุภาคนั้น ทำให้ไม่สามารถบอกตำแหน่งและโมเมนตัมของอนุภาคได้แน่นอน จากรูปที่ 15.21จะเห็นว่าอนุภาคจะอยู่ที่ใดก็ได้ภายในกลุ่มคลื่น Δxนอกจากนี้ค่าของเลขคลื่น k ที่ประกอบกันเป็นกลุ่มคลื่นก็มีค่าต่างๆ กันอยู่

ในช่วง $\Delta\ k$ ด้วยทำให้ขนาดของความยาวคลื่นและโมเมนตัมไม่แน่นอนไปด้วย ถ้าขนาดของกลุ่มคลื่นแคบ ดังรูปที่ 15.21(ข) การบอกตำแหน่งก็ชัดเจนขึ้น แต่การบอกความยาวคลื่นก็บอกได้ยาก ในทางตรงกันข้ามถ้ากลุ่มคลื่นมีขนาดกว้าง ดังรูปที่ 15.21(ก) เราก็จะบอกความยาวคลื่นได้ชัดขึ้น แต่ก็บอกตำแหน่งของอนุภาคได้ยาก เนื่องจากΔx มีขนาดกว้างขึ้น พิจารณาจากรูปได้
กรณีมีคลื่น ซึ่งมีค่า k ต่างๆกันอยู่ในช่วง $\Delta\ k$มารวมกันดังรูป จะได้

$$\Delta x.\Delta k \cong 1$$

จากความสัมพันธ์ของ เดอบรอยล์

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$p = \frac{h}{2\pi}k$$

$$\Delta p = \frac{h}{2\pi}\Delta k$$

$$\Delta p = \hbar \Delta k$$

$$\Delta p \cong \hbar \frac{1}{\Delta x}$$

$$\Delta x \cdot \Delta p \cong \hbar$$

เนื่องจากΔx เป็นขนาดน้อยที่สุดที่เราจะสามารถบอกตำแหน่งอนุภาค ดังนั้นโดยทั่วๆไปเราเขียน

$$\Delta x . \Delta p \geq \hbar \qquad (15.17)$$

เมื่อ Δxเป็นความไม่แน่นอนเกี่ยวกับตำแหน่งของอนุภาค
Δpเป็นความไม่แน่นอนเกี่ยวกับโมเมนตัมของอนุภาค

สมการ $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$ ให้ความหมายว่า อันเนื่องมาจากธรรมชาติคลื่นของวัตถุ ทำให้เราไม่สามารถทราบตำแหน่งและโมเมนตัมของอนุภาคได้อย่างแน่นอนพร้อมๆกันถ้าทราบโมเมนตัมแน่นอน ($\Delta p = 0$) ก็จะไม่ทราบว่าวัตถุอยู่ที่ใด ($\Delta x=\infty$) และถ้าทราบว่าอนุภาคอยู่ที่ใดแน่นอน ($\Delta x=0$) เราก็จะไม่ทราบค่าของโมเมนตัม ($\Delta p = \infty$) และถ้าทราบค่าประมาณของโมเมนตัม เราก็จะทราบค่าประมาณของตำแหน่งและผลคูณความไม่แน่นอนของตำแหน่งและโมเมนตัมของอนุภาคจะเป็นไปตามสมการ(15.17)จากหลักความจริงนี้ได้นำมาสรุปเป็นหลักการ เรียกว่าหลักความไม่แน่นอน (Uncertainty principle) โดยนักวิทยาศาสตร์ชาวเยอรมัน ชื่อ ไฮเซนเบอร์ก(Werner Heisenberg) ในปี พ.ศ. 2470

หลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบอร์กในอีกลักษณะหนึ่ง มีประโยชน์ในการวัดพลังงาน E ซึ่งส่งออกมาในช่วงเวลาจำกัดอันหนึ่ง เช่น พลังงานจากการแผ่กัมมันตภาพรังสี หรือพลังงานที่มาจากการเปลี่ยนระดับพลังงานในอะตอม ถ้า ΔE = ความไม่แน่นอนในการวัดพลังงาน และ Δt = ความไม่แน่นอนในการวัดเวลาที่ได้พลังงานนั้น สมการ (15.17) สามารถเขียนได้เป็น

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \qquad (15.18)$$

ตัวอย่างที่ 15.11จงหาความไม่แน่นอนในการวัดตำแหน่งของวัตถุมวล 50 กรัม เคลื่อนที่ในแนวตรงด้วยความเร็ว 50 เมตร/วินาที ถ้าความไม่แน่นอนในการวัดความเร็วเป็น 0.01เมตร/วินาที

วิธีทำ จากสูตร $(\Delta X)(\Delta P_X) \geq \bar{h}$

$$\Delta X(m\Delta v_x) \geq \bar{h}$$

$$\Delta X \geq \bar{h} / m\Delta v_x$$

จากโจทย์ $m = 50 \times 10^{-3}$ kg, $\Delta v_x = 0.01$ m/s, $\bar{h} = \frac{h}{2\pi} = 1.05x10^{-34}$ Js

ดังนั้น $\Delta X \geq \frac{1.05x10^{-34}}{50x10^{-3}x0.01} \geq 2.1x10^{-31}$ เมตร

ความไม่แน่นอนในการวัดตำแหน่งเท่ากับ 2.1×10^{-31} เมตร **ตอบ**

สรุป

1. การทดลองของทอมสัน

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{BR} = \frac{E}{B^2R}$$

2. การทดลองของมิลลิแกน

$$qE = mg$$

3. รัศมีโคจรของอิเล็กตรอนในไฮโดรเจนอะตอม

$$r_n = \left(\frac{\hbar^2}{mke^2}\right)n^2$$

4. ระดับชั้นพลังงานในไฮโดรเจนอะตอม

$$E_n = -\frac{1}{2}\frac{mk^2e^4}{\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

5. สเปกตรัมของอะตอมไฮโดรเจน

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_f^{\ 2}} - \frac{1}{n_i^{\ 2}}\right)$$

6. การแผ่รังสีของวัตถุดำ

$$E = n(hf)$$

7. ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก

$$h\nu = (E_k)_{max} + W_o$$

8. สมมติฐานของเดอบรอยล์

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

9. หลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบอร์ก

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$$

แบบฝึกหัด

1. ในการทดลองหาค่าประจุต่อมวลของทอมสันโดยใช้สนามแม่เหล็กที่มีความเข้ม0.002 T ถ้าความต่างศักย์ ระหว่างแผ่นขนานสองแผ่นห่างกัน 2 cm มีค่า 80 V ความเร็วของอิเล็กตรอนขณะเคลื่อนที่ผ่านแผ่นโลหะนี้มีค่าเท่าไร ($2X10^{6}$ m/s)
2. ในการทดลองหาค่าประจุต่อมวลของอิเล็กตรอนโดยใช้หลอดตาแมว ได้จัดค่าความต่างศักย์ระหว่างแคโทดกับแอโนดรูปก้นกระทะเท่ากับ 180 V ถ้ากระแสไฟฟ้าที่ผ่านขดลวดโซลินอยด์ทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก $5 X 10^{-3}$ T และทราบว่าอิเล็กตรอนมีประจุ $-1.6X 10^{-19}$ C และมีมวล $9X10^{-31}$ kgอัตราเร็วของอิเล็กตรอนขณะวิ่งถึงแอโนดเป็นเท่าไร ($8X10^{6}$ m/s)
3. ในการทดลองหยดน้ำมันของมิลลิแกน หยดน้ำมันมีมวล $6.4X10^{-14}$ kgลอยนิ่งอยู่ระหว่างแผ่นโลหะสองแผ่น ซึ่งมีความต่างศักย์ 10,000 V อยู่ห่างกัน 1 cm จำนวนอิเล็กตรอนซึ่งแฝงอยู่ในหยดน้ำมันมีจำนวนเท่าไร (4 ตัว)
4. ความยาวคลื่นของเส้นสเปกตรัมของไฮโดรเจนเส้นแรก (ที่มีความยาวคลื่นมากที่สุด) ในอนุกรมบัลเมอร์คือ 656 nmโฟตอนที่สามารถทำให้อะตอมไฮโดรเจน จากสถานะพื้นแตกตัวเป็นอิออนได้พอดี ควรจะต้องมีความยาวคลื่นเท่าใด(91 nm)
5. อะตอมไฮโดรเจนเปลี่ยนระดับพลังงานจาก n = 2 ไป n = 1 ความยาวคลื่นของแสงที่ปล่อยออกมาเป็นกี่เท่าของในกรณีที่เปลี่ยนระดับพลังงานจาก n = 4 ถึง n = 2 (1/4 เท่า)
6. อะตอมไฮโดรเจน เมื่อเปลี่ยนระดับพลังงานจากสถานะ n = 3 สู่สถานะพื้นจะให้โฟตอนมีพลังงาน $19.34x10^{-19}$จูล และเมื่อเปลี่ยนสถานะจาก n = 2 สู่สถานะพื้นจะให้โฟตอนพลังงาน $16.33x10^{-19}$จูล ถ้าต้องการกระตุ้นให้อะตอมไฮโดรเจนให้เปลี่ยนระดับพลังงานจาก n = 2 ไปยังสถานะ n = 3 จะต้องใช้แสงความถี่เท่าใด($4.5 x 10^{14}$Hz)
7. เครื่องมือผลิตรังสีเอกซ์เครื่องหนึ่งมีความต่างศักย์ระหว่างแคโทดและเป็นเป้าเป็น 18,000 โวลต์ ความยาวคลื่นที่สั้นที่สุดของรังสีเอกซ์ที่ได้เป็นเท่าไร($6.9x10^{-11}$ m)
8. ในการทดลองเรื่องปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก ใช้แสงความถี่ $7x10^{14}$ Hz ตกกระทบผิวโลหะที่มีค่าฟังก์ชันงานเท่ากับ 2.3 eVจงหาความต่างศักย์หยุดยั้งของโฟโตอิเล็กตรอนนี้ (0.6 V)
9. กำหนดให้ฟังชันงานของโลหะชนิดหนึ่ง 4.80 eVจะต้องฉายแสงที่มีความยาวคลื่นเท่าใดจึงจะทำให้อิเล็กตรอนหลุดจากขั้วแคโทด ที่ทำจากโลหะดังกล่าวแล้วสามารถไปถึงขั้วแอโนดได้พอดี เมื่อศักย์ไฟฟ้าที่แอโนดต่ำกว่าแคโทดเท่ากับ 1.80 โวลต์(187.5 nm)
10. รถยนต์คันหนึ่งมีมวล 1,000 กิโลกรัม แล่นด้วยความเร็ว 72 กม./ชม.ถ้าคิดว่ารถยนต์คันนี้ เป็นคลื่นจะมีความยาวคลื่นเดอบรอยล์เท่าใด ($3.3 x 10^{-38}$m)
11. จงหาความยาวคลื่นของอิเล็กตรอนซึ่งเคลื่อนที่ด้วยพลังงาน 5 อิเล็กตรอนโวลต์ (0.55 nm)
12. นิวเคลียสของอะตอมรัศมีประมาณ 10^{-14} เมตร ถ้าอิเล็กตรอนอยู่ในนิวเคลียสได้ความไม่แน่นอนในการวัดตำแหน่งของอิเล็กตรอนไม่ควรมีค่าเกิน10^{-14} เมตร จากหลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบอร์ก โมเมนตัมของอิเล็กตรอนอย่างน้อยที่สุดมีค่าเท่าใด($1.05x10^{-20}$kg. m/s)

เอกสารอ้างอิง

มานัส มงคลสุข (2532). **Condensed Physics 2** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แม็คจำกัด

ธำรง เมธาศิริ. (2540). **ฟิสิกส์แผนใหม่**(พิมพ์ครั้งที่ 5).กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2550). **ฟิสิกส์ 2**(พิมพ์ครั้งที่ 15).กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7^{th} ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. ,Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 16

ฟิสิกส์นิวเคลียร์

หัวข้อเนื้อหาประจำบท

1. การค้นพบกัมมันตภาพรังสี
2. องค์ประกอบของนิวเคลียส
3. โครงสร้างของนิวเคลียส
4. การสลายตัวของนิวเคลียส
5. การทดลองหารังสีที่ปลดปล่อยจากธาตุกัมมันตรังสี
6. อนุกรมการสลาย
7. อัตราการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี
8. สภาพสมดุลของธาตุกัมมันตภาพรังสี
9. ไอโซโทป
10. ขนาดของนิวเคลียส
11. มวลและพลังงานของนิวเคลียส
12. พลังงานยึดเหนี่ยว
13. ปฏิกิริยานิวเคลียร์
14. ปฏิกิริยาฟิชชั่น
15. ปฏิกิริยาฟิวชั่น

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถอธิบายการค้นพบกัมมันตภาพรังสีได้
2. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถอธิบายองค์ประกอบของนิวเคลียสได้
3. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถอธิบายโครงสร้างของนิวเคลียสได้
4. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณการสลายตัวของนิวเคลียสได้
5. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกอธิบายการทดลองหารังสีที่ปลดปล่อยจากธาตุกัมมันตรังสีได้
6. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณอนุกรมการสลายได้
7. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณอัตราการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสีได้
8. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณสภาพสมดุลของธาตุกัมมันตภาพรังสีได้
9. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย ไอโซโทปได้
10. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณขนาดของนิวเคลียส ได้
11. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณมวลและพลังงานของนิวเคลียสได้

12. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณพลังงานยึดเหนี่ยวได้
13. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถบอกความหมาย และคำนวณปฏิกิริยานิวเคลียร์ได้
14.เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถอธิบายปฏิกิริยาฟิชชั่นได้
15. เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถอธิบายปฏิกิริยาฟิวชั่นได้
16.เพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตประจำวันได้

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายประกอบMicrosoft PowerPoint
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. การตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. Microsoft PowerPoint
2. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์2
3. บทความวิชาการหรืออื่นๆ ที่อาจารย์ผู้สอนเห็นว่าเหมาะสม

การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากความสนใจ การตอบคำถามและการถามคำถามของผู้เรียน
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบท

บทที่ 16
ฟิสิกส์นิวเคลียร์

16.1 การค้นพบกัมมันตภาพรังสี

ในปี ค.ศ. 1896 เบคเคอเรล(Henri Becquerel) นักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศสได้ทำการทดลอง โดยใช้ฟิล์มถ่ายรูปใส่ไว้ในซองกระดาษดำ และนำซองกระดาษสีดำนี้วางไว้ใต้สารประกอบยูเรเนียม พบว่าเมื่อนำฟิล์มไปล้างจะปรากฏรอยดำบนแผ่นฟิล์ม แสดงว่าจะต้องมีรังสีมาจากสารที่วางไว้คือ มาจากสารประกอบยูเรเนียม และจากการศึกษารังสีนี้ พบว่ามีสมบัติบางประการคล้ายกับรังสีเอ็กซ์ เช่น สามารถทะลุผ่านวัตถุต่างๆได้และทำให้อากาศแตกตัวเป็นไอออนได้ แต่ต่างกันที่รังสีเอ็กซ์จะเกิดขึ้นเองไม่ได้ และยังพบอีกว่า สารประกอบของธาตุยูเรเนียมทุกชนิด ทำให้เกิดรอยดำบนแผ่นฟิล์ม จึงเสนอว่า รังสีนี้เกิดจากธาตุยูเรเนียมและเรียกรังสีนี้ว่า รังสียูเรนิก

ปี ค.ศ. 1899 รัทเธอร์ฟอร์ด(Ernest Rutherford) พบว่าธาตุยูเรเนียมแผ่รังสีได้ 2 ชนิด และได้ตั้งชื่อรังสีที่มีอำนาจทะลุทะลวงต่ำว่า “รังสีแอลฟา(Alpha rays)” และรังสีที่มีอำนาจทะลุทะลวงสูงว่า “รังสีเบตา(Beta rays)”

ปี ค.ศ.1900 วิลลาร์ด(P. Villard) พบ “รังสีแกมมา(Gamma rays)” ซึ่งมีอำนาจทะลุทะลวงสูงกว่ารังสีเบตา

ต่อมา ปิแอร์และแมรี่ คูรี่ (Pierre and Marie Curie) ได้ทำการทดลองกับธาตุหลายชนิดและพบว่า ธาตุบางชนิด เช่น ทอเรียม เรเดียม พลูโตเนียม มีการแผ่รังสีได้เช่นเดียวกับธาตุยูเรเนียม ปรากฏการณ์ที่สารยูเรเนียมแผ่รังสีนี้ว่า กัมมันตภาพรังสี (Radioactivity) และเรียกธาตุที่แผ่รังสีได้เองว่า ธาตุกัมมันตรังสี (Radioactive Element)

16.2 องค์ประกอบของนิวเคลียส

รัทเทอร์ฟอร์ดเป็นคนแรกที่สามารถทำให้เกิดการเปลี่ยนสภาพนิวเคลียส (nuclear transformation) โดยในปี ค.ศ. 1919 เขาได้ทำการทดลองยิงอนุภาคแอลฟา ($^{4}_{2}\mathrm{He}$) เข้าไปยังนิวเคลียสของไนโตรเจน ($^{14}_{7}\mathrm{N}$) ทำให้เกิดนิวเคลียสของธาตุใหม่คือออกซิเจน $^{17}_{8}\mathrm{O}$ และมีโปรตอน $^{1}_{1}\mathrm{H}$ เกิดขึ้นมาด้วย ซึ่งเขียนเป็นสมการปฏิกิริยานิวเคลียร์ได้ดังนี้

$$^{4}_{2}\mathrm{H}+^{14}_{7}\mathrm{N}\longrightarrow ^{17}_{8}\mathrm{O}+^{1}_{1}\mathrm{H}$$

รัทเทอร์ฟอร์ดได้เสนอให้ใช้ชื่อ โปรตอน(proton) สำหรับนิวเคลียสของไฮโดรเจน และจากการที่ธาตุกัมมันตรังสีบางธาตุมีการปล่อยรังสีเบตาหรืออิเล็กตรอนออกมาได้ ทำให้คิดว่าอิเล็กตรอนก็อาจเป็นองค์ประกอบของนิวเคลียสของธาตุต่างๆ ได้ เช่นกัน จึงมีการตั้ง “สมมติฐานโปรตอน-อิเล็กตรอน” ขึ้น ซึ่งตามสมมติฐานนี้ นิวเคลียสประกอบด้วยโปรตอนและอิเล็กตรอน เช่น ลิเทียม ซึ่งมีมวลอะตอมประมาณ 7 เท่าของมวลโปรตอน และมีอิเล็กตรอน 3 ตัวในอะตอม ดังนั้นนิวเคลียสของลิเทียมควรประกอบด้วยโปรตอน 7 ตัว และอิเล็กตรอน 4 ตัว อยู่ภายในนิวเคลียส ทำให้นิวเคลียสของธาตุนี้มีประจุ +3e

สมมติฐานโปรตอน-อิเล็กตรอนสามารถอธิบายการแผ่รังสีที่ให้อนุภาคแอลฟาออกมาได้ คือ อนุภาคแอลฟา เกิดจากการรวมตัวกันของโปรตอน 4 ตัว อิเล็กตรอน 2 ตัว แล้วหลุดจากนิวเคลียส ส่วนการแผ่รังสีที่ให้อนุภาคเบตานั้น เกิดจากการปล่อยอิเล็กตรอนในนิวเคลียสออกมา ซึ่งหากพิจารณาตามหลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์กแล้ว พบว่า เป็นไปไม่ได้ที่มีอิเล็กตรอนอยู่ในนิวเคลียส นอกจากนี้สมมติฐานโปรตอน-อิเล็กตรอน ยังขัดแย้งกับหลักการเกี่ยวกับโมเมนตัมเชิงมุมของการหมุนรอบตัวเองของอนุภาค รวมทั้งไม่สามารถอธิบายปรากฏการณ์ของนิวเคลียสได้ จึงทำให้สมมติฐานโปรตอน-อิเล็กตรอน ถูกยกเลิก

ปี ค.ศ. 1920 รัทเทอร์ฟอร์ดจึงได้เสนอความคิดเห็นเกี่ยวกับอนุภาคในนิวเคลียสว่า อิเล็กตรอนและโปรตรอนในนิวเคลียสอาจจะรวมตัวกันเป็นอนุภาคที่มีสภาพเป็นกลางทางไฟฟ้า ซึ่งเขาเรียกว่า นิวตรอน (neutron)

ปี ค.ศ. 1930 นักฟิสิกส์ชาวเยอรมันชื่อ Bothe และ Becker ได้ทำการทดลองยิงอนุภาค แอลฟา ($^{4}_{2}\mathrm{He}$) ไปยังนิวเคลียสของธาตุเบริลเลียม ($^{9}_{4}\mathrm{Be}$) และพบว่าเกิดนิวเคลียสของธาตุใหม่คือคาร์บอน ($^{12}_{6}\mathrm{C}$) และให้รังสีที่มีอำนาจทะลุทะลวงสูงคล้ายรังสีแกมมา (γ) ดังนั้น เขาจึงคิดว่ารังสีดังกล่าวเป็นรังสีแกมมา แต่รังสีแกมมาสามารถหยุดได้ด้วยแผ่นตะกั่วที่มีคุณสมบัติของความหนา ส่วนรังสีที่ได้จากการทดลองสามารถผ่านทะลุแผ่นตะกั่วที่มีความหนาได้จึงทำให้ได้ข้อคิดขึ้นว่ารังสีนี้ไม่น่าจะเป็นรังสีแกมมา (γ)

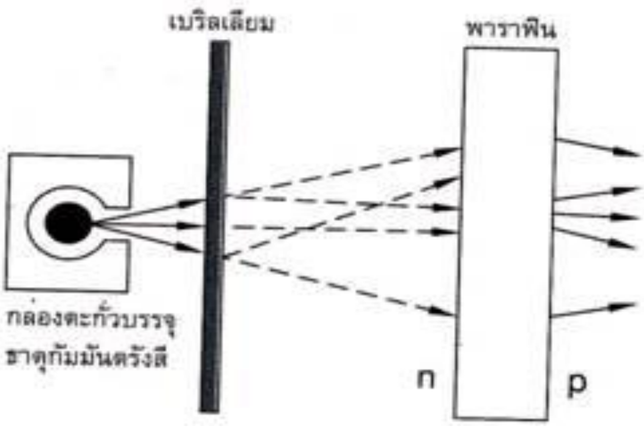
ปีค.ศ.1932 James Chadwick (แชดวิค) นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษได้ทำการทดลอง ยิงอนุภาค แอลฟาเข้าชนกับนิวเคลียสของแบริลเลียม ($^{9}_{4}\mathrm{Be}$) พบว่าได้นิวเคลียสของธาตุใหม่คือคาร์บอน ($^{12}_{6}\mathrm{C}$) และรังสีที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกับการทดลองของ Bothe และ Becker ซึ่งเขียนเป็นสมการปฏิกิริยานิวเคลียร์ได้ดังนี้

$$^{4}_{2}\mathrm{He}+^{9}_{4}\mathrm{Be} \rightarrow ^{12}_{6}\mathrm{C} + \mathrm{X}$$

แชดวิค พบว่าอนุภาค X ที่ได้จากปฏิกิริยานิวเคลียร์นี้มีคุณสมบัติ ดังนี้

1. มีสภาพเป็นกลางทางไฟฟ้า
2. มีอำนาจในการทะลุทะลวงสูงสามารถผ่านแผ่นโลหะที่มีความหนามากๆได้ เช่น ตะกั่ว

แชดวิคได้ทำการทดลองหามวลของอนุภาค X โดยให้อนุภาค X วิ่งเข้าชนแท่งพาราฟิน ซึ่งประกอบด้วยนิวเคลียสของไฮโดรเจน ($^{1}_{1}\mathrm{H}$) จะทำให้โปรตอนถูกชนหลุดออกมาดังรูปที่ 16.1 ในการนี้เราสามารถวัดโมเมนตัมของโปรตอนที่ถูกชนออกมาได้



รูปที่ 16.1การทดลองหามวลของนิวตรอน
ที่มา http://www.thaigoodview.com/library/contest2553/type2/science04
/11/lession%207.html

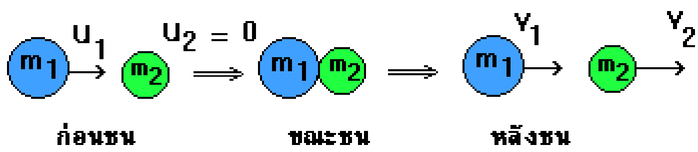
ต่อมาแชดวิคได้ทำการทดลองยิงอนุภาค X เข้าไปชนนิวเคลียสของไนโตรเจนและทำการวัดหาโมเมนตัมของนิวเคลียสไนโตรเจนที่ถูกชนออกมา เช่นเดียวกับการวัดโมเมนตัมของโปรตอนโดยอาศัยโมเมนตัมของโปรตอนและนิวเคลียสของไนโตรเจนที่วัดได้ แชดวิคสามารถพิสูจน์ได้ว่าอนุภาค X มีมวลเท่ากับ 1.008665 amuซึ่งใกล้เคียงกับมวลของโปรตอน (1.007276 amu) แชดวิคได้ให้ชื่อของอนุภาค X นี้ว่า นิวตรอน (Neutron) และสมการปฏิกิริยานิวเคลียร์เขียนใหม่ได้

$$ {}_{2}^{4}\mathrm{He} + {}_{4}^{9}\mathrm{Be} \longrightarrow {}_{6}^{12}\mathrm{C} + {}_{0}^{1}\mathrm{n} $$

โดย ${}_{0}^{1}\mathrm{n}$ เป็นสัญลักษณ์ของนิวตรอน

ตัวอย่างที่ 16.1ถ้าอนุภาคมวล m วิ่งด้วยความเร็ว u เข้าชนอนุภาคมวล M_1ซึ่งเดิมอยู่นิ่งในแนวตรงแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ ปรากฏว่าหลังจากชนแล้วมวล M_1มีอัตราเร็ว V_1แต่ถ้าอนุภาคที่ถูกชนมีมวล M_2หลังชนอนุภาคนี้จะมีอัตราเร็ว V_2จงพิสูจน์ $m = -\dfrac{M_1V_1 - M_2V_2}{V_1 - V_2}$

วิธีทำจากรูปการชนของอนุภาค



ภาพประกอบตัวอย่างที่ 16.1
ที่มา https://classesphysics.wordpress.com/category/%E0%B9%82%E0%B8%A1%E0%B9%80%E0%B8%A1%E0%B8%99%E0%B8%95%E0%B8%B1%E0%B8%A1-momentum/

เนื่องจากการชนเป็นแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ ดังนั้น จะได้

โมเมนตัมก่อนชน = โมเมนตัมหลังชน

และ พลังงานจลน์ก่อนชน = พลังงานจลน์หลังชน

แทนค่า $m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1+m_2v_2$ .... (1)

และ $u_1+v_1 = u_2v_2$ ....(2)

จากรูปแทนค่าในสมการที่ (1)จะได้ $mu + 0 = mv_1+M_1V_1$

$mu = mv_1 + M_1V_1$ .... (3)

และสมการ (2)เขียนใหม่ได้ $u + v_1 = 0 + V_1$

$v_1 = V_1 + u$ .... (4)

แทนสมการที่ (4) ในสมการที่ (3) $mu = m(V_1-u) + M_1V_1$

$mu = Mv_1 +mu +M_1V_1$

$2mu = (m+M_1) V_1$

$$u = \frac{(m+M_1)v_1}{2m} \quad \text{.......... (5)}$$

ทำนองเดียวกับอนุภาค m วิ่งด้วยความเร็ว u ชนอนุภาค M_1ให้กระดอนไปด้วยความเร็ว V_2 จะได้

$$u = \frac{(m+M_2)V_2}{2m} \quad \text{........ (6)}$$

สมการที่ (5) = สมการที่ (6) จะได้ $\frac{(m+M_1)V_1}{2m} = \frac{(m+M_2)V_2}{2m}$

$mV_1+ M_1V_1 = mV_2 + M_2V_2$

$mV_1 - mV_2 = -M_1V1+ M_2V_2$

$(V_1- V_2) = -(M_1V_1 - M_2V_2)$

$m = -\left(\frac{M_1V_1 - M_2V_2}{V_1 - V_2}\right)$ **ตอบ**

ข้อสังเกตจากการทดลองหามวลของนิวตรอนโดยวิธีการของแชดวิคให้นิวตรอนเข้าชนนิวเคลียสของไฮโดรเจนสมมติมีมวล M_1และวัดความเร็วได้ V_1และโดยให้นิวตรอนเข้าชนนิวเคลียสของไนโตรเจนสมมติมีมวล M_2วัดความเร็วหลังชนได้ V_2เมื่อนำมาแทนค่าในสมการ $m = -\left(\frac{M_1V_1 - M_2V_2}{V_1 - V_2}\right)$ก็จะมีค่ามวลของนิวตรอนได้ประมาณ 1.008665 amuพอดี

16.3 โครงสร้างของนิวเคลียส

เมื่อแชดวิค ค้นพบนิวตรอนแล้ว จึงมีการตั้ง “**สมมติฐานโปรตอน-นิวตรอน**” ขึ้น กล่าวว่า นิวเคลียสประกอบด้วย อนุภาคโปรตอนและอนุภาคนิวตรอน และรวมเรียกอนุภาคที่เป็นองค์ประกอบของนิวเคลียสว่า นิวคลีออน

เลขมวล (Mass Number : “A”) คือ ผลรวมของจำนวนโปรตอนและจำนวนนิวตรอนที่อยู่ภายในนิวเคลียส และเป็นเลขจำนวนเต็มที่มีค่าใกล้เคียงกับมวลอะตอมของธาตุนั้นมากที่สุด เช่น ธาตุยูเรเนียมที่มีเลขมวล 238 มีค่ามวลอะตอมเท่ากับ 238.05 u และนิวเคลียสของยูเรเนียมนี้มีจำนวนโปรตอนและนิวตรอนรวมกันเป็น 238 นิวคลีออน

เลขอะตอม(Atomic Number : “Z”) คือจำนวนโปรตอนในนิวเคลียส และตัวเลขนี้ยังบอกถึงประจุไฟฟ้าของนิวเคลียสอีกด้วย เช่น กรณียูเรเนียม เลขอะตอมมีค่า 92 แสดงว่ามีโปรตอน 92 นิวคลีออนและมีประจุไฟฟ้า +92e

สัญลักษณ์ของนิวเคลียส

โดยทั่วไปมักเขียนในรูป $^{A}_{Z}X$ ซึ่งมีความหมายดังนี้

X = สัญลักษณ์ของนิวเคลียสของธาตุ

A = เลขมวลของนิวเคลียส คือ จำนวนนิวคลีออนในนิวเคลียส มีค่าเท่ากับ จำนวนโปรตอน + จำนวนนิวตรอน

Z = เลขอะตอมของธาตุ คือจำนวนโปรตอนในนิวเคลียส

A - Z = จำนวนนิวตรอนในนิวเคลียส

ตัวอย่างเช่นสัญลักษณ์ $^{235}_{92}U$ หมายถึง นิวเคลียสของยูเรเนียม ซึ่งประกอบด้วยโปรตอน 92 ตัว (ในสภาพเป็นกลาง กล่าวได้ว่ามีอิเล็กตรอน 92 ตัว) และมีนิวคลีออน(โปรตอน + นิวตรอน) อยู่ 235 ตัว ดังนั้นจึงมีนิวตรอน 235 - 92 = 143 ตัว สัญลักษณ์ของอนุภาคที่สำคัญที่ควรรู้จักแสดงในตารางที่ 16.1

ตารางที่ 16.1สัญลักษณ์ของอนุภาคที่สำคัญที่ควรรู้จัก

อนุภาค	สัญลักษณ์	ตัวย่อ
โปรตอน	$^{1}_{1}H$	P
ดิวเทอรอน	$^{2}_{1}H$	d
ทริตรอน	$^{3}_{1}H$	t
แอลฟา	$^{4}_{2}He$	α
เบตา (ลบ)	$^{0}_{-1}e$	β^{-}
เบตา (บวก)	$^{0}_{+1}e$	β^{+}
นิวตรอน	$^{1}_{0}n$	n
แกมมา	γ	γ

16.4การสลายตัวของนิวเคลียส

เนื่องจากนิวเคลียสของธาตุต่างๆ ในธรรมชาติบางชนิดเป็น นิวเคลียสเสถียร (stable nucleus) และบางชนิดเป็นนิวเคลียสไม่เสถียร (unstable nucleus) โดยนิวเคลียสไม่เสถียรนี้ จะมีการสลาย (decay) ปล่อยอนุภาคแอลฟา หรืออนุภาคเบตา ออกมา ทำให้โครงสร้างของนิวเคลียสเปลี่ยนไป เกิดเป็นนิวเคลียสของธาตุใหม่ กระบวนการนี้ เรียกว่า การสลายกัมมันตรังสี (radioactive decay)

การที่นิวเคลียสของธาตุหนึ่ง เกิดการสลายเป็นนิวเคลียสใหม่ เราเรียกนิวเคลียสที่เกิดการสลายว่า นิวเคลียสตั้งต้น (parent nucleus) นิวเคลียสใหม่ที่เกิดจากการสลายตัว เรียกว่า นิวเคลียสลูก (daughter nucleus) นิวเคลียสลูกและรังสีที่ปล่อยออกมา เราเรียกว่า ผลผลิตการสลาย (decay products)

การสลายตัวของนิวเคลียสให้กัมมันตรังสี แบ่งได้ 3 ประเภทใหญ่ ดังนี้

16.4.1. การสลายตัวให้รังสีแอลฟา (Alpha Ray)เมื่อนิวเคลียสของฮีเลียม ($^{4}_{2}\mathrm{He}$) ถูกปลดปล่อยออกมาจากนิวเคลียสด้วยพลังงานต่างๆ กัน และมีการเปลี่ยนสภาพนิวเคลียส โดยเลขมวลมีจำนวนลดลง 4 และเลขอะตอมลดลง 2 ทำให้ได้นิวเคลียสใหม่

สมการการสลายตัวของสารกัมมันตรังสีที่ให้รังสีแอลฟาเป็นดังนี้

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y \quad + \quad {}^{4}_{2}He$$

ตัวอย่าง การสลายตัวของนิวเคลียสให้รังสีแอลฟา

$$^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th \quad + \quad {}^{4}_{2}He$$

ยูเรเนียม 238 สลายตัวให้ธอเรียม234 และอนุภาคแอลฟา

หมายเหตุ :: การหาจำนวนอนุภาคแอลฟาและเบตาจากการสลายของนิวเคลียส หรือการรวมตัวของนิวเคลียส เพื่อให้เกิดเป็นนิวเคลียสใหม่ จะมีหลักว่า

1. ผลรวมของเลขอะตอมก่อนและหลังการสลายจะต้องเท่ากัน
2. ผลรวมของเลขมวลก่อนและหลังการสลายจะต้องเท่ากัน

16.4.2 การสลายตัวให้รังสีเบตา แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ เบตาลบ(β^-)และ เบตาบวก (β^+)

-การสลายตัวให้เบตาลบ(β^- หรือ $^{0}_{-1}e$) เกิดจากการสลายนิวตรอน 1 ตัว ภายในนิวเคลียสเป็นโปรตอนและอิเล็กตรอน ทำให้นิวเคลียสใหม่ที่เกิดขึ้น มีเลขอะตอมเพิ่มขึ้น 1

สมการการสลายตัวของสารกัมมันตรังสีที่ให้รังสีเบตาลบ เป็นดังนี้

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y \quad + \quad {}^{0}_{-1}e$$

ตัวอย่าง การสลายตัวของนิวเคลียสให้รังสีเบตา

$$^{210}_{83}Bi \longrightarrow {}^{210}_{84}Po \quad + \quad {}^{0}_{-1}e$$

บิสมัธ210 สลายตัวให้โปโลเนียม 210 และรังสีเบตาลบ

-การสลายตัวให้เบตาบวก(β^+ หรือ $^{0}_{+1}e$) เกิดจากการที่โปรตอน 1 ตัว ภายในนิวเคลียสเปลี่ยนสภาพกลายเป็นนิวตริน 1 ตัว ทำให้นิวเคลียสใหม่ มีเลขอะตอมลดลง 1

สมการการสลายตัวของสารกัมมันตรังสีที่ให้รังสีเบตาบวก เป็นดังนี้

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y \quad + \quad {}^{0}_{+1}e$$

ตัวอย่าง การสลายตัวของนิวเคลียสให้รังสีเบตาบวก

$$^{14}_{8}O \longrightarrow {}^{14}_{7}N \quad + \quad {}^{0}_{+1}e$$

ออกซิเจน 14 สลายตัวให้ไนโตรเจน 14 และรังสีเบตาบวก

16.4.3 การสลายตัวให้รังสีแกมมา (γ) ในการสลายกัมมันตรังสี มักมีรังสีแกมมาออกมาด้วย ทั้งนี้เพราะ นิวเคลียสจะมีการเปลี่ยนระดับพลังงานมาสู่ระดับที่ต่ำกว่า จึงทำให้มีการแผ่รังสีแกมมา ซึ่งเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมา โดยไม่มีผลต่อการเปลี่ยนเลขมวลและเลขอะตอมแต่อย่างใด

สมการการสลายตัวของสารกัมมันตรังสีที่ให้รังสีแกมมา เป็นดังนี้

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z}X \quad + \quad \gamma$$

ตัวอย่าง การสลายตัวของนิวเคลียสให้รังสีแกมมา

รังสีแกมมาเกิดจากการเปลี่ยนระดับพลังงานของนิวเคลียส จากสภาวะกระตุ้นไปสู่สภาวะพื้น ดังตัวอย่างการสลายตัวของบิทมัส

$${}^{121}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{208}_{81}\mathrm{Tl} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \quad (\ 6.086 \quad \mathrm{MeV}\ )$$

บางครั้งนิวเคลียสของแทลเลี่ยม จะอยู่ในสภาวะกระตุ้น ดังสมการจะได้

$${}^{121}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{208}_{81}\mathrm{Tl}^{*} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \quad (\ 5.614 \quad \mathrm{MeV}\ )$$

จะเห็นว่าพลังงานจลน์ของอนุภาคแอลฟามีค่าน้อยกว่าเดิมอยู่ 0.472 MeV พลังงานจำนวนนี้จะถูกเก็บอยู่ในนิวเคลียสของแทลเลี่ยม

ในเวลาต่อมานิวเคลียสนี้จะคายพลังงานจำนวนนี้ออกมา และนิวเคลียสก็จะกลับมาสู่สภาวะพื้นพลังงานที่คายออกมานี้เรียกว่ารังสีแกมมา ดังสมการ

$${}^{208}_{81}\mathrm{Tl}^{*} \rightarrow {}^{208}_{81}\mathrm{T}\ell + \gamma \quad (\ 0.472 \quad \mathrm{MeV}\ )$$

(สภาวะกระตุ้น) (สภาวะพื้น)

ตัวอย่างที่ 16.2จากสมการต่อไปนี้ X และ Y คือ อนุภาคอะไร มีสัญลักษณ์อย่างไร

${}^{241}_{94}\mathrm{Pu}$ (Plutonium) $\longrightarrow {}^{241}_{95}\mathrm{Am}$ (Amerricium) + X

${}^{241}_{95}\mathrm{Am}$ (Americium) $\longrightarrow {}^{237}_{93}\mathrm{Np}$ (Neptunium) + Y

วิธีทำจากสมการ 1 เขียนใหม่ได้

$${}^{241}_{94}\mathrm{Pu} \longrightarrow {}^{241}_{95}\mathrm{Am} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$$

จากสมการ จะได้ $241 = 241 + A$

$\therefore \quad A = 0$

และ $94 = 95 + Z$

$Z = -1$

นั่นคือ ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ คือ ${}^{0}_{-1}\mathrm{X}$ ได้แก่ อนุภาคเบตา ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$ นั่นเอง

จากสมการ 2 เขียนใหม่ได้

$${}^{241}_{95}\mathrm{Am} \longrightarrow {}^{237}_{93}\mathrm{Np} + {}^{A}_{Z}\mathrm{Y}$$

จากสมการจะได้ $241 = 237 + A$

$A = 4$

และ $95 = 93 + Z$

$Z = 2$

$\therefore$ ${}^{A}_{Z}\mathrm{Y}$ คือ ${}^{4}_{2}\mathrm{Y}$ ได้แก่อนุภาคแอลฟา ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ นั่นเอง

$\therefore$ X คือ $\beta = {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$ และ Y คือ $\alpha = {}^{4}_{2}\mathrm{He}$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 16.3ในการสลายตัวของ $^{235}_{82}U$ กลายเป็น $^{211}_{82}Pb$ จะมีการปลดปล่อยอนุภาคต่างๆ กี่อนุภาค ยกเว้นรังสีแกมมา

วิธีทำ ให้ $^{235}_{92}U$ สลายตัวเป็น $^{211}_{82}Pb$ ปล่อยอนุภาค α และ β ออกมา N_α และ N_β ตัว ตามลำดับ ซึ่งเขียนสมการได้ดังนี้

$$^{235}_{92}U \longrightarrow {}^{211}_{82}Pb + N_\alpha {}^{4}_{2}He + N_\beta {}^{0}_{-1}e + \gamma$$

จากสมการผลรวมของเลขมวลซ้ายมือ = ผลรวมของเลขมวลขวามือ

$$\therefore \quad 235 = 211 + 4N_\alpha$$

$$N_\alpha = \frac{235-211}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

ผลรวมของเลขอะตอมซ้ายมือ = ผลรวมของเลขอะตอมขวามือ

$$92 = 82 + 2N_\alpha - N_\beta$$

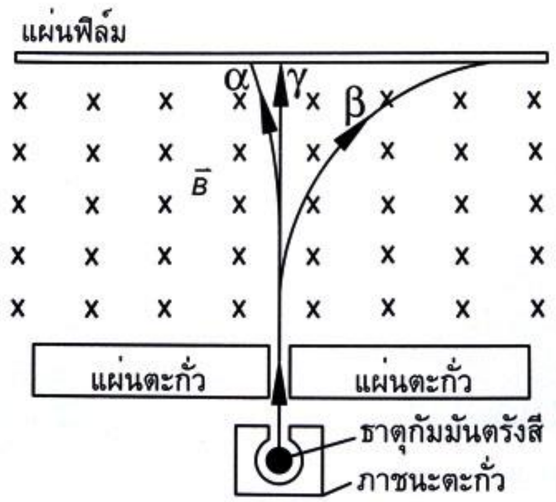
$$92 = 82 + (2 \times 6) - N_\beta$$

$$N_\beta = 2$$

นั่นคือ ในการสลายตัวนี้จะได้อนุภาค β = 2 ตัวและอนุภาค α = 6 ตัว **ตอบ**

16.5 การทดลองหารังสีที่ปลดปล่อยจากธาตุกัมมันตรังสี

นำธาตุกัมมันตรังสี เรเดียม (Radium) ใส่ไว้ในกล่องตะกั่วรูปที่ 1 แล้วปล่อยให้สลายตัว มันจะปลดปล่อยรังสีออกมา 3 แนว คือ แนวแรกวิ่งเป็นเส้นตรงแสดงว่าไม่มีประจุไฟฟ้า ได้แก่ รังสีแกมมา (γ) แนวที่สองวิ่งโค้งไปทางซ้ายแสดงว่ารังสีนี้มีประจุไฟฟ้าเป็นบวกได้แก่ รังสีแอลฟา(α) และแนวที่สาม โค้งไปทางขวา แสดงว่ารังสีนี้มีประจุไฟฟ้าเป็นลบได้แก่ รังสีเบตา (β) ดังแสดงในรูปที่ 16.2



รูปที่ 16.2 การทดลองเพื่อหาชนิดของรังสีโดยการเคลื่อนรังสีผ่านสนามแม่เหล็ก
ที่มา http://www.vcharkarn.com/lesson/1251

ข้อสังเกต

1. ในกรณีทั่วๆไปเมื่อกล่าวถึง รังสีเบตาจะหมายความถึง อิเล็กตรอนที่มีพลังงานสูง ส่วนโพสิตรอนเราจะไม่ค่อยพบ เพราะมีช่วงเวลาปรากฏตัวน้อยมาก เนื่องจากโพสิตรอนจะมารวมตัวกับอิเล็กตรอนซึ่งมีกระจัดกระจาย อยู่ในอากาศกลายเป็นรังสีแกมมา

2. การที่นิวเคลียสปล่อยรังสีเบตาออกมา มิได้หมายความว่า นิวเคลียสเสียอิเล็กตรอน เพราะนิวเคลียสไม่มีอิเล็กตรอนแต่ได้มาจากการที่นิวตรอนสลายตัวกลายเป็นโปรตอน

3. อำนาจทะลุทะลวงของรังสีทั้งสามในอากาศ เรียงจากมากไปน้อยจะได้ดังนี้ $\gamma>\beta>\alpha$ทั้งนี้เพราะ

- อนุภาคแอลฟามีประจุมากคือ +2e ขนาดใหญ่ (A=4) และวิ่งช้าจึงมีโอกาสทำให้โมเลกุลของอากาศรอบตัวแตกตัวเป็นอิออนได้ง่าย ทำให้เสียพลังงานมากจึงหยุดเร็วไปไม่ได้ไกล
- อนุภาคเบตา มีประจุน้อยคือ-e ขนาดก็เล็กและวิ่งเร็วมากโอกาสที่จะชนอากาศน้อยจึงเสียพลังงานน้อย ทำให้วิ่งไปได้ไกลขึ้น
- รังสีแกมมาเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า โอกาสที่จะทำให้อากาศแตกตัวเป็นอิออนมีน้อยมาก โดยเฉลี่ยจึงวิ่งไปได้ไกลที่สุด

เราอาจสรุปลักษณะเฉพาะของรังสีแอลฟา เบตาและแกมมา ได้ดังตารางที่ 16.2

ตารางที่ 16.2ลักษณะเฉพาะของรังสีแอลฟา เบตาและแกมมา
ที่มา อมร ทองพาหุสัจจะ, 2525, หน้า 367

รังสี	มวล (amu)	ประจุ (คูลอมบ์)	พลังงาน (MeV)	พิสัยในอากาศ (เมตร)	ความสามารถสัมพัทธ์ที่ทำให้อากาศแตกตัวเป็นอิออน	วัสดุที่ใช้กั้น
α	4.00	+2e	4-10.5	2.5×10^{-2}	2500	กระดาษหนาๆ หนังสัตว์, แผ่นอะลูมิเนียมหนาประมาณ 0.01 ซม.
β	$\frac{1}{1823}$ amu 9.11×10^{-31}kg	-e	0.02-3.55	1-3	100	แผ่นอะลูมิเนียม แผ่นไมกา หนาพอประมาณ ตะกั่ว
γ	0	0	0.4-5.0	ไม่แน่นอน (ไปได้ไกลมาก)	1	ตะกั่วหนาๆ หรือคอนกรีตหนาๆ

* พิสัยในอากาศ หมายถึงระยะทางที่รังสีวิ่งจนกระทั่งพลังงานเป็นศูนย์คือหยุดนิ่ง

** ความสามารถสัมพัทธ์ที่ทำให้อากาศแตกตัวเป็นอิออนของรังสีแต่ละชนิดให้คิดเทียบกับรังสีแกมมาหรือคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

ตัวอย่างที่ 16.4จงหาอัตราเร็วของอนุภาคแอลฟาซึ่งมีพลังงานจลน์ 10.5 MeV

วิธีทำ หาความเร็วของอนุภาคแอลฟาจากสมการ $Ek = \frac{1}{2} mv^2$

จากโจทย์ $Ek = 10.5 \text{ MeV} = 10.5\times10^{6}\times1.6\times10^{-19} = 16.8\times10^{-13}$ J

$m = 4 \text{ amu} = 4\times1.64\times10^{-27} = 6.64\times10^{-27}$ kg

$\therefore$ แทนค่า $16.8\times10^{-13} = \frac{1}{2}\times6.64\times10^{-27} v^2$

$v^2 = 5.06\times10^{14}$

$v = 2.25\times10^{7}$ m/ s

$\therefore$ อัตราเร็วอนุภาคแอลฟา $= 2.25\times10^{7}$ m/s **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 16.5จงหาอัตราเร็วของอนุภาคเบตาซึ่งมีพลังงานจลน์

ก.0.02 MeV ข.3.5 MeV

วิธีทำ หาความเร็วของอนุภาคเบตาจากสมการ$Ek = \frac{1}{2} mv^2$

ก. ถ้า $Ek = 0.02 \text{ MeV} = 0.02\times10^{6}\times1.6\times10^{-19} = 3.2\times10^{-15}$ J

$m = 9.11\times10^{-31}$ kg

แทนค่า $3.2\times10^{-15} = \frac{1}{2}\times9.11\times10^{-31} v^2$

$v^2 = 0.70\times10^{16}$

$v = 0.8\times10^{8} = 8\times10^{7}$ m/s

$\therefore$ อัตราเร็วของอนุภาคเบตา $= 8\times10^{7}$ m/s **ตอบ**

ข. ถ้า $E_k = 3.5 \text{ MeV} = 3.5\times10^{6}\times1.6\times10^{-19} = 5.6\times10^{-13}$ J

$m = 9.11\times10^{-31}$ kg

แทนค่า $5.6\times10^{-13} = \frac{1}{2}\times9.11\times10^{-31} v^2$

$v^2 = 1.23\times10^{18}$

$v = 1.1\times10^{9}$ m/s $> 3\times10^{8}$ m/s **ตอบ**

จะเห็นได้ว่าอัตราเร็วของอนุภาคเบตาที่หาได้มีค่ามากกว่าอัตราเร็วของแสง จึงใช้ไม่ได้แสดงว่าการหาจากสมการพลังงานจลน์นั้นไม่ถูกต้อง เราจะต้องใช้ทฤษฎีสัมพัทธภาพของไอน์สไตน์มาคำนวณ จากทฤษฎีสัมพัทธภาพของไอน์สไตน์ เราพบว่าอนุภาคเมื่อเคลื่อนที่ด้วยอัตราใกล้เคียงกับแสงแล้วจะทำให้มวลของอนุภาคนั้นมีค่าเพิ่มขึ้น และมวลส่วนที่เพิ่มนี้จะอยู่ในรูปพลังงานจลน์ของอนุภาค

ให้เดิมอนุภาคเบตาหยุดนิ่งมีมวล m_0เมื่อเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v มีมวลเท่ากับ m
หาพลังงานจลน์ของอนุภาคเบตา จาก $E = \Delta mc^2$

แทนค่า จะได้ $E_k = (m - m_0)\ C^2$ ....(1)

แต่ $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

แทนค่า m ใน (1) จะได้ $E_k = \left(\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0\right) c^2$

$$E_k = m_0c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right]$$

จากโจทย์ $E_k = 3.5\ \text{MeV} = 3.5\times10^6\times1.6\times10^{-19} = 5.6\times10^{-13}$

$m_0 = 9.11\times10^{-31}$ kg , $c = 3\times10^8$ m/s

แทนค่า $5.6\times10^{-13} = 9.11\times10^{-31}\ (3\times10^8)^2\left[\dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{9\times10^{16}}}} - 1\right]$

$$6.83 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{9\times10^{16}}}} - 1$$

$$7.83 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{9\times10^{16}}}}$$

$$61.31 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{9\times10^{16}}}$$

$$1-\frac{v^2}{9\times10^{16}} = 0.0163$$

$$v^2 = 0.9837\times9\times10^{16}$$

$$v = 2.975\times10^8\ \text{m/s} < 3\times10^8\ \text{m/s}$$

$\therefore$ อัตราเร็วของอนุภาคเบตา $= 2.975\times10^8$ m/s **ตอบ**

16.6อนุกรมการสลาย

ในการสลายกัมมันตรังสี ถ้านิวเคลียสที่เกิดใหม่ยังคงไม่เสถียรก็จะเกิดการสลายต่อไป จนได้นิวเคลียสเสถียร การสลายจึงจะยุติ เช่น การสลายของยูเรเนียม-238 ให้ทอเรียม-234 ซึ่งไม่เสถียรจะสลายต่อให้นิวเคลียส โพรแทกทิเนียม-234 ต่อไป จนในที่สุดจะได้ตะกั่ว-206 ซึ่งเป็นธาตุสุดท้ายและเป็นธาตุเสถียร (stable element) ซึ่งไม่มีการสลายต่อไป ทั้งนี้ เราสามารถเขียนลำดับการสลายตัวได้เป็น อนุกรม(series)ดังตารางที่ 16.3

ตารางที่ 16.3การสลายตัวของอนุกรม Uranium
ที่มา อมร ทองพาหุสัจจะ, 2525, หน้า 374

นิวเคลียส	สลายตัวให้	กลายเป็น	ชื่อนิวเคลียส	เวลาครึ่งชีวิต
$^{238}_{92}U$	$^{4}_{2}He$	$^{234}_{90}Th$	ธอเรียม	4.51×10^{9}ปี
$^{234}_{90}Th$	$^{0}_{-1}e, \gamma$	$^{234}_{91}Pa$	โพรแตกดิเนียม	24.1 วัน
$^{234}_{91}Pa$	$^{0}_{-1}e, \gamma$	$^{234}_{92}U$	ยูเรเนียม	1.18 ปี
$^{234}_{92}U$	$^{4}_{2}He$	$^{230}_{90}Th$	ธอเรียม	2.48×10^{5}ปี
$^{230}_{90}Th$	$^{4}_{2}He, \gamma$	$^{226}_{88}Ra$	เรเดียม	8.0×10^{4}ปี
$^{226}_{88}Ra$	$^{4}_{2}He, \gamma$	$^{222}_{86}Rn$	เรดอน	1620 ปี
$^{222}_{86}Rn$	$^{4}_{2}He$	$^{218}_{84}Po$	โพโลเนียม	3.82 วัน
$^{218}_{84}Po$	$^{4}_{2}He$	$^{214}_{82}Pb$	ตะกั่ว	3.05 นาที
$^{214}_{82}Pb$	$^{0}_{-1}e, \gamma$	$^{214}_{83}Bi$	บิสมัธ	26.8 นาที
$^{214}_{83}Bi$	$^{0}_{-1}e, \gamma$	$^{210}_{82}Pb$	ตะกั่ว	1.64×10^{-4}วินาที
$^{210}_{82}Pb$	$^{0}_{-1}e, \gamma$	$^{210}_{83}Bi$	บิสมัธ	21.4 ปี
$^{210}_{84}Po$	$^{4}_{2}He, \gamma$	$^{206}_{82}Pb$	ตะกั่ว	138.4 วัน

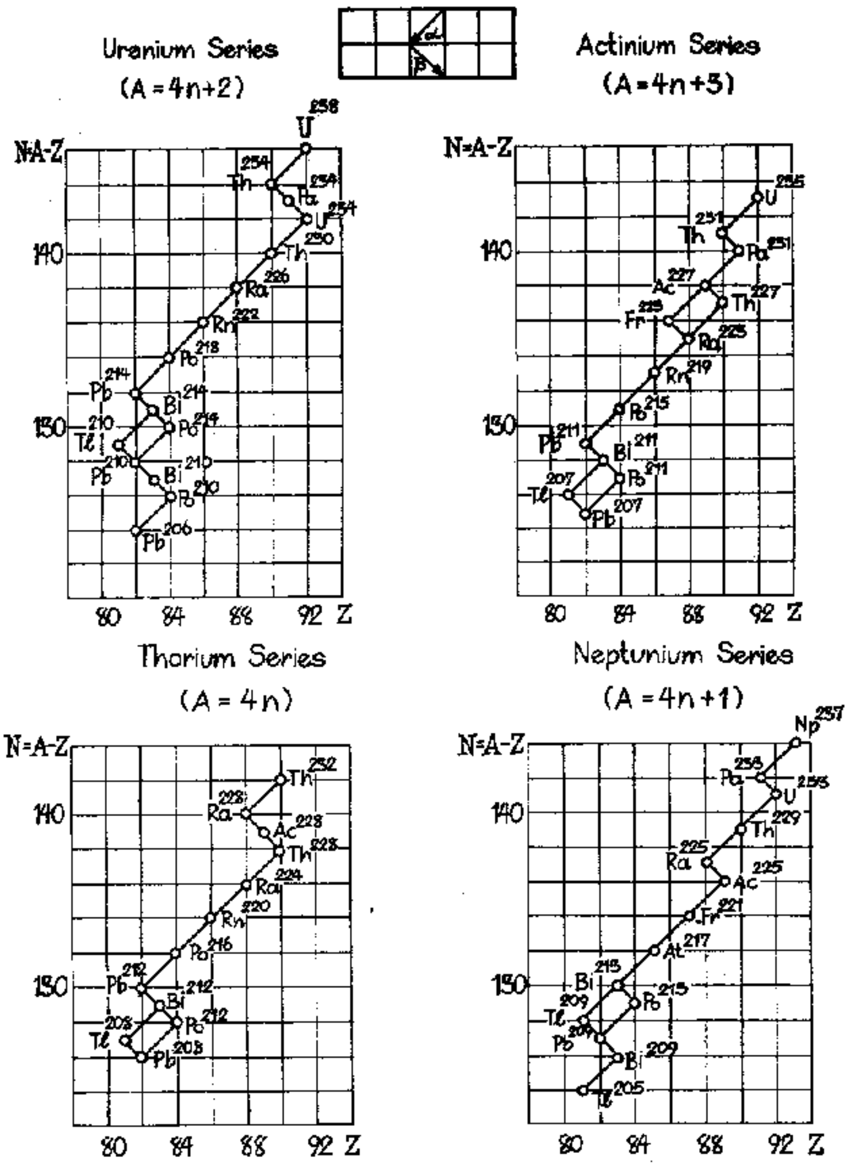
ทำนองเดียวกันการสลายตัวของนิวเคลียสในอนุกรม Actinium, Thorium และ Neptunium เราสามารถนำมาเขียนเป็นตารางได้เช่นกันแสดงได้ดังตารางที่ 16.4

ตารางที่ 16.4 การสลายตัวของนิวเคลียสในอนุกรม Actinium, Thorium, Uraniumและ Neptunium
ที่มา Irving Kaplan, 1962, หน้า 248-251

อนุกรม	ชื่อ	ธาตุเริ่มต้น		ธาตุสุดท้าย
		สัญลักษณ์	ครึ่งชีวิต	
4n	Thorium	232Th	1.39×10^{10} ปี	$^{208}_{82}Pb$
4n+1	Neptunium	237Np	2.25×10^{6}ปี	$^{209}_{83}Bi$
4n+2	Uranium	238U	4.51×10^{9}ปี	$^{206}_{82}Pb$
4n+3	Actinium	235U	7.07×10^{8} ปี	$^{207}_{82}Pb$

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็ม
อนุกรม Thorium ทุกๆ นิวเคลียสในอนุกรมนี้ มีค่าเลขมวล A = 4n
อนุกรม Neptunium ทุกๆ นิวเคลียสในอนุกรมนี้ มีค่าเลขมวล A = 4n+1
อนุกรม Uranium ทุกๆ นิวเคลียสในอนุกรมนี้ มีค่าเลขมวล A = 4n+2
อนุกรม Actinium ทุกๆ นิวเคลียสในอนุกรมนี้ มีค่าเลขมวล A = 4n+3

นิวเคลียสสุดท้ายของแต่ละอนุกรม จะเป็นนิวเคลียสที่มีเสถียรภาพสูง คือจะไม่มีการสลายตัวต่อไป และนิวเคลียสต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในแต่ละอนุกรมได้แสดงไว้ดังรูปที่ 16.3



รูปที่16.3 อนุกรมการสลายของธาตุกัมมันตรังสี
ที่มา Irving Kaplan, 1962, หน้า 248-251

จากรูปที่ 16.3 จะได้แกนตั้งแสดงจำนวนนิวตรอน และแกนนอนแสดงจำนวนโปรตอน ถ้านิวเคลียสสลายตัวไปทางซ้ายจะให้อนุภาคแอลฟาออกมา และถ้าสลายตัวไปทางขวาจะปล่อยอนุภาคเบตาออกมา

ตัวอย่างที่ 16.5จงเขียนสมการการสลายตัวของนิวเคลียสของธาตุต่อไปนี้

ก. นิวเคลียสของยูเรเนียม - 234 ให้อนุภาคแอลฟา

ข. นิวเคลียสของเรเดียม - 228 ให้อนุภาคเบตา

ค. นิวเคลียสของธอเรียม - 229 ให้อนุภาคแอลฟา

ง. นิวเคลียสของธอเรียม- 231 ให้อนุภาคเบตา

วิธีทำ เราต้องทำการตรวจสอบเสียก่อนว่านิวเคลียสที่โจทย์กำหนดให้นั้นอยู่ในอนุกรมใด โดยการนำเลขมวลหารด้วย 4 เหลือเศษเท่าใดก็จะทำให้เรารู้อนุกรมของนิวเคลียสธาตุนั้น

ก. นิวเคลียสของยูเรเนียม - 234 = 4n+ 2 อยู่ในอนุกรมยูเรเนียม

จากรูปที่ 16.3 จะได้ $^{234}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{230}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$ **ตอบ**

ข. นิวเคลียสของเรเดียม - 228 = 4n อยู่ในอนุกรมธอเรียม

จากรูปที่ 16.3 จะได้ $^{228}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{228}_{89}\mathrm{Ac} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$ **ตอบ**

ค. นิวเคลียสของธอเรียม- 229 = 4n+1 อยู่ในอนุกรมเนปจูเนี่ยม

จากรูปที่ 16.3 จะได้ $^{229}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{225}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$ **ตอบ**

ง. นิวเคลียสของธอเรียม-231 = 4n + 3 อยู่ในอนุกรมแอกติเนี่ยม

จากรูปที่ 16.3 จะได้ $^{231}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{231}_{91}\mathrm{Pa} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$ **ตอบ**

16.7 อัตราการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี

รัทเธอร์ฟอร์ดและซอดดีได้ตั้งสมมติฐานเพื่ออธิบายการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสีไว้ ดังนี้

1. ธาตุกัมมันตรังสีจะแตกตัวออกให้อนุภาคแอลฟาหรือเบตาได้สารใหม่ และสารใหม่ที่เกิดขึ้นนี้อาจจะมีการแผ่กัมมันตภาพรังสีต่อไปได้อีก

2.ในการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี เราไม่สามารถจะบอกได้ว่านิวเคลียสใดจะสลายก่อนหรือหลังแต่เราสามารถบอกได้เพียงว่านิวเคลียสทุกตัวมีความน่าจะเป็นที่จะสลายตัวเท่ากันหมด และอัตราการสลายจะแปรผันตรงกับจำนวนนิวเคลียส (นิวเคลียสที่พร้อมจะสลาย) ในขณะนั้น

ถ้าที่เวลา t_1ให้ธาตุกัมมันตรังสีมีจำนวนนิวเคลียสอยู่ N_1

และที่เวลา t_2ให้ธาตุกัมมันตรังสีมีจำนวนนิวเคลียสอยู่ N_2

$\therefore$ อัตราการลดของนิวเคลียส = $\dfrac{\Delta N}{\Delta t}$ = $\dfrac{N_2 - N_1}{t_2 - t_1}$

โดย $\Delta N = N_2 - N_1$ = การเปลี่ยนแปลงของนิวเคลียส

$\Delta t = t_2 - t_1$ = เวลาที่ผ่านไป

จากสมมติฐานข้อ 2 จะได้อธิบายอัตราการสลายขึ้นอยู่กับจำนวนนิวเคลียสที่มีอยู่ขณะนั้น

$$\therefore \quad -\frac{\Delta N}{\Delta t} \propto N$$

$$-\frac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda N \qquad (16.1)$$

โดย λ = ค่าคงที่ของการสลายตัว (decay constant) มีหน่วย s^{-1}

N = จำนวนนิวเคลียสของธาตุกัมมันตรังสีที่มีอยู่ขณะนั้น

$-\frac{\Delta N}{\Delta t}$ = อัตราการสลายตัวของนิวเคลียส มีเครื่องหมายเป็นลบแสดงว่าเป็นอัตราการลด

จากสมการที่ (16.1) ถ้าเราให้ $\Delta t \to 0$ เขียนสมการใหม่ได้

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N$$

$$\therefore \frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = \int_{0}^{t} -\lambda dt$$

$$\ell n N - \ell n N_0 = -[\lambda t - 0]$$

$$\ell n \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

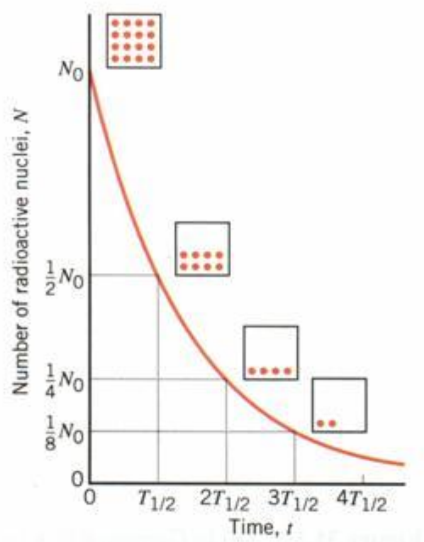
เขียนในรูปเลขชี้กำลังจะได้ $e^{-\lambda t} = \frac{N}{N_0}$

$$\therefore N = N_0 e^{-\lambda t} \qquad (16.2)$$

โดย N_0 = จำนวนนิวเคลียสของธาตุกัมมันตรังสีที่เวลา $t = 0$

N = จำนวนนิวเคลียสของธาตุกัมมันตรังสีที่เวลา $t = t$

จากสมการ (16.2)เขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง N กับ t ได้กราฟดังรูปที่ 16.4



รูปที่ 16.4กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง N กับ t

ที่มา http://www.rmutphysics.com/physics/oldfront/102/1/nuclear1/nuclear_12.htm

ให้ $T_{1/2}$ = T =เวลาที่จำนวนนิวเคลียสลดลงเหลือครึ่งหนึ่งเรียกว่า "ครึ่งชีวิต" (Half Life)

ดังนั้น เมื่อ t = T แล้วจะได้ $N = \frac{N_0}{2}$

แทนค่าในสมการที่ (16.2) จะได้

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T}$$

$$2 = e^{\lambda T}$$

เขียนในรูปของ log จะได้ $\log_e 2 = \lambda T$

$$\therefore \log 2 = \frac{\log 2}{\log_e} = \frac{\log 2}{\log 2.718} = 0.693 = \lambda T$$

$$T = \frac{0.693}{\lambda} \qquad (16.3)$$

แทนสมการที่ (16.3) ลงในสมการที่ (16.2) จะได้

$$N = N_0 2^{-\frac{t}{T}} \qquad (16.4)$$

อัตราการสลายตัวของนิวเคลียสต่อวินาที ($\frac{dN}{dt}$) เรียกว่า กัมมันตภาพ (activity) ใช้สัญลักษณ์ R มีหน่วยเป็นนิวเคลียสต่อวินาที หรืออนุภาคต่อวินาที หรือเบคเคอเรล(Bq) หรือวัดเป็นคูรี่(Ci) โดย

1 คูรี่ เท่ากับ กัมมันตภาพ 3.7×10^{10} นิวเคลียส/ วินาที

ปัจจุบันในหน่วย SI กัมมันตภาพ นิยมใช้หน่วยเบคเคอเรลเขียนย่อๆว่า Bqโดย

1 Bqเท่ากับ กัมมันตภาพ1 นิวเคลียส/ วินาที

1 คูรี่ เท่ากับ กัมมันตภาพ 3.7×10^{10} Bq

$\therefore$ จากนิยามสรุปได้ว่า $R = \frac{dN}{dt} = \lambda N$ (16.5)

ถ้าเอา $\frac{\text{มวลอะตอม}}{6.02\text{x}10^{23}}$ คูณตลอดในสมการ (16.2) และสมการ (16.4) จะได้

$$M = M_0 e^{-\lambda t} \quad \text{หรือ} \quad M = M_0 \,.\, 2^{-\frac{t}{T}} \qquad (16.6)$$

เมื่อ M_0 = M เป็นมวลของธาตุตอนเริ่มต้นและ ณ เวลา t ใด ๆ ตามลำดับ

ถ้าเอา λคูณตลอดในสมการ (16.2) และ (16.4) จะได้

$$R = R_0\, e^{-\lambda t} \quad \text{หรือ} \quad R = R_0 \,.2^{-\frac{t}{T}} \qquad (16.7)$$

เมื่อ R_0และ R เป็นกัมมันตภาพของธาตุตอนเริ่มต้นและ ณ เวลา t ใด ๆ ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 16.6เรเดียม -226 มีเวลาครึ่งชีวิต 1620 ปี ถ้าจะให้อัตราการสลายตัวเป็น 20,000 ต่อวินาที จะต้องใช้มวลของเรเดียมเท่าไร

วิธีทำหาจำนวนนิวเคลียสจาก R = λN

จากโจทย์ R = 20,000 ต่อวินาที

$$\lambda = \frac{0.693}{T} = \frac{0.693}{1620 \times 365 \times 24 \times 3600} = 1.36 \times 10^{-11} \text{ ต่อวินาที}$$

แทนค่า 20,000 = 1.36×10^{-11} N จะได้ N = 1.47×10^{15} นิวเคลียส

$\therefore$ มวลของเรเดียม = $\frac{1.47 \times 10^{15}}{6.02 \times 10^{23}} \times 226$ = 5.54×10^{-7} กรัม

= 0.55 μg **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 16.7ไอโซโทปกัมมันตภาพรังสี $^{24}\mathrm{Na}$ มีเวลาครึ่งชีวิต 15 ชั่วโมง ได้ถูกส่งไปยังโรงพยาบาลจุฬา ถ้าเสียเวลาในการขนส่ง 3 ชั่วโมง ทางโรงพยาบาลจุฬาจะใช้กัมมันตภาพรังสีได้แรงที่สุดเท่าใด ถ้าเริ่มบรรจุมีกัมมันตภาพ10 มิลลิคูรี่ กำหนด $2^{0.2}$ = 1.15

วิธีทำหาค่ากัมมันตภาพได้จาก R = $R_O 2^{-\frac{t}{T}}$

จากโจทย์ R_O = 10 mci , T = 15 hr , t = 3 hr , R= ?

แทนค่า R = $10 \times 2^{-\frac{3}{15}}$

R = $10 \times 2^{-0.2}$ = $\frac{10}{1.15} = 8.7$ มิลลิคูรี่

$\therefore$ เมื่อถึงโรงพยาบาล $^{24}\mathrm{Na}$ จะมีกัมมันตภาพ= 8.7 มิลลิคูรี่ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 16.8อะลูมิเนียม - 28 แตกตัวให้อนุภาคเบตา ตอนแรกวัดกัมมันตภาพของสารนี้ได้ 0.01664 คูรี่ แต่เมื่อเวลาผ่านไป 9.24 ชั่วโมง อัตราการสลายตัวเหลือเพียง 0.00104 คูรี่ ดังนั้นเวลาครึ่งชีวิตของอะลูมิเนียมคือเท่าไร

วิธีทำหาเวลาครึ่งชีวิตจาก R = $R_O \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$

จากโจทย์ R_O = 0.01664, R = 0.00104, t = 9.29 ชั่วโมง

แทนค่า 0.00104 = $0.01664 \times 10^{-\frac{9.29}{T}}$

$$\frac{1}{16} = 2^{-\frac{9.29}{T}}$$

$$2^{-4} = 2^{-\frac{9.29}{T}}$$

$$T = \frac{9.29}{4} = 2.32 \text{ ชั่วโมง}$$

$\therefore$ ครึ่งชีวิตของอะลูมิเนียม = 2.32 ชั่วโมง **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 16.9เศษไม้โบราณเมื่อนำไปวัดกัมมันตภาพจะได้ 12.5 ต่อนาทีต่อกรัม ของคาร์บอน - 14 แต่ไม้ชนิดเดียวกัน ซึ่งมีชีวิตและอบแห้งแล้วเป็นปริมาณเท่ากันวัดได้ 100 ต่อนาที อยากทราบว่าเศษไม้โบราณได้ตายมาแล้วกี่ปี แล้วกำหนดเวลาครึ่งชีวิตของ ^{14}C เท่ากับ 5,600 ปี

วิธีทำหาอายุของเศษไม้โบราณจาก $R = R_O \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$

จากโจทย์ $R = 12.5$ ต่อนาที , $R_O = 100$ ต่อนาที , $T = 5,600$ ปี, $t = ?$

แทนค่า $12.5 = 100 \times 2^{-\frac{t}{5600}}$

$$\frac{1}{8} = 2^{-\frac{t}{5600}}$$

$$2^{-3} = 2^{-\frac{t}{5600}}$$

$$t = 5600 \times 3 = 16,800$$

$\therefore$ เศษไม้โบราณได้ตายมาแล้ว 16,800 ปี **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 16.10ถ้าฉีด Iodine I^{131} 1 กรัม ซึ่งมีครึ่งชีวิต 8.1 วันเข้าไปในร่างกายของผู้ป่วย ภายหลังจากนั้น 14 วัน จะมี I^{131}เหลืออยู่ร้อยละเท่าใด และขณะนั้นจะมีกัมมันตภาพเหลือเท่าไร

วิธีทำหาปริมาณไอโอดีนในร่างกายคนหลังจากผ่านไป 14 วัน จากสมการ

$$M = M_O 2^{-\frac{t}{T}}$$

จากโจทย์ $M = 1g$, $T = 8.1$ วัน , $t = 14$ วัน , $M = ?$

$\therefore$ แทนค่า $M = 1 \times 2^{-\frac{14}{8.1}} = 2^{-1.73} = 0.301$ กรัม

$\therefore$ เดิมมี Iodine 1 กรัม ผ่านไป 14 วันเหลือ = 0.301 กรัม

เดิมมี Iodine 100 กรัม ผ่านไป 14 วันเหลือ = 0.301 x 100 = 30 g

$\therefore$ จะเหลือ Iodine อยู่ร้อยละ = 30 **ตอบ**

หากัมมันตภาพ จาก $R = \lambda N = \frac{0.693}{T}$

จากโจทย์ T = 8.1 วัน = 8.1 x 24 x 3600 = 699840 วินาที

$$N = 0.3\ g = \frac{0.3 \times 6.02 \times 10^{23}}{131} = 1.38 \times 10^{21} \text{ นิวเคลียส}$$

$\therefore$ แทนค่า $R = \frac{0.693}{699840} \times 1.38 \times 10^{21}$

$R = 1.37 \times 10^{15}$ ต่อวินาที

$\therefore$ กัมมันตภาพขณะนั้นเท่ากับ 1.37×10^{15} ต่อวินาที **ตอบ**

16.8สภาพสมดุลของธาตุกัมมันตภาพรังสี

ในการสลายตัวต่อเนื่องของนิวเคลียสของธาตุกัมมันตภาพรังสี เช่น A สลายตัวไปเป็น B และ B สลายตัวเป็น C ไปเรื่อย ๆ ในบางครั้งจะเกิดสภาพสมดุลขึ้นกล่าวคือนิวเคลียสของบางธาตุ เช่น B มีจำนวนคงที่อยู่ในช่วงเวลาหนึ่ง เพราะจำนวนนิวเคลียสที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากสลายตัวจาก A เท่ากับจำนวนนิวเคลียสของ B ที่สลายตัวเป็น C นั่นเอง

อัตราการสลายของ A = อัตราการสลายของ B

จะได้ $$\lambda_A N_A = \lambda_B N_B$$

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{\frac{0.693}{T_B}}{\frac{0.693}{T_A}} = \frac{T_A}{T_B}$$

นั่นคือ $$\frac{N_A}{N_B} = \frac{T_A}{T_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \qquad (16.8)$$

ตัวอย่างที่ 16.11ถ้าเดิมเรามี U - 235 ล้วน ๆ อยู่ 10^{21}อะตอม ปล่อยทิ้งไว้ให้สลายตัวตามธรรมชาติพบว่าเมื่อถึงเวลาหนึ่งเราพบ Th - 231 มีปริมาณคงที่ ถ้าครึ่งชีวิตของ U - 235 และ Th - 231 เท่ากับ 7.1×10^{8}ปี และ 25.6 ชม. ตามลำดับ จงหาจำนวนนิวเคลียสของ Th - 231 ในขณะนั้น

วิธีทำจากโจทย์ U - 235 $\longrightarrow$Th - 231 $\longrightarrow$ Pa- 231 ปรากฏว่า Th - 231 มีปริมาณคงที่แสดงว่าอัตราการสลายของ U - 235 เท่ากับอัตราการสลายของ Th - 231

$\therefore$ อัตราการสลายของ U - 235 = อัตราการสลายของ Th- 231

$$\therefore \lambda_U N_U = \lambda_{Th} N_{Th}$$

$$\frac{N_{Th}}{N_u} = \frac{\lambda_u}{\lambda_{Th}} = \frac{\frac{0.693}{T_U}}{\frac{0.693}{T_{Th}}} = \frac{T_{Th}}{T_U}$$

$$\therefore N_{Th} = N_U \left(\frac{T_{Th}}{T_U}\right)$$

จากโจทย์ $N_U = 10^{21}$อะตอม , T_{Th} = 25.6 ชม., $T_U = 7.1 \times 10^{8} \times 365 \times 24$ ชม.

แทนค่า $$N_{Th} = 10^{21} \left(\frac{25.6}{7.1\times10^{8}\times365\times24}\right) = 4.11 \times 10^{9}\text{ อะตอม}$$

$\therefore$ จำนวนนิวเคลียสของ Th - 231 ขณะนั้น = 4.11×10^{9}อะตอม **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 16.12 ผสม (Label) Cr^{15}ลงไปในโลหิต 5×10^{-6}ลูกบาศก์เมตร และวัดกัมมันตภาพได้ 6×10^{4}ครั้ง / นาที เมื่อฉีดเข้าไปในร่างกายของผู้ป่วย และรอจนเกิดภาวะสมดุล แล้วเจาะโลหิต

ปริมาณเท่าเดิมมาวัดกัมมันตภาพได้ 82.7 ครั้ง / นาที จงหาปริมาตรทั้งหมดของโลหิตในร่างกายผู้ป่วย

วิธีทำให้ A เป็นโลหิตที่ผสม (Label) Cr^{15}อยู่แล้ว B เป็นโลหิตที่อยู่ในร่างกายผู้ป่วย

N_1เป็นปริมาตรโลหิตร่างกายผู้ป่วย

เมื่อฉีดเข้าไปในร่างกายผู้ป่วยจนเกิดภาวะสมดุลจะได้อัตราการสลายของ A เท่ากับ B

$\therefore$ อัตราการสลาย A = อัตราการสลาย B

แทนค่า $6 \times 10^4 = N_1\lambda$ (1)

เมื่อนำโลหิต B มา 5×10^{-6} m^3วัด R ได้ = 82.7 ครั้ง / นาที

$$R = N\lambda$$

$$82.7 = 5 \times 10^{-6}\lambda \qquad (2)$$

(1)/(2)

$$\frac{6\times10^{-4}}{82.7} = \frac{N_1}{5\times10^{-6}}$$

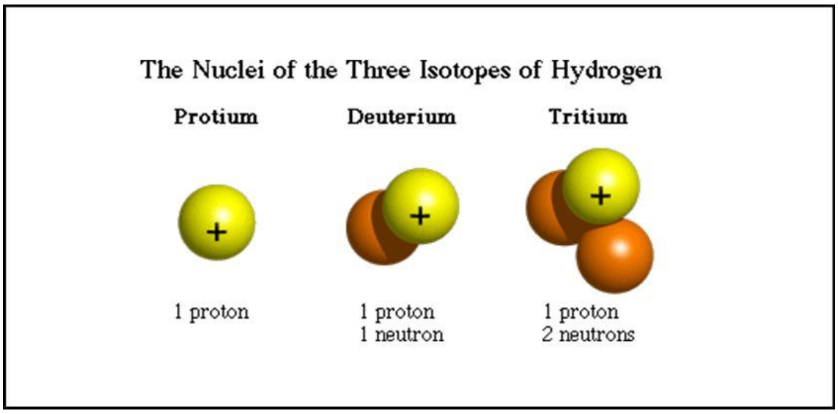
$$N_1 = \frac{6\times10^{4}\times5\times10^{-6}}{82.7} = 3.63\times10^{-3}\ m^3$$

$\therefore$ ปริมาตรโลหิตในร่างกายผู้ป่วย = 3.63×10^{-3} m^3 **ตอบ**

16.9 ไอโซโทป

ไอโซโทปของธาตุ คือ นิวเคลียสที่มีจำนวนโปรตอนเท่ากัน แต่มีจำนวนนิวตรอนต่างกัน เช่น ไอโซโทปของไฮโดรเจนมีอยู่ด้วยกัน 3 ชนิด คือ ไฮโดรเจน $\left({}^1_1\mathrm{H}\right)$ดิวทีเรียม $\left({}^2_1\mathrm{H}\right)$และตริเตียม$\left({}^3_1H\right)$ไอโซโทปของธาตุหนึ่งอาจมีทั้งที่เสถียร ซึ่งเรียกว่า ไอโซโทปเสถียร(stable isotopes) และบางไอโซโทปที่ไม่เสถียร ซึ่งเรียกว่า ไอโซโทปกัมมันตรังสี (radio isotopes) เช่น ตริเตียม จะไม่เสถียร และแตกตัวให้รังสี βโดยมีช่วงครึ่งชีวิตเท่ากับ 12.5 ปี และกลายเป็นนิวเคลียสของ$\left({}^3_2\mathrm{H}\right)$ตามสมการ

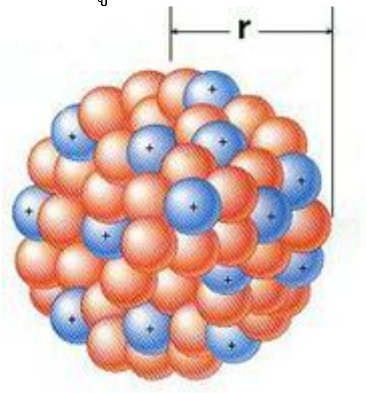
${}^3_1\mathrm{H} \rightarrow {}^3_2\mathrm{He} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$ (12.5ปี)



รูปที่ 16.5 ไอโซโทปของไฮโดรเจนมีค่า Z เท่ากัน แต่ A ต่างกัน
ที่มา www.radiation-scott.org

16.10ขนาดของนิวเคลียส

จากความพยายามที่จะหาขนาดของนิวเคลียส โดยการมองว่านิวเคลียสเป็นทรงกลมเรา พบว่ารัศมีของนิวเคลียส R มีแนวโน้มขึ้นอยู่กับ $A^{\frac{1}{3}}$ (เมื่อ A = มวลเลขอะตอม)



รูปที่ 16.6นิวเคลียสมีลักษณะเป็นทรงกลมรัศมีr

ที่มา http://www.rmutphysics.com/physics/oldfront/102/1/nuclear1/nuclear_3.html

จากรูปที่ 16.6อะตอมประกอบด้วยโปรตอน ⊕รวมอยู่กับนิวตรอน O

จากนิยามจะได้ $R \; \alpha \, A^{\frac{1}{3}}$

$$\therefore R = R_0 A^{\frac{1}{3}} \qquad (16.9)$$

เมื่อ R_0 = ค่าคงที่ = 1.2×10^{-15}เมตร ซึ่งมีค่าเท่ากับรัศมีนิวเคลียสของไฮโดรเจน (ปัจจุบัน R_0ยังวัดแน่นอนไม่ได้ มีค่าประมาณ 1.2×10^{-15} ถึง 1.5×10^{-15}เมตร)

R = รัศมีของนิวเคลียสใดๆ

A = เลขมวลอะตอม

จากสมการถ้า A = 1 จะได้ $R = R_0$แสดงว่ารัศมีนิวเคลียสของไฮโดรเจนเท่ากับ1.2×10^{-15}เมตร

ตัวอย่างที่ 16.13ถ้ารัศมีของนิวเคลียสของไฮโดรเจนเท่ากับ 1.2×10^{-15} เมตร จงหารัศมีนิวเคลียสของสังกะสี ($^{64}_{30}Zn$), เรเดียม -228 ($^{228}_{88}Ra$) และยูเรเนียม -235 ($^{235}_{92}U$)

วิธีทำหารัศมีนิวเคลียสจากสมการ $R = R_0 A^{\frac{1}{3}}$

รัศมีของ $^{64}_{30}Zn$ $R = (1.2 \times 10^{-15}$เมตร $)(64)^{1/3} = 4.8 \times 10^{-15}$เมตร **ตอบ**

รัศมีของ $^{228}_{88}Ra$ $R = (1.2 \times 10^{-15}$เมตร$)(228)^{1/3} = 7.33 \times 10^{-15}$เมตร **ตอบ**

รัศมีของ $^{235}_{92}U$ $R = (1.2 \times 10^{-15}$เมตร$)(235)^{1/3} = 7.405 \times 10^{-15}$เมตร **ตอบ**

16.11มวลและพลังงานของนิวเคลียส

เนื่องจากนิวเคลียสมีขนาดเล็กมาก ในการวัดมวลเราจึงมักจะวัดในหน่วย amuเช่นเดียวกับอะตอม

จากนิยาม 1 amu = $\frac{1}{12}$ของมวลของC^{12} 1 อะตอม

ดังนั้นมวล 1 amu = $\frac{1}{12} \times \frac{12}{6.02 \times 10^{23}}$ กรัม

= 1.66×10^{-24} กรัม

= 1.66×10^{-27} กิโลกรัม

จากสมการความสำพันธ์ระหว่างมวลและพลังงานของไอสไตน์ $E = mc^2$

$\therefore$ มวล 1 amuแปลงเป็นพลังงานได้ = $(1.66 \times 10^{-27}) \times (3 \times 10^{8})^2$ จูล

$$= \frac{(1.66 \times 10^{-27}) \times (3 \times 10^{8})^2}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{6}} \text{ MeV}$$

= 931 MeV

นั่นคือ " มวล 1 amuเทียบได้กับพลังงาน 931 MeV"

16.12พลังงานยึดเหนี่ยว

มวลของนิวตรอน (m_n) โปรตอน (m_p) และอิเล็กตรอนในสภาพอิสระ และตัวอย่างมวลของนิวเคลียสแสดงไว้ในตารางที่ 16.5

ตารางที่ 16.5 มวลของนิวเคลียสบางชนิด

สัญลักษณ์	ธาตุ	มวลนิวเคลียส amu	จำนวน นิวตรอน
e	อิเล็กตรอน	0.000549 (m_e)	0
${}^{1}_{0}n$	นิวตรอน	1.008665 (m_n)	1
${}^{1}_{1}H$	ไฮโดรเจน	1.007276 (m_p)	1
${}^{2}_{1}H$	ดิวเทอรอน	2.013553	1
${}^{4}_{2}He$	ฮีเลียม	4.001505	2
${}^{7}_{3}Li$	ลิเธียม	7.014357	4

จากการศึกษาด้วยแมสสเปคโตรมิเตอร์ พบว่ามวลของนิวเคลียสของไอโซโทปต่างๆที่นำไปวัดพบว่าน้อยกว่าผลรวมของมวลโปรตอนกับนิวตรอนที่ประกอบเป็นนิวเคลียสนั้น ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากว่ามวลที่หายไปนั้น กลายเป็นพลังงานยึดเหนี่ยวกันของนิวคลีออนในนิวเคลียส ตัวอย่างเช่น นิวเคลียสของดิวเทอรอนซึ่งประกอบด้วยโปรตอนและนิวตรอนอย่างละ 1 ตัว ถ้ารวมมวลของนิวเคลียสแล้วจะได้

$m_p + m_n = 1.007276 + 1.008665 = 2.015941$ amu

แต่มวลของดิวเทอรอน $M_d = 2.013553$ amu

$\therefore$ มวลหายไป $\Delta m = 0.002388$ amu

เราเรียกมวลที่หายไป Δm นี้ว่า มวลพร่อง (mass defect) ซึ่งตามทฤษฎีสัมพันธภาพของไอน์สไตน์เราเปลี่ยนพลังงานได้จาก

$E = (\Delta m)931$

แทนค่า $E = 0.002388 \times 931$ MeV

$= 2.22$ MeV

เราเรียกE นี้ว่า "พลังงานยึดเหนี่ยว" (Binding Energy เขียนย่อว่า BE) โดยสามารถเขียนเป็นสมการของพลังงานยึดเหนี่ยวสำหรับนิวเคลียสของธาตุ $^{A}_{Z}X$ ได้เป็น

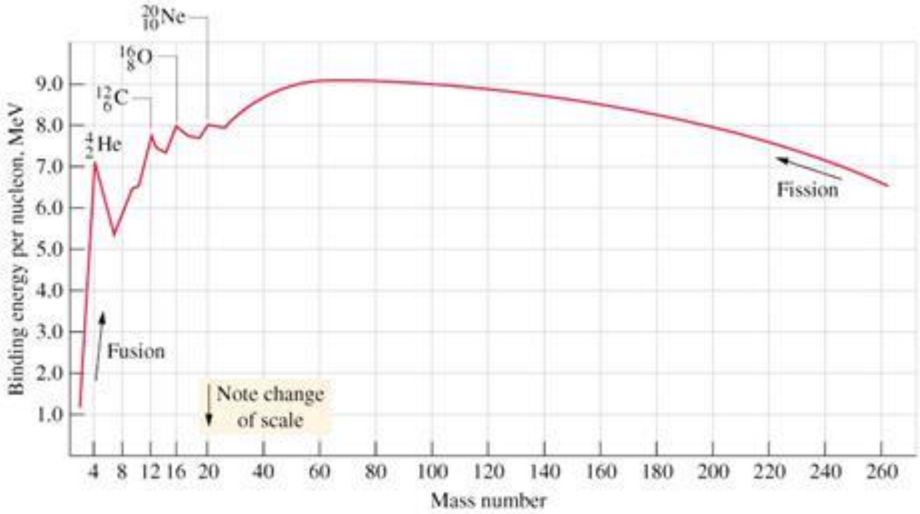
$$BE = \left[ZM_H + (A-Z)m_n - {}^{A}_{Z}M\right] \times 931 \qquad (16.10)$$

เมื่อ m_n = มวลนิวตรอน

M_H = มวลอะตอมไฮโดรเจน

$^{A}_{Z}M$ = มวลอะตอมของธาตุ $^{A}_{Z}X$

จากการศึกษาค่าพลังงานยึดเหนี่ยวของนิวเคลียสต่างๆ พบว่า ค่าพลังงานยึดเหนี่ยวจะเพิ่มขึ้นเมื่อมีจำนวนนิวคลีออนเพิ่มขึ้น และเมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยพลังงานยึดเหนี่ยวต่อหนึ่งนิวคลีออน จะได้ดังรูปที่ 16.7



รูปที่ 16.7กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยพลังงานยึดเหนี่ยวต่อหนึ่งนิวคลีออน

ที่มา http://www.rmutphysics.com/physics/oldfront/102/1/nuclear1/nuclear_5.html

จากกราฟพบว่า

1. สำหรับนิวเคลียสขนาดเล็กจะเห็นว่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนBE / A ค่อยๆเพิ่มมากขึ้นเมื่อเลขมวลอะตอมเพิ่มขึ้น

2. ค่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน(BE /A) สูงสุดประมาณ 8.70 MeV ที่ A $\approx$ 56 และเราพบว่า Fe-56 เป็นนิวเคลียสที่เสถียรมากที่สุด เพราะนิวคลีออนยึดกัน " แน่น " มากนั่นเอง

3. ถ้ายกเว้นนิวเคลียสขนาดประมาณ 20 ชนิดแรก จะเห็นว่าค่าเฉลี่ยของพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนBE / A ถ้ายกเว้นนิวเคลียสขนาดต่างๆ ส่วนมากมีค่าประมาณ 8 MeV

4. ค่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน(BE /A) จะเริ่มลดลงเมื่อ A เพิ่มมากกว่า 56 เช่น $^{235}_{92}$U มีBE /A = 7.6 MeV น้อยกว่าค่าเฉลี่ย 0.4 MeV แสดงว่านิวคลีออนของยูเรเนียม

ยึดกันไม่แน่นนัก เสถียรภาพของนิวเคลียสขึ้นอยู่กับพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน นิวเคลียสใดมีพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนสูงจะมีเสถียรภาพสูง เช่น $^{63}_{29}Cu$ พลังงานยึดเหนี่ยว 550.96 MeVแต่พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนเป็น 8.75 MeV ส่วน $^{238}_{92}U$ มีพลังงานยึดเหนี่ยว 1802.24 MeV แต่มีพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน7.57 MeV แสดงว่านิวเคลียสของ $^{63}_{29}Cu$ เสถียรกว่า $^{238}_{92}U$ ดังนั้นการที่จะทำให้ทองแดงแตกตัวจึงยากกว่ายูเรเนียม

ตัวอย่างที่16.14กำหนดให้ มวลอะตอมของ $^{20}_{10}\mathrm{Ne}$ มีค่า 19.9924 amuจงหา

ก. พลังงานยึดเหนี่ยว

ข. พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน

กำหนดให้ มวลอะตอมไฮโดรเจน = 1.007825 amu

วิธีทำ หาพลังงานยึดเหนี่ยวจาก $BE = \left[\ ZM_H + (A-Z)m_n - {}^{A}_{Z}\mathrm{M}\ \right] \times 931$

จากโจทย์ A = 20, Z = 10, A-Z = 10, $^{A}_{Z}\mathrm{M}$ = 19.9924

$\therefore$ แทนค่า BE = (10x007825 + 10 x.008665 - 19.9924)x931

= (20.1649 - 19.9934) x931

= 0.1725 x931 = 160.597 MeV

$\therefore$ พลังงานยึดเหนี่ยว = 160.67 MeV **ตอบ**

พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน= $\dfrac{160.6}{20}$ = 8.03 MeV **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 16.15มวลอะตอมของ $^{16}_{8}O$, $^{15}_{8}O$ และ $^{15}_{7}\mathrm{N}$ เท่ากับ 15.9949 , 15.0030 และ 15.0001 amuตามลำดับ จงหา

ก. พลังงานที่จะใช้แยกโปรตอน 1 ตัวออกมาจาก $^{16}_{8}O$

ข. พลังงานที่ใช้แยกนิวตรอน 1 ตัวออกมาจาก $^{16}_{8}O$

วิธีทำการที่เราจะแยกโปรตอนหรือนิวตรอนออกจากนิวเคลียส เราจะต้องให้พลังงานแก่นิวเคลียสอย่างน้อยที่สุดเท่ากับพลังงานยึดเหนี่ยวของนิวคลีออนในนิวเคลียส ถ้าหากพลังงานที่ใส่มากกว่าพลังงานยึดเหนี่ยวพลังงานส่วนที่เกินนี้จะกลายเป็นพลังงานจลน์ของนิวคลีออนที่ถูกแยกออกมา

ก. ให้ใส่พลังงาน ΔE แก่นิวเคลียสของ $^{16}_{8}O$ ทำให้แยกโปรตอนออกมาได้ 1 ตัว ซึ่งเขียนสมการได้ดังนี้

$$^{16}_{8}\mathrm{o} + \Delta E \rightarrow {}^{15}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$$

มวลรวมทางขวามือ = มวล $^{15}_{7}\mathrm{N}$ + มวลของ $^{1}_{1}\mathrm{H}$

= 15.0001 + 1.007825 = 16.007925 amu

มวลรวมทางซ้ายมือ = มวลของ ${}^{16}_{8}O$ = 15.9949 amu

$\therefore \Delta E$ = 16.007925 - 15.9949 = 0.013025 amu

$\therefore$ BE = $(\Delta m)\times 931$ = 12.126 MeV

$\therefore$ พลังงานที่ใช้แยกโปรตอน1 ตัว จาก ${}^{16}_{8}O$ = 12.126 MeV **ตอบ**

ข. ให้ใส่พลังงาน ΔE แก่ ${}^{16}_{8}O$ แล้วแยกนิวตรอนออกมา 1 ตัว เขียนสมการได้

$${}^{16}_{8}O + \Delta E \rightarrow {}^{15}_{8}O + {}^{1}_{0}n$$

$\therefore \Delta E$ = (มวลของ ${}^{15}_{8}O$ + มวลของ ${}^{1}_{0}n$ - มวลของ ${}^{16}_{8}O$) x 931

= (15.0030 + 1.0087 - 15.9949) x 931

= 0.0168 x 931 = 15.64 MeV

$\therefore$ พลังงานที่แยกนิวตรอน 1 ตัวจาก ${}^{16}_{8}O$ = 15.64 MeV **ตอบ**

16.13 ปฏิกิริยานิวเคลียร์

เมื่อนิวเคลียสหรือนิวคลีออน เคลื่อนที่เข้าไปใกล้กันจะเกิดการเรียงตัวจัดระเบียบกันใหม่ขึ้นผลที่ได้อาจเป็น 1 นิวเคลียสหรือมากกว่า อาจมีนิวคลีออนหรือการแผ่รังสีติดตามมาก็ได้เราเรียกสภาวะเช่นนี้ว่า เกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์ซึ่งมีลักษณะไม่แตกต่างไปจากปฏิกิริยาเคมี แต่จะต่างกันส่วนใหญ่ ที่ปริมาณของพลังงานที่เกิดขึ้น ผู้ค้นพบปฏิกิริยานิวเคลียร์คนแรกคือ Rutherford โดยให้อนุภาคแอลฟาจากโพโลเนียมเข้าทำปฏิกิริยากับไนโตรเจนพบว่าผลที่เกิดขึ้นคือก๊าซออกซิเจนและโปรตอน ดังสมการ

$${}^{4}_{2}H + {}^{14}_{7}N \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H$$

กฎการเกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่สำคัญมี 4 ข้อ คือ

1. ผลรวมของประจุทางซ้ายมือและขวามือของสมการจะต้องเท่ากัน
2. จำนวนนิวคลีออนทางซ้ายมือและขวามือจะต้องเท่ากัน
3. เนื่องจากมวลและพลังงานมีความสัมพันธ์กัน ตามทฤษฎีสัมพันธภาพของไอสไตน์ มวลก็คือพลังงาน ดังนั้น ผลรวมของมวลและพลังงานทางซ้ายมือ ย่อมเท่ากับผลรวมของมวลและพลังงานทางขวามือเสมอ
4. การชนกันของนิวเคลียสถือว่าเป็นการชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ จะได้พลังงานจลน์และโมเมนตัมของการชนกันมีค่าคงที่ทั้งก่อนและหลังชน

เราสามารถเขียนปฏิกิริยานิวเคลียร์ในรูปสมการทั่วไปได้เป็น

$$X + a \rightarrow Y + b$$

และเขียนแบบย่อๆได้เป็น X (a , b)Y

โดย X คือ นิวเคลียสที่เป็นเป้า Y คือ นิวเคลียสที่เกิดใหม่

a คือ อนุภาคที่ใช้ยิง b คือ อนุภาคที่ได้

เช่น จากปฏิกิริยานิวเคลียร์ ${}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{10}_{5}\mathrm{B} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$

สามารถเขียนย่อได้ว่า ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}\ ({}^{4}_{2}\mathrm{He},\ {}^{1}_{0}\mathrm{n}){}^{10}_{5}\mathrm{B}$ หรือ ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}\ (\alpha,\ n\ ){}^{10}_{5}\mathrm{B}$

และ เรียกชื่อปฏิกิริยานี้ว่า (α , n) ของ ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$

ในการคำนวณพลังงานเกี่ยวกับปฏิกิริยานิวเคลียร์มีหลักพิจารณาดังนี้

1. ถ้ามวลรวมก่อนเกิดปฏิกิริยา >มวลรวมหลังเกิดปฏิกิริยา;ปฏิกิริยานี้จะคายพลังงาน
ถ้ามวลรวมก่อนเกิดปฏิกิริยา <มวลรวมหลังเกิดปฏิกิริยา; ปฏิกิริยานี้จะดูดพลังงาน

2. พลังงานที่คายหรือดูดจะหาได้จาก ผลต่างของมวลรวมก่อนทำปฏิกิริยากับหลังทำปฏิกิริยาคูณด้วย 931โดยมวลอยู่ในหน่วย amuและพลังงานอยู่ในหน่วย MeV

ตัวอย่างที่ 16.16จงหานิวเคลียสที่ถูกต้องในวงเล็บในปฏิกิริยานิวเคลียร์ต่อไปนี้

ก. ${}^{10}_{5}\mathrm{B} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow (\quad) + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$

ข. $(\quad) + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{35}_{17}\mathrm{Cl} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$

ค. ${}^{23}_{11}\mathrm{Na} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{1}_{1}\mathrm{H} + (\quad)$

ง. ${}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{8}_{4}\mathrm{Be} + (\quad)$

วิธีทำให้นิวเคลียสที่อยู่ในวงเล็บคือ ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$

ก. สมการเขียนใหม่ได้

$${}^{10}_{5}\mathrm{B} + {}^{4}_{2}\mathrm{H} \rightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{X} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$$

จากผลรวมเลขมวลอะตอมซ้ายมือ = ขวามือ

$$\therefore 10 + 4 = A + 1$$

$$A = 13$$

จากผลรวมเลขอะตอมซ้ายมือ = ขวามือ

$$5 + 2 = Z + 1$$

$$Z = 6$$

นิวเคลียสของ ${}^{A}_{Z}\mathrm{X} = {}^{13}_{6}\mathrm{X}$ คือ ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$ **ตอบ**

ข. เขียนสมการใหม่ได้

$${}^{A}_{Z}\mathrm{X} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{35}_{17}\mathrm{Cl} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$$

$$\therefore A + 4 = 35 + 1$$

$$A = 32$$

และ $Z + 2 = 17 + 1$

$$Z = 16$$

นิวเคลียสของ ${}^{A}_{Z}\mathrm{X} = {}^{32}_{16}\mathrm{X}$ คือ ${}^{32}_{16}\mathrm{S}$ **ตอบ**

ค. เขียนสมการใหม่ได้

$$^{23}_{11}\mathrm{Na} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow ^{1}_{1}\mathrm{H} + ^{A}_{Z}\mathrm{X}$$

$\therefore$ 23 + 1 = 1 + A

A = 23

และ 11 + 0 = 1 + Z

Z = 10

นิวเคลียสของ $^{A}_{Z}\mathrm{X}$ = $^{23}_{10}\mathrm{X}$ คือ $^{23}_{10}\mathrm{Ne}$ **ตอบ**

ง. เขียนสมการใหม่ได้

$$^{7}_{3}\mathrm{Li} + ^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{8}_{4}\mathrm{Be} + ^{A}_{Z}\mathrm{X}$$

$\therefore$ 7 + 1 = 8 + A

A = 0

และ 3 + 1 = 4 + Z

Z = 0

นิวเคลียสของ $^{A}_{Z}\mathrm{X}$ = $^{0}_{0}\mathrm{X}$ คือรังสีแกมมา γ **ตอบ**

ซึ่งเขียนสมการใหม่ได้ $^{7}_{3}\mathrm{Li} + ^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{8}_{4}\mathrm{Be} + \gamma$

จากปฏิกิริยานี้แสดงว่ายิงโปรตอนเข้าชนนิวเคลียสของ $^{7}_{3}\mathrm{Li}$ โปรตอนจะฝังตัวอยู่ในนิวเคลียสของ $^{7}_{3}\mathrm{Li}$ ทำให้เกิดนิวเคลียสใหม่ของ $^{8}_{4}\mathrm{Be}$ ซึ่งอยู่ในสภาวะกระตุ้น เมื่อเวลาผ่านไปนิวเคลียส $^{8}_{4}\mathrm{Be}$ จะเปลี่ยนมอยู่ในสภาวะพื้นพร้อมกับปล่อยโฟตอนในรูปรังสีแกมมาออกมา

ตัวอย่างที่ 16.17จงคำนวณหาพลังงานที่ได้ในปฏิกิริยานิวเคลียร์ต่อไปนี้

$$^{10}_{5}\mathrm{B} + ^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow ^{13}_{6}\mathrm{C} + ^{1}_{1}\mathrm{H}$$

กำหนดให้ มวลอะตอมของ $^{10}_{5}\mathrm{B}$ = 10.012939 amu

มวลอะตอมของ $^{4}_{2}\mathrm{He}$ = 4.002603 amu

มวลอะตอมของ $^{13}_{6}\mathrm{C}$ = 13.003354 amu

มวลอะตอมของ $^{1}_{1}\mathrm{H}$ = 1.007825 amu

วิธีทำ หามวลรวมทางซ้าย = 10.012939 + 4.002603 = 14.015542 amu

หามวลรวมทางขวา = 13.003354 + 1.007825 = 14.011179 amu

$\therefore \Delta$m = 14.015542 - 14.011179 = 0.004363 amu

$\therefore$ E = Δm x 931 = 0.004363 x931 = 4.06 MeV

$\therefore$ ปฏิกิริยานี้ให้พลังงาน = 4.06 MeV **ตอบ**

16.14ปฏิกิริยาฟิชชั่น

ปฏิกิริยาฟิชชั่นเป็นปฏิกิริยาแยกตัวของนิวเคลียส โดยมีนิวตรอนเป็นตัววิ่งเข้าชนนิวเคลียสหนักๆ (A>230) ทำให้เกิดนิวเคลียสใหม่ 2 นิวเคลียสที่มีเลขมวลปานกลางใกล้เคียงกัน และมีนิวตรอนที่มีความเร็วสูงเกิดขึ้นประมาณ 2-3 ตัว ทั้งมีการคายพลังงานออกมาด้วย ดังตัวอย่างปฏิกิริยาต่อไปนี้

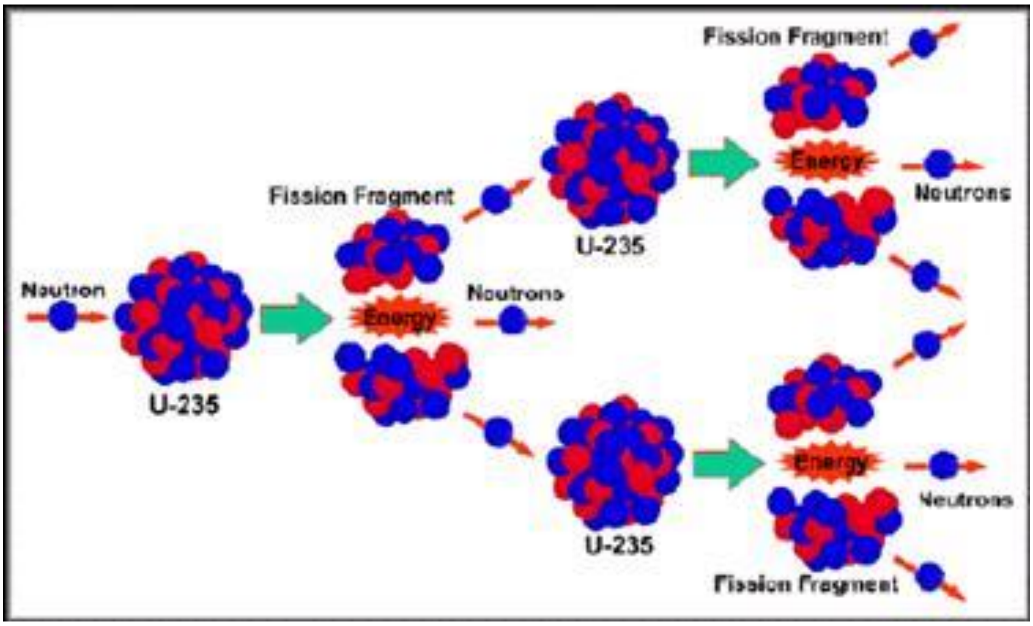
ยิงนิวตรอนที่มีความเร็วพอประมาณเข้าชนนิวเคลียสของ ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$ ทำให้เกิดนิวเคลียสขนาดกลางสองนิวเคลียสพร้อมทั้งนิวตรอนประมาณ 2 - 3 ตัวกับพลังงานออกมาจำนวนหนึ่ง ดังสมการ

$${}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{141}_{56}\mathrm{Ba} + {}^{92}_{36}\mathrm{Kr} + 3{}^{1}_{0}\mathrm{n} + \mathrm{E}$$

$${}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{140}_{54}\mathrm{Xe} + {}^{94}_{38}\mathrm{Sr} + 2{}^{1}_{0}\mathrm{n} + \gamma + 200\ \mathrm{MeV}$$

นิวเคลียสขนาดปานกลางที่เกิดขึ้นนี้เรียกว่า Fission Fragment ซึ่งจะมีอัตราส่วนประมาณ 1.5 ดังเช่นอัตราส่วนระหว่างมวลของ ${}^{141}_{56}\mathrm{Ba}$ กับ ${}^{92}_{36}\mathrm{Kr}$ หรือ ${}^{140}_{54}\mathrm{Xe}$ กับ ${}^{94}_{38}\mathrm{Sr}$

จากสมการการเกิดปฏิกิริยาฟิชชั่น จะเห็นว่าในการเกิดปฏิกิริยาทุกครั้งจะมีการปล่อยนิวตรอนออกมาทุกครั้งโดยเฉลี่ยประมาณครั้งละ 2 ถึง 3 นิวตรอน ซึ่งนิวตรอนเหล่านี้จะวิ่งไปชนนิวเคลียส ของยูเรเนียมที่อยู่ใกล้เคียง ทำให้เกิดปฏิกิริยาอย่างเดียวกันต่อเนื่องกันเรียกว่า "ปฏิกิริยาลูกโซ่ (chain reaction)" และพลังงานนิวเคลียร์ถูกปล่อยออกมา โดยเฉลี่ยประมาณ 200 MeV/fission



รูปที่ 16.8ปฏิกิริยาลูกโซ่

ที่มา http://supanee538.blogspot.com/2012/12/nuclear-reaction-2-fissionreaction.html

นิวตรอนที่เกิดขึ้นจากปฏิกิริยามีความเร็วสูง จะถูกลดความเร็วลงด้วยตัวมอเดอเรเตอร์ (Moderator) ได้แก่ น้ำ เป็นต้น

ปี ค.ศ. 1942 เฟอร์มี (Enrico Fermi) เป็นคนแรกที่สามารถควบคุมอัตราการเกิดปฏิกิริยาลูกโซ่ให้สม่ำเสมอได้ โดยควบคุมจำนวนนิวตรอนที่จะทำให้เกิดฟิชชัน เครื่องมือผลิตพลังงานนิวเคลียร์ที่สามารถควบคุมอัตราการเกิดฟิชชันและปฏิกิริยาลูกโซ่ได้ เรียกว่า เครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ (nuclear reaction) แต่ถ้าไม่ควบคุมการเกิดปฏิกิริยาจะนำไปใช้ในทางการทหาร เรียก "ลูกระเบิดนิวเคลียร์"

ตัวอย่างที่ 16.18ในการทดลองระเบิดปรมาณูลูกหนึ่งซึ่งใช้ $^{235}_{92}\mathrm{U}$ ทำให้เกิด Fission ได้พลังงานทั้งสิ้น 9.632×10^{13} จูลหลังการเกิดระเบิด อยากทราบว่ามวลจะหายไปทั้งสิ้นกี่กิโลกรัม

วิธีทำหามวลของ $^{235}_{92}\mathrm{U}$ ที่กลายเป็นพลังงาน 9.632×10^{13} จูล

จาก $E = mc^2$

แทนค่า $9.632 \times 10^{13} = m \times (3 \times 10^{8})^2$

$$m = \frac{9.632\text{x}10^{13}}{9\text{x}10^{16}} = 1.07 \times 10^{-3}$$

$\therefore$ หลังจากระเบิดมวลจะหายไป = 1.07×10^{-3} กิโลกรัม **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 16.19เมื่อเกิดฟิชชั่นขึ้นในนิวเคลียส $^{235}_{92}\mathrm{U}$ พลังงานประมาณ 200 MeV จะถูกปล่อยออกมาจงคำนวณว่าต้องเกิดปฏิกิริยาฟิชชั่นจำนวนเท่าใดต่อวินาที จึงจะทำให้ได้กำลัง 10 เมกะวัตต์

วิธีทำกำลัง 10 เมกะวัตต์หมายความว่าในเวลา 1 วินาที ให้พลังงานออกมา 10×10^{6} จูล

แต่ฟิชชั่น1 ครั้งให้พลังงาน = 200 MeV = 200×10^{6} eV

$= 200 \times 10^{6} \times 1.6 \times 10^{-19} = 3.2 \times 10^{-11}$ จูล

$\therefore$ จะต้องเกิดฟิชชั่นวินาทีละ= $\dfrac{10\text{x}10^{6}}{3.2\text{x}10^{-11}} = 3.12 \times 10^{17}$ ครั้ง **ตอบ**

16.15ปฏิกิริยาฟิวชั่น

ปฏิกิริยาฟิวชั่นเป็นปฏิกิริยาหลอมตัวของนิวเคลียสและมีพลังงานคายออกมาด้วย นิวเคลียสที่ใช้หลอมจะต้องเป็นนิวเคลียสเล็กๆ (A < 20) หลอมรวมกลายเป็นนิวเคลียสเบาที่ใหญ่กว่าเดิมโดยต้องทำให้มีอุณหภูมิมากนับเป็นล้านๆ องศาเซลเซียส จึงอาจเรียกปฏิกิริยานี้ว่า Thermo nuclear fusion ในปัจจุบันเชื่อกันว่าบนดาวฤกษ์ต่างๆในพลังงานมหาศาลที่ปล่อยออกมาเกิดจากปฏิกิริยาฟิวชั่นทั้งสิ้น

ตัวอย่าง ของปฏิกิริยาฟิวชั่นที่ทำได้ในห้องปฏิบัติการ

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} + 4\ \mathrm{MeV}$$

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} + 3.3\ \mathrm{MeV}$$

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{H} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} + 17.6\ \mathrm{MeV}$$

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} + 18.3\ \mathrm{MeV}$$

ตัวอย่าง ของปฏิกิริยาฟิวชั่นที่เกิดขึ้นบนดาวฤกษ์

$$^{1}_{1}H + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{2}_{1}H + _{+1}e^{0} + 0.4 \quad \text{MeV}$$
$$^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He + ^{1}_{0}n + 5.5 \quad \text{MeV}$$
$$^{3}_{2}He + ^{3}_{2}He \rightarrow ^{4}_{2}He + 2^{1}_{1}H + 12.9 \quad \text{MeV}$$
$$^{15}_{7}N + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{12}_{6}C + ^{4}_{2}He + 4.9 \quad \text{MeV}$$

จะเห็นว่าในแต่ละปฏิกิริยาของฟิชชั่นและฟิวชั่นเมื่อเทียบพลังงานแล้ว ในขนาดมวลที่เท่ากันของสารที่ทำให้เกิดฟิวชั่น(เช่น $^{1}_{1}H$) กับสารที่ทำให้ฟิชชั่น(เช่น U-235) จำนวนปฏิกิริยาฟิวชั่นจะมากกว่าฟิชชั่นมาก เป็นผลทำให้พลังงานรวมที่ได้จากฟิวชั่นมากกว่าฟิชชั่นนั่นเอง

ตัวอย่างที่ 16.20ในการทำปฏิกิริยาฟิวชั่น โดยใช้ดิวทีเรียม ($^{2}_{1}H$) พบว่าขบวนการของปฏิกิริยาเป็นดังนี้

$$^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{3}_{1}H + ^{1}_{1}H + 4 \quad \text{MeV}$$
$$^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n + 17.6 \quad \text{MeV}$$

ถ้าในน้ำทะเลมีดิวทีเรียมประมาณ 5 x 10^{18}อะตอม ถ้านำมาทำให้เกิดฟิวชั่นหมดจะได้พลังงานเท่าใด

วิธีทำ จากสมการปฏิกิริยาที่โจทย์กำหนดให้ ทำการรวมสมการเข้าด้วยกัน ทั้ง 2 ข้าง จะได้

$$3^{2}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{1}H + ^{1}_{0}n + 21.6 \quad \text{MeV}$$

จากสมการดิวทีเรียม 3 อะตอม เกิดฟิวชั่นให้พลังงาน = 21.6 MeV

ถ้าน้ำทะเลมีดิวทีเรียม 5 x 10^{18}อะตอม เกิดฟิวชั่นให้พลังงาน = $\frac{21.6 \text{x} 5 \text{x} 10^{18}}{3}$ = 3.6 x 10^{19} MeV

$\therefore$ พลังงานที่เกิดจากปฏิกิริยาฟิวชั่น= 3.6 x 10^{19}x 1.6 x10^{-19}x 10^{6} = 5.76 x 10^{6}จูล **ตอบ**

สรุป

1. การสลายตัวของนิวเคลียส
   - การสลายตัวให้รังสีแอลฟา
   - การสลายตัวให้รังสีเบตา
   - การสลายตัวให้รังสีแกมมา
2. อนุกรมการสลาย

   อนุกรม Thorium ทุกๆ นิวเคลียสในอนุกรมนี้ มีค่าเลขมวลA = 4n

   อนุกรม Neptunium ทุกๆ นิวเคลียสในอนุกรมนี้ มีค่าเลขมวล A = 4n+1

   อนุกรม Uranium ทุกๆ นิวเคลียสในอนุกรมนี้ มีค่าเลขมวลA = 4n+2

   อนุกรม Actinium ทุกๆ นิวเคลียสในอนุกรมนี้ มีค่าเลขมวลA = 4n+3
3. อัตราการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี

$$N = N_0e^{-\lambda t}$$

4. ครึ่งชีวิต

$$T = \frac{0.693}{\lambda}$$

5. สภาพสมดุลของธาตุกัมมันตภาพรังสี

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{T_A}{T_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}$$

6. ขนาดของนิวเคลียส

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}}$$

7. มวลและพลังงาน

มวล 1 amuเทียบได้กับพลังงาน 931 MeV

8. พลังงานยึดเหนี่ยว

$$BE = \left[ZM_H + (A-Z)m_n - {}^{A}_{Z}M\right] \times 931$$

9. พลังงานที่เกิดจากปฏิกิริยานิวเคลียร์

$$E = \Delta mc^2$$

แบบฝึกหัด

1. จำนวนนิวตรอนในนิวเคลียส ${}^{27}_{13}Al$ เป็นเท่าใด (14)
2. ดีบุกมีเลขอะตอม = 50 และเลขมวล 120 จะมีจำนวนนิวคลีออนเท่าไร (120)
3. จากธาตุไอโซโทปของยูเรเนียม ${}^{238}_{92}U$ สลายตัวแบบอนุกรมได้อนุภาคแอลฟารวม 8 ตัว และอนุภาคเบตารวม 6 ตัว และได้ไอโซโทปของธาตุใหม่อีก 1 ตัว อยากทราบว่าไอโซโทปของธาตุใหม่ มีเลขมวลและเลขอะตอมเป็นเท่าใด (206 , 82)
4. เมื่อบิสมัท ${}^{214}_{83}Bi$ สลายตัวให้รังสีเบตาลบ นิวเคลียสของธาตุใหม่คือ(${}^{214}_{84}Po$)
5. อนุกรมการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี โดยเริ่มจาก ${}^{238}_{92}U$ เมื่อสลายให้อนุภาคทั้งหมดเป็น 2α, 2β, และ 2γ จะทำให้ได้นิวเคลียสใหม่ มีจำนวนโปรตอนและนิวตรอนเท่าใด(จำนวนโปรตอน 90 จำนวนนิวตรอน 140)
6. ธาตุไอโอดีน - 126 มีครึ่งชีวิต 12 วัน นาย ข ได้รับธาตุไอโอดีน - 126 เข้าไปในร่างกาย 16 กรัม เป็นเวลานานกี่วันไอโอดีน – 126 ในร่างกายของนาย ข จึงลดลงเหลือ 2 กรัม(36 วัน)
7. สารกัมมันตรังสีโคบอลต์ - 60 สลายตัวให้รังสีบีตาและรังสีแกมมา โดยมีครึ่งชีวิต 5.3 ปี จงหาเปอร์เซ็นต์ของสารกัมมันตรังสีที่เหลืออยู่เมื่อเวลาผ่านไป 15.9 ปี (12.5%)
8. ต้องใช้เวลานานเท่าใด ธาตุกัมมันตรังสีที่มีครึ่งชีวิตเท่ากับ 30 ปี จึงจะมีปริมาณเหลือเพียงร้อยละ 10 ของของเดิม(100 ปี)
9. ในการหาอายุของวัตถุโบราณชิ้นหนึ่งโดยการวัดปริมาณของคาร์บอน - 14 ซึ่งมีครึ่งชีวิต 5,570 ปี พบว่ามีปริมาณคาร์บอน- 14 ที่เหลืออยู่ในปัจจุบันเท่ากับ 1/8 เท่าของปริมาณที่มีอยู่ในตอนแรก วัตถุโบราณชิ้นนี้มีอายุเท่าไร (16,710 ปี)

10. ถ้ารัศมีนิวเคลียสของธาตุไฮโดรเจนเป็น 1.4x 10^{-15} เมตร รัศมีนิวเคลียสของธาตุ ^{27}Al จะเป็นกี่เมตร (4.2x10^{-15} เมตร)

11. รัศมีนิวเคลียสของ ^{238}U มีค่าประมาณกี่เท่าของรัศมีนิวเคลียสของ ^{4}He (4 เท่า)

12. ถ้านิวเคลียสของธาตุ A มีมวล 4.0020 u และนิวเคลียสของธาตุ A นี้ประกอบขึ้นด้วยโปรตอนและนิวตรอนอย่างละ 2 ตัว (มวลของโปรตอน = 1.0073 U , มวลของนิวตรอน = 1.0087 u มวล 1 u เทียบเท่ากับพลังงาน 930 MeV) พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนของธาตุ A มีค่าเป็นเท่าใด (7 MeV)

13. จากปฏิกิริยานิวเคลียร์ $^{198}_{80}\mathrm{Hg}$ (n , y) $^{197}_{79}\mathrm{Au}$ y คืออนุภาคใด (ตริตอน)

14. จงคำนวณพลังงานที่ได้จากปฏิกิริยานิวเคลียร์ $^{14}_{7}N + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{15}_{7}N + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$

กำหนดให้มวลอะตอม $^{14}_{7}N$ =14.003074 u $^{15}_{7}N$ = 15.000108 u

$^{2}_{1}H$ = 2.014102 u $^{1}_{1}\mathrm{H}$ = 1.007825 u (8.61 MeV)

15. ในปฏิกิริยาฟิชชันของ $^{235}_{92}\mathrm{U}$ ดังสมการ $^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{139}_{57}La + {}^{95}_{42}Mo + 2{}^{1}_{0}n + 7{}^{0}_{-1}e$

ถ้ามวลอะตอมของ $^{139}_{57}La$, $^{95}_{42}Mo$ และ $^{235}_{92}\mathrm{U}$ เท่ากับ 138.8061, 94.9057 และ 235.0439 u ตามลำดับ จงคำนวณว่ามีพลังงานปลดปล่อยมาจากปฏิกิริยาฟิชชันนี้เท่าใด (ให้ถือว่ามวลของอนุภาคเบตามีค่าน้อยมาก)(301.1 MeV)

เอกสารอ้างอิง

อมร ทองพาหุสัจจะ (2525). **Weena Physics** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: สารมวลชน

ธำรง เมธาศิริ. (2540). **ฟิสิกส์แผนใหม่**(พิมพ์ครั้งที่ 5).กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2550). **ฟิสิกส์ 2**(พิมพ์ครั้งที่ 15).กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7^{th} ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. , Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Kaplan, I. (1962). **Nuclear Physics** (2nd ed.). Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company

บรรณานุกรม

ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2550). **ฟิสิกส์ 2** (พิมพ์ครั้งที่ 15). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ไพโรจน์ ตรีณธนากุล. (2531). **ฟิสิกส์พื้นฐาน ไฟฟ้าแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ

พิเชษฐ - สุปาณี ลิ้มสุวรรณ. (2543.) **ไฟฟ้าและแม่เหล็ก** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์เลี่ยงเชียง.

มานัส มงคลสุข (2532). **Condensed Physics 2** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แม็คจำกัด

ธำรง เมธาศิริ. (2540). **ฟิสิกส์แผนใหม่** (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อมร ทองพาหุสัจจะ (2525). **Weena Physics** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: สารมวลชน

Serway, R. A., Jewett, J. W. (2008). **Physics for Scientist and Engineer with Modern Physics** (7^{th} ed.). Philadelphia: Saunders College.

Halliday, D. , Resnick, R. , & Walker, J. (2004). **Fundamental of physics** (5th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Popovic, Z., Popovic, B. D., (1999). **Introductory Electromagnetics** (1^{st} ed.). New Jersey: Prentice Hall.

Kaplan, I. (1962). **Nuclear Physics** (2nd ed.). Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company