บทที่ 6
การทดสอบสมมติฐาน

ในการศึกษาเรื่องต่าง ๆ ที่สนใจมักมีความเชื่อ การคาดเดา การคาดคะเน หรือที่เรียกว่าสมมติฐานเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ เสมอ เช่น บริษัทขายกระดาษเคยมียอดจำหน่ายเฉลี่ย 10,000 บาทต่อวัน หลังจากปรับปรุงคุณภาพของกระดาษ ทางบริษัทย่อมคาดการณ์ว่ายอดจำหน่ายเฉลี่ยต้องมากกว่า 10,000 บาทต่อวัน จึงจะหมายความว่าการปรับปรุงคุณภาพกระดาษทำให้ยอดจำหน่ายสูงขึ้น แต่สิ่งที่บริษัทคาดการณ์อาจจะเป็นจริงหรือไม่จริงก็ได้ ถ้าบริษัททำการทดลองปรับปรุงกระดาษและเก็บรวบรวมข้อมูลยอดจำหน่าย การอธิบายลักษณะของข้อมูลจากตัวอย่างจะเป็นเพียงวิธีการวิเคราะห์ในส่วนของสถิติพรรณนา ทั้งที่จริงแล้วสมมติฐานของบริษัทเกี่ยวข้องกับค่าพารามิเตอร์ ดังนั้นจึงต้องนำค่าสถิติที่เกี่ยวข้องกลับมาสรุปหรืออ้างอิงเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ที่สนใจ ซึ่งต้องใช้วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลในส่วนของสถิติอ้างอิง โดยมีวัตถุประสงค์ต้องการนำค่าสถิติมาสรุปหรืออ้างอิงว่าค่าพารามิเตรอร์มีค่าว่าสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือไม่ วิธีการในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้นคือ การทดสอบสมมติฐาน (hypothesis testing)

ความหมายของสมมติฐานทางสถิติ

พิจารณาตัวอย่าง 6.1 และ 6.2 เพื่ออธิบายความหมายของคำว่าสมมติฐานทางสถิติ

ตัวอย่าง 6.1 ถ้าต้องการศึกษาเกี่ยวกับน้ำหนักการบรรจุและลักษณะกระป๋องของนมกระป๋องที่ผลิตจากเครื่องจักร A ประชากรที่ศึกษา คือนมกระป๋องที่บรรจุโดยเครื่องจักร A ตัวอย่าง คือนมกระป๋องที่บรรจุโดยเครื่องจักร A จำนวน 50 กระป๋อง และข้อมูลที่เก็บรวบรวมคือน้ำหนักการบรรจุ (g) และลักษณะกระป๋อง จากประสบการณ์ในการทำงานทำให้ผู้ผลิตคาดคะเนว่า

เครื่องจักร A จะบรรจุนมกระป๋องมีน้ำหนักเฉลี่ยเท่ากับ 50 กรัมต่อกระป๋อง ค่าที่คาดคะเนคือน้ำหนักเฉลี่ย หรือ พารามิเตอร์ μ โดยคาดว่า $\mu = 50$ ซึ่งในความเป็นจริงอาจจะจริงหรือไม่จริงก็ได้ แต่ในทางปฏิบัติทราบเพียงค่าสถิติ $\bar{x}$

เครื่องจักร A จะบรรจุนมกระป๋องแต่ละกระป๋องหนักแตกต่างกันไม่เกิน 0.5กรัม ค่าที่คาดคะเนคือค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักการบรรจุ หรือ พารามิเตอร์ σ โดยคาดว่า $\sigma > 0.5$ ซึ่งในความเป็นจริงอาจจะจริงหรือไม่จริงก็ได้ แต่ในทางปฏิบัติทราบเพียงค่าสถิติ s

เครื่องจักร A จะบรรจุนมกระป๋องที่มีลักษณะกระป๋องบุบน้อยกว่าร้อยละ 10 ค่าที่คาดคะเนคือค่าสัดส่วนของกระป๋องบุบ หรือ พารามิเตอร์ p โดยคาดว่า $\mathrm{p} < 0.10$ ซึ่งในความเป็นจริงอาจจะจริงหรือไม่จริงก็ได้ แต่ในทางปฏิบัติทราบเพียงค่าสถิติ $\hat{\mathrm{p}}$

ตัวอย่าง 6.2 ถ้าต้องการศึกษาเกี่ยวกับน้ำหนักการบรรจุและลักษณะกระป๋องของนมกระป๋องที่ผลิตจากเครื่องจักร A และ B ประชากรที่ศึกษากลุ่มที่ 1 คือนมกระป๋องที่บรรจุโดยเครื่องจักร A ตัวอย่าง คือนมกระป๋องที่บรรจุโดยเครื่องจักร A จำนวน 50 กระป๋อง และข้อมูลที่เก็บรวบรวมคือน้ำหนักการบรรจุนมกระป๋อง (g) และลักษณะกระป๋อง ประชากรที่ศึกษากลุ่มที่ 2 คือนมกระป๋องที่บรรจุโดยเครื่องจักร B ตัวอย่าง คือนมกระป๋องที่บรรจุโดยเครื่องจักร B จำนวน 80 กระป๋อง และข้อมูลที่เก็บรวบรวมคือน้ำหนักการบรรจุนมกระป๋อง (g) และลักษณะกระป๋อง จากประสบการณ์ในการทำงานทำให้ผู้ผลิตคาดคะเนว่า

เครื่องจักร A และ B จะบรรจุนมกระป๋องมีน้ำหนักหนักเฉลี่ยต่างกัน ค่าที่คาดคะเนคือผลต่างของน้ำหนักเฉลี่ย หรือ พารามิเตอร์ $\mu_1 - \mu_2$ โดย $\mu_1 - \mu_2 = 0$ ซึ่งในความเป็นจริงอาจจะจริงหรือไม่จริงก็ได้ แต่ในทางปฏิบัติทราบเพียงค่าสถิติ $\overline{x}_1 - \overline{x}_2$

ความแปรปรวนของน้ำหนักนมกระป๋องที่บรรจุโดยเครื่องจักร Aและ B มีค่าต่างกัน ค่าที่ค่าคะเนคืออัตราส่วนของความแปรปรวนของน้ำหนักการบรรจุ หรือ พารามิเตอร์ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ โดย $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$ ซึ่งในความเป็นจริงอาจจะจริงหรือไม่จริงก็ได้ แต่ในทางปฏิบัติทราบเพียงค่าสถิติ $\frac{s_1^2}{s_2^2}$

เครื่องจักร A และ B บรรจุนมกระป๋องที่มีกระป๋องบุบต่างกันน้อยกว่าร้อยละ 10 ค่าที่คาดคะเนคือค่าผลต่างของสัดส่วนกระป๋องที่บุบ หรือ พารามิเตอร์ $\mathrm{p}_1 - \mathrm{p}_2$ โดย $\mathrm{p}_1 - \mathrm{p}_2 < 0.10$ ซึ่งในความเป็นจริงอาจจะจริงหรือไม่จริงก็ได้ แต่ในทางปฏิบัติทราบเพียงค่าสถิติ $\hat{\mathrm{p}}_1 - \hat{\mathrm{p}}_2$

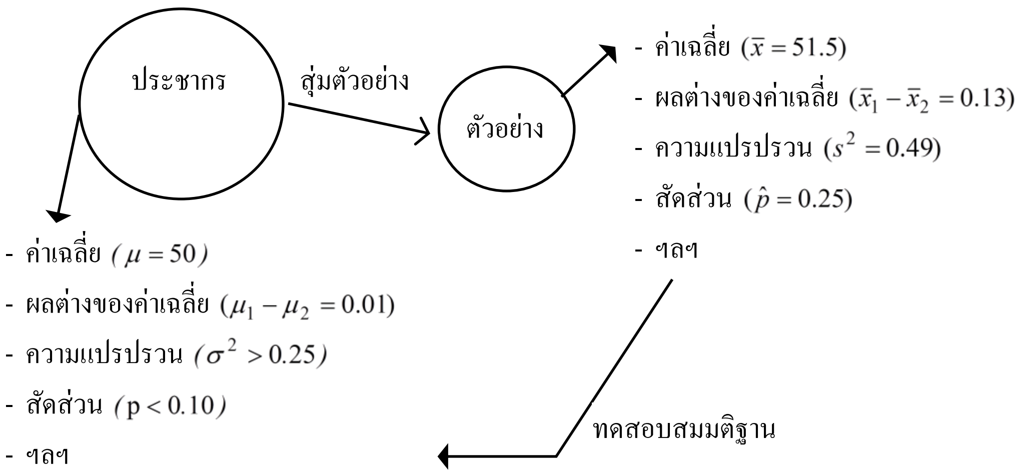
จากตัวอย่าง 6.1 และ 6.2 สามารถสรุปได้ว่า สมมติฐานทางสถิติหมายถึง ข้อความที่แสดงถึงความเชื่อ การคาดเดา หรือ การคาดคะเนล่วงหน้า ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งซึ่งเกิดจากความรู้และประสบการณ์ของบุคคลหนึ่ง อาจเป็นจริงหรือไม่จริงก็ได้ และสมมติฐานนั้นอาจเกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ในประชากร 1 กลุ่มหรือมากกว่าก็ได้ เช่นนายสมบัติเป็นเจ้าของบริษัทผลิตรถยนต์ขนาดใหญ่ และคลุกคลีอยู่กับแวดวงธุรกิจรถมานาน จนเกิดการคะเนว่ารถยนต์ 1 คันจะมีคนนั่งโดยเฉลี่ย 2 คน ซึ่งอาจเป็นจริงหรือไม่จริงก็ได้ เป็นสมมติฐานที่เกี่ยวข้องกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม และถ้านายสมบัติเชื่อในสมมติฐานของตนเอง นายสมบัติจะเปลี่ยนมาผลิตรถยนต์ขนาดเล็กแทนเพื่อให้ตรงกับความต้องการของผู้ใช้ ถ้าสมมติฐานเป็นจริงจะไม่เกิดปัญหาใดในการตัดสินใจ

แต่ถ้าสมมติฐานไม่เป็นจริงแล้ว การตัดสินใจของนายสมบัติจะเป็นการตัดสินใจที่ผิดพลาด ด้วยเหตุผลนี้จึงต้องมีการทดสอบเสียก่อนว่าสมมติฐานที่ตั้งขึ้นมานั้นเป็นจริงหรือไม่

ความหมายและหลักการการทดสอบสมมติฐาน

1. ความหมายของการทดสอบสมมติฐาน

การทดสอบสมมติฐาน หมายถึงการนำค่าสถิติที่เกี่ยวข้องกลับมาสรุปว่าค่าพารามิเตอร์ที่สนใจมีค่าเป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่ หรือการนำข้อมูลจริงจากตัวอย่างมาสรุปว่าค่าพารามิเตอร์ที่สนใจมีค่าเป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่ ดังนี้



จะเห็นว่าค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องในประชากรที่ศึกษามีมากมาย ขึ้นอยู่กับว่าเราสนใจอะไร และถ้าเราต้องการทราบว่าสมมติฐานที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ต่าง ๆ นั้นว่าเป็นจริงหรือไม่ จะมีหลักการในการทดสอบสมมติฐานเช่นเดียวกัน

2. หลักการการทดสอบสมมติฐาน

หลักการที่จะทราบว่าสมมติฐานที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ต่าง ๆ เป็นจริงหรือไม่นั้น จะต้องทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากประชากร คำนวณค่าพารามิเตอร์ที่สนใจแล้วนำไปเปรียบเทียบกับค่าพารามิเตอร์ในสมมติฐาน ถ้าค่าพารามิเตอร์เป็นไปตามสมมติฐาน หมายความว่าสมมติฐานนั้นเป็นจริง ถ้าไม่เป็นไปตามสมมติฐานหมายความว่าสมมติฐานไม่เป็นจริง เช่นถ้าสมมติฐานคือ $\mu = 50$ และจากการเก็บรวบรวมข้อมูลจากประชากรคำนวณค่าพารามิเตอร์ $\mu = 50$ ด้วย ซึ่งค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้มีค่าเป็นไปตามสมมติฐานหมายความว่าสมมติฐานเป็น

จริง แต่ในทางปฏิบัติการเก็บรวบรวมข้อมูลจากประชากรนั้นเป็นเรื่องที่ทำได้ยาก จึงต้องเก็บรวบรวมข้อมูลจากตัวอย่าง และคำนวณค่าสถิติที่เกี่ยวข้องกับค่าพารามิเตอร์แทนเพื่อตัดสินใจว่าสมมติฐานที่ตั้งไว้เป็นจริงหรือไม่ ดังนั้นการที่จะตัดสินใจว่าจะปฏิเสธ (reject) สมมติฐาน หรือยอมรับ (accept) สมมติฐานจึงขึ้นอยู่กับข้อมูลจากตัวอย่าง และข้อมูลจากตัวอย่างจะมีค่าเปลี่ยนไปตามกลุ่มตัวอย่าง การที่จะปฏิเสธ หรือยอมรับสมมติฐานนนั้น จึงไม่ควรพิจารณาจากค่าสถิติที่เกี่ยวข้องเพียงเท่านั้น แต่ต้องดำเนินการทดสอบบสมมติฐานตามขั้นตอนทางสถิติ ต่อไปนี้

ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ

1. ตั้งสมมติฐานเชิงสถิติ

สมมติฐานเชิงสถิติ คือประโยคสัญลักษณ์ที่ประกอบด้วยพารามิเตอร์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ มี 2 ประเภท คือ

1.1 สมมติฐานว่าง (null hypothesis) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ H_0 เป็นสมมติฐานที่แสดงว่าจะไม่มีการเปลี่ยนแปลงใด ๆ ไม่มีความแตกต่าง หรือความแตกต่างเป็นศูนย์ จึงมักแทนด้วยเครื่องหมาย = $\leq$ หรือ $\geq$

1.2 สมมติฐานแย้ง (alternative hypothesis) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ H_1 หรือ H_a เป็นสมมติฐานที่ตั้งขึ้นมาเพื่อขัดแย้งกับ H_0 เป็นสมมติฐานที่แสดงการเปลี่ยนแปลง มีความแตกต่าง จึงแทนด้วยเครื่องหมาย $\neq$ $>$ หรือ $<$

ตัวอย่าง 6.3 จากสมมติฐานทางสถิติในตัวอย่าง 6.1 และ 6.2 สามารถเปลี่ยนเป็นสมมติฐานเชิงสถิติ ดังนี้

1. สมมติฐานทางสถิติ เครื่องจักร A บรรจุนมกระป๋องมีน้ำหนักเฉลี่ยเท่ากับ 50 กรัมต่อกระป๋อง

กำหนด μ แทนน้ำหนักเฉลี่ยในการบรรจุนมกระป๋อง

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu = 50$$
$$H_1 : \mu \neq 50$$

2. สมมติฐานทางสถิติ เครื่องจักร A บรรจุนมกระป๋องแต่ละกระป๋องหนักแตกต่างกันไม่เกิน 0.5 กรัม

กำหนด σ แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักในการบรรจุนมกระป๋อง

สมมติฐานเชิงสถิติ
$$H_0 : \sigma \leq 0.5$$
$$H_1 : \sigma > 0.5$$

3. สมมติฐานทางสถิติ เครื่องจักร A บรรจุนมกระป๋องที่มีลักษณะกระป๋องบุบน้อยกว่าร้อยละ 10

กำหนด p แทนสัดส่วนของนมกระป๋องที่กระป๋องบุบ

สมมติฐานเชิงสถิติ
$$H_0 : p \geq 0.10$$
$$H_1 : p < 0.10$$

4. สมมติฐานทางสถิติ เครื่องจักร A และ B บรรจุนมกระป๋องมีน้ำหนักหนักเฉลี่ยต่างกันเท่ากับ 0.01 กรัม

กำหนด μ_1 แทนน้ำหนักเฉลี่ยในการบรรจุนมกระป๋องด้วยเครื่องจักร A

μ_2 แทนน้ำหนักเฉลี่ยในการบรรจุนมกระป๋องด้วยเครื่องจักร B

สมมติฐานเชิงสถิติ
$$\mathrm{H}_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0.01$$
$$\mathrm{H}_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0.01$$

5. สมมติฐานทางสถิติ ความแปรปรวนของน้ำหนักนมกระป๋องที่บรรจุโดยเครื่องจักร A และ B มีค่าต่างกัน

กำหนด σ_1^2 แทนความแปรปรวนของน้ำหนักนมกระป๋องที่บรรจุด้วยเครื่องจักร A

σ_2^2 แทนความแปรปรวนของน้ำหนักนมกระป๋องที่บรรจุด้วยเครื่องจักร B

สมมติฐานเชิงสถิติ
$$\mathrm{H}_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$$
$$\mathrm{H}_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$$

6. สมมติฐานทางสถิติ เครื่องจักร A และ B บรรจุนมกระป๋องที่มีกระป๋องบุบต่างกันน้อยกว่าร้อยละ 10

กำหนด p_1 แทนสัดส่วนของนมกระป๋องที่บุบจากการบรรจุด้วยเครื่องจักร A

p_2 แทนสัดส่วนของนมกระป๋องที่บุบจากการบรรจุด้วยเครื่องจักร B

สมมติฐานเชิงสถิติ
$$\mathrm{H}_0 : \mathrm{p}_1 - \mathrm{p}_2 \geq 0.10$$
$$\mathrm{H}_1 : \mathrm{p}_1 - \mathrm{p}_2 < 0.10$$

หมายเหตุ จากตัวอย่าง 6.3 จะเห็นว่าในสมมติฐานนั้นจะต้องมีค่าคงที่ที่คาดคะเนขึ้นมา เพื่อความสะดวกจึงแทนค่าคงที่นั้นด้วย μ_0

จากสมมติฐานเชิงสถิติสามารถจำแนกประเภทของการทดสอบสมมติฐานได้ 3 ประเภท ขึ้นอยู่กับเครื่องหมายใน H_1 ดังนี้

1 การทดสอบสมมติฐาน 2 ทาง (two tailed test) เป็นการทดสอบสมมติฐานที่มีสมมติฐานเชิงสถิติ ดังนี้

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

2 การทดสอบสมมติฐานทางขวา (right tailed test) เป็นการทดสอบสมมติฐานที่มีสมมติฐานเชิงสถิติ ดังนี้

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 \qquad\qquad H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu > \mu_0 \quad \text{หรือ} \quad H_1 : \mu > \mu_0$$

3 การทดสอบสมมติฐานทางซ้าย (left tailed test) เป็นการทดสอบสมมติฐานที่มีสมมติฐานเชิงสถิติ ดังนี้

$$H_0 : \mu \geq \mu_0 \qquad\qquad H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu < \mu_0 \quad \text{หรือ} \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

หมายเหตุ บางครั้งเรียกการทดสอบสมมติฐานในข้อ 2 และ 3 ว่าการทดสอบสมมติฐานทางเดียว (one tailed test)

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

หลังจากตั้งสมมติฐานเชิงสถิติแล้วในการตัดสินใจที่จะปฏิเสธ หรือยอมรับ H_0 นั้น มีโอกาสทำให้เกิดความผิดพลาด 2 ประเภท คือ

2.1 ความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I error) คือความผิดพลาดที่เกิดจากการตัดสินใจปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง เรียก P(ความผิดพลาดประเภทที่ 1) ว่าระดับนัยสำคัญ (significant level) และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ α เช่นในการทดสอบสมมติฐาน $\begin{array}{l} H_0 : \mu = 250 \\ H_1 : \mu \neq 250 \end{array}$

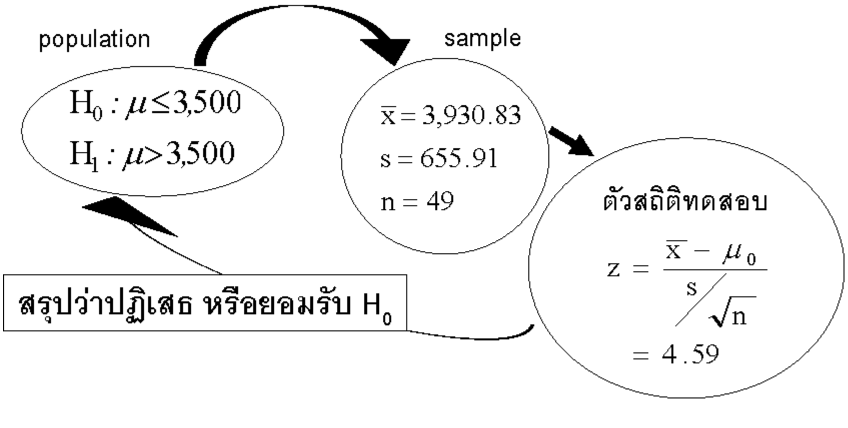
นั้นความผิดพลาดประเภทที่ 1 จะเกิดขึ้นเมื่อปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง หมายความว่าในความเป็นจริงแล้ว $\mu = 250$ แต่ข้อมูลจากตัวอย่างทำให้สรุปได้ว่า $\mu \neq 250$

การกำหนด α นั้นขึ้นอยู่กับความต้องการของผู้ทดสอบสมมติฐานว่าจะยอมให้เกิดความผิดพลาดมาก หรือน้อยเพียงใด เช่น ถ้ากำหนด $\alpha = 0.01$ หมายความว่ายอมเกิดความผิดพลาดในการปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริงได้ 1% ซึ่งการกำหนด α น้อย ๆ เช่นนี้ อาจทำให้ไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ได้ นั่นหมายถึงไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง ผลของการทดสอบสมมติฐานก็ได้ประโยชน์น้อย แต่ถ้ายอมให้เกิดความผิดพลาดมากขึ้น เช่น $\alpha = 0.05$ จะทำให้มีโอกาสปฏิเสธ H_0 มากขึ้น นั่นหมายถึงเกิดการเปลี่ยนแปลง จะทำให้ได้รับประโยชน์จากการทดสอบสมมติฐานมากขึ้น การกำหนด α มากหรือน้อยนั้น จะมีผลต่อความผิดพลาดอีกประเภทที่ 2

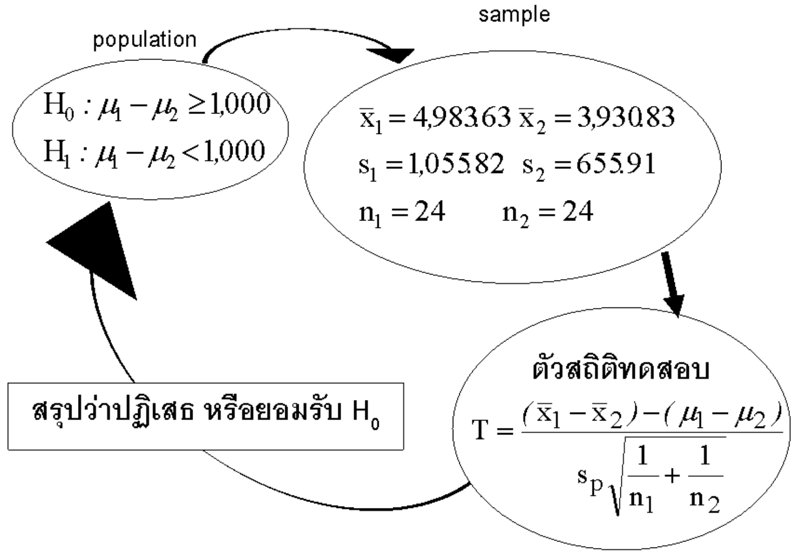
2.2 ความผิดพลาดประเภทที่ 2 (Type II error) คือความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับ H_0 เมื่อ H_0 ไม่เป็นจริง P(ความผิดพลาดประเภทที่ 2) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ β เช่นในการทดสอบสมมติฐาน $\begin{matrix} H_0 : \mu = 250 \\ H_1 : \mu \neq 250 \end{matrix}$ ความผิดพลาดประเภทที่ 2 จะเกิดขึ้นเมื่อยอมรับ H_0 เมื่อ H_0 ไม่เป็นจริง หมายความว่าในความเป็นจริงนั้น $\mu \neq 250$ แต่ข้อมูลจากตัวอย่างทำให้สรุปได้ว่า $\mu = 250$

3. เลือกและคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบ

ตัวสถิติทดสอบ (test statistic) คือค่าที่คำนวณได้จากค่าสถิติจากตัวอย่าง จะมีสูตรในการคำนวณที่แตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบ และค่านี้มีส่วนในการตัดสินใจว่าจะปฏิเสธ หรือยอมรับ H_0 เช่น กรณีตัวสถิติทดสอบสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม ดังนี้



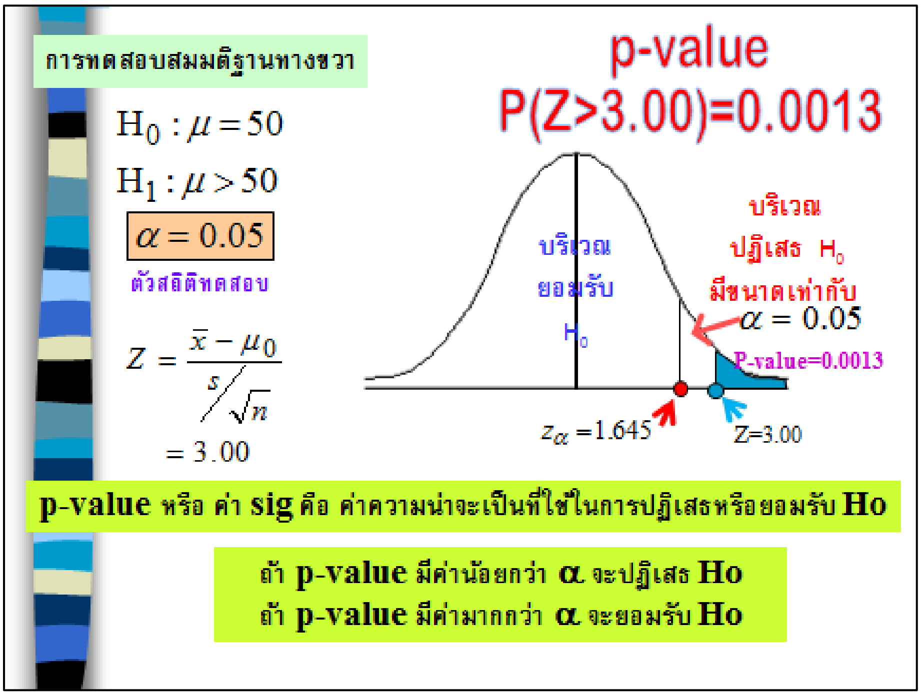
ตัวสถิติทดสอบ กรณีค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม หรือผลต่างของค่าเฉลี่ย ดังนี้



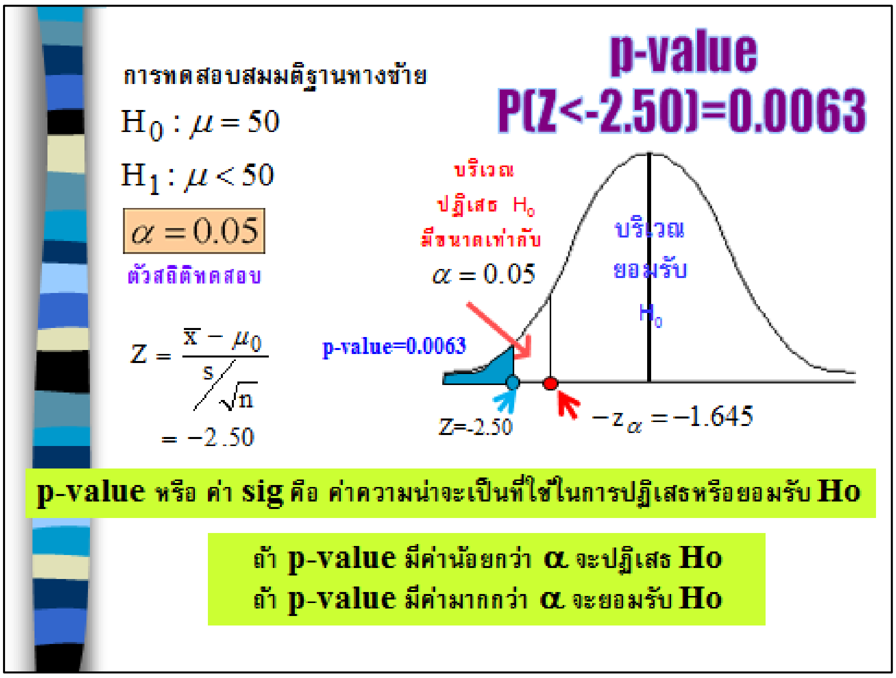
4. หาค่าวิกฤต

พิจารณาแนวคิดของค่าวิกฤติ ดังภาพต่อไปนี้

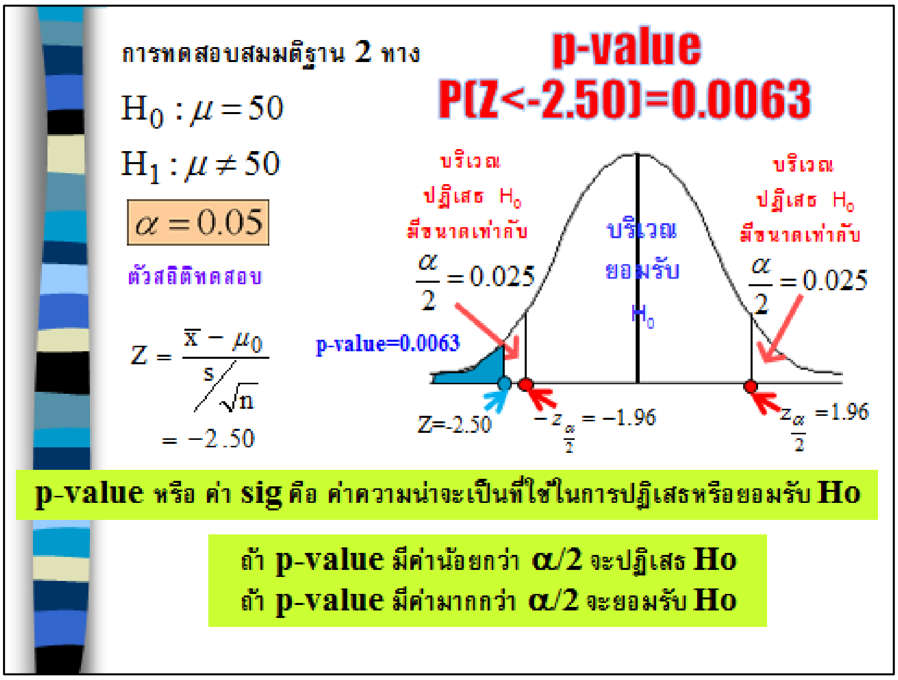
กรณีการทดสอบสมมติฐานทางขวา



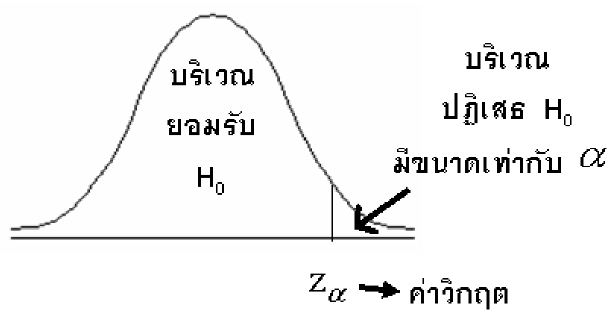
กรณีการทดสอบทางซ้าย



กรณีการทดสอบสองทาง



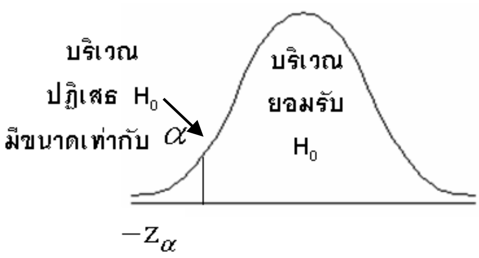
ค่าวิกฤต (critical value) คือค่าที่เปิดจากตารางสถิติ เช่น z_α , $t_{\alpha,df}$ เป็นต้น และค่าวิกฤตนี้จะแบ่งพื้นที่ใต้โค้งเป็น 2 ส่วน ส่วนที่หนึ่ง คือส่วนที่ประกอบด้วยค่าต่าง ๆ ที่จะทำให้ยอมรับ H_0 เรียกว่าบริเวณยอมรับ H_0 (accept region) ส่วนที่สอง คือส่วนที่ประกอบด้วยค่าต่าง ๆ ที่จะทำให้ปฏิเสธ H_0 เรียกว่าบริเวณปฏิเสธ H_0 (reject region) หรือ บริเวณวิกฤติ (critical region) ดังนี้

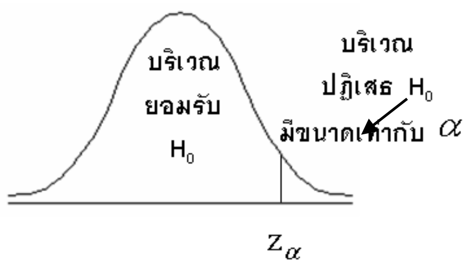


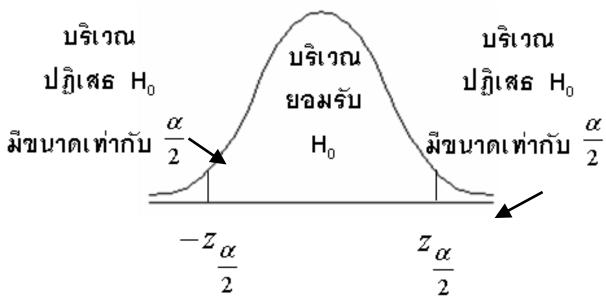
ค่าวิกฤต บริเวณยอมรับ H_0 และบริเวณปฏิเสธ H_0 มีขนาดและรูปแบบแตกต่างกันขึ้นอยู่กับระดับนัยสำคัญ และประเภทการทดสอบสมมติฐาน ดังนี้

การทดสอบทางซ้าย $\mathrm{H}_0 : \mu \geq \mu_0$, $\mathrm{H}_1 : \mu < \mu_0$

การทดสอบทางขวา $\mathrm{H}_0 : \mu \leq \mu_0$, $\mathrm{H}_1 : \mu > \mu_0$







การทดสอบ 2 ทาง $\mathrm{H}_0 : \mu = \mu_0$, $\mathrm{H}_1 : \mu \neq \mu_0$

5. สรุปและแปลความหมาย

การสรุปผลในการทดสอบสมมติฐานนั้นเป็นการพิจารณาค่าสถิติทดสอบว่ามีค่าเกินค่าวิกฤตหรือไม่ ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่าเกินค่าวิกฤตจะปฏิเสธ H_0 เช่นกรณีการทดสอบสมมติฐานทางขวา ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่ามากเกินค่าวิกฤตแสดงว่าค่าสถิติทดสอบมีค่ามากพอที่จะปฏิเสธ H_0 กรณีการทดสอบสมมติฐานทางซ้าย ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่าน้อยเกินค่าวิกฤตแสดงว่าค่าสถิติทดสอบมีค่าน้อยพอที่จะปฏิเสธ H_0 กรณีการทดสอบสมมติฐาน 2 ทาง ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่ามากหรือน้อยเกินค่าวิกฤต จะปฏิเสธ H_0 ดังนั้นเกณฑ์การตัดสินว่าจะปฏิเสธหรือยอมรับ H_0 คือ

ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่าเกินค่าวิกฤต จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0
ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่าไม่เกินค่าวิกฤต จะยอมรับสมมติฐาน H_0

ในงานวิจัยนั้นสมมติฐานของงานวิจัยได้มาจากทฤษฎีและการทบทวนวรรณกรรม และต้องการทดสอบว่าสมมติฐานงานวิจัยนั้นเป็นจริงหรือไม่โดยตรวจสอบจากข้อมูลเชิงประจักษ์ ดังนั้นหากผลการทดสอบสมมติฐานพบว่าปฏิเสธ H_0 นั่นคือข้อมูลเชิงประจักษ์สนับสนุนสมมติฐานงานวิจัย แต่ถ้ายอมรับ H_0 นั่นคือข้อมูลเชิงประจักษ์ไม่เพียงพอในการสนับสนุนสมมติฐานงานวิจัย มิได้หมายความว่าสมมติฐานงานวิจัยที่มีทฤษฎีและวรรณกรรมสนับสนุนนั้นไม่เป็นจริง

ตัวอย่าง 6.4 ถ้าคาดว่าค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มหนึ่งมากกว่า 15 เพื่อทดสอบว่าสิ่งที่คาดไว้เป็นจริงหรือไม่ จึงทำการสุ่มตัวอย่างขนาด 64 ได้ค่า $\bar{x} = 17.5$, $s = 10$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05

วิธีทำ กำหนด μ แทนค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มหนึ่ง

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu \le 15$$
$$H_1 : \mu > 15$$
$$\alpha = 0.01$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{17.5 - 15}{10/\sqrt{64}} = 2.00$$

ค่าวิกฤต $z_\alpha = z_{0.01} = 2.326$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ $Z = 2.00$ น้อยกว่าค่าวิกฤต อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่าค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มนี้น้อยกว่าหรือเท่ากับ 15 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu \le 15$$
$$H_1 : \mu > 15$$
$$\alpha = 0.05$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$
$$= \frac{17.5 - 15}{10/\sqrt{64}}$$
$$= 2.00$$

ค่าวิกฤต $z_\alpha = z_{0.05} = 1.645$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ $Z = 2.00$ มากกว่าค่าวิกฤติ อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่าค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มนี้มากกว่า 15 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม (μ)

เป็นทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรว่ามีค่าเป็นไปตามค่าคงที่ที่ผู้ทดสอบคาดคะเนไว้หรือไม่

กำหนด μ แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลในประชากร

μ_0 แทนค่าคงที่ที่ผู้ทดสอบคาดคะเนไว้

สมมติฐานเชิงสถิติที่เป็นไปได้จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{array}{l} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \ne \mu_0 \end{array} \quad \text{หรือ} \quad \begin{array}{l} H_0 : \mu \le \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{array} \quad \text{หรือ} \quad \begin{array}{l} H_0 : \mu \ge \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{array}$$

ตัวสถิติทดสอบแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

1. กรณีทราบ σ^2
2. กรณีไม่ทราบ σ^2

1. กรณีทราบ σ^2

ถ้าสุ่มตัวอย่างมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ (หรืออาจจะมีการแจกแจงแบบใดก็ได้ ถ้าตัวอย่างมีขนาดใหญ่) การแจกแจงค่าจากตัวอย่างของ $\overline{X}$ ประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบปกติ ด้วยค่าเฉลี่ย $\mu_{\overline{x}} = \mu$ และ ความแปรปรวน $\sigma_{\overline{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ ดังนั้น $Z = \frac{\overline{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ จะมีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน ดังนั้นตัวสถิติทดสอบคือ

$$Z = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

เมื่อ $\overline{x}$ แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่าง

μ_0 แทนค่าคงที่ที่คาดไว้

σ แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

n แทนจำนวนตัวอย่าง

ค่าวิกฤต $\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$, z_α , $-z_\alpha$

2. กรณีไม่ทราบ σ^2

ในกรณีที่ไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร และตัวอย่างมีขนาดใหญ่ คือ $n>30$ ค่า s^2 จะเป็นตัวประมาณที่ดีของ σ^2 ดังนั้นตัวสถิติทดสอบคือ

$$Z = \frac{\overline{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

เมื่อ $\overline{x}$ แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่าง

μ_0 แทนค่าคงที่ที่คาดไว้

s แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลจากตัวอย่าง

n แทนจำนวนตัวอย่าง

ค่าวิกฤต $\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$, z_α , $-z_\alpha$

แต่ถ้าตัวอย่างมีขนาดเล็ก ตัวสถิติ $n \leq 30$ ตัวสถิติทดสอบคือ

$$T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

เมื่อ $\bar{x}$ แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่าง

μ_0 แทนค่าคงที่ที่คาดไว้

s แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลจากตัวอย่าง

n แทนจำนวนตัวอย่าง

ค่าวิกฤต $\pm t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$, $t_{\alpha,n-1}$, $-t_{\alpha,n-1}$

ตัวอย่าง 6.5 ผู้จัดการโรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่งคาดว่าปริมาณวัตถุดิบเฉลี่ยที่ใช้ในโรงงานจะมากกว่า 880 ตันต่อวัน จึงเก็บข้อมูลปริมาณวัตถุดิบที่ใช้ต่อวันมา 50 วัน คำนวณได้ปริมาณเฉลี่ย 871 ตันต่อวัน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 21 ตัน การคาดคะเนของผู้จัดการถูกต้องหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนด μ แทนปริมาณวัตถุดิบเฉลี่ยที่ใช้ในโรงงาน

μ_0 แทนค่าคงที่เท่ากับ 880

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu \leq 880$$
$$H_1 : \mu > 880$$

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

เนื่องจากขนาดตัวอย่างใหญ่ คือ n=50 ดังนั้นจึงใช้ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$
$$= \frac{871 - 880}{21/\sqrt{50}}$$
$$= -3.03$$

ค่าวิกฤต $z_\alpha = 1.645$

เนื่องจากค่าตัวสถิติทดสอบ Z=-3.03 น้อยกว่าค่าวิกฤต อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 จึงยอมรับ H_0 หมายความว่าการคาดคะเนของผู้จัดการโรงงานที่ว่าโรงงานแห่งนี้ใช้ปริมาณวัตถุดิบเฉลี่ยมากกว่า 880 ตันต่อวันนั้นไม่ถูกต้อง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวอย่าง6.6 ผู้ผลิตไอศกรีมแห่งหนึ่งเชื่อว่าไอศกรีมของเขาประกอบด้วยแคลอรี่เฉลี่ย 500 แคลอรี่ต่อกรัม เขาจึงสุ่มไอศกรีมหนักก้อนละ 1 กรัมมา 25 ก้อน แล้วคำนวณปริมาณแคลลอรี่เฉลี่ยได้ 510 แคลอรี่ต่อกรัม ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 23 แคลอรี่ต่อกรัม อยากทราบว่าสิ่งที่ผู้ผลิตเชื่อนั้นจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

วิธีทำ กำหนด μ แทนปริมาณแคลอรี่เฉลี่ยในไอศกรีม 1 กรัม

μ_0 แทนค่าคงที่เท่ากับ 500

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu = 500$$
$$H_1 : \mu \neq 500$$

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.10$

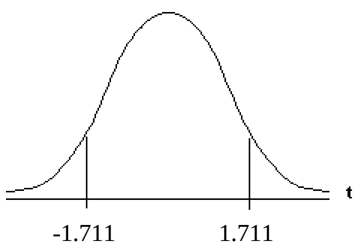
เนื่องจากไม่ทราบความแปรปรวน และตัวอย่างมีขนาดเล็ก ดังนั้นตัวสถิติทดสอบคือ

$$T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$
$$= \frac{510-500}{23/5}$$
$$= 2.17$$

เนื่องจากเป็นการทดสอบสมมติฐานแบบสองทาง ดังนั้น ค่าวิกฤตจึงมี 2 ค่า คือ

$$t_{\alpha/2,n-1} = t_{0.05,24} = 1.711$$
$$-t_{\alpha/2,n-1} = -t_{0.05,24} = -1.711$$

ดังนั้นบริเวณวิกฤตจะเป็นดังรูป



เนื่องจากค่าตัวสถิติทดสอบ T= 2.17 มากกว่าค่าวิกฤต อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 นั่นคือปริมาณแคลอรี่เฉลี่ยต่อไอศกรีม 1 กรัมไม่เท่ากับ 500 แคลอรี่ หรือความเชื่อของผู้ผลิตไอศกรีมไม่เป็นจริง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

ตัวอย่าง 6.7 นักวิเคราะห์ทางการเงินของบริษัทแห่งหนึ่งคิดว่าถ้านำวิธีการชำระเงินทางบัตรเครดิตมาใช้กับร้านสะดวกซื้อจะทำให้ยอดขายต่อวันมากกว่า 25,000 บาท จึงทำการทดลองใช้วิธีการชำระเงินทางบัตรเครดิตกับร้านสะดวกซื้อ 50 ร้าน ได้ยอดขายเฉลี่ย 28,250 บาทต่อวัน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของยอดขาย 10,000 บาท ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 นักวิเคราะห์ทางการเงินคิดถูกหรือไม่

วิธีทำ กำหนด μ แทนยอดขายเฉลี่ยของร้านสะดวกซื้อที่ใช้วิธีการชำระเงินทางบัตรเครดิต

μ_0 แทนค่าคงที่เท่ากับ 25,000

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu \le 25{,}000$$
$$H_1 : \mu > 25{,}000$$

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

ตัวสถิติทดสอบคือ

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \\ &= \frac{28{,}250 - 25{,}000}{10{,}000/\sqrt{50}} \\ &= \frac{3{,}250}{1414.21} \\ &= 2.298 \end{aligned}$$

เนื่องจากเป็นการทดสอบทางขวา ค่าวิกฤต $z_{0.05} = 1.645$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ Z =2.298 มีค่าอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่าร้านสะดวกซื้อที่ใช้วิธีการชำระเงินทางบัตรเครดิตมียอดขายต่อวันมากกว่า 25,000 บาท อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ตัวอย่าง 6.8 โดยทั่วไปเมื่อหมูอายุ 3 เดือนจะมีน้ำหนักโดยเฉลี่ย 65 กิโลกรัม นักวิทยาศาสตร์คนหนึ่งทำการทดลองเลี้ยงหมูจำนวน 11 ตัว ด้วยอาหารที่คิดขึ้นมาใหม่จนมีอายุครบ 3 เดือน หลังจากนั้นชั่งน้ำหนัก(กิโลกรัม) ได้ผลดังนี้

75	72	74	78	65	70	68	69	67	69	71

จากข้อมูลข้างต้น มีเหตุผลเพียงพอหรือไม่ว่าอาหารที่คิดขึ้นมาใหม่นี้ทำให้น้ำหนักของหมูอายุ 3 เดือนเพิ่มขึ้นจากธรรมดา ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนด μ แทนน้ำหนักเฉลี่ยของหมูอายุ 3 เดือนที่กินอาหารที่คิดขึ้นมาใหม่

μ_0 แทนค่าคงที่เท่ากับ 65

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu \le 65$$
$$H_1 : \mu > 65$$

ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวสถิติทดสอบคือ

$$\begin{aligned} T &= \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \\ &= \frac{70.73-65}{3.80/\sqrt{11}} \\ &= \frac{5.73}{1.14} \\ &= 5.03 \end{aligned}$$

เนื่องจากเป็นการทดสอบทางขวา ค่าวิกฤต $t_{\alpha,n-1} = t_{0.05,10} = 1.812$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ T = 5.03 มีค่าอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่าอาหารที่คิดขึ้นมาใหม่นี้ทำให้น้ำหนักของหมูอายุ 3 เดือนเพิ่มขึ้นจากธรรมดา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม $(\mu_1 - \mu_2)$

เป็นการทดสอบสมมติฐานว่าค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มเป็นไปตามที่เปรียบเทียบไว้หรือไม่ หรือเป็นการทดสอบสมมติฐานว่าผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มว่ามีค่าเป็นไปตามค่าคงที่ (μ_0) ที่คาดไว้หรือไม่

ถ้าให้ μ_1, μ_2 และ σ_1^2, σ_2^2 เป็นค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของข้อมูลในประชากรกลุ่มที่ 1 และประชากรกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ และ μ_0 เป็นค่าคงที่ที่คาดไว้แล้ว ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม สามารถตั้งสมมติฐานเชิงสถิติได้ดังนี้

$$\begin{matrix} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{matrix} \text{ หรือ } \begin{matrix} H_0 : \mu_1 \leq \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 > \mu_2 \end{matrix} \text{ หรือ } \begin{matrix} H_0 : \mu_1 \geq \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 < \mu_2 \end{matrix}$$

หรือในรูปแบบของผลต่าง ดังนี้

$$\begin{matrix} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0 \end{matrix} \text{ หรือ } \begin{matrix} H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq \mu_0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \mu_0 \end{matrix} \text{ หรือ } \begin{matrix} H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq \mu_0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \mu_0 \end{matrix}$$

ดังนั้นในบางครั้งจึงเรียกการทดสอบสมมติฐานนี้ว่า การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับเกี่ยวกับผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ตัวสถิติทดสอบแบ่งออกเป็น 3 กรณี คือ

1. ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 ประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน
2. ไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 ประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน
3. ไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 ประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระกัน

1. ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 ประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน

ถ้าสุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระขนาด n_1 และ n_2 โดยที่ n_1 และ n_2 มีขนาดใหญ่จากประชากร 2 กลุ่ม ที่มีการแจกแจงแบบใด ๆ ด้วยค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน $\mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2$ ตามลำดับ จะได้ว่าการแจกแจงค่าจากตัวอย่างของ $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$ ประมาณด้วยการแจกแจงแบบปกติด้วย $\mu_{\overline{X}_1-\overline{X}_2} = \mu_1 - \mu_2$ และ $\sigma^2_{\overline{X}_1-\overline{X}_2} = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$ และ $Z = \frac{(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$

ดังนั้นตัวสถิติทดสอบคือ

$$Z = \frac{(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

เมื่อ $\overline{x}_1$ แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 1

$\overline{x}_2$ แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 2

$\mu_1 - \mu_2$ แทนผลต่างของค่าเฉลี่ยในสมมติฐาน หรือค่า μ_0

σ_1^2 แทนความแปรปรวนของข้อมูลในประชากรกลุ่มที่ 1

σ_2^2 แทนความแปรปรวนของข้อมูลในประชากรกลุ่มที่ 2

n_1 แทนจำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 1

n_2 แทนจำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 2

ค่าวิกฤตคือ $\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$, z_α , $-z_\alpha$

หมายเหตุ ในกรณีที่ไม่ทราบความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่มและตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n>30) จะต้องประมาณ σ_1^2 , σ_2^2 ด้วย s_1^2 , s_2^2 ตัวสถิติทดสอบคือ

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

เมื่อ $\bar{x}_1$ แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 1

$\bar{x}_2$ แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 2

$\mu_1 - \mu_2$ แทนผลต่างของค่าเฉลี่ยในสมมติฐาน หรือค่า μ_0

s_1^2 แทนความแปรปรวนของข้อมูลในตัวอย่างกลุ่มที่ 1

s_2^2 แทนความแปรปรวนของข้อมูลในตัวอย่างกลุ่มที่ 2

n_1 แทนจำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 1

n_2 แทนจำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 2

ค่าวิกฤตคือ $\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$, z_α , $-z_\alpha$

สรุปตัวสถิติทดสอบกรณีทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 และ 2 กลุ่ม ดังนี้

ตัวสถิติทดสอบสำหรับ
การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย

- ประชากร 1 กลุ่ม
  - $n > 30$
    - $Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$
    - ค่าวิกฤต z_α , $-z_\alpha$, $\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$
  - $n \le 30$
    - $T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$
    - ค่าวิกฤต $t_{\alpha,n-1}$, $-t_{\alpha,n-1}$, $\pm t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$
- ประชากร 2 กลุ่ม
  - $n_1, n_2 > 30$
    - $Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$
    - ค่าวิกฤต z_α , $-z_\alpha$, $\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$
  - $n_1, n_2 \le 30$
    - กรณีประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระ
    - กรณีประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระ

ตัวอย่าง 6.9 จากประสบการณ์ของผู้จัดการบริษัทประกันชีวิตแห่งหนึ่งทำให้เชื่อว่าเพศชายจะทำประกันสุขภาพเมื่ออายุมากกว่าเพศหญิง จึงทำการเก็บรวบรวมข้อมูลอายุของผู้ทำประกันสุขภาพเพศชายจำนวน 100 คน พบว่าทำประกันเมื่ออายุเฉลี่ย 45 ปี ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10 ปี และเพศหญิงจำนวน 150 คน พบว่าทำประกันเมื่ออายุเฉลี่ย 35 ปี ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 6 ปี อยากทราบว่าความเชื่อของผู้จัดการถูกต้องหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

วิธีทำ กำหนด μ_1 แทนอายุเฉลี่ยของผู้ทำประกันสุขภาพเพศชาย

μ_2 แทนอายุเฉลี่ยของผู้ทำประกันสุขภาพเพศหญิง

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$\begin{array}{lcl} H_0 : \mu_1 \le \mu_2 & & H_0 : \mu_1 - \mu_2 \le 0 \\ H_1 : \mu_1 > \mu_2 & \text{หรือ} & H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0 \end{array}$$

ระดับนัยสำคัญ 0.01

ตัวสถิติทดสอบ

$$\begin{aligned} Z &= \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \\ &= \frac{(45-35)-0}{\sqrt{\frac{100}{100} + \frac{36}{150}}} \\ &= 9.01 \end{aligned}$$

ค่าวิกฤต $z_\alpha = z_{0.10} = 2.326$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ Z = 9.01 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่าอายุของผู้ทำประกันสุขภาพเพศชายสูงกว่าผู้ทำประกันสุขภาพเพศหญิง อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01

2. ไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 ประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน

ประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน คือประชากร 2 กลุ่มที่ไม่เกี่ยวข้องกัน ถ้ากำหนดให้ x_{1i} และ x_{2i} เป็นข้อมูลของตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ลักษณะของข้อมูลเป็นดังตารางด้านล่าง

ประชากรกลุ่ม 1	ประชากรกลุ่ม 2
ตัวอย่างกลุ่มที่ 1	**ตัวอย่างกลุ่มที่ 2**
x_{1i}	x_{2i}
x_{11}	x_{21}
x_{12}	x_{22}
x_{13}	x_{23}
$\vdots$	$\vdots$
x_{1n}	x_{2n}

ในกรณีที่ไม่ทราบ σ^2 และตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n \leq 30$) ถูกสุ่มมาจากประชากรที่ประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงค่าจากตัวอย่างของ $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ จะมีการแจกแจงแบบ t ด้วยองศาแห่งความเป็นอิสระที่ขึ้นอยู่กับความแปรปรวนของข้อมูลในประชากร 2 กลุ่ม

การทดสอบสมมติฐานกรณีนี้ตัวสถิติทดสอบขึ้นอยู่กับความแปรปรวนของข้อมูลในประชากร 2 กลุ่ม ดังนี้

2.1 กรณีไม่ทราบ σ_1^2, σ_2^2 แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ จะประมาณค่า σ_1^2, σ_2^2 ด้วยความแปรปรวนร่วม (pooled variance) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ s_p^2 โดยที่

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบคือ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

เมื่อ $\bar{x}_1$ แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 1

$\bar{x}_2$ แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 2

$\mu_1 - \mu_2$ แทนผลต่างของค่าเฉลี่ยในสมมติฐาน หรือค่า μ_0

s_p แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานร่วม

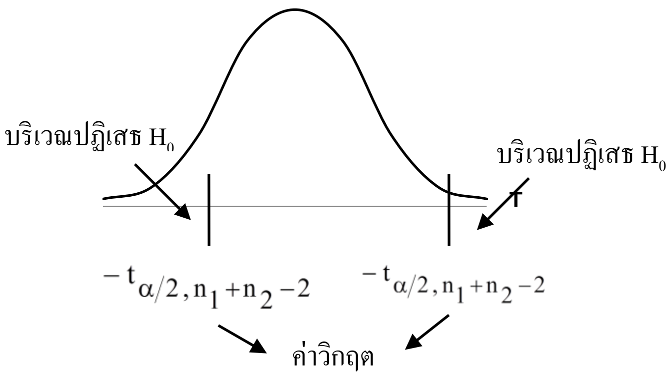
n_1 แทนจำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 1

n_2 แทนจำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 2

โดยที่องศาแห่งความเป็นอิสระคือ n_1+n_2-2

ดังนั้น ค่าวิกฤตคือ $\pm t_{\frac{\alpha}{2},n_1+n_2-2}$, t_{α,n_1+n_2-2} , $-t_{\alpha,n_1+n_2-2}$

ค่าวิกฤต และบริเวณวิกฤต ในกรณีเป็นการทดสอบสมมติฐาน 2 ทาง เป็นดังรูป



2.2 กรณีไม่ทราบ σ_1^2,σ_2^2 แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ จะประมาณ σ_1^2,σ_2^2 ด้วย s_1^2,s_2^2 ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบคือ

$$T = \frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}}$$

เมื่อ $\bar{x}_1$ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 1

$\bar{x}_2$ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 2

$\mu_1-\mu_2$ คือ ผลต่างของค่าเฉลี่ยในสมมติฐาน หรือค่า μ_0

s_1^2 คือ ความแปรปรวนของข้อมูลในตัวอย่างกลุ่มที่ 1

s_2^2 คือ ความแปรปรวนของข้อมูลในตัวอย่างกลุ่มที่ 2

n_1 คือ จำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 1

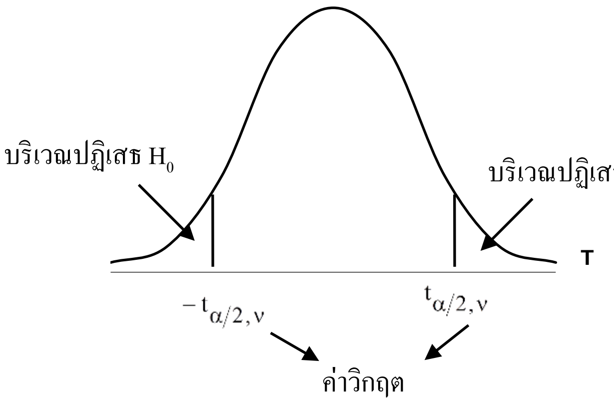
n_2 คือ จำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 2

โดยที่องศาแห่งความเป็นอิสระคือ ν เมื่อ

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2-1}}]$$

ดังนั้น ค่าวิกฤตคือ $\pm t_{\frac{\alpha}{2},\nu}$, $t_{\alpha,\nu}$, $-t_{\alpha,\nu}$

ค่าวิกฤต และบริเวณวิกฤต ในกรณีเป็นการทดสอบสมมติฐาน 2 ทาง เป็นดังรูป



3. ไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 ประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระกัน

ประชากร 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระกัน คือประชากร 2 กลุ่มที่เกี่ยวข้องกัน ถ้ากำหนดให้ x_{1i} และ x_{2i} เป็นข้อมูลของตัวอย่างกลุ่มที่ 1 (ก่อน) และกลุ่มที่ 2 (หลัง) และ $d_i = x_{1i} - x_{2i}$ เป็นผลต่างของข้อมูลแต่ละคู่ เมื่อ i = 1,…, n ลักษณะของข้อมูลเป็นดังตารางด้านล่าง

ประชากร

ตัวอย่างกลุ่มที่ 1 (ก่อน) x_{1i}	**ตัวอย่างกลุ่มที่ 2 (หลัง)** x_{2i}	**ผลต่าง** $d_i = x_{1i} - x_{2i}$
x_{11}	x_{21}	$d_1 = x_{11} - x_{21}$
x_{12}	x_{22}	$d_2 = x_{12} - x_{22}$
x_{13}	x_{23}	$d_3 = x_{13} - x_{23}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_{1n}	x_{2n}	$d_n = x_{1n} - x_{2n}$

จะเห็นว่า $d_1, d_2, \ldots, d_n$ เป็นตัวแปรเชิงสุ่ม ที่มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ_d และความแปรปรวน σ_d^2 และ $\bar{d} \sim N(\mu_d, \frac{s_d}{\sqrt{n}})$

ถ้าให้ $\mu_1 - \mu_2 = \mu_d$ สมมติฐานเชิงสถิติสามารถเขียนได้อีกลักษณะ ดังนี้

$$\begin{array}{l} H_0 : \mu_d = \mu_0 \\ H_1 : \mu_d \neq \mu_0 \end{array} \quad \text{หรือ} \quad \begin{array}{l} H_0 : \mu_d \leq \mu_0 \\ H_1 : \mu_d > \mu_0 \end{array} \quad \text{หรือ} \quad \begin{array}{l} H_0 : \mu_d \geq \mu_0 \\ H_1 : \mu_d < \mu_0 \end{array}$$

ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}$$

เมื่อ $\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$ แทนค่าเฉลี่ยของผลต่าง

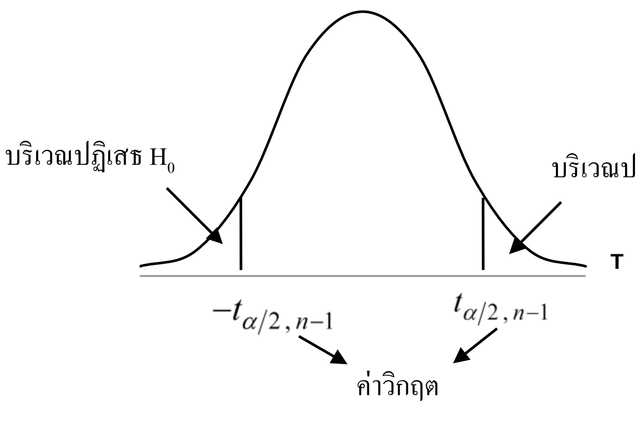
μ_d แทนค่าคงที่ในสมมติฐาน หรือค่า μ_0

$s_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}{n-1}}$ แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลต่าง

n แทนจำนวนคู่ตัวอย่าง

ค่าวิกฤตคือ $\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$, $t_{\alpha, n-1}$, $-t_{\alpha, n-1}$

ค่าวิกฤตและบริเวณปฏิเสธ H_0 สำหรับการทดสอบ 2 ทาง ดังรูป



สรุปตัวสถิติทดสอบกรณีทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ดังนี้

ตัวสถิติทดสอบสำหรับ
ค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อ $n_1 , n_2 < 30$

- ประชากร 2 กลุ่ม เป็นอิสระกัน
  - $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

    $$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

    $$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

    ค่าวิกฤต $t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$

    $-t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$

    $\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n_1 + n_2 - 2}$

  - $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

    $$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

    ค่าวิกฤต $t_{\alpha, \nu}$

    $-t_{\alpha, \nu}$

    $\pm t_{\frac{\alpha}{2}, \nu}$

    $$\nu = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2 - 1}}$$

- ประชากร 2 กลุ่ม ไม่เป็นอิสระกัน

  $$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d/\sqrt{n}}$$

  $$s_d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n - 1}}$$

  ค่าวิกฤต $t_{\alpha, n-1}$

  $-t_{\alpha, n-1}$

  $\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

ตัวอย่าง 6.10 เจ้าของฟาร์มหมูแห่งหนึ่งต้องการทดสอบอาหารผสม 2 ชนิด คือชนิด A และชนิด B ว่าชนิดไหนจะมีประสิทธิภาพที่ดีกว่ากัน จึงทำการสุ่มตัวอย่างหมูมาจำนวน 24 ตัว แล้วแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ เท่า ๆ กัน โดยกลุ่มแรกให้อาหารผสมชนิด A และกลุ่มที่สองให้อาหารผสมชนิด B จากการชั่งน้ำหนัก พบว่าน้ำหนักเฉลี่ย และความแปรปรวนของน้ำหนักหมูกลุ่มแรก และกลุ่มที่สองคือ 31.75 กิโลกรัม 10.20 กรัม^2 และ 28.66 กิโลกรัม 6.06 กรัม^2 จากข้อมูลนี้เจ้าของฟาร์มหมูคิดว่าอาหารผสมชนิด A จะมีประสิทธิภาพดีกว่า จงทดสอบว่าเจ้าของฟาร์มคิดถูกหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ถ้าความแปรปรวนของข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มเท่ากัน

วิธีทำ กำหนด μ_1 แทนน้ำหนักเฉลี่ยของหมูที่กินอาหารผสมชนิด A

μ_2 แทนน้ำหนักเฉลี่ยของหมูที่กินอาหารผสมชนิด B

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

เนื่องไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ และตัวอย่างมีขนาดเล็ก ดังนั้น

ตัวสถิติทดสอบคือ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$= \frac{(31.75 - 28.67) - 0}{2.85\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{12}}}$$

$$= \frac{3.08}{1.16}$$

$$= 2.66$$

โดยที่

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$= \frac{(12-1)10.20 + (12-1)6.06}{12+12-2}$$

$$= 8.13$$

ค่าวิกฤต $t_{\alpha, n_1+n_2-2} = t_{0.05\ ,\ 22} = 1.717$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ T = 2.66 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่าน้ำหนักเฉลี่ยของหมูกลุ่มแรก มากกว่ากลุ่มที่สอง นั่นคือ อาหารผสมชนิด A มีประสิทธิภาพดีกว่าอาหารผสมชนิด B อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

ตัวอย่าง 6.11 จากการบันทึกปริมาณน้ำฝนใน 15 ปีที่ผ่านมา ปริมาณน้ำฝนโดยเฉลี่ยของพื้นที่แห่งที่หนึ่งในเดือนพฤษภาคมเท่ากับ 1.94 ลิตร ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.45 ลิตร และจากการบันทึกปริมาณน้ำฝนในเวลา 10 ปีที่ผ่านมา ปริมาณน้ำฝนโดยเฉลี่ยของพื้นที่แห่งที่สองในเดือนเดียวกันเท่ากับ 1.04 ลิตร ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.26 ลิตร จงทดสอบสมมติฐานที่ว่าปริมาณเฉลี่ยของน้ำฝนในพื้นที่แห่งแรกมากกว่าแห่งที่สอง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ถ้าความแปรปรวนของปริมาณน้ำฝนของพื้นที่ทั้งสองแห่งไม่เท่ากัน

วิธีทำ กำหนด μ_1 แทนปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยในพื้นที่แห่งแรก

μ_2 แทนปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยในพื้นที่แห่งที่สอง

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \qquad \text{หรือ} \qquad H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_1 : \mu_1 > \mu_2 \qquad\qquad\quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$$

ตัวสถิติทดสอบคือ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$= \frac{(1.94 - 1.04) - 0}{\sqrt{\frac{(0.45)^2}{15} + \frac{(0.26)^2}{10}}}$$

$$= 6.32$$

เนื่องจากไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร แต่ทราบว่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่มไม่เท่ากัน ดังนั้นตัวสถิติทดสอบจะมีการแจกแจงแบบ t ที่องศาแห่งความเป็นอิสระ ดังนี้

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2 - 1}}$$

$$= \frac{\left[\frac{(0.45)^2}{15} + \frac{(0.26)^2}{10}\right]^2}{\frac{((0.45)^2/15)^2}{15-1} + \frac{((0.26)^2/10)^2}{10-1}}$$

$$\approx 23$$

ดังนั้น ค่าวิกฤต $t_{\alpha,\nu} = t_{0.05,23} = 1.714$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ T=6.32 มากกว่า 1.714 อยู่ในบริเวณวิกฤติ ดังนั้นปฏิเสธ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ หมายความว่า ปริมาณน้ำฝนในพื้นที่แห่งแรกมีปริมาณมากกว่าแห่งที่สองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ตัวอย่าง 6.12 บริษัทต้องการทดสอบประสิทธิภาพการใช้เครื่องมือตัดชนิดที่ 1 และ 2 จากการวัดความคลาดเคลื่อนของความยาวในการตัด โดยทราบว่าค่าแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของความยาวในการตัดของเครื่องมือตัดชนิดที่ 1 และ 2 ไม่เท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ประสิทธิภาพของเครื่องมือทั้งสองชนิดแตกต่างกันหรือไม่ จากการเก็บรวบรวมข้อมูลได้ผล ดังนี้

$n_1 = 16$ $\bar{x}_1 = 0.41$ $s_1^2 = 0.0025$ และ $n_2 = 12$ $\bar{x}_2 = 0.38$ $s_2^2 = 0.0004$

วิธีทำ กำหนด μ_1 แทนความคลาดเคลื่อนของความยาวในการตัดของเครื่องมือชนิดที่ 1

μ_2 แทนคลาดเคลื่อนของความยาวในการตัดของของเครื่องมือชนิดที่ 2

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

เนื่องจากไม่ทราบค่าแปรปรวน ขนาดตัวอย่างเล็ก และความแปรปรวนไม่เท่ากัน

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$= \frac{0.41 - 0.38}{\sqrt{\frac{0.0025}{16} + \frac{0.0004}{12}}}$$

$$= 2.18$$

ค่าวิกฤติ $\pm t_{\frac{\alpha}{2},\nu}$ โดยที่องศาแห่งความเป็นอิสระ ν จาก

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

$$= 20.8$$

$$\cong 21$$

ดังนั้นค่าวิกฤต $\pm t_{\frac{\alpha}{2},\nu} = \pm t_{0.025,21} = \pm 2.08$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ T = 2.18 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 สรุปว่าประสิทธิภาพการใช้เครื่องมือตัดยี่ห้อ A และ B แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวอย่าง 6.13 ในการทดลองความแข็งแกร่งของกันชน 2 ชนิด โดยเลือกตัวอย่างรถยนต์มา 2 กลุ่ม กลุ่มแรก 11 คัน ใช้กันชนแบบ A กลุ่มสอง 9 คัน ใช้กันชนแบบ B ทำการทดสอบโดยขับรถยนต์ชนกำแพงด้วยความเร็ว 10 ไมล์/ชม. แล้วสำรวจความเสียหายจากค่าใช้จ่ายในการซ่อมเป็นเกณฑ์ประเมินความแข็งแกร่ง ได้ผลดังนี้

กันชนแบบ A ใช้ค่าซ่อมโดยเฉลี่ย 235 บาท ความแปรปรวน 421 บาท^2

กันชนแบบ B ใช้ค่าซ่อมโดยเฉลี่ย 286 บาท ความแปรปรวน 511 บาท^2

อยากทราบว่ากันชนแบบ A แข็งแกร่งกว่ากันชนแบบ B หรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ถ้าความแปรปรวนของข้อมูล 2 กลุ่มเท่ากัน

วิธีทำ กำหนด μ_1 แทนค่าซ่อมเฉลี่ยของกันชนแบบ A

μ_2 แทนค่าซ่อมเฉลี่ยของกันชนแบบ B

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 < \mu_2$$

เนื่องไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ และตัวอย่างมีขนาดเล็ก ดังนั้น

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}$$
$$= \sqrt{\frac{(11-1)421+(9-1)511}{11+9-2}}$$
$$= 21.47$$

ตัวสถิติทดสอบคือ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$
$$= \frac{235-286}{21.47\sqrt{\frac{1}{11}+\frac{1}{9}}}$$
$$= -5.28$$

ค่าวิกฤต $-t_{\alpha, n_1+n_2-2} = -t_{0.01, 18} = -2.552$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ T = -5.28 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่ากันชนแบบ A เสียค่าซ่อมโดยเฉลี่ยน้อยกว่ากันชนแบบ B หรือกันชนแบบ A มีความแข็งแกร่งกว่ากันชนแบบ B อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

ตัวอย่าง 6.14 ในการทดสอบคุณภาพของยางรถยนต์ 2 ยี่ห้อ คือ A และ B จึงสุ่มตัวอย่างยางรถยนต์มายี่ห้อละ 5 เส้น แล้วใส่ยางรถยนต์ยี่ห้อละ 1 เส้นที่ล้อหลังของรถยนต์แต่ละคัน แล้วให้รถยนต์ทุกคันวิ่งจนกว่ายางจะเสีย โดยบันทึกระยะทางที่วิ่งไว้ดังนี้

รถยนต์คันที่	ระยะทางที่วิ่งได้ (10,000 km) ยางรถยนต์ A	ยางรถยนต์ B	ผลต่าง d_i
1	10.6	10.2	0.4
2	9.8	9.4	0.4
3	12.3	11.8	0.5
4	9.7	9.1	0.6
5	8.8	8.3	0.5

อยากทราบว่าคุณภาพของยางรถยนต์ A และ B แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ

วิธีทำ ตัวอย่างนี้วัดคุณภาพของยางรถยนต์จากระยะทางที่ได้เมื่อใช้ยางรถยนต์ A และ B ดังนั้น สมมติฐานคือยางรถยนต์ A และยางรถนยต์ B วิ่งได้ระยะทางเฉลี่ยแตกต่างกัน

กำหนด μ_1 แทนระยะทางเฉลี่ยเมื่อใช้ยางรถยนต์ A

μ_2 แทนระยะทางเฉลี่ยเมื่อใชยางรถยนต์ B

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \qquad \text{หรือ} \qquad H_0 : \mu_d = 0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \qquad\qquad\quad H_1 : \mu_d \neq 0$$

เนื่องจาก

$$\bar{d} = \frac{2.4}{5} = 0.48,\ s_d = \sqrt{\frac{\sum(d-\bar{d})^2}{n-1}} = \sqrt{0.007} = 0.0837,\ \mu_d = 0,\ n = 5$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}$$
$$= \frac{0.48 - 0}{0.0837 / 5}$$
$$= 12.8$$

ค่าวิกฤต $t_{\frac{\alpha}{2}}, n-1 = t_{0.025,4} = 2.77$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ T=12.8 มากกว่า 2.77 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่า คุณภาพของยางรถยนต์ A และ B แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวอย่าง 6.15 ในการทดสอบความสามารถของนักศึกษาสาขาเลขานุการในการพิมพ์ โดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ก่อนและหลังการอบรมได้เวลาในการใช้พิมพ์ดังนี้

คนที่	เวลาก่อนอบรม	เวลาหลังอบรม	ผลต่าง
1	55	50	5
2	46	42	4
3	78	70	8
4	61	63	-2
5	52	58	-6
6	45	35	10
7	47	46	1
8	57	52	5
9	71	60	11
10	58	49	9

ให้ทดสอบว่าหลังการอบรมนักศึกษาสามารถพิมพ์ได้ดีขึ้นหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนด μ_d แทนค่าเฉลี่ยผลต่างของเวลาที่ใช้ในการพิมพ์ก่อนและหลังการอบรม

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_d = 0$$
$$H_1 : \mu_d > 0$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$$
$$= \frac{4.5 - 0}{\frac{5.48}{\sqrt{10}}}$$
$$= 2.596$$

ค่าวิกฤต $t_{\alpha,n-1} = t_{0.05,9} = 1.833$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ T= 2.596 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 สรุปว่าหลังการอบรมนักศึกษาใช้เวลาในการพิมพ์น้อยลง หมายความว่าการอบรมมีผลทำให้การพิมพ์ดีขึ้นที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนของประชากร 1 กลุ่ม (σ^2)

เป็นการทดสอบความสม่ำเสมอของข้อมูลของเหตุการณ์บางอย่าง เช่น ผลผลิต หรือขบวนการผลิตว่าเป็นไปตามค่าที่คาดคะเนไว้ (σ_0^2) หรืออยู่ในขอบเขตที่ยอมรับได้หรือไม่

กำหนด σ^2 แทนความแปรปรวนของข้อมูลในประชากร

σ_0^2 แทนค่าคงที่ที่คาดคะเน

ดังนั้นสมมติฐานเชิงสถิติ คือ

$$\begin{array}{l} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{array} \quad \text{หรือ} \quad \begin{array}{l} H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{array} \quad \text{หรือ} \quad \begin{array}{l} H_0 : \sigma^2 \geq \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2 \end{array}$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

โดยที่องศาแห่งความเป็นอิสระคือ n-1

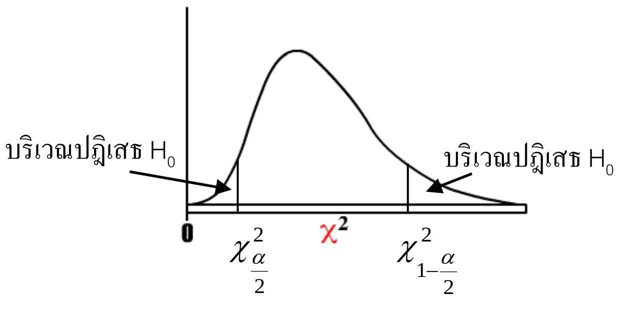
เมื่อ n แทนจำนวนตัวอย่าง

s^2 แทนความแปรปรวนของข้อมูลจากตัวอย่าง

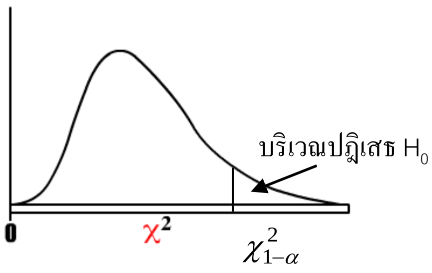
σ_0^2 แทนค่าคงที่ที่คาดคะเน

ค่าวิกฤตและบริเวณปฏิเสธในการทดสอบสมมติฐานแต่ละประเภทเป็น ดังนี้

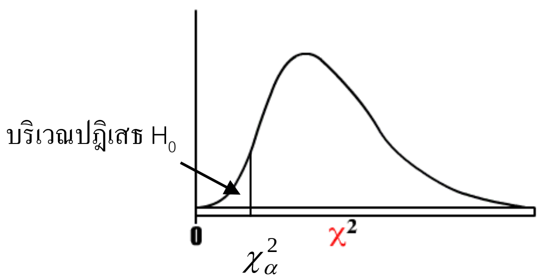
การทดสอบ 2 ทาง



การทดสอบทางขวา



การทดสอบทางซ้าย



ตัวอย่าง 6.16 นักจิตวิทยาสนใจที่จะทราบความแปรผันของเวลาที่ผู้ขับรถยนต์มีต่อสิ่งเร้าที่เห็น จึงสุ่มตัวอย่างผู้ขับรถยนต์ เพื่อทดลองจำนวน 16 คน พบว่าเวลาที่คนขับมีปฏิกิริยาต่อสิ่งเร้ามีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.0072 วินาที ถ้านักจิตวิทยานี้เชื่อว่าเวลาที่คนขับมีปฏิกิริยาต่อสิ่งเร้าสม่ำเสมอแตกต่างจาก 0.005 วินาทีหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนด σ^2 แทนความแปรปรวนของเวลาที่ผู้ขับรถยนต์มีต่อสิ่งเร้าที่เห็น

σ_0^2 แทนค่าคงที่ที่คาดไว้เท่ากับ 0.005^2

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \sigma^2 = 0.005^2$$
$$H_1 : \sigma^2 \neq 0.005^2$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \\ &= \frac{(16-1)0.00005184}{0.000025} \\ &= 31.1\end{aligned}$$

ค่าวิกฤต

$$\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0.025,15} = 6.26$$
$$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0.975,15} = 27.5$$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ χ^2 = 31.1 มีค่ามากกว่า 27.5 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่า เวลาที่คนขับมีปฏิกิริยาต่อสิ่งเร้ามีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแตกต่างจาก 0.005 วินาที ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวอย่าง 6.17 บริษัทผู้ผลิตปูนซีเมนต์ออกจำหน่ายแห่งหนึ่งโฆษณาว่า คอนกรีตที่สร้างขึ้นโดยใช้ปูนซีเมนต์ของเขา มีความแข็งแรงทนทาน ด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 10 kg./inch^2 เพื่อทดสอบว่าสิ่งที่บริษัทโฆษณานั้นจริงหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จึงทำการสุ่มคอนกรีตที่ใช้ปูนซีเมนต์ของบริษัทนี้มาตรวจสอบจำนวน 5 ชิ้น พบว่าคอนกรีตมีความแข็งแรงเฉลี่ย 312 kg./inch^2 ความแปรปรวน 195 $(\text{kg./inch}^2)^2$

วิธีทำ กำหนด σ^2 แทนความแปรปรวนของความแข็งแรงทนทานของปูนซีเมนต์

σ_0^2 แทนค่าคงที่ที่คาดไว้เท่ากับ 100

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \sigma^2 \le 100$$
$$H_1 : \sigma^2 > 100$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$\chi^2 = \frac{(n-1)\,s^2}{\sigma_0^2}$$
$$= \frac{(5-1)195}{100}$$
$$= 7.8$$

ค่าวิกฤต $\chi^2_{1-\alpha,n-1} = \chi^2_{0.95,4} = 9.49$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ $\chi^2 =$ 9.49 มีค่าอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่า คอนกรีตที่สร้างขึ้นโดยใช้ปูนซีเมนต์ของเขามีความแข็งแรงทนทาน ด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 10 kg./inch^2 จริง ดังนั้นสิ่งที่บริษัทโฆษณาเป็นจริงที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวอย่าง 6.18 บริษัท พี พี การบัญชี เป็นบริษัทรับให้คำปรึกษาด้านบัญชีโดยผู้เชี่ยวชาญด้านการบัญชีโดยเฉพาะ ซึ่งในอดีตที่ผ่านมาลูกค้าแต่ละรายใช้เวลาในการรับคำปรึกษาเท่ากับ 2 ชั่วโมง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 0.5 ชั่วโมง ถ้าเวลาเบี่ยงเบนเกิน 0.5 ชั่วโมง ลูกค้าจะต้องรอนานเกิน และบริษัทต้องเสียค่าล่วงเวลาให้ผู้เชี่ยวชาญ เพื่อการวางแผนขยายงานที่ถูกต้องทางบริษัทต้องการทราบว่าเวลาการให้บริการลูกค้าแต่ละรายยังมีเวลาเบี่ยงเบนไม่เกิน 0.5 ชั่วโมงหรือไม่ จึงทำการเลือกลูกค้ามา 20 ราย เพื่อจับเวลาการรับบริการ พบว่าค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.571 ชั่วโมง ให้ตอบคำถามของบริษัท พี พี การบัญชี ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

วิธีทำ กำหนด σ^2 แทนความแปรปรวนของเวลาในการให้บริการคำปรึกษาด้านบัญชี

σ_0^2 แทนค่าคงที่ที่คาดไว้เท่ากับ 0.25

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \sigma^2 \le 0.25$$
$$H_1 : \sigma^2 > 0.25$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(20-1)0.326}{0.25} = 24.78$$

ค่าวิกฤต $\chi^2_{1-\alpha,n-1} = \chi^2_{0.90,19} = 27.2$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ χ^2 =24.78 มีค่าอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่าเวลาการให้บริการลูกค้าแต่ละรายยังมีเวลาเบี่ยงเบนไม่เกิน 0.5 ชั่วโมงที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่ม $\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right)$

ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่มนี้ มักจะใช้ทดสอบเพื่อทราบว่าความแปรปรวนของข้อมูลสองกลุ่มเท่ากันหรือไม่ เพื่อในผลที่ได้ไปใช้ในการเลือกตัวสถิติทดสอบในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม กรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเล็กและไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2

กำหนด σ_1^2 แทนความแปรปรวนของข้อมูลในประชากรกลุ่มที่ 1

σ_2^2 แทนความแปรปรวนของข้อมูลในประชากรกลุ่มที่ 2

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$\begin{array}{l} H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{array} \quad \text{หรือ} \quad \begin{array}{l} H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \end{array} \quad \text{หรือ} \quad \begin{array}{l} H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \end{array}$$

หรือเขียนในรูปอัตราส่วน

$$\begin{array}{l} H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \\ H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1 \end{array} \quad \text{หรือ} \quad \begin{array}{l} H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq 1 \\ H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1 \end{array} \quad \text{หรือ} \quad \begin{array}{l} H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \geq 1 \\ H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1 \end{array}$$

ดังนั้นในบางครั้งจึงเรียกว่าการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับอัตราส่วนของความแปรปรวน

ตัวสถิติทดสอบขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของความแปรปรวนที่ต้องการเปรียบเทียบว่าค่าใดมากกว่า ดังนั้นตัวสถิติทดสอบจึงขึ้นอยู่กับสมมติฐานเชิงสถิติดังนี้

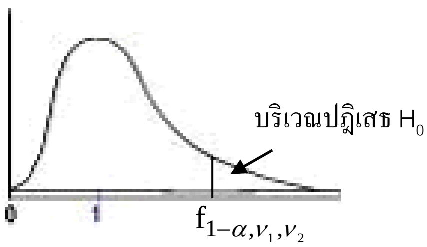
ภายใต้สมมติฐานเชิงสถิติ $H_0 : \sigma_1^2 \le \sigma_2^2$
$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

องศาแห่งความเป็นอิสระ $\nu_1 = n_1 - 1$ และ $\nu_2 = n_2 - 1$

ค่าวิกฤต $f_{1-\alpha,\nu_1,\nu_2}$ และบริเวณปฏิเสธเป็นดังนี้



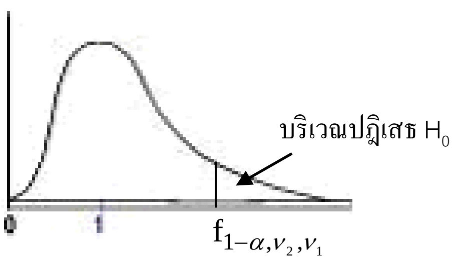
ภายใต้สมมติฐานเชิงสถิติ $H_0 : \sigma_1^2 \ge \sigma_2^2$
$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$F = \frac{s_2^2}{s_1^2}$$

องศาแห่งความเป็นอิสระ $\nu_2 = n_2 - 1$ และ $\nu_1 = n_1 - 1$

ค่าวิกฤต $f_{1-\alpha,\nu_2,\nu_1}$ และบริเวณปฏิเสธเป็นดังนี้



ภายใต้สมมติฐานเชิงสถิติ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \qquad \text{ถ้า} \qquad s_1^2 > s_2^2$$

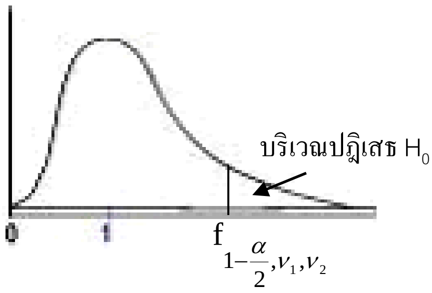
ค่าวิกฤต $f_{1-\frac{\alpha}{2},\nu_1,\nu_2}$

หรือ

$$F = \frac{s_2^2}{s_1^2} \qquad \text{ถ้า} \qquad s_2^2 > s_1^2$$

ค่าวิกฤต $f_{1-\frac{\alpha}{2},\nu_2,\nu_1}$

ค่าวิกฤต และบริเวณปฏิเสธเป็นดังนี้



ตัวอย่าง 6.19 จากการตรวจสอบปริมาณไขมันที่มีในไอศกรีม 2 ชนิด โดยสุ่มตัวอย่างไอศกรีม 2 ชนิด จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ และเป็นอิสระกันอย่างละ 5 ตัวอย่าง พบว่าค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของปริมาณไขมันของไอศกรีมชนิดที่ 1 เท่ากับ 20 mg และ 0.165 mg^2 และชนิดที่ 2 เท่ากับ 15 mg และ 0.205 mg^2 ต้องการทดสอบว่าปริมาณไขมันเฉลี่ยในไอศกรีมชนิดที่ 1 และ 2 แตกต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

1. ความแปรปรวนของปริมาณไขมันของไอศกรีมชนิดที่ 1 และ 2 เท่ากันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02

2. ปริมาณไขมันเฉลี่ยในไอศกรีมชนิดที่ 1 และ 2 แตกต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ ขั้นที่ 1 กำหนด σ_1^2 แทนความแปรปรวนของปริมาณไขมันในไอศกรีมชนิดที่ 2

σ_2^2 แทนความแปรปรวนของปริมาณไขมันในไอศกรีมชนิดที่ 1

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{0.205}{0.165} = 1.24$$

ค่าวิกฤต $f_{1-\frac{\alpha}{2},\nu_1,\nu_2} = f_{0.99,4,4} = 16.0$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ F = 1.24 อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่าแปรปรวนของปริมาณไขมันในไอศกรีมชนิดที่ 1 และ 2 เท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02

ขั้นที่ 2 กำหนด μ_1 แทนปริมาณไขมันเฉลี่ยในไอศกรีมชนิดที่ 1

μ_2 แทนปริมาณไขมันเฉลี่ยในไอศกรีมชนิดที่ 2

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{(20-15) - 0}{0.43\sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}}} = 18.52$$

ค่าวิกฤต $\pm t_{\frac{\alpha}{2},n_1+n_2-2} = \pm t_{0.025,8} = \pm 2.306$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ T = 18.52 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่า ปริมาณไขมันเฉลี่ยในไอศกรีมชนิดที่ 1 และ 2 แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

ตัวอย่าง 6.20 นักลงทุนเชื่อว่าหุ้นของบริษัท A มีความเสี่ยงมากกว่าหุ้นของบริษัท B ความเสี่ยงนี้วัดจากราคาหุ้นที่ผันแปรไปในแต่ละวัน จึงมีการทดสอบความเชื่อข้างต้นโดยสุ่มราคาหุ้นบริษัท A มา 25 วัน และราคาหุ้นบริษัท B มา 24 วัน จากราคาหุ้นที่มีการแจกแจงแบบปกติ คำนวณค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ $s_A = 0.76$ และ $s_B = 0.46$ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนด σ_1^2 แทนความแปรปรวนของราคาหุ้นของบริษัท A

σ_2^2 แทนความแปรปรวนของราคาหุ้นของบริษัท B

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \sigma_1^2 \le \sigma_2^2$$
$$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$\begin{aligned} F &= \frac{s_1^2}{s_2^2} \\ &= \frac{0.5776}{0.2116} \\ &= 2.73 \end{aligned}$$

ค่าวิกฤต $f_{1-\alpha,\nu_1,\nu_2} = f_{0.95,24,23} = 2.01$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ F=2.73 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่าหุ้นของบริษัท A มีความเสี่ยงมากกว่าหุ้นของบริษัท B อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัดส่วนของประชากร 1 กลุ่ม (p)

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัดส่วนอาจมีความจำเป็นในงานหลาย ๆ ด้าน เช่น ด้านอุตสาหกรรมอาจต้องการทราบเกี่ยวกับสัดส่วนของชิ้นส่วนที่ชำรุดในการผลิต หรือนักการเมืองอาจต้องการทราบสัดส่วนเกี่ยวกับผู้ที่ต้องการลงคะแนนเสียงให้ ดังนั้นการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัดส่วน คือ การทดสอบว่าสัดส่วนของสิ่งที่สนใจมีค่าเป็นไปตามค่าใดค่าหนึ่งที่กำหนดหรือไม่

กำหนด p แทนสัดส่วนของสิ่งที่สนใจ

p_0 แทนค่าคงที่

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$\begin{matrix} H_0 : p = p_0 \\ H_1 : p \ne p_0 \end{matrix} \quad \text{หรือ} \quad \begin{matrix} H_0 : p \le p_0 \\ H_1 : p > p_0 \end{matrix} \quad \text{หรือ} \quad \begin{matrix} H_0 : p \ge p_0 \\ H_1 : p < p_0 \end{matrix}$$

ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ แทนสัดส่วนสิ่งที่สนใจจากตัวอย่าง

p_0 แทนค่าคงที่ที่คาดไว้

q_0 แทนสัดส่วนสิ่งที่ไม่สนใจจากตัวอย่าง หรือ $1-p_0$

n แทนจำนวนตัวอย่าง

ค่าวิกฤต คือ $z_\alpha, -z_\alpha, \pm z_{\frac{\alpha}{2}}$

ตัวอย่าง 6.21 บริษัทขายเครื่องสำอางยี่ห้อ tell me คาดว่าผู้หญิงไทยใช้เครื่องสำอางยี่ห้อนี้อย่างน้อย 20% จึงสุ่มตัวอย่างผู้หญิงไทยมา 500 คน ปรากฏว่ามีผู้ใช้เครื่องสำอางยี่ห้อนี้ 95 คน อยากทราบว่าสิ่งที่บริษัทคาดไว้เป็นจริงหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1

วิธีทำ กำหนด p แทนสัดส่วนของผู้หญิงไทยใช้เครื่องสำอางยี่ห้อ tell me

p_0 แทนค่าคงที่เท่ากับ 0.20

จะได้ $\hat{p} = \frac{95}{500} = 0.19$ และ $q_0 = 1 - 0.20 = 0.80$

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : p \geq 0.20$$
$$H_1 : p < 0.20$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} \\ &= \frac{0.19 - 0.20}{\sqrt{\frac{(0.20)(0.80)}{500}}} \\ &= \frac{-0.01}{0.018} \\ &= -0.56 \end{aligned}$$

ค่าวิกฤต $-z_\alpha = -1.282$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ Z= -0.56 อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่าสัดส่วนผู้หญิงไทยใช้เครื่องสำอางยี่ห้อ tell me มีค่าอย่างน้อย 20% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

ตัวอย่าง 6.22 จากประสบการณ์ที่ผ่านมานักบาสเกตบอลสามารถชู้ตลูกลงห่วง 60% ของจำนวนที่ชู้ตทั้งหมดภายหลังการฝึกโดยครูฝึกคนใหม่ ในการชู้ต 100 ครั้ง ต่อมาปรากฏว่านักบาสเกตบอลสามารถชู้ตลูกลงห่วง 70 ครั้ง เราจะกล่าวอ้างได้หรือไม่ว่าการชู้ตลูกของเขาดีขึ้นที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนด p แทนสัดส่วนของความสามารถในการชู้ตลูกลงห่วงของนักบาสเกตบอล

p_0 แทนค่าคงที่เท่ากับ 0.60

จะได้ $\hat{p} = \frac{70}{100} = 0.70$ และ $q_0 = 1 - 0.60 = 0.40$

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : p = 0.60$$
$$H_1 : p > 0.60$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0.7 - 0.6}{\sqrt{\frac{(0.6)(0.4)}{100}}} = 2.04$$

ค่าวิกฤต $z_\alpha = 1.645$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ Z= 2.04 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่าความสามารถในการชู้ตลูกลงห่วงของนักบาสเกตบอลผู้นี้ดีขึ้น ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวอย่าง 6.23 บริษัทแห่งหนึ่งอ้างว่าสินค้าที่บริษัทผลิตได้มาตรฐานตามที่กำหนดมากกว่า 96% แต่จากการสุ่มตัวอย่างสินค้าที่บริษัทแห่งนี้ผลิตจำนวน 400 ชิ้น พบว่ามี 20 ชิ้นที่ไม่ได้มาตรฐาน จะสามารถสรุปได้หรือไม่ว่าสิ่งที่บริษัทอ้างเป็นจริง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนด p แทนสัดส่วนของสินค้าที่บริษัทผลิตได้มาตรฐานตามที่กำหนด

p_0 แทนค่าคงที่เท่ากับ 0.96

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : p \le 0.96$$
$$H_1 : p > 0.96$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$$
$$= \frac{0.95 - 0.96}{\sqrt{\frac{(0.96)(0.04)}{400}}}$$
$$= -1.00$$

ค่าวิกฤต $z_{\alpha} = 1.645$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ Z= -1.00 อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่าสินค้าที่บริษัทผลิตได้มาตรฐานตามที่กำหนดไม่เกิน 96% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือคำกล่าวอ้างของบริษัทไม่เป็นจริง

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัดส่วนของประชากร 2 กลุ่ม $(p_1 - p_2)$

เป็นการเปรียบเทียบสัดส่วนของสิ่งที่สนใจในประชากร 2 กลุ่ม หรือทดสอบผลต่างของสัดส่วนของสิ่งที่สนใจในประชากร 2 กลุ่มว่ามีค่าเป็นไปตามค่าคงที่ (p_0) ที่คาดไว้หรือไม่

ถ้าให้ p_1 และ p_2 เป็นสัดส่วนของสิ่งที่สนใจในประชากรกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ และ p_0 เป็นค่าคงที่ของผลต่างของสัดส่วนของสิ่งที่สนใจแล้ว ในการทดสอบสมมติฐานว่า p_1 และ p_2 แตกต่างกันหรือไม่ สามารถตั้งสมมติฐานเชิงสถิติได้ดังนี้

$$\begin{matrix} H_0 : p_1 = p_2 \\ H_1 : p_1 \ne p_2 \end{matrix} \quad \text{หรือ} \quad \begin{matrix} H_0 : p_1 \le p_2 \\ H_1 : p_1 > p_2 \end{matrix} \quad \text{หรือ} \quad \begin{matrix} H_0 : p_1 \ge p_2 \\ H_1 : p_1 < p_2 \end{matrix}$$

หรือในรูปแบบของผลต่าง ดังนี้

$$\begin{matrix} H_0 : p_1 - p_2 = p_0 \\ H_1 : p_1 - p_2 \ne p_0 \end{matrix} \quad \text{หรือ} \quad \begin{matrix} H_0 : p_1 - p_2 \le p_0 \\ H_1 : p_1 - p_2 > p_0 \end{matrix} \quad \text{หรือ} \quad \begin{matrix} H_0 : p_1 - p_2 \ge p_0 \\ H_1 : p_1 - p_2 < p_0 \end{matrix}$$

ดังนั้นในบางครั้งจึงเรียกว่าการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างของสัดส่วน

ตัวสถิติทดสอบแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

กรณี $p_0 = 0$ ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - 0}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$$

เมื่อ $\hat{p} = \frac{\sum x_{1i} + \sum x_{2i}}{n_1 + n_2}$

$\hat{p}_1$ แทนสัดส่วนของสิ่งที่สนใจจากตัวอย่างกลุ่มที่ 1

$\hat{p}_2$ แทนสัดส่วนของสิ่งที่สนใจจากตัวอย่างกลุ่มที่ 2

$\hat{q}$ แทน $1-\hat{p}$

n_1 แทนจำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 1

n_2 แทนจำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 2

ค่าวิกฤต คือ $z_\alpha, -z_\alpha, \pm z_{\frac{\alpha}{2}}$

กรณี $p_0 \neq 0$ ตัวสถิติทดสอบคือ

$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}}$$

เมื่อ $\hat{p}_1$ แทนสัดส่วนของสิ่งที่สนใจจากตัวอย่างกลุ่มที่ 1

$\hat{p}_2$ แทนสัดส่วนของสิ่งที่สนใจจากตัวอย่างกลุ่มที่ 2

$\hat{p}_0$ แทนผลต่างของ p_1 และ p_2 ภายใต้สมมติฐาน H_0

$\hat{q}_1$ แทน $1-\hat{p}_1$

$\hat{q}_2$ แทน $1-\hat{p}_2$

n_1 แทนจำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 1

n_2 แทนจำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 2

ค่าวิกฤต คือ $z_\alpha, -z_\alpha, \pm z_{\frac{\alpha}{2}}$

สรุปตัวสถิติทดสอบสำหรับสัดส่วนของสิ่งที่สนใจ

ตัวสถิติทดสอบสำหรับค่าสัดส่วน

ประชากร 1 กลุ่ม

ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$$

ประชากร 2 กลุ่ม

สัดส่วนเท่ากัน $(p_0 = 0)$

สัดส่วนไม่เท่ากัน $(p_0 \neq 0)$

ค่าวิกฤต $\quad z_\alpha \quad -z_\alpha \quad \pm z_{\frac{\alpha}{2}}$

ตัวสถิติทดสอบสำหรับค่าสัดส่วนของประชากร 2 กลุ่ม

$p_0 = 0$ **สัดส่วนเท่ากัน**

ตัวสถิติทดสอบ

$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - 0}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$$

สัดส่วนไม่เท่ากัน $p_0 \neq 0$

ตัวสถิติทดสอบ

$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}}$$

ค่าวิกฤต คือ

$$z_\alpha,\ -z_\alpha,\ \pm z_{\frac{\alpha}{2}}$$

เมื่อ $\hat{p} = \dfrac{\sum x_{1i} + \sum x_{2i}}{n_1 + n_2}$ $\quad \sum x_{1i} + \sum x_{2i}$ **คือ ผลรวมของจำนวนสิ่งที่สนใจในตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และ 2**

ตัวอย่าง 6.24 ในการทดลองเพื่อทดสอบประสิทธิภาพของยาที่ใช้รักษาหมู โดยแบ่งหมูที่เป็นโรคชนิดหนึ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 100 ตัว และทดลองให้ยาแก่หมูกลุ่มที่ 1 แต่ไม่ให้ยาแก่หมูกลุ่มที่ 2 นอกจากนั้นได้ควบคุมตัวแปรอื่น ๆ ให้มีความสม่ำเสมอกันทั้งสองกลุ่ม จากการทดลองพบว่าหมูกลุ่มที่ 1 หายจากโรค 75 ตัว ส่วนหมูกลุ่มที่ 2 หายจากโรค 65 ตัว จงทดสอบสมมติฐานว่ายาจะช่วยในการรักษาโรคที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนด p_1 แทนสัดส่วนของหมูที่หายจากโรคในกลุ่มที่ทดลองให้ยา

p_2 แทนสัดส่วนของหมูที่หายจากโรคในกลุ่มที่ไม่ให้ยา

จะได้ $\hat{p}_1 = \frac{75}{100}$, $\hat{p}_2 = \frac{65}{100}$, $\alpha = 0.05$

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : p_1 = p_2$$

$$H_1 : p_1 > p_2$$

เนื่องจาก $p_0 = 0$ ดังนั้นตัวสถิติทดสอบ คือ

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

โดย $\hat{p} = \frac{\sum x_{1i} + \sum x_{2i}}{n_1 + n_2} = \frac{75+65}{200} = 0.70 \therefore \hat{q} = 0.3$

ดังนั้น

$$Z = \frac{(0.75 - 0.65)}{\sqrt{(0.7)(0.3)\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100}\right)}}$$

$$= 1.54$$

ค่าวิกฤต $Z_\alpha = Z_{0.05} = 1.645$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ Z = 1.54 อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่ายาไม่ช่วยในการรักษาโรคของหมูที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวอย่าง 6.25 ในการหยั่งเสียงการลงคะแนนของผู้มีสิทธิเลือกตั้งของเขต 1 และเขต 2 ต่อผู้สมัครเบอร์ 1 โดยสุ่มตัวอย่างผู้มีสิทธิ์เลือกตั้งจากเขต 1 จำนวน 300 คน และเขต 2 จำนวน 200 คน พบว่าในเขต 1 มีผู้ลงคะแนนให้เบอร์1 ร้อยละ 56 และเขต 2 ร้อยละ 48 อยากทราบว่าสัดส่วนของผู้ลงคะแนนให้ผู้สมัครเบอร์ 1 ในเขต 1 ต่างจากเขต 2 ไม่เกินร้อยละ 10 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

วิธีทำ กำหนด p_1 แทนสัดส่วนของผู้ลงคะแนนให้ผู้สมัครเบอร์ 1 ในเขต 1

p_2 แทนสัดส่วนของผู้ลงคะแนนให้ผู้สมัครเบอร์ 1 ในเขต 2

$n_1 = 300$ $n_2 = 200$ $\hat{p}_1 = 0.56$ $\hat{p}_2 = 0.48$ $p_0 = 0.1$

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0: p_1 - p_2 \le 0.10$$
$$H_0: p_1 - p_2 > 0.10$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_2} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}}$$
$$= \frac{(0.56 - 0.48) - 0.10}{\sqrt{\frac{(0.56)(0.44)}{300} + \frac{(0.48)(0.52)}{200}}}$$
$$= -0.44$$

ค่าวิกฤต $Z_{0.10} = 1.282$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ Z = - 0.44 อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่าสัดส่วนของผู้ลงคะแนนให้ผู้สมัครเบอร์ 1 ในเขต 1 ต่างจากเขต 2 ไม่เกินร้อยละ 10 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

ถ้าต้องการทดสอบว่า $p_1 = p_2$ หรือไม่

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0: p_1 = p_2$$
$$H_1: p_1 \ne p_2$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}_1\hat{q}_1\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

โดยที่ $\hat{p} = \frac{\sum x_{1i} + \sum x_{2i}}{n_1 + n_2} = \frac{(300)(0.56) + (200)(0.48)}{300 + 200} = 0.528$

$\hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0.528 = 0.472$

ดังนั้น $$Z = \frac{(0.56 - 0.48)}{\sqrt{(0.528)(0.472)\left(\frac{1}{300} + \frac{1}{200}\right)}}$$
$$= 1.75$$

ค่าวิกฤต $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.645$ และ $-z_{\frac{\alpha}{2}} = -1.645$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ Z = 1.75 อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่าสัดส่วนของผู้ลงคะแนนให้ผู้สมัครเบอร์ 1 ในเขต 1 ไม่ต่างจากเขต 2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

ตัวอย่าง 6.26 ในการศึกษาความพึงพอใจในการใช้ smart phone 2 ยี่ห้อ โดยสุ่มผู้ใช้ smart phone ทั้ง 2 ยี่ห้อ มายี่ห้อละ 200 คน พบว่ามีผู้พอใจในการใช้ smart phone ยี่ห้อแรก 84 คน ยี่ห้อที่สอง 96 คน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะสรุปได้หรือไม่ว่าความพึงพอใจในการใช้ smart phone ทั้ง 2 ยี่ห้อไม่แตกต่างกัน

วิธีทำ กำหนด p_1 แทนสัดส่วนของความพึงพอใจในการใช้ smart phone ยี่ห้อที่ 1

p_2 แทนสัดส่วนของความพึงพอใจในการใช้ smart phone ยี่ห้อที่ 2

จะได้ $\hat{p}_1 = \frac{84}{200}$, $\hat{p}_2 = \frac{96}{200}$, $\alpha = 0.05$

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : p_1 - p_2 = 0$$

$$H_1 : p_1 - p_2 \neq 0$$

เนื่องจาก $p_0 = 0$ ดังนั้นตัวสถิติทดสอบ คือ

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

โดย $\hat{p} = \frac{\sum x_{1i} + \sum x_{2i}}{n_1 + n_2} = \frac{84+96}{400} = 0.45 \therefore \hat{q} = 0.55$

ดังนั้น

$$Z = \frac{(0.42 - 0.48)}{\sqrt{(0.45)(0.55)\left(\frac{1}{200} + \frac{1}{200}\right)}}$$

$$= \frac{-0.06}{0.04975}$$

$$= -1.206$$

ค่าวิกฤต $\pm Z_{\frac{\alpha}{2}} = \pm Z_{0.025} = \pm 1.96$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ Z = -1.206 อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่าความพึงพอใจในการใช้ smart phone ทั้ง 2 ยี่ห้อไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป

1. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

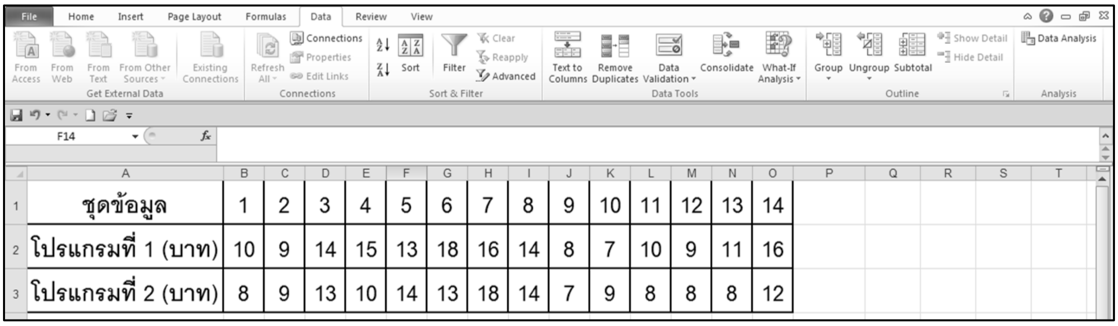
1.1 กรณีประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระกัน

ตัวอย่าง 6.27 ต้องการเปรียบเทียบโปรแกรมวิเคราะห์ทางสถิติ 2 โปรแกรม ว่าโปรแกรมทั้ง 2 มีต้นทุนของการวิเคราะห์ข้อมูลแตกต่างกันหรือไม่ ผู้ศึกษาได้นำข้อมูลมา 14 ชุด ในแต่ละชุดได้ใช้โปรแกรมสถิติทั้ง 2 โปรแกรมวิเคราะห์ข้อมูล และบันทึกต้นทุนการวิเคราะห์ไว้ ได้ผลดังนี้

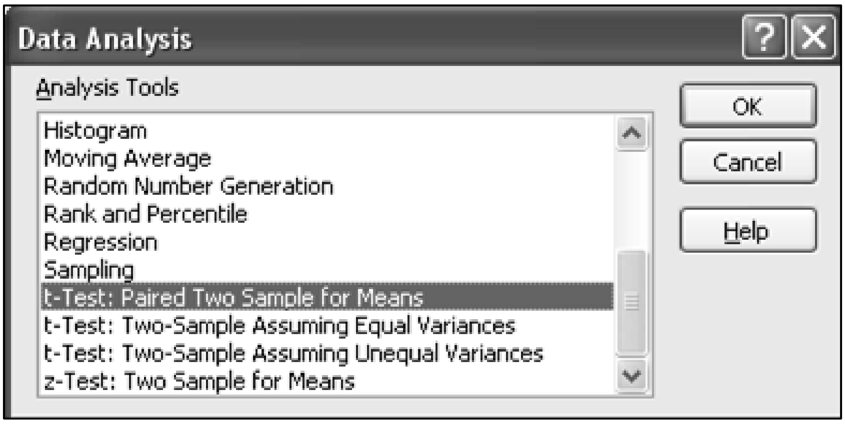
ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
โปรแกรมที่ 1 (บาท)	10	9	14	15	13	18	16	14	8	7	10	9	11	16
โปรแกรมที่ 2 (บาท)	8	9	13	10	14	13	18	14	7	9	8	8	8	12

จงตอบคำถามของผู้ศึกษา ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ขั้นตอนที่ 1 ใส่ข้อมูลดังรูป เลือกเมนู Data เลือก Data Analysis



ขั้นตอนที่ 2 ในหน้าต่าง Data Analysis เลือก t-Test: Paired Two Sample for means เลือก OK

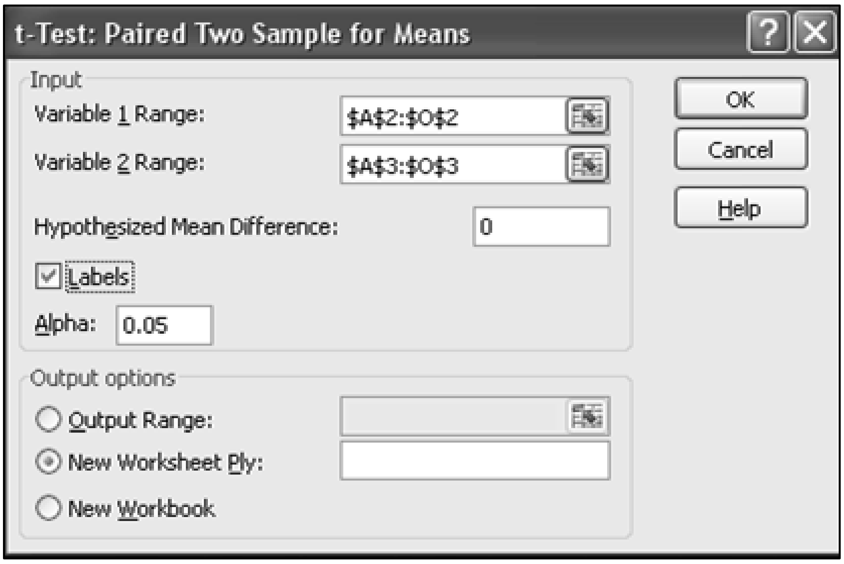


ขั้นตอนที่ 3 ในส่วน Input Variable 1 Range คือระบุเซลข้อมูลของตัวแปรที่ 1

Variable 2 Range คือระบุเซลข้อมูลของตัวแปรที่ 2

Hypothesized Mean Difference คือผลต่างของค่าเฉลี่ย หรือ μ_0

Alpha คือค่าระดับนัยสำคัญ



ขั้นตอนที่ 3 ได้ผลลัพธ์ ดังนี้

	A	B	C	D
1		t-Test: Paired Two Sample for Means		
2				
3			*โปรแกรมที่ 1 (บาท)*	*โปรแกรมที่ 2 (บาท)*
4	ค่าเฉลี่ย	Mean	12.14285714	10.78571429
5	ความแปรปรวน	Variance	11.82417582	10.48901099
6	จำนวนตัวอย่าง	Observations	14	14
7	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	Pearson Correlation	0.762755577	
8	ผลต่างค่าเฉลี่ย	Hypothesized Mean Difference	0	
9	df=n-1	df	13	
10	สถิติทดสอบ T กรณีค่าเฉลี่ย 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระ	**t Stat**	**2.200712897**	
11	p_value การทดสอบทางเดียว	P(T<=t) one-tail	0.023218342	
12	ค่าวิกฤตทางเดียว $t_{\alpha,n-1}$	**t Critical one-tail**	**1.770931704**	
13	p_value การทดสอบ 2 ทาง	P(T<=t) two-tail	0.046436683	
14	ค่าวิกฤต 2 ทาง $\pm t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$	**t Critical two-tail**	**2.16036824**	
15				

วิธีทำ กำหนด μ_1 แทนต้นทุนการวิเคราะห์ข้อมูลเฉลี่ยของโปรแกรมที่ 1

μ_2 แทนต้นทุนการวิเคราะห์ข้อมูลเฉลี่ยของโปรแกรมที่ 2

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 - \mu_2 = 0 \\ H_1 &: \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \end{aligned} \quad \text{หรือ} \quad \begin{aligned} H_0 &: \mu_d = 0 \\ H_1 &: \mu_d \neq 0 \end{aligned}$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}$$

$$= 2.20$$

ค่าวิกฤต $\pm t_{\frac{\alpha}{2},n-1} = \pm t_{0.025,13} = \pm 2.16$

เนื่องจากค่า $T = 2.20$ อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่าต้นทุนในการวิเคราะห์ข้อมูลเฉลี่ยเมื่อใช้โปรแกรมที่ 1 และ 2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

1.2 กรณีประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน

ตัวอย่าง 6.28 ในการควบคุมกระบวนการกลึงก้านวาล์วเครื่องยนต์ ซึ่งมีข้อกำหนดให้มีเส้นผ่านศูนย์กลางก้านวาล์วเท่ากับ 6.35 มิลลิเมตร หรือ 0.250 นิ้ว หลังจากการวิเคราะห์ปริมาณการผลิต โดยเก็บข้อมูลวันละ 5 ครั้ง จำนวน 5 วัน ทำการวัดเส้นผ่านศูนย์กลางของก้านวาล์ว ที่ผลิตจากเครื่องจักร A และ B แล้วบันทึกผลดังนี้

ข้อมูลเส้นผ่านศูนย์กลางของก้านวาล์ว (หน่วยเป็น mm)

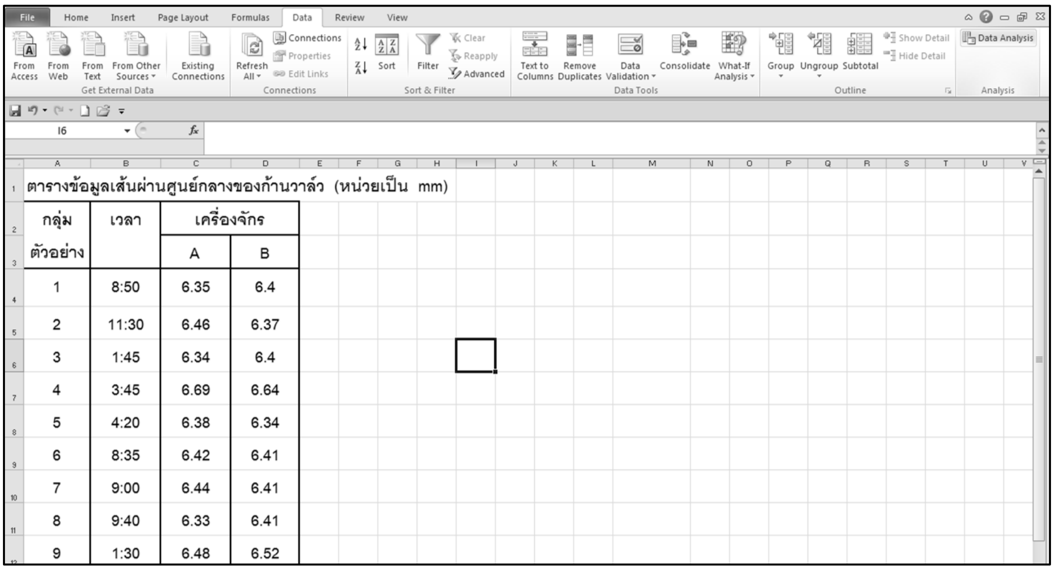
กลุ่มตัวอย่าง	เวลา	เครื่องจักร	
		1	2
1	8:50	6.35	6.40
2	11:30	6.46	6.37
3	1:45	6.34	6.40
4	3:45	6.69	6.64
5	4:20	6.38	6.34
6	8:35	6.42	6.41
7	9:00	6.44	6.41
8	9:40	6.33	6.41
9	1:30	6.48	6.52
10	2:50	6.47	6.43
11	8:30	6.38	6.41
12	1:35	6.37	6.37

กลุ่มตัวอย่าง	เวลา	เครื่องจักร	
		1	2
13	2:25	6.40	6.38
14	2:35	6.38	6.39
15	3:55	6.50	6.42
16	8:25	6.33	6.35
17	9:25	6.41	6.40
18	11:00	6.38	6.44
19	2:35	6.33	6.32
20	3:15	6.56	6.55
21	9:35	6.38	6.40
22	10:20	6.39	6.42
23	11:35	6.42	6.39
24	2:00	6.43	6.36
25	4:25	6.39	6.38

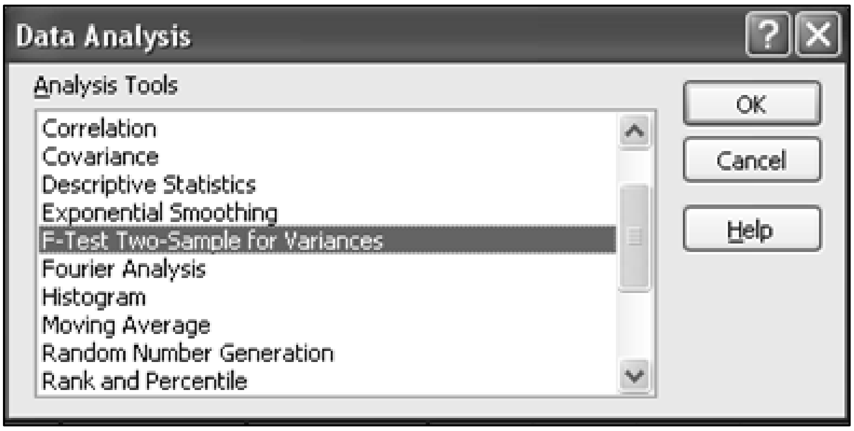
เครื่องจักร A และ B สามารถกลึงก้านวาล์วเครื่องยนต์ได้แตกต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ขั้นที่ 1 ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนของเส้นผ่านศูนย์กลางของก้านวาล์วที่กลึงจากเครื่องจักรทั้ง 2 เครื่อง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

ขั้นตอนที่ 1 ใส่ข้อมูลดังรูป เลือกเมนู Data เลือก Data Analysis



ขั้นตอนที่ 2 ในหน้าต่าง Data Analysis เลือก F-Test Two Sample for Variances เลือก OK

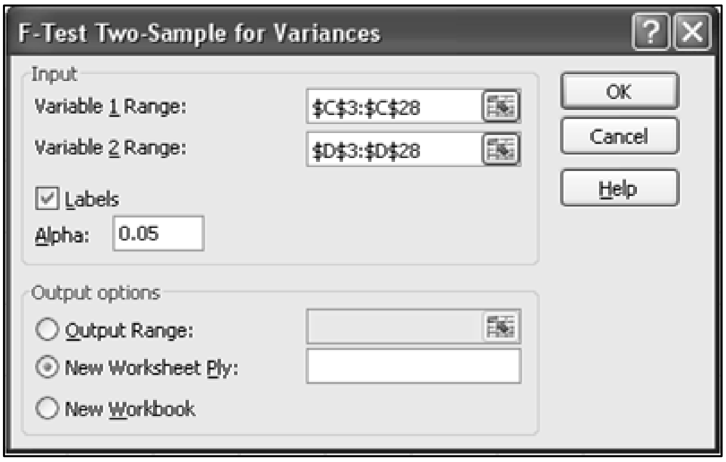


ขั้นตอนที่ 3 ในส่วน Input

Variable 1 Range คือระบุเซลข้อมูลของตัวแปรที่ 1 (มีความแปรปรวนมากกว่า)

Variable 2 Range คือระบุเซลข้อมูลของตัวแปรที่ 2

Alpha คือค่าระดับนัยสำคัญ 2 ทาง เช่นถ้า α=0.10 ใส่ค่า 0.05



ขั้นตอนที่ 4 จะได้ผลลัพธ์

	A	B	C	D
1		**F-Test Two-Sample for Variances**		
2				
3			***A***	***B***
4	ค่าเฉลี่ย	**Mean**	**6.4164**	**6.4124**
5	ความแปรปรวน	**Variance**	**0.00646567**	**0.004635667**
6	จำนวนตัวอย่าง	**Observations**	**25**	**25**
7	df=n_1-1 และ n_2-1	**df**	**24**	**24**
8	ค่าสถิติทดสอบ F	**F**	**1.39476523**	
9	p_value	**P(F<=f) one-tail**	**0.21048577**	
10	ค่าวิกฤต $f_{\frac{\alpha}{2},\nu_1,\nu_2}$	**F Critical one-tail**	**1.98375957**	
11				
12				

วิธีทำ กำหนด σ_1^2 แทนความแปรปรวนความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางก้านวาล์ที่ผลิตจากเครื่องจักร A

σ_2^2 แทนความแปรปรวนความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางก้านวาล์ที่ผลิตจากเครื่องจักร B

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.10$

ตัวสถิติทดสอบ

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$
$$= 1.394$$

ค่าวิกฤต $f_{\frac{\alpha}{2},\nu_1,\nu_2} = f_{0.05,24,24} = 1.983$

เนื่องจาก F = 1.394 อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่าความแปรปรวนของความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของก้านวาล์วที่ผลิตจากเครื่องจักร A และ B เท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

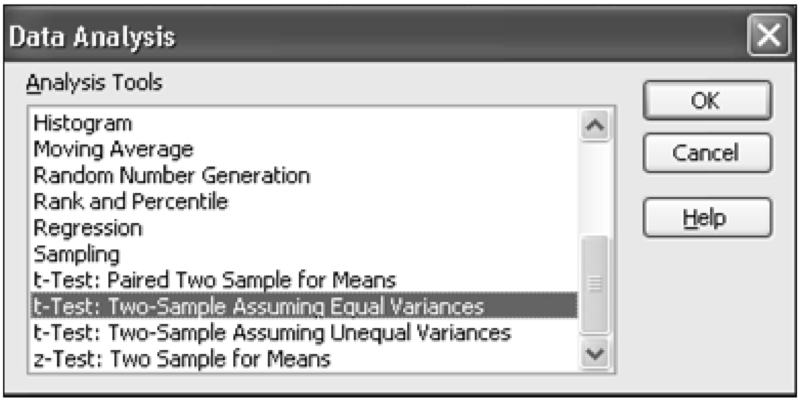
ขั้นที่ 2 ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของเส้นผ่านศูนย์กลางของก้านวาล์วที่กลึงจากเครื่องจักรทั้ง 2 เครื่อง

ขั้นตอนที่ 1 เลือกเมนู Data เลือก Data Analysis เลือกวิธีการวิเคราะห์

ถ้าความแปรปรวนของข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มเท่ากัน $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2)$ เลือกคำสั่ง t-Test: Two Sample Assuming Equal Variances

ถ้าความแปรปรวนของข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มไม่เท่ากัน $(\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2)$ เลือกคำสั่ง t-Test: Two Sample Assuming Unequal Variances

จากขั้นที่.1 ได้ผลว่าความแปรปรวนของความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของก้านวาล์ที่ผลิตจากเครื่องจักร A และ B เท่ากัน ดังนั้น เลือก t-Test: Two Sample Assuming Equal Variances

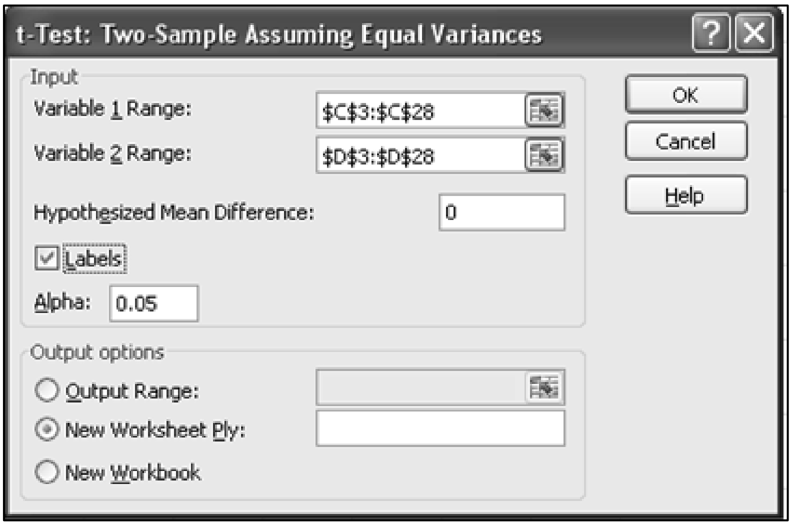


ขั้นตอนที่ 2 ในส่วน Input Variable 1 Range คือระบุเซลข้อมูลของตัวแปรที่ 1

Variable 2 Range คือระบุเซลข้อมูลของตัวแปรที่ 2

Hypothesized Mean Difference คือผลต่างของค่าเฉลี่ย หรือ μ_0

Alpha คือค่าระดับนัยสำคัญ



ขั้นตอนที่ 3 ได้ผลลัพธ์ ดังนี้

	A	B	C	D
1		t-Test: Two-Sample Assuming Equal Variances		
2				
3			*A*	*B*
4	ค่าเฉลี่ย	Mean	6.4164	6.4124
5	ความแปรปรวน	Variance	0.006465667	0.004635667
6	จำนวนตัวอย่าง	Observations	25	25
7	ความแปรปรวนร่วม s_p^2	Pooled Variance	0.005550667	
8	ผลต่างค่าเฉลี่ย	Hypothesized Mean Difference	0	
9	df=n1+n2-2	df	48	
10	สถิติทดสอบ T กรณีค่าเฉลี่ย 2 กลุ่มที่เป็นอิสระ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	t Stat	0.189820199	
11	p_value การทดสอบทางเดียว	P(T<=t) one-tail	0.425125244	
12	ค่าวิกฤตทางเดียว t_{α, n_1+n_2-2}	t Critical one-tail	1.677224197	
13	p_value การทดสอบ 2 ทาง	P(T<=t) two-tail	0.850250487	
14	ค่าวิกฤต 2 ทาง $\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2}$	t Critical two-tail	2.010634722	
15				

วิธีทำ กำหนด μ_1 แทนความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของก้านวาล์ที่ผลิตจากเครื่องจักร A

μ_2 แทนความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของก้านวาล์ที่ผลิตจากเครื่องจักร B

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

ตัวสถิติทดสอบ

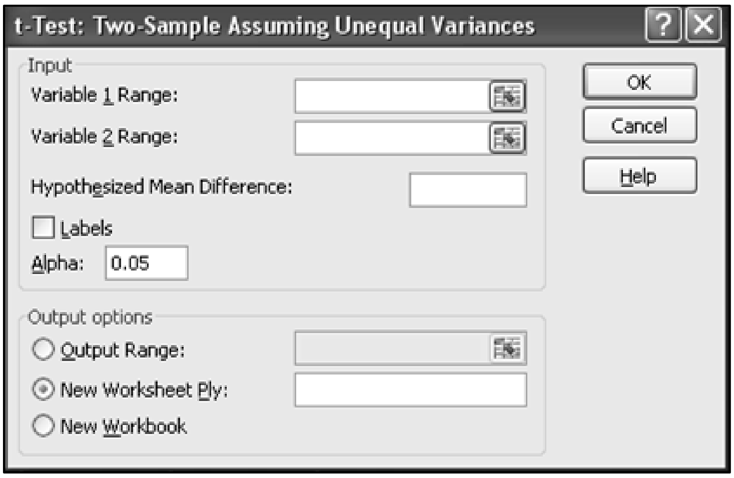
$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$= 0.1898$$

ค่าวิกฤต $\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n_1 + n_2 - 2} = \pm t_{0.025,48} = \pm 2.01$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ T = 0.1898 อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่า ความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของก้านวาล์ที่ผลิตจากเครื่องจักร A และ B ไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ข้อควรระวัง ในกรณีที่ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่มพบว่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน $(\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2)$ จะต้องเลือกคำสั่ง t-Test: Two Sample Assuming Unequal Variances ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ซึ่งจะได้หน้าต่างที่มีลักษณะเหมือนกับกรณี เลือก t-Test: Two Sample Assuming Equal Variances ดังนี้



แต่กรณี $(\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2)$ ตัวสถิติทดสอบคือ $T = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$

องศาแห่งความเป็นอิสระ คือ
$$\nu = \frac{\left(\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{\left(\dfrac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \dfrac{\left(\dfrac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้จึงมีค่าที่แตกต่างกัน ดังนี้

	A	B	C	D
1		t-Test: Two-Sample Assuming Unequal Variances		
2				
3			*A*	*B*
4	ค่าเฉลี่ย	Mean	6.4164	6.4124
5	ความแปรปรวน	Variance	0.006465667	0.004635667
6	จำนวนตัวอย่าง	Observations	25	25
7	ผลต่างค่าเฉลี่ย	Hypothesized Mean Difference	0	
8	df = ν	df	47	
9	สถิติทดสอบ T กรณีค่าเฉลี่ย 2 กลุ่มที่เป็นอิสระ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	t Stat	0.189820199	
10	p_value การทดสอบทางเดียว	P(T<=t) one-tail	0.425133735	
11	ค่าวิกฤตทางเดียว $t_{\alpha,\nu}$	t Critical one-tail	1.677926722	
12	p_value การทดสอบ 2 ทาง	P(T<=t) two-tail	0.850267469	
13	ค่าวิกฤต 2 ทาง $\pm t_{\frac{\alpha}{2},\nu}$	t Critical two-tail	2.011740514	
14				

สรุปท้ายบท

การทดสอบสมมติฐานเป็นวิธีการในส่วนของสถิติอ้างอิงที่ใช้เพื่อการตรวจสอบ หรือยืนยันในทฤษฎี ความเชื่อ ประสบการณ์ หรือความเชื่อของบุคคล ๆ หนึ่ง ด้วยข้อมูลที่เกิดขึ้นจริงหรือข้อมูลเชิงประจักษ์จากตัวอย่าง ซึ่งมีวิธีการที่มีขั้นตอนในการทดสอบที่เชื่อถือได้ ในทางสถิติสมมติฐานมักเกี่ยวข้องกับค่าที่บอกลักษณะของประชากรหรือค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ต่าง ๆ นั้นมีขั้นตอนที่มีแนวคิดเดียวกันจะแตกต่างกันตัวสถิติทดสอบ ดังนั้นจึงควรระมัดระวังในการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบให้เหมาะสมกับพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบเพื่อผลการทดสอบสมมติฐานที่ถูกต้องและน่าเชื่อถือ

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. ในโรงงานแห่งหนึ่ง พนักงานใช้เวลาในการผลิตสินค้าแต่ละชิ้นจนแล้วเสร็จโดยเฉลี่ย 40 นาทีต่อชิ้น นายเกษมเป็นคนงานใหม่ของโรงงานแห่งนี้ เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพในการทำงานของเขา ทางผู้บริหารโรงงานได้บันทึกช่วงเวลาที่นายเกษมได้ใช้ในการผลิตสินค้าจนแล้วเสร็จเป็นจำนวน 25 ชิ้น ปรากฏว่าช่วงเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการผลิตต่อชิ้นเท่ากับ 39.25 นาที และค่าความแปรปรวน 4 นาที^{2} ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 อยากทราบว่านายเกษมมีประสิทธิภาพในการทำงานหรือไม่
2. บริษัทผลิตหลอดไฟแห่งหนึ่งโฆษณาว่าหลอดไฟที่เขาผลิตนั้นมีอายุการใช้งานถึง 20,000 ชั่วโมง สมมติว่าท่านเป็นนักสถิติของบริษัทก่อสร้างแห่งหนึ่งที่ต้องการทดสอบว่าอายุการใช้งานของหลอดไฟที่ผลิตจากบริษัทแห่งนี้เป็นจริงอย่างที่บริษัทโฆษณาไว้หรือไม่ โดยการสุ่มตัวอย่างหลอดไฟมา 25 หลอด และทดลองใช้จนเสีย พบว่ามีอายุเฉลี่ยของการใช้งาน 19,000 ชั่วโมง และความแปรปรวน 1,000 อยากทราบว่าหลอดไฟที่ผลิตจากบริษัทแห่งนี้มีอายุการใช้งานไม่ถึง 20,000 ชั่วโมงหรือไม่
3. จากการสุ่มนักศึกษาชาย และหญิงภาคปกติของสถาบันราชภัฏนครปฐมมาจำนวน 100 คนเท่ากัน พบว่าความสูงเฉลี่ยของนักศึกษาชายเท่ากับ 160 เซนติเมตร ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ20 เซนติเมตร และความสูงเฉลี่ยของนักศึกษาหญิงเท่ากับ 150 เซนติเมตร ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 18 เซนติเมตร จงทดสอบว่าไม่มีความแตกต่างระหว่างความสูงเฉลี่ยของนักศึกษาชายกับนักศึกษาหญิงที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 กำหนดความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่มเท่ากัน
4. ในการสอบวิชาหลักสถิติมีนักศึกษาร้องเรียนเรื่องของการอนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขในการสอบได้ว่าทำให้ผลการสอบของนักศึกษาต่างกันมากกว่า 15 คะแนน อาจารย์ต้องการทดสอบต้องการทดสอบว่าเรื่องที่นักศึกษาทดสอบนั้นเป็นจริงหรือไม่ จึงทำการสุ่มนักศึกษา 23 คนจากกลุ่มที่ใช้เครื่องคิดเลขในการสอบ พบว่าคะแนนเฉลี่ยของนักศึกษากลุ่มนี้เท่ากับ 80.7 คะแนน ความแปรปรวน 49.5 คะแนน^2 และสุ่มนักศึกษา 22 คนจากกลุ่มที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการสอบ พบว่าคะแนนเฉลี่ยของนักศึกษากลุ่มนี้เท่ากับ 78.9 คะแนน ความแปรปรวน 60.4 คะแนน^2 จงทดสอบว่าคำร้องเรียนของนักศึกษาเป็นจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ถ้าคะแนนของนักศึกษาทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีความแปรปรวนไม่เท่ากัน

5. สถานเสริมความงามแห่งหนึ่งโฆษณาว่าสมาชิกที่เข้าคอร์สลดน้ำหนักจะสามารถลดน้ำหนักได้ โดยเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 10 ปอนด์ ภายใน 30 วัน เพื่อทดสอบว่าคำโฆษณาของสถานเสริมความงามแห่งนี้เป็นจริงหรือไม่ จึงทำการสุ่มตัวอย่างผู้ที่เข้าคอร์สจำนวน 9 คน แล้วชั่งน้ำหนักก่อน และหลังเข้าคอร์ส ได้ผลดังนี้

สมาชิก คนที่	น้ำหนัก (ปอนด์)	
	ก่อนเข้าคอร์ส	หลังเข้าคอร์ส
1	157	150
2	174	167
3	198	187
4	205	198
5	147	146
6	165	153
7	212	199
8	169	171
9	158	156

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 อยากทราบว่าคำโฆษณาของสถานเสริมความงามเป็นจริงหรือไม่

6. สมาคมคุ้มครองผู้บริโภคต้องการเปรียบเทียบราคาเครื่องคอมพิวเตอร์ที่จำหน่ายในกรุงเทพฯ และต่างจังหวัด จึงสุ่มตัวอย่างร้านค้าในกรุงเทพฯจำนวน 6 ร้าน และต่างจังหวัดจำนวน 8 ร้าน ได้ข้อมูลดังนี้

ราคาเครื่องคอมพิวเตอร์(หมื่นบาท)								
ร้านที่	1	2	3	4	5	6	7	8
กรุงเทพฯ	10	12	9	14	12	10		
ต่างจังหวัด	13	16	8	12	14	13	11	14

6.1 จงทดสอบว่าความแปรปรวนของเครื่องคอมพิวเตอร์ในกรุงเทพฯ และต่างจังหวัดแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

6.2 จากผลการทดสอบในข้อ 7.1 อยากทราบว่าราคาเฉลี่ยของเครื่องคอมพิวเตอร์ในต่างจังหวัดสูงกว่าในกรุงเทพหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

7. บริษัทแห่งหนึ่งใช้กลยุทธ์โฆษณาโดยการแจกคูปองให้ส่วนลดพิเศษในนิตยสารหลายฉบับ โดยฉบับที่คูปองอยู่ด้านในของปกหน้า บางฉบับจะอยู่ด้านในของปกหลัง จากการเก็บรวบรวมข้อมูลพบว่าอัตราส่วนลดที่ลูกค้าใช้จากนิตยสารต่าง ๆ เป็นดังนี้

นิตยสาร	เปอร์เซ็นต์ผู้ใช้คูปองส่วนลด									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ด้านในปกหน้า	6.2	5.8	7.1	6.5	6.7	7.0	6.6	6.3	6.9	6.0
ด้านในปกหลัง	4.9	5.2	5.4	5.8	5.9	6.1	6.3	6.5		

จากข้อมูลสามารถสรุปได้หรือไม่ว่าตำแหน่งที่โฆษณามีผลต่อเปอร์เซนต์ผู้ใช้คูปองส่วนลด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

8. บริษัท KCF ผลิตไส้กรอกมาเป็นเวลานาน ในขณะนี้ทางบริษัทกำลังพัฒนาไส้กรอกสูตรใหม่ที่มีรสชาติสำหรับผู้บริโภคทั้งเด็กและผู้ใหญ่ ก่อนนำไปจำหน่ายทางบริษัทต้องการตรวจสอบว่าผู้บริโภคทั้งเด็กและผู้ใหญ่ชอบไส้กรอกรสชาตใหม่นี้เหมือนกันหรือไม่ ถ้าผู้บริโภคทั้ง 2 กลุ่มชอบรสชาตของไส้กรอกนี้ไม่ต่างกันจึงจะวางตลาด จึงเลือกผู้ใหญ่จำนวน 150 คน เพื่อชิมไส้กรอก พบว่ามี 87 คน ที่ชอบรสชาตนี้ และเลือกเด็กมา 200 คน เพื่อชิมไส้กรอกเช่นกัน พบว่ามี 124 คน ชอบรสชาตนี้ อยากทราบว่าทางบริษัท KCF จะนำไส้กรอกสูตรใหม่นี้ออกจำหน่ายหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05
9. นักศึกษาผู้หนึ่งต้องการเปรียบเทียบความฟูของขนมเค้กที่ใช้ผงฟู 2 ยี่ห้อ โดยทำการทดลองทำขนมเค้กขนาด 1 ปอนด์ที่มีส่วนผสมเหมือนกัน แต่ใส่ผงฟูยี่ห้อที่ 1 จำนวน 6 ก้อน และใส่ผงฟูยี่ห้อที่ 2 จำนวน 6 ก้อน เพื่อหาความฟูของขนมเค้กได้ผลดังนี้

	ความฟูของขนมเค้กขนาด 1 ปอนด์ (cm.)						ความฟูเฉลี่ย	ความแปรปรวน
ผงฟูยี่ห้อที่ 1	5.00	4.80	5.00	5.10	5.20	4.90	5.00	0.02
ผงฟูยี่ห้อที่ 2	4.90	4.90	4.80	4.70	4.80	4.90	4.83	0.006666667

และจากการวิเคราะห์ด้วย Microsoft Excel ได้ผลลัพธ์ดังนี้

F-Test Two-Sample for Variances

	ผงฟูยี่ห้อที่ 1	ผงฟูยี่ห้อที่ 2
Mean	5	4.833333333
Variance	0.02	0.006666667
Observations	6	6
df	5	5
F	3	
P(F<=f) one-tail	0.126584998	
F Critical one-tail	5.050338814	

t-Test: Two-Sample Assuming Equal Variances

	ผงฟูยี่ห้อที่ 1	ผงฟูยี่ห้อที่ 2
Mean	5	4.833333333
Variance	0.02	0.006666667
Observations	6	6
Pooled Variance	0.013333333	
Hypothesized Mean Difference	0	
df	10	
t Stat	2.5	
P(T<=t) one-tail	0.015723422	
t Critical one-tail	1.812461505	
P(T<=t) two-tail	0.031446844	
t Critical two-tail	2.228139238	

จงใช้ผลลัพธ์ข้างต้นที่ถูกต้อง ในการตอบข้อสงสัยของนักศึกษาผู้นี้

9.1 ความแปรปรวนของความฟูของขนมเค้กแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

9.2 ความฟูเฉลี่ยของขนมเค้กขนาด 1 ปอนด์ ที่ใช้ผงฟู 2 ชนิดแตกต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

10. จากการวัดส่วนสูงของเด็กชายอายุ 10 ปี จำนวน 10 คน โดยใช้เครื่องวัดส่วนสูงคอมพิวเตอร์ 2 ยี่ห้อ ได้ข้อมูล ดังนี้

เครื่องวัด	ส่วนสูง(เซนติเมตร)ของเด็กคนที่									
ส่วนสูงยี่ห้อ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	142.9	150.9	151.9	158.1	151.2	160.2	157.8	150.1	142.1	159.9
B	143.0	151.5	152.1	158.0	151.5	160.5	158.0	150.0	152.5	160.0

และผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วย MS EXCEL ดังนี้

t-Test: Paired Two Sample for Means		
	B	*A*
Mean	153.71	152.51
Variance	29.41878	42.68767
Observations	10	10
Pearson Correlation	0.869351	
Hypothesized Mean Difference	0	
df	9	
t Stat	1.171576	
P(T<=t) one-tail	0.135724	
t Critical one-tail	1.833113	
P(T<=t) two-tail	0.271448	
t Critical two-tail	2.262157	

จงทดสอบสมมติฐานว่าเครื่องวัดส่วนสูง 2 ยี่ห้อ วัดความสูงได้แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05