

บทที่ 6

การทดสอบสมมติฐาน

ในขั้นตอนของการทำงานวิจัยนั้นผู้วิจัยต้องทบทวนทฤษฎี แนวคิดที่ได้รับการยอมรับ หรือผลงานวิจัยอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง โดยการนำทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับประเด็นหัวข้อวิจัย หรืองานวิจัยที่มีผู้ทำไว้และมีประเด็นการวิจัย เนื้อหาคล้ายๆกัน ทำนองเดียวกันมาเป็นฐานช่วยในการคาดเดาคำตอบของงานวิจัยนั้น เราเรียกคำตอบที่ผู้วิจัยคาดคะเนไว้ล่วงหน้าอย่างมีเหตุมีผล เพื่อตอบความมุ่งหมายของงานวิจัยที่ได้วางไว้ว่าสมมติฐานการวิจัย (Research Hypothesis)

ความหมายและประเภทของสมมติฐานการวิจัย

1. ความหมายของสมมติฐานการวิจัย

สมมติฐานการวิจัย (Research Hypothesis) คือข้อความที่ระบุความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือแนวคิด (concept) ซึ่งผู้วิจัยต้องการจะทดสอบว่าเป็นความจริงหรือไม่ โดยเป็นข้อความที่คาดคะเนคำตอบหรือทำนายไว้ล่วงหน้าอย่างสมเหตุสมผลต่อปัญหาการวิจัยที่ต้องการศึกษาหาคำตอบ และเป็นข้อความที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป ข้อความนี้อาจถูกต้องหรือไม่ถูกต้องก็ได้ จึงต้องมีการทดสอบหรือพิสูจน์โดยอาศัยการรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูล

ตัวอย่าง 6.1 ตัวอย่างของสมมติฐานการวิจัย

1. นักเรียนในกรุงเทพฯ ฯ จะมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนในชนบท จะเห็นว่าสมมติฐานนี้เกี่ยวข้องกับตัวแปร 2 ตัว คือ ภูมิฐานะของนักเรียน และความรู้ทางคณิตศาสตร์
2. นักเรียนกลุ่มที่อ่านการ์ตูนเรื่องโรเคดส์ กับนักเรียนที่อ่านจุลสารโรเคดส์มีทัศนคติต่อการป้องกันโรเคดส์แตกต่างกัน จะเห็นว่าสมมติฐานนี้เกี่ยวข้องกับตัวแปร 2 ตัว คือวิธีการศึกษาโรเคดส์ และทัศนคติต่อการป้องกันโรเคดส์
3. นักเรียนที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูด้วยวิธีการต่างกัน จะมีวินัยในตนเองต่างกันจะเห็นว่าสมมติฐานนี้เกี่ยวข้องกับตัวแปร 2 ตัว คือวิธีการอบรมเลี้ยงดู และวินัยในตนเอง

4. ความถนัดทางการเรียนมีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะเห็นว่าสมมติฐานนี้เกี่ยวข้องกับตัวแปร 2 ตัว คือความถนัดทางการเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

5. ความสนใจในการชมภาพยนตร์กับระดับการศึกษาของผู้ชมมีความสัมพันธ์กันจะเห็นว่าสมมติฐานนี้เกี่ยวข้องกับตัวแปร 2 ตัว คือความสนใจในการชมภาพยนตร์ และระดับการศึกษาของผู้ชม

2. ประเภทของสมมติฐานการวิจัย

โดยทั่วไปสมมติฐานการวิจัยแบ่งตามทิศทาง แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

2.1 สมมติฐานแบบมีทิศทาง (Directional Hypothesis) คือ สมมติฐานที่ระบุได้แน่นอนถึงทิศทางของความแตกต่าง หรือทิศทางของความสัมพันธ์ของตัวแปรว่าสัมพันธ์ในทางใด โดยทั่วไปมักมีคำว่า “ดีกว่า” หรือ “สูงกว่า” หรือ “ต่ำกว่า” หรือ “น้อยกว่า” ในสมมติฐานที่เกี่ยวข้องกับความแตกต่าง หรือระบุทิศทางของความสัมพันธ์ โดยมีคำว่า “ทางบวก” หรือ “ทางลบ” ในสมมติฐานนั้น ๆ

2.2 สมมติฐานแบบไม่มีทิศทาง (Nondirectional Hypothesis) คือ สมมติฐานที่ไม่ระบุทิศทางของความแตกต่าง หรือทิศทางของความสัมพันธ์ของตัวแปรว่าสัมพันธ์ในทางใด

ตัวอย่าง 6.2 ตัวอย่างสมมติฐานแบบมีทิศทาง และไม่มีทิศทาง

สมมติฐานแบบมีทิศทาง

- ความคิดสร้างสรรค์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความสัมพันธ์กันทางบวก
- การสูบบุหรี่กับการเป็นมะเร็งมีความสัมพันธ์กันทางลบ
- เด็กที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบเข้มงวดมีวินัยในตนเองมากกว่าเด็กที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย

สมมติฐานแบบไม่มีทิศทาง

- ความคิดสร้างสรรค์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความสัมพันธ์กัน
- การสูบบุหรี่กับการเป็นมะเร็งมีความสัมพันธ์กัน
- เด็กที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบเข้มงวดกับเด็กที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลยมีวินัยในตนเองแตกต่างกัน

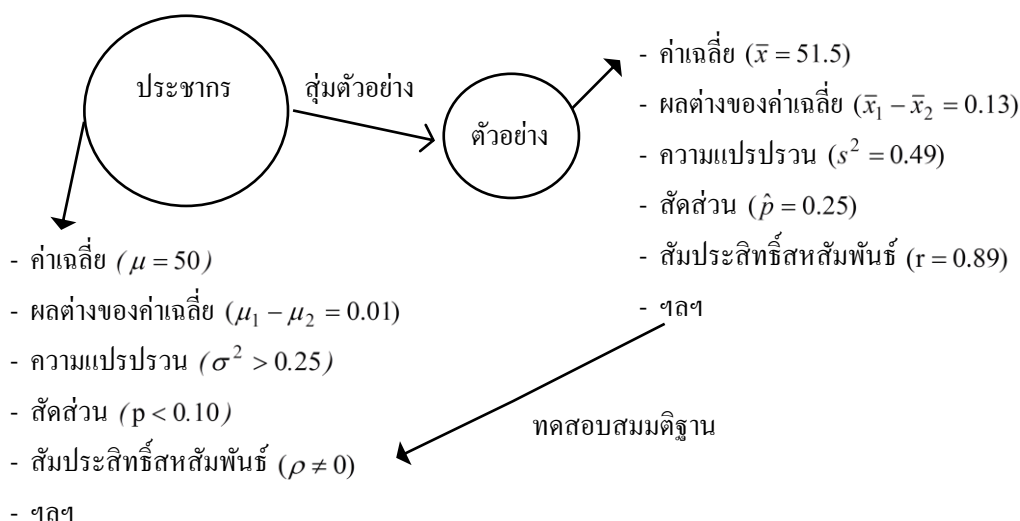
ความหมายและหลักการการทดสอบสมมติฐานการวิจัย

1. ความหมายของการทดสอบสมมติฐาน

ในการวิจัยหลังจากที่ตั้งวัตถุประสงค์ของการวิจัยแล้ว ผู้วิจัยมักจะตั้งสมมติฐานการวิจัยเพื่อคาดคะเนคำตอบไว้ล่วงหน้า แล้วจึงเก็บรวบรวม ข้อมูลเพื่อทำการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ ด้วยวิธีการทางสถิติ ดังนี้

การทดสอบสมมติฐานการวิจัย หมายถึงการทดสอบหรือตรวจสอบว่าการคาดคะเนคำตอบล่วงหน้าของงานวิจัยนั้นเป็นจริงหรือไม่ โดยการเก็บรวบรวมข้อมูลจริงหรือข้อมูลเชิงประจักษ์เพื่อนำมาทดสอบการคาดคะเนนั้น ถ้าข้อมูลจริงสอดคล้องกับการคาดคะเนที่ตั้งไว้หมายความว่าสมมติฐานเป็นจริง โดยใช้วิธีการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

การทดสอบสมมติฐานในทางสถิติ หมายถึงการนำค่าสถิติที่เกี่ยวข้องกลับมาสรุปว่าค่าพารามิเตอร์ที่สนใจมีค่าเป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่ หรือการนำข้อมูลจริงจากตัวอย่างมาสรุปว่าค่าพารามิเตอร์ที่สนใจมีค่าเป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่ ดังนี้



จะเห็นว่าสมมติฐานการวิจัย และค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องในประชากรที่ศึกษามีมากมาย ขึ้นอยู่กับว่าเราสนใจอะไร และถ้าเราต้องการทราบว่าสมมติฐานการวิจัยและสมมติฐานที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ต่าง ๆ นั้นเป็นจริงหรือไม่ จะมีหลักการในการทดสอบสมมติฐานเช่นเดียวกัน

2. หลักการการทดสอบสมมติฐาน

จากความหมายของการทดสอบสมมติการวิจัยนั้นจะเห็นว่าการที่จะทราบว่าสมมติฐานการวิจัยหรือสิ่งที่คาดคะเนนั้นเป็นจริงหรือไม่นั้น มีหลักการที่เหมือนกันคือต้องรวบรวมข้อมูลที่เป็นจริงในเรื่องที่เกี่ยวข้องเพื่อตรวจสอบว่าสอดคล้องกับการคาดคะเนไว้หรือไม่ ส่วนการทดสอบสมมติฐานทางสถิตินั้น การที่จะทราบว่าสมมติฐานที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ต่าง ๆ เป็นจริงหรือไม่นั้น จะต้องรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้อง การเก็บรวบรวมข้อมูลจากประชากร คำนวณค่าพารามิเตอร์ที่สนใจแล้วนำไปเปรียบเทียบกับค่าพารามิเตอร์ในสมมติฐาน ถ้าค่าพารามิเตอร์เป็นไปตามสมมติฐาน หมายความว่าสมมติฐานนั้นเป็นจริง ถ้าไม่เป็นไปตามสมมติฐานหมายความว่าสมมติฐานไม่เป็นจริง เช่นถ้าสมมติฐานคือ $\mu = 50$ และจากการเก็บรวบรวมข้อมูลจากประชากรคำนวณค่าพารามิเตอร์ $\mu = 50$ ด้วย ซึ่งค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้มีค่าเป็นไปตามสมมติฐานหมายความว่าสมมติฐานเป็นจริง แต่ในทางปฏิบัติการเก็บรวบรวมข้อมูลจากประชากรนั้นเป็นเรื่องที่ทำได้ยาก จึงต้องเก็บรวบรวมข้อมูลจากตัวอย่าง และคำนวณค่าสถิติที่เกี่ยวข้องกับค่าพารามิเตอร์แทนเพื่อตัดสินใจว่าสมมติฐานที่ตั้งไว้เป็นจริงหรือไม่

ดังนั้นการที่จะตัดสินใจว่าจะปฏิเสธ (reject) สมมติฐาน หรือยอมรับ (accept) สมมติฐานจึงขึ้นอยู่กับข้อมูลจากตัวอย่าง และข้อมูลจากตัวอย่างจะมีค่าเปลี่ยนไปตามกลุ่มตัวอย่าง การที่จะปฏิเสธ หรือยอมรับสมมติฐานนั้น จึงไม่ควรพิจารณาจากค่าสถิติที่เกี่ยวข้องเพียงเท่านั้น แต่ต้องดำเนินการทดสอบสมมติฐานตามขั้นตอนทางสถิติ ต่อไปนี้

ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

1. ตั้งสมมติฐานเชิงสถิติ

สมมติฐานเชิงสถิติ คือประโยคสัญลักษณ์ที่ประกอบด้วยพารามิเตอร์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ มี 2 ประเภท คือ

1.1 สมมติฐานว่าง (null hypothesis) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ H_0 เป็นสมมติฐานที่แสดงว่าจะไม่มีการเปลี่ยนแปลงใด ๆ ไม่มีความแตกต่าง หรือความแตกต่างเป็นศูนย์ จึงมักแทนด้วยเครื่องหมาย $=$ หรือ $\geq$

1.2 สมมติฐานแย้ง (alternative hypothesis) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ H_1 หรือ H_a เป็นสมมติฐานที่ตั้งขึ้นมาเพื่อขัดแย้งกับ H_0 เป็นสมมติฐานที่แสดงการเปลี่ยนแปลง มีความแตกต่าง จึงแทนด้วยเครื่องหมาย $\neq$ หรือ $<$

ตัวอย่าง 6.3 จากสมมติฐานการวิจัยต่อไปนี้ สามารถเปลี่ยนเป็นสมมติฐานเชิงสถิติ ดังนี้

1. สมมติฐานการวิจัย นักเรียนที่เรียนรู้ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างจาก 50 คะแนน

กำหนด μ แทนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

$$\begin{array}{ll} \text{สมมติฐานเชิงสถิติ} & H_0 : \mu = 50 \\ & H_1 : \mu \neq 50 \end{array}$$

2. สมมติฐานการวิจัย นักเรียนที่เรียนรู้ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันสูงกว่า 10 คะแนน

กำหนด σ แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

$$\begin{array}{ll} \text{สมมติฐานเชิงสถิติ} & H_0 : \sigma \leq 0.1 \\ & H_1 : \sigma > 0.1 \end{array}$$

3. สมมติฐานการวิจัย นักเรียนที่เรียนรู้ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนลดลงน้อยกว่าร้อยละ 10

กำหนด p แทนสัดส่วนของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนลดลง

$$\begin{array}{ll} \text{สมมติฐานเชิงสถิติ} & H_0 : p \geq 0.10 \\ & H_1 : p < 0.10 \end{array}$$

4. สมมติฐานการวิจัย นักเรียนในกรุงเทพฯ จะมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนในชนบท

กำหนด μ_1 แทนคะแนนเฉลี่ยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกรุงเทพฯ

μ_2 แทนคะแนนเฉลี่ยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชนบท

$$\begin{array}{ll} \text{สมมติฐานเชิงสถิติ} & H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \\ & H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0 \end{array}$$

5. สมมติฐานการวิจัย ความแปรปรวนของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกรุงเทพฯ และชนบทแตกต่างกัน

กำหนด σ_1^2 แทนความแปรปรวนของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกรุงเทพฯ

σ_2^2 แทนความแปรปรวนของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชนบท

$$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$$

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$$

6. สมมติฐานการวิจัย สัดส่วนของนักเรียนในกรุงเทพ ฯ ที่ได้เกรด 0 วิชาคณิตศาสตร์ น้อยกว่านักเรียนในชนบท

กำหนด p_1 แทนสัดส่วนของนักเรียนในกรุงเทพ ฯ ที่ได้เกรด 0 วิชาคณิตศาสตร์

p_2 แทนสัดส่วนของนักเรียนในชนบท ที่ได้เกรด 0 วิชาคณิตศาสตร์

$$H_0 : p_1 - p_2 = 0$$

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_1 : p_1 - p_2 \neq 0$$

7. สมมติฐานการวิจัย ความถนัดทางการเรียนมีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

กำหนด ρ แทนสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของความถนัดทางการเรียนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

$$H_0 : \rho = 0$$

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_1 : \rho > 0$$

หมายเหตุ จากตัวอย่าง 6.3 จะเห็นว่าในสมมติฐานนั้นจะต้องมีค่าคงที่ที่คาดคะเนขึ้นมา เพื่อความสะดวกจึงแทนค่าคงที่นั้นด้วย μ_0

จากสมมติฐานเชิงสถิติสามารถจำแนกประเภทของการทดสอบสมมติฐานได้ 3 ประเภท ขึ้นอยู่กับเครื่องหมายใน H_1 ดังนี้

1 การทดสอบสมมติฐาน 2 ทาง (two tailed test) เป็นการทดสอบสมมติฐานที่มีสมมติฐานเชิงสถิติ ดังนี้

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

2 การทดสอบสมมติฐานทางขวา (right tailed test) เป็นการทดสอบสมมติฐานที่มีสมมติฐานเชิงสถิติ ดังนี้

$$\begin{array}{ll} H_0 : \mu \leq \mu_0 & H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 & \text{หรือ} \quad H_1 : \mu > \mu_0 \end{array}$$

3 การทดสอบสมมติฐานทางซ้าย (left tailed test) เป็นการทดสอบสมมติฐานที่มีสมมติฐานเชิงสถิติ ดังนี้

$$\begin{array}{ll} H_0 : \mu \geq \mu_0 & H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 & \text{หรือ} \quad H_1 : \mu < \mu_0 \end{array}$$

หมายเหตุ บางครั้งเรียกการทดสอบสมมติฐานในข้อ 2 และ 3 ว่าการทดสอบสมมติฐานทางเดียว (one tailed test)

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

หลังจากตั้งสมมติฐานเชิงสถิติแล้วในการตัดสินใจที่จะปฏิเสธ หรือยอมรับ H_0 นั้นทำให้เกิดความผิดพลาด 2 ประเภท คือ

2.1 ความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I error) คือความผิดพลาดที่เกิดจากการตัดสินใจปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง เรียก P (ความผิดพลาดประเภทที่ 1) ว่าระดับนัยสำคัญ (significant level) และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ α เช่นในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \mu = 250$
 $H_1 : \mu \neq 250$ นั้นความผิดพลาดประเภทที่ 1 จะเกิดขึ้นเมื่อปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง หมายความว่าในความเป็นจริงแล้ว $\mu = 250$ แต่ข้อมูลจากตัวอย่างทำให้สรุปได้ว่า $\mu \neq 250$

การกำหนด α นั้นขึ้นอยู่กับความต้องการของผู้ทดสอบสมมติฐานว่าจะยอมให้เกิดความผิดพลาดมาก หรือน้อยเพียงใด เช่น ถ้ากำหนด $\alpha = 0.01$ หมายความว่ายอมเกิดความผิดพลาดในการปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริงได้ 1% ซึ่งการกำหนด α น้อย ๆ เช่นนี้ อาจทำให้ไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ได้นั้นหมายถึงไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง ผลของการทดสอบสมมติฐานก็ได้ประโยชน์น้อย แต่ถ้ายอมให้เกิดความผิดพลาดมากขึ้น เช่น $\alpha = 0.05$ จะทำให้มีโอกาสปฏิเสธ H_0 มากขึ้น นั้นหมายถึงเกิดการเปลี่ยนแปลง จะทำให้ได้รับประโยชน์จากการทดสอบสมมติฐานมากขึ้น การกำหนด α มากหรือน้อยนั้น จะมีผลต่อความผิดพลาดอีกประเภทที่ 2

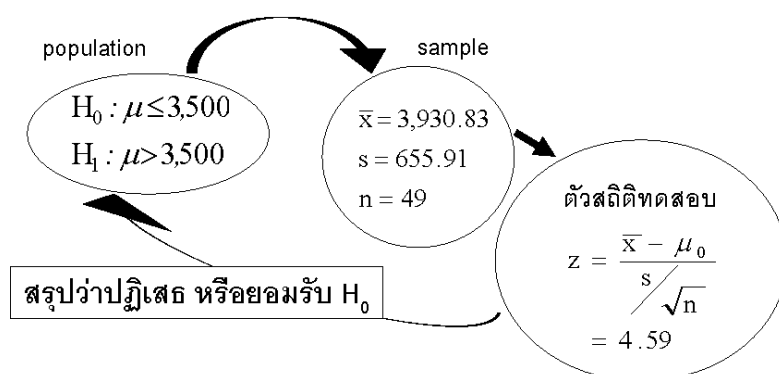
2.2 ความผิดพลาดประเภทที่ 2 (Type II error) คือความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับ H_0 เมื่อ H_0 ไม่เป็นจริง $P(\text{ความผิดพลาดประเภทที่ 2})$ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ β เช่นในการทดสอบสมมติฐาน

$$\begin{array}{l} H_0 : \mu = 250 \\ H_1 : \mu \neq 250 \end{array}$$

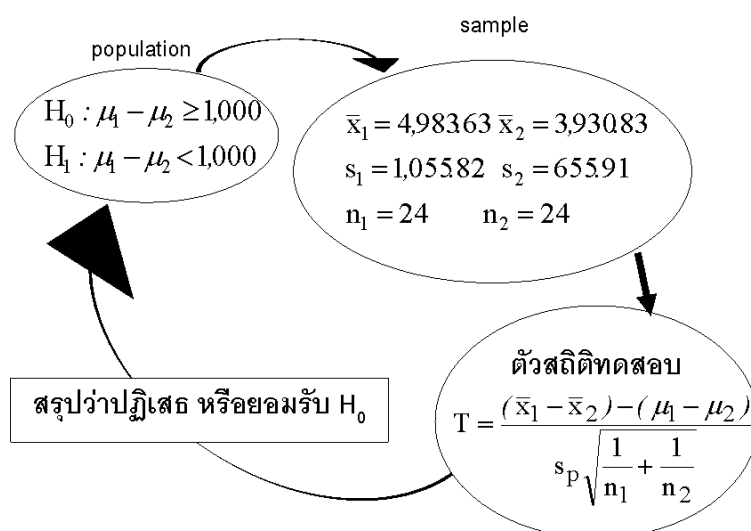
ความผิดพลาดประเภทที่ 2 จะเกิดขึ้นเมื่อยอมรับ H_0 เมื่อ H_0 ไม่เป็นจริง หมายความว่าในความเป็นจริงนั้น $\mu \neq 250$ แต่ข้อมูลจากตัวอย่างทำให้สรุปได้ว่า $\mu = 250$

3. เลือกและคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบ

ตัวสถิติทดสอบ (test statistic) คือค่าที่คำนวณได้จากค่าสถิติจากตัวอย่าง จะมีสูตรในการคำนวณที่แตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบ และค่านี้มีส่วนในการตัดสินใจว่าจะปฏิเสธ หรือยอมรับ H_0 เช่น กรณีตัวสถิติทดสอบสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม ดังนี้

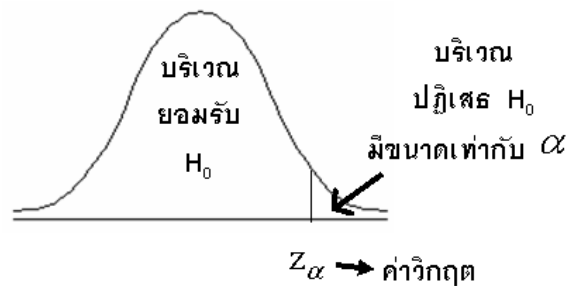


ตัวสถิติทดสอบ กรณีค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม หรือผลต่างของค่าเฉลี่ย ดังนี้

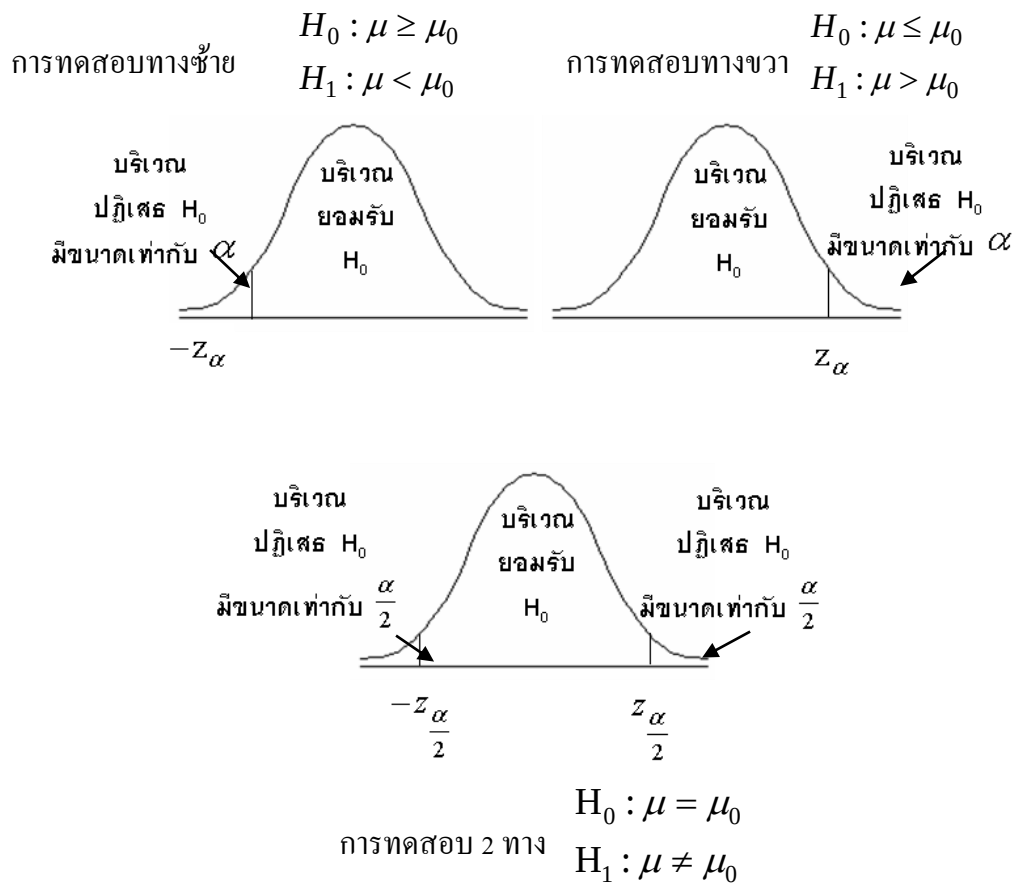


4. ค่าวิกฤต

ค่าวิกฤต (critical value) คือค่าที่เปิดจากตารางสถิติ เช่น Z_α , $t_{\alpha,df}$ เป็นต้น และค่าวิกฤตนี้จะแบ่งพื้นที่ใต้โค้งเป็น 2 ส่วน ส่วนที่หนึ่ง คือส่วนที่ประกอบด้วยค่าต่าง ๆ ที่จะทำให้อยอมรับ H_0 เรียกว่าบริเวณยอมรับ H_0 (accept region) ส่วนที่สอง คือส่วนที่ประกอบด้วยค่าต่าง ๆ ที่จะทำให้เกิดปฏิเสธ H_0 เรียกว่าบริเวณปฏิเสธ H_0 (reject region) หรือ บริเวณวิกฤต (critical region) ดังนี้



ค่าวิกฤต บริเวณยอมรับ H_0 และบริเวณปฏิเสธ H_0 มีขนาดและรูปแบบแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับระดับนัยสำคัญ และประเภทการทดสอบสมมติฐาน ดังนี้



5. สรุปและแปลความหมาย

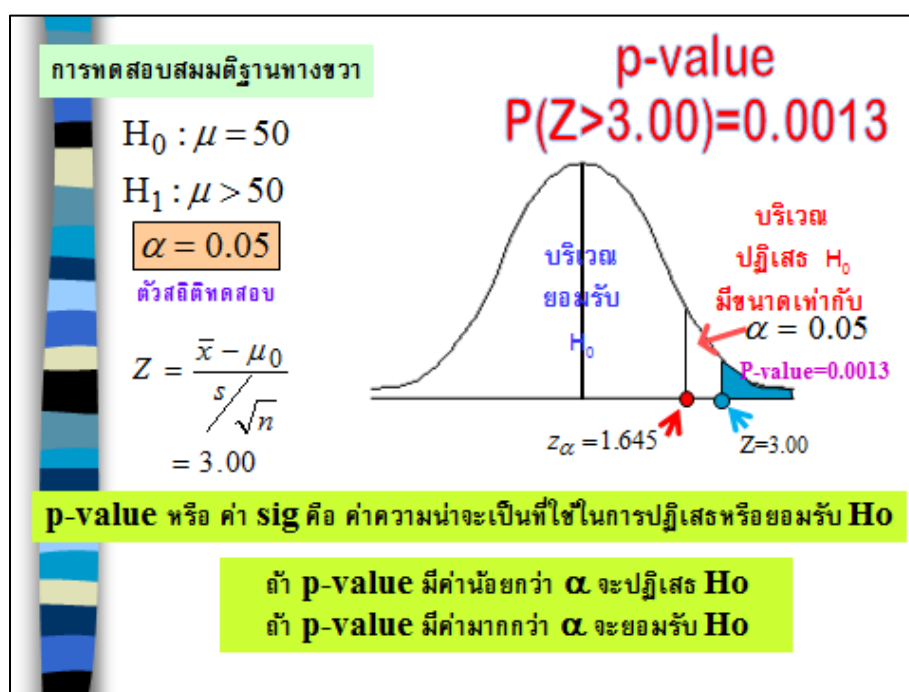
การสรุปผลในการทดสอบสมมติฐานนั้นเป็นการพิจารณาค่าสถิติทดสอบว่ามีค่าเกินค่าวิกฤตหรือไม่ ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่าเกินค่าวิกฤตจะปฏิเสธ H_0 เช่นกรณีการทดสอบสมมติฐานทางขวา ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่ามากเกินค่าวิกฤตแสดงว่าค่าสถิติทดสอบมีค่ามากพอที่จะปฏิเสธ H_0 กรณีการทดสอบสมมติฐานทางซ้ายว่า ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่าน้อยเกินค่าวิกฤตแสดงว่าค่าสถิติทดสอบมีค่าน้อยพอที่จะปฏิเสธ H_0 กรณีการทดสอบสมมติฐาน 2 ทาง ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่ามากหรือน้อยเกินค่าวิกฤต จะปฏิเสธ H_0 ดังนั้นเกณฑ์การตัดสินใจจะปฏิเสธหรือยอมรับ H_0 คือ

ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่าอยู่ใน บริเวณปฏิเสธ H_0 จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0

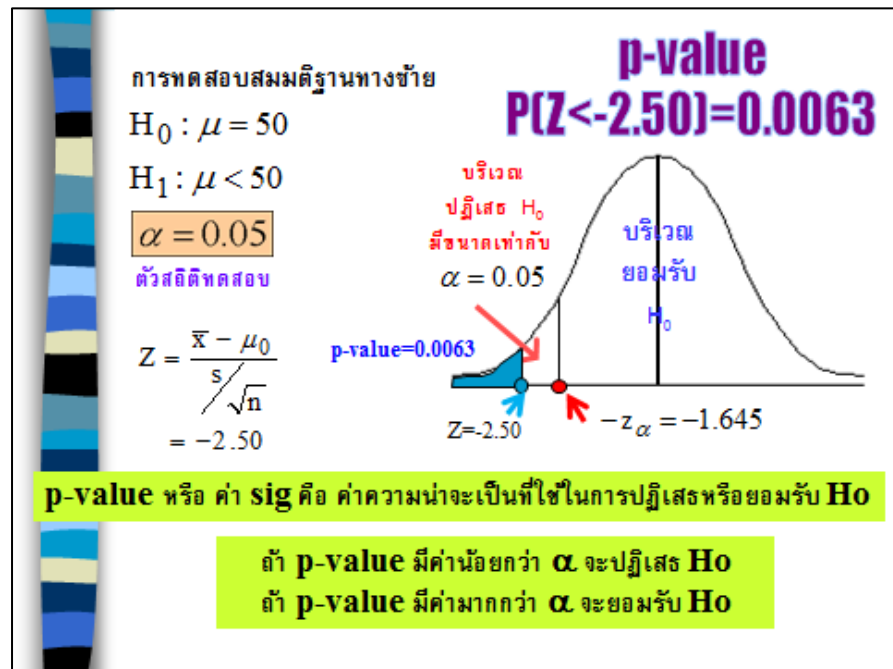
ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่าอยู่ใน บริเวณยอมรับ H_0 จะยอมรับสมมติฐาน H_0

พิจารณาแนวคิดของค่า p_value ดังภาพต่อไปนี้

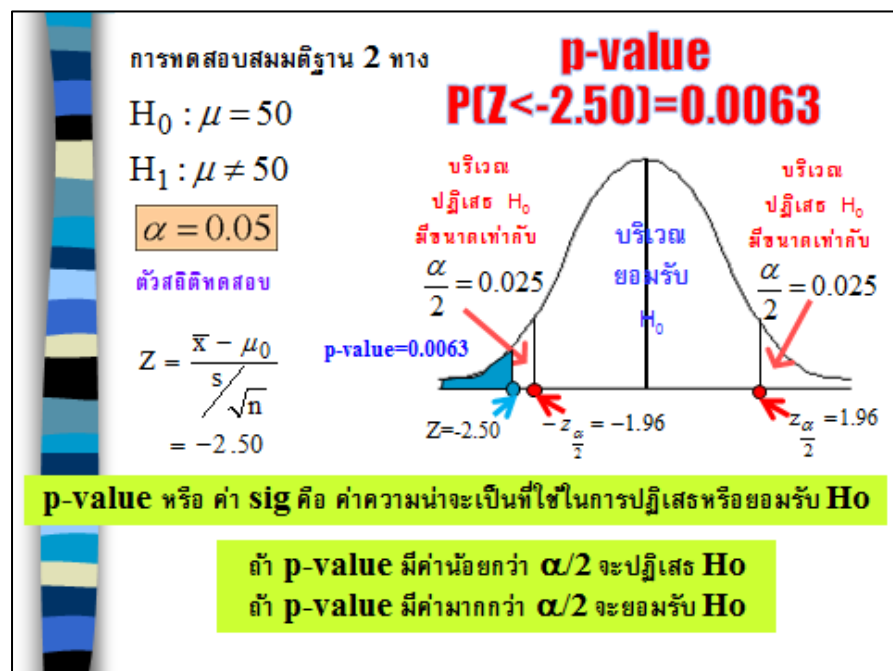
กรณีการทดสอบสมมติฐานทางขวา



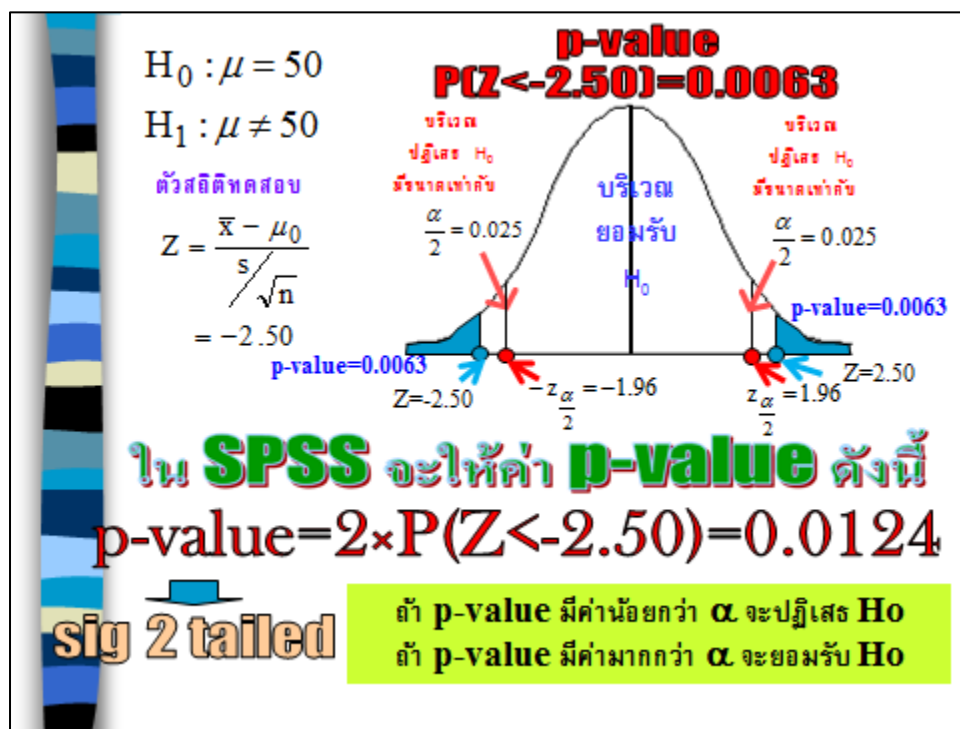
กรณีการทดสอบทางซ้าย



กรณีการทดสอบสองทาง



ใน SPSS จะให้ค่า p_value 2 ข้าง ดังนี้



การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม (μ)

เป็นทดสอบสมมติฐานการวิจัยเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรว่ามีค่าเป็นไปตามค่าคงที่ที่ผู้ทดสอบคาดคะเนไว้หรือไม่

กำหนด μ แทนค่าเฉลี่ยของลักษณะที่ต้องการทดสอบสมมติฐานจากประชากร

μ_0 แทนค่าคงที่ที่ผู้ทดสอบคาดคะเนไว้

สมมติฐานเชิงสถิติที่เป็นไปได้จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{array}{lll}
 H_0 : \mu = \mu_0 & \text{หรือ} & H_0 : \mu \leq \mu_0 & \text{หรือ} & H_0 : \mu \geq \mu_0 \\
 H_1 : \mu \neq \mu_0 & & H_1 : \mu > \mu_0 & & H_1 : \mu < \mu_0
 \end{array}$$

ตัวสถิติทดสอบแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

$$T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

เมื่อ $\bar{x}$ แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่าง

μ_0 แทนค่าคงที่ที่ทดสอบไว้

s แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลจากตัวอย่าง

n แทนจำนวนตัวอย่าง

$$\text{ค่าวิกฤต } \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}, t_{\alpha, n-1}, -t_{\alpha, n-1}$$

ตัวอย่าง 6.4 ผู้ผลิตไอศกรีมแห่งหนึ่งเชื่อว่าไอศกรีมของเขาประกอบด้วยแคลอรีเฉลี่ย 500 แคลอรีต่อกรัม เขาจึงสุ่มไอศกรีมหนักก้อนละ 1 กรัมมา 25 ก้อน แล้วคำนวณปริมาณแคลอรีเฉลี่ยได้ 510 แคลอรีต่อกรัม ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 23 แคลอรีต่อกรัม อยากทราบว่าสิ่งที่ผู้ผลิตเชื่อนั้นจริงหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

วิธีทำ กำหนด μ แทนปริมาณแคลอรีเฉลี่ยในไอศกรีม 1 กรัม

μ_0 แทนค่าคงที่เท่ากับ 500

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu = 500$$

$$H_1 : \mu \neq 500$$

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.10$

เนื่องจากไม่ทราบความแปรปรวน และตัวอย่างมีขนาดเล็ก ดังนั้นตัวสถิติทดสอบคือ

$$\begin{aligned} T &= \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} \\ &= \frac{510 - 500}{23 / \sqrt{25}} \\ &= 2.17 \end{aligned}$$

เนื่องจากการทดสอบสมมติฐานแบบสองทาง ดังนั้น ค่าวิกฤตจึงมี 2 ค่า คือ

$$\begin{aligned} t_{\alpha/2, n-1} &= t_{0.05, 24} = 1.711 \\ -t_{\alpha/2, n-1} &= -t_{0.05, 24} = -1.711 \end{aligned}$$

เนื่องจากค่าตัวสถิติทดสอบ $T = 2.17$ มากกว่าค่าวิกฤต อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 นั่นคือปริมาณแคลอรีเฉลี่ยต่อไอศกรีม 1 กรัมไม่เท่ากับ 500 แคลอรี หรือความเชื่อของผู้ผลิตไอศกรีมไม่เป็นจริง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ($p_value = P(T > 2.17) = 0.02$)

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ($\mu_1 - \mu_2$)

เป็นการทดสอบสมมติฐานการวิจัยว่าตัวแปร 2 ตัวมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ โดยตัวแปรอิสระเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพที่แบ่งเป็น 2 กลุ่ม(ตัวแปรเชิงกลุ่ม) และตัวแปรตามเป็นข้อมูลเชิงปริมาณ การศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระและตัวแปรตามลักษณะเช่นนี้กล่าวได้ว่าเป็นการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มนั่นเอง เช่น. นักเรียนในกรุงเทพ ฯ จะมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนในชนบท จะเห็นว่าสมมติฐานนี้เกี่ยวข้องกับตัวแปร 2 ตัว คือ ภูมิฐานะของนักเรียนเป็นตัวแปรอิสระที่มี 2 กลุ่มคือกรุงเทพ ฯ กับชนบท และความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นตัวแปรตาม ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบว่าคะแนนเฉลี่ยของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกรุงเทพ ฯ ดีกว่านักเรียนในชนบทนั่นเอง

ถ้าให้ μ_1, μ_2 เป็นค่าเฉลี่ยของข้อมูลในประชากรกลุ่มที่ 1 และประชากรกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม สามารถตั้งสมมติฐานเชิงสถิติได้ดังนี้

$$\begin{array}{lll} H_0 : \mu_1 = \mu_2 & \text{หรือ} & H_0 : \mu_1 \leq \mu_2 \quad \text{หรือ} \quad H_0 : \mu_1 \geq \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 & \text{หรือ} & H_1 : \mu_1 > \mu_2 \quad \text{หรือ} \quad H_1 : \mu_1 < \mu_2 \end{array}$$

หรือในรูปแบบของผลต่าง ดังนี้

$$\begin{array}{lll} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 & \text{หรือ} & H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq 0 \quad \text{หรือ} \quad H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq 0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 & \text{หรือ} & H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0 \quad \text{หรือ} \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0 \end{array}$$

ดังนั้นในบางครั้งจึงเรียกการทดสอบสมมติฐานนี้ว่า การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับเกี่ยวกับผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

ตัวสถิติทดสอบแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

1. ประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน
2. ประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระกัน

1. ประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน

ประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน คือประชากร 2 กลุ่มที่ไม่เกี่ยวข้องกัน การทดสอบสมมติฐานกรณีนี้ตัวสถิติทดสอบขึ้นอยู่กับความแปรปรวนของข้อมูลในประชากร 2 กลุ่ม ดังนี้

1.1 กรณีไม่ทราบ σ_1^2, σ_2^2 แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ จะประมาณค่า σ_1^2, σ_2^2 ด้วยความแปรปรวนร่วม (pooled variance) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ s_p^2 โดยที่

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบคือ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

เมื่อ $\bar{x}_1$ แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 1

$\bar{x}_2$ แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 2

$\mu_1 - \mu_2$ แทนผลต่างของค่าเฉลี่ยในสมมติฐาน หรือค่า μ_0

s_p แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานร่วม

n_1 แทนจำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 1

n_2 แทนจำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 2

โดยที่องศาแห่งความเป็นอิสระคือ $n_1 + n_2 - 2$

ดังนั้น ค่าวิกฤตคือ $\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n_1 + n_2 - 2}$, $t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$, $-t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$

1.2 กรณีไม่ทราบ σ_1^2, σ_2^2 แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ จะประมาณ σ_1^2, σ_2^2 ด้วย s_1^2, s_2^2 ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบคือ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

เมื่อ $\bar{x}_1$ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 1

$\bar{x}_2$ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 2

$\mu_1 - \mu_2$ คือ ผลต่างของค่าเฉลี่ยในสมมติฐาน หรือค่า μ_0

s_1^2 คือ ความแปรปรวนของตัวอย่างกลุ่มที่ 1

s_2^2 คือ ความแปรปรวนของตัวอย่างกลุ่มที่ 2

n_1 คือ จำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 1

n_2 คือ จำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 2

โดยที่องศาแห่งความเป็นอิสระคือ ν เมื่อ

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right)^2}{\frac{\left(s_1^2/n_1 \right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(s_2^2/n_2 \right)^2}{n_2 - 1}}$$

ดังนั้น ค่าวิกฤตคือ $\pm t_{\frac{\alpha}{2}, \nu}$, $t_{\alpha, \nu}$, $-t_{\alpha, \nu}$

2. ประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระกัน

ประชากร 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระกัน คือประชากร 2 กลุ่มที่เกี่ยวข้องกัน ถ้าให้ $\mu_1 - \mu_2 = \mu_d$ สมมติฐานเชิงสถิติสามารถเขียนได้อีกลักษณะ ดังนี้

$$\begin{array}{lll} H_0 : \mu_d = \mu_0 & \text{หรือ} & H_0 : \mu_d \leq \mu_0 & \text{หรือ} & H_0 : \mu_d \geq \mu_0 \\ H_1 : \mu_d \neq \mu_0 & & H_1 : \mu_d > \mu_0 & & H_1 : \mu_d < \mu_0 \end{array}$$

ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}$$

$$\text{เมื่อ } \bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} \text{ แทนค่าเฉลี่ยของผลต่าง}$$

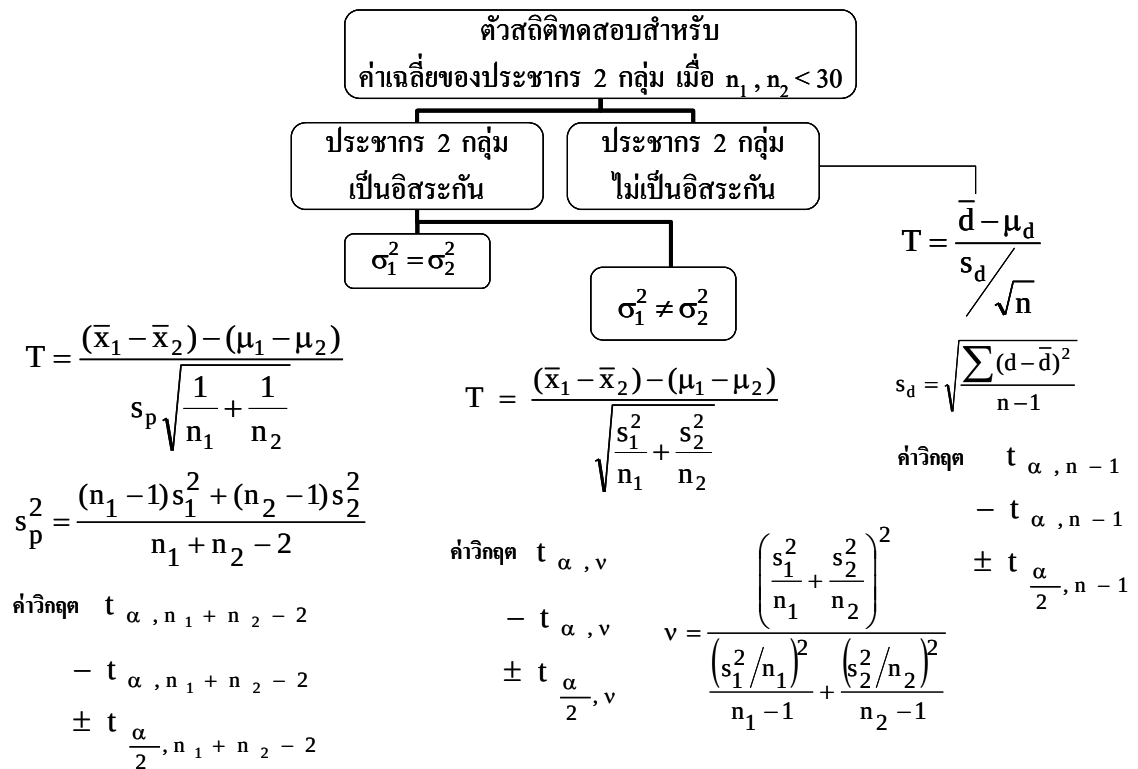
$$\mu_d \text{ แทนค่าคงที่ในสมมติฐาน หรือค่า } \mu_0$$

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}} \text{ แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลต่าง}$$

$$n \text{ แทนจำนวนคู่ตัวอย่าง}$$

$$\text{ค่าวิกฤตคือ } \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}, t_{\alpha, n-1}, -t_{\alpha, n-1}$$

สรุปสถิติทดสอบกรณีทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ดังนี้



ตัวอย่าง 6.5 ครูผู้สอนคนหนึ่งต้องการทดสอบว่าวิธีการสอน 2 วิธี คือวิธี A และวิธี B วิธีใดจะมีประสิทธิภาพที่ดีกว่ากัน จึงเลือกตัวอย่างนักเรียนมา 24 คน แล้วแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มเท่า ๆ กัน โดยใช้ครูผู้สอนคนเดียวกัน ละเนื้อหาเรื่องเดียวกัน แต่กลุ่มแรกสอนด้วยวิธี A และกลุ่มที่สองสอนด้วยวิธี B จากผลการทดสอบพบว่าคะแนนเฉลี่ย และความแปรปรวนของคะแนนกลุ่มแรก และ กลุ่มที่สองคือ 31.75 กิโลกรัม 10.20 กรัม² และ 28.66 กิโลกรัม 6.06 กรัม² จากข้อมูลนี้ครูผู้สอนคิดว่าการสอนวิธี A จะมีประสิทธิภาพดีกว่า จงทดสอบว่าครูผู้สอนคิดถูกหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ถ้าความแปรปรวนของข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มเท่ากัน

วิธีทำ กำหนด μ_1 แทนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธี A

μ_2 แทนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธี B

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

เนื่องไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ และ

ตัวอย่างมีขนาดเล็ก ดังนั้น

ตัวสถิติทดสอบคือ

$$\begin{aligned} T &= \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \\ &= \frac{(31.75 - 28.67) - 0}{2.85 \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{12}}} \\ &= \frac{3.08}{1.16} \\ &= 2.66 \end{aligned}$$

โดยที่

$$\begin{aligned} s_p^2 &= \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \\ &= \frac{(12 - 1)10.20 + (12 - 1)6.06}{12 + 12 - 2} \\ &= 8.13 \end{aligned}$$

ค่าวิกฤต $t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2} = t_{0.05, 22} = 1.717$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ $T = 2.66$ มากกว่าค่าวิกฤตจึงปฏิเสธ H_0 หมายความว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธี A มากกว่าเรียนด้วยวิธี B นั่นคือ การสอนวิธี A มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี B อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ($p_value = P(T > 2.66) = 0.007$)

ตัวอย่าง 6.6 จากการบันทึกปริมาณน้ำฝนใน 15 ปีที่ผ่านมา ปริมาณน้ำฝนโดยเฉลี่ยของพื้นที่แห่งที่หนึ่งในเดือนพฤษภาคมเท่ากับ 1.94 ลิตร ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.45 ลิตร และจากการบันทึกปริมาณน้ำฝนในเวลา 10 ปีที่ผ่านมา ปริมาณน้ำฝนโดยเฉลี่ยของพื้นที่แห่งที่สองในเดือนเดียวกันเท่ากับ 1.04 ลิตร ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.26 ลิตร จงทดสอบสมมติฐานที่ว่าปริมาณเฉลี่ยของน้ำฝนในพื้นที่แห่งแรกแตกต่างจากแห่งที่สอง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ถ้าความแปรปรวนของปริมาณน้ำฝนของพื้นที่ทั้งสองแห่งไม่เท่ากัน

วิธีทำ กำหนด μ_1 แทนปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยในพื้นที่แห่งแรก

μ_2 แทนปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยในพื้นที่แห่งที่สอง

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

หรือ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

ตัวสถิติทดสอบคือ

$$\begin{aligned} T &= \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \\ &= \frac{(1.94 - 1.04) - 0}{\sqrt{\frac{(0.45)^2}{15} + \frac{(0.26)^2}{10}}} \\ &= 6.32 \end{aligned}$$

เนื่องจากไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร แต่ทราบว่าการแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่มไม่เท่ากัน ดังนั้นตัวสถิติทดสอบจะมีการแจกแจงแบบ t ที่อิงค่าความแปรปรวนอิสระ ดังนี้

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}} \\ &= \frac{\left[\frac{(0.45)^2}{15} + \frac{(0.26)^2}{10} \right]^2}{\frac{((0.45)^2/15)^2}{15 - 1} + \frac{((0.26)^2/10)^2}{10 - 1}} \\ &\approx 23 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าวิกฤต $t_{\frac{\alpha}{2}, \nu} = t_{0.025, 23} = 2.069$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ $T=6.32$ มากกว่า 2.069 อยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้นปฏิเสธ $H_0: \mu_1 = \mu_2$ หมายความว่า ปริมาณน้ำฝนในพื้นที่แห่งแรกมีปริมาณมากกว่าพื้นที่สองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ($p_value = P(T > 6.32) = 0.000$)

ตัวอย่าง 6.7 ในการทดสอบความสามารถของนักศึกษาสาขาเลขานุการในการพิมพ์ โดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ก่อนและหลังการอบรมได้เวลาในการใช้พิมพ์ดังนี้

คนที่	เวลาก่อนอบรม	เวลาหลังอบรม	ผลต่าง
1	55	50	5
2	46	42	4
3	78	70	8
4	61	63	-2
5	52	58	-6
6	45	35	10
7	47	46	1
8	57	52	5
9	71	60	11
10	58	49	9

ให้ทดสอบว่าหลังการอบรมนักศึกษาสามารถพิมพ์ได้ดีขึ้นหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนด μ_d แทนค่าเฉลี่ยผลต่างของเวลาที่ใช้ในการพิมพ์ก่อนและหลังการอบรม
สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_d = 0$$

$$H_1 : \mu_d > 0$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}} \\
 &= \frac{4.5 - 0}{\frac{5.48}{\sqrt{10}}} \\
 &= 2.596
 \end{aligned}$$

$$\text{ค่าวิกฤต } t_{\alpha, n-1} = t_{0.05, 9} = 1.833$$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ $T = 2.596$ อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 สรุปว่าหลังการอบรมนักศึกษาใช้เวลาในการพิมพ์น้อยลง หมายความว่า การอบรมมีผลทำให้การพิมพ์ดีขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ($p_value = P(T > 2.596) = 0.014$)

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่ม $\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right)$

ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่มนี้ มักจะใช้ทดสอบเพื่อทราบว่าความแปรปรวนของข้อมูลสองกลุ่มเท่ากันหรือไม่ เพื่อในผลที่ได้ไปใช้ในการเลือกตัวสถิติทดสอบในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม กรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเล็กและไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2

กำหนด σ_1^2 แทนความแปรปรวนของข้อมูลในประชากรกลุ่มที่ 1

σ_2^2 แทนความแปรปรวนของข้อมูลในประชากรกลุ่มที่ 2

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$\begin{array}{lll} H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 & \text{หรือ} & H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 & & H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \end{array} \quad \text{หรือ} \quad \begin{array}{lll} H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2 & & H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \end{array}$$

หรือเขียนในรูปอัตราส่วน

$$\begin{array}{lll} H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 & \text{หรือ} & H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq 1 \\ H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1 & & H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1 \end{array} \quad \text{หรือ} \quad \begin{array}{lll} H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \geq 1 & & H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1 \end{array}$$

ดังนั้นในบางครั้งจึงเรียกว่าการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับอัตราส่วนของความแปรปรวน

ตัวสถิติทดสอบขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของความแปรปรวนที่ต้องการเปรียบเทียบว่าค่าใดมากกว่า ดังนั้นตัวสถิติทดสอบจึงขึ้นอยู่กับสมมติฐานเชิงสถิติดังนี้

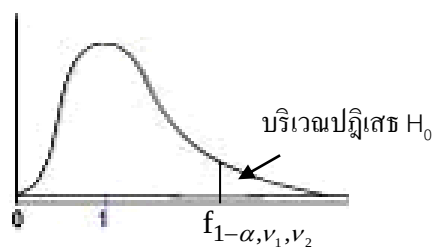
$$\begin{array}{ll} \text{ภายใต้สมมติฐานเชิงสถิติ} & H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2 \\ & H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \end{array}$$

ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

องศาแห่งความเป็นอิสระ $\nu_1 = n_1 - 1$ และ $\nu_2 = n_2 - 1$

ค่าวิกฤต $f_{1-\alpha, \nu_1, \nu_2}$ และบริเวณปฏิเสธเป็นดังนี้



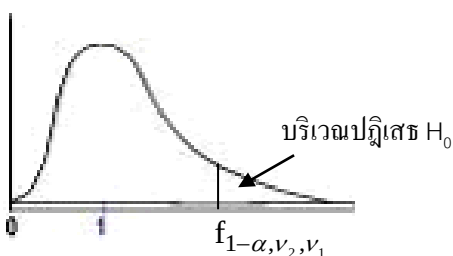
ภายใต้สมมติฐานเชิงสถิติ $H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$
 $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$F = \frac{s_2^2}{s_1^2}$$

องศาแห่งความเป็นอิสระ $\nu_2 = n_2 - 1$ และ $\nu_1 = n_1 - 1$

ค่าวิกฤต $f_{1-\alpha, \nu_2, \nu_1}$ และบริเวณปฏิเสธเป็นดังนี้



ภายใต้สมมติฐานเชิงสถิติ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
 $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad \text{ถ้า} \quad s_1^2 > s_2^2$$

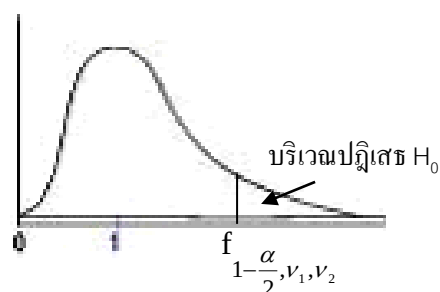
ค่าวิกฤต $f_{1-\frac{\alpha}{2}, \nu_1, \nu_2}$

หรือ

$$F = \frac{s_2^2}{s_1^2} \quad \text{ถ้า} \quad s_2^2 > s_1^2$$

ค่าวิกฤต $f_{1-\frac{\alpha}{2}, \nu_2, \nu_1}$

ค่าวิกฤต และบริเวณปฏิเสธเป็นดังนี้



ตัวอย่าง 6.8 จากการตรวจสอบปริมาณไขมันที่มีในไอศกรีม 2 ชนิด โดยสุ่มตัวอย่างไอศกรีม 2 ชนิด จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ และเป็นอิสระกันอย่างละ 5 ตัวอย่าง พบว่าค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของปริมาณไขมันของไอศกรีมชนิดที่ 1 เท่ากับ 20 mg และ 0.165 mg^2 และชนิดที่ 2 เท่ากับ 15 mg และ 0.205 mg^2 ต้องการทดสอบว่าปริมาณไขมันเฉลี่ยในไอศกรีมชนิดที่ 1 และ 2 แตกต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

1. ความแปรปรวนของปริมาณไขมันของไอศกรีมชนิดที่ 1 และ 2 เท่ากันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02

2. ปริมาณไขมันเฉลี่ยในไอศกรีมชนิดที่ 1 และ 2 แตกต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ ขั้นที่ 1 กำหนด σ_1^2 แทนความแปรปรวนของปริมาณไขมันในไอศกรีมชนิดที่ 2

σ_2^2 แทนความแปรปรวนของปริมาณไขมันในไอศกรีมชนิดที่ 1

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$\begin{aligned} F &= \frac{s_1^2}{s_2^2} \\ &= \frac{0.205}{0.165} \\ &= 1.24 \end{aligned}$$

$$\text{ค่าวิกฤต } f_{1-\frac{\alpha}{2}, v_1, v_2} = f_{0.99, 4, 4} = 16.0$$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ $F = 1.24$ อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่าแปรปรวนของปริมาณไขมันในไอศกรีมชนิดที่ 1 และ 2 เท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02

ขั้นที่ 2 กำหนด μ_1 แทนปริมาณไขมันเฉลี่ยในไอศกรีมชนิดที่ 1

μ_2 แทนปริมาณไขมันเฉลี่ยในไอศกรีมชนิดที่ 2

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$\begin{aligned} T &= \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \\ &= \frac{(20 - 15) - 0}{0.43 \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}}} \\ &= 18.52 \end{aligned}$$

$$\text{ค่าวิกฤต } \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n_1 + n_2 - 2} = \pm t_{0.025, 8} = \pm 2.306$$

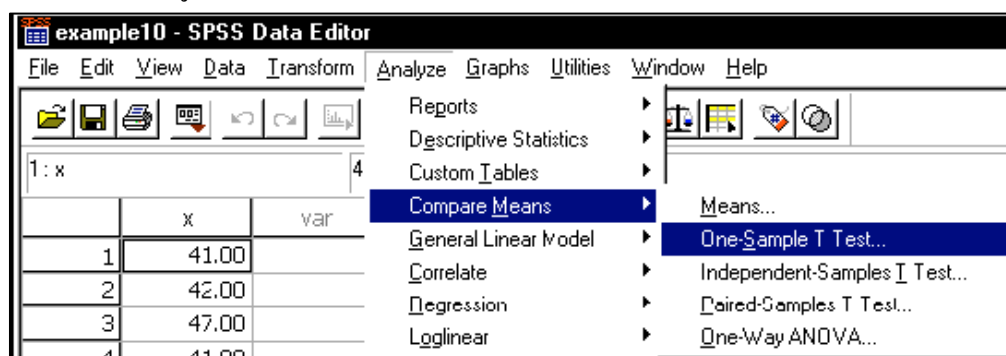
เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ $T = 18.52$ อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่า ปริมาณไขมันเฉลี่ยในไอศกรีมชนิดที่ 1 และ 2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS

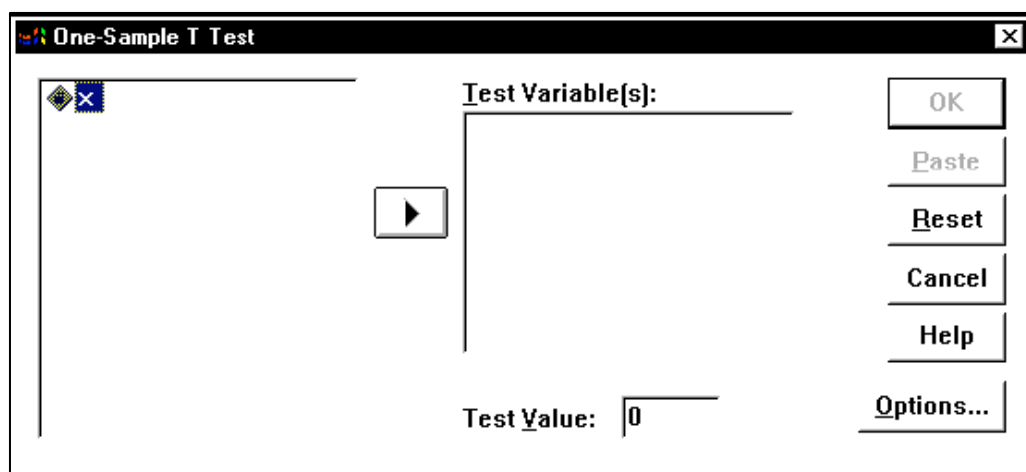
1. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม

ตัวอย่าง 6.9 โดยปกตินิสิตใช้เวลาลงทะเลเบียนโดยเฉลี่ย 50 นาที ขณะนี้มหาวิทยาลัยกำลังทดลองให้นิสิตลงทะเลเบียนเรียนโดยใช้ระบบคอมพิวเตอร์ เพื่อทดสอบว่าเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการลงทะเลเบียนโดยใช้ระบบคอมพิวเตอร์มีค่าแตกต่างจาก 50 นาทีหรือไม่ จึงทำการสุ่มตัวอย่างการลงทะเลเบียนของนิสิต 12 คน ข้อมูลถูกเก็บอยู่ในแฟ้มข้อมูล example10.sav กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

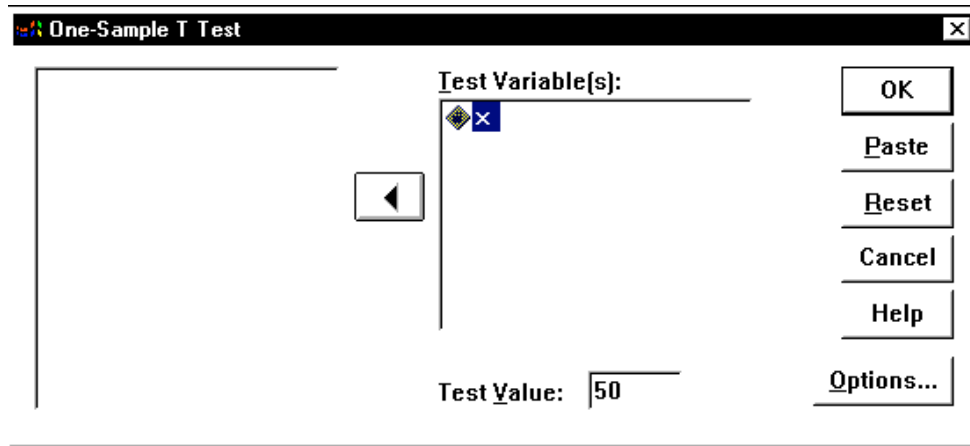
ขั้นที่ 1 เปิดแฟ้มข้อมูล example10.sav เลือกคำสั่ง Analyze / Compare Means / One-Sample T Test



ขั้นที่ 2 คลิก One-Sample T Test จะได้ผลบนจอภาพเป็น



ขั้นที่ 3 เลือกตัวแปร x มาไว้ที่ Test Variable(s) และในช่อง Test Value ให้พิมพ์ 50 ตามที่กำหนด
สมมติฐานหลักไว้



ขั้นที่ 4 คลิก OK จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error
X	12	42.0000	11.90111	3.43555

One-Sample Test

Test Value = 50						
				Mean	95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Difference	Lower	Upper
X	-2.329	11	.040	-8.0000	-15.5616	-4.384

วิธีทำ กำหนด μ แทนความเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการลงทะเบียนโดยใช้ระบบคอมพิวเตอร์

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu = 50$$

$$H_1 : \mu \neq 50$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = -2.329$$

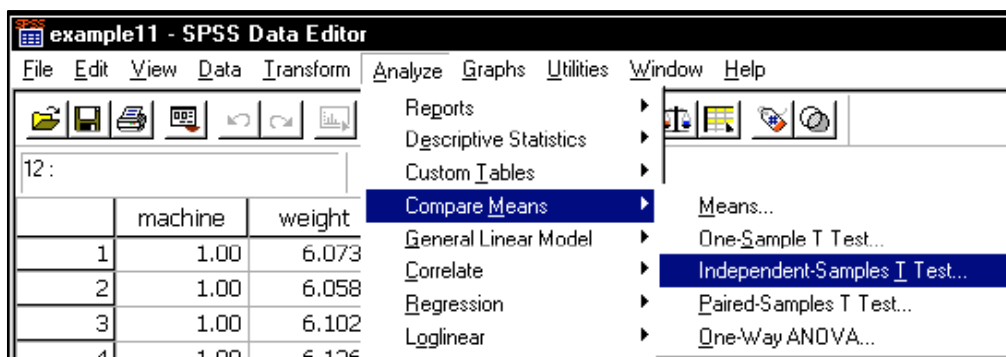
เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ $T = -2.329$ และ $p_value = 0.040$ หมายความว่าเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการลงทะเบียนโดยใช้ระบบคอมพิวเตอร์มีค่าแตกต่างจาก 50 นาทีอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

2. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

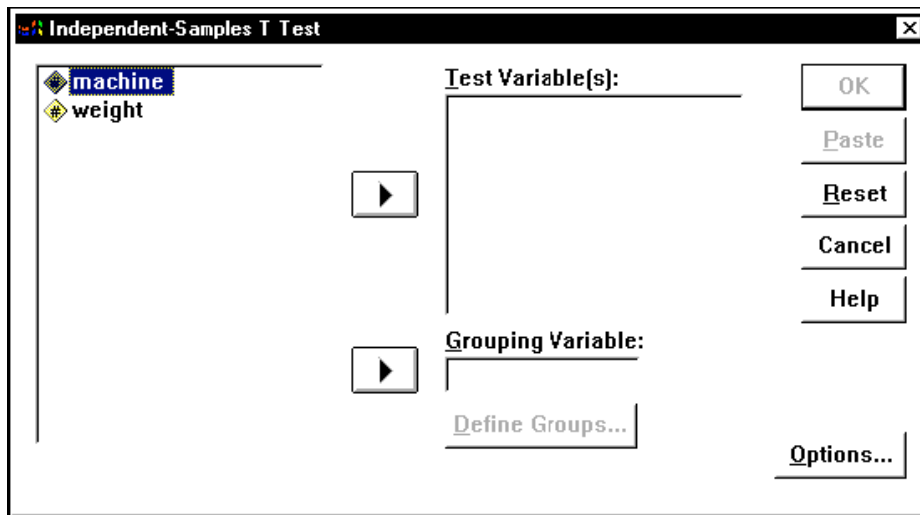
2.1 กรณีประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน

ตัวอย่าง 6.10 โรงงานผลิตแป้งกระป๋องมีเครื่องจักร 2 เครื่อง เพื่อทำการทดสอบว่าค่าเฉลี่ยของน้ำหนักแป้งในกระป๋องเท่ากันหรือไม่ จึงทำการสุ่มตัวอย่างแป้งกระป๋องจากเครื่องจักรเครื่องที่ 1 และ 2 มาอย่างละ 100 กระป๋อง ข้อมูลเก็บไว้ที่แฟ้มข้อมูลชื่อ example11.sav จงทดสอบสมมติฐานว่าค่าเฉลี่ยของน้ำหนักแป้งในกระป๋องเท่ากันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

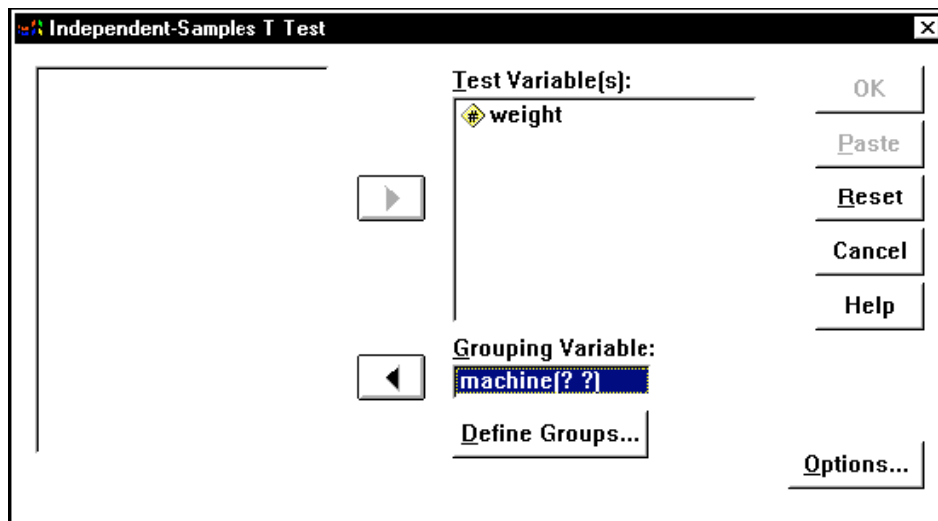
ขั้นที่ 1 เปิดแฟ้มข้อมูล example11.sav เลือกคำสั่ง Analyze / Compare Means / Independent-Samples T Test



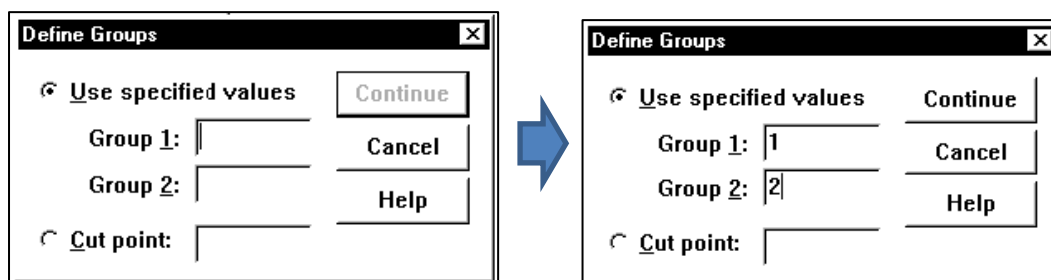
ขั้นที่ 2 คลิก Independent-Samples T Test จะได้ผลบนจอภาพเป็น



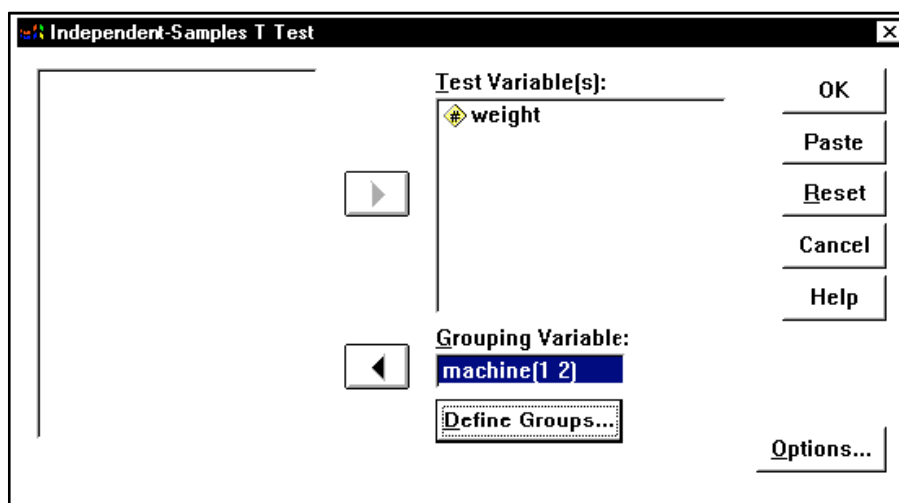
ขั้นที่ 3 เลือกตัวแปร weight ไว้ที่ Test Variable(s) และตัวแปร machine ไว้ที่ Grouping Variable



ขั้นที่ 4 คลิกที่ machine[? ?] และ คลิกที่ Define Groups เพื่อเลือกกลุ่มทดสอบ ให้พิมพ์ 1 ในช่อง Group 1. และ พิมพ์ 2 ในช่อง Group 2.



ขั้นที่ 5 คลิก Continue ตัวแปร machine จะกลายเป็น machine[1 2]



ขั้นที่ 6 คลิก OK จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

Group Statistics

		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error
MACHINE					Mean
WEIGHT	1.00	100	6.109930	.0399318	.0039932
	2.00	100	6.140250	.0500982	.0050098

Independent Samples Test

			WEIGHT	
			Equal variances assumed	Equal variances not assumed
Levene's Test for	F		7.965	
Equality of Variances	Sig.		.005	
t-test for Equality of	t		-4.733	-4.733
Means	df		198	188.620
	Sig. (2-tailed)		.000	.000
	Mean Difference		-.030320	-.030320
	Std. Error Difference		.0064065	.0064065
95% Confidence Interval	Lower		-.0429538	-.0429577
of the Difference	Upper		-.0176862	-.0176823

ขั้นที่ 1 กำหนด σ_1^2 แทนความแปรปรวนของน้ำหนักแป้งในกระป๋องที่ผลิตจากเครื่องจักร 1

σ_2^2 แทนความแปรปรวนของน้ำหนักแป้งในกระป๋องที่ผลิตจากเครื่องจักร 2

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$\text{Levene's Test } F = 7.965$$

เนื่องจาก $F = 7.965$ และ $p_value = 0.005$ หมายความว่าความแปรปรวนของน้ำหนักแป้งในกระป๋องที่ผลิตจากเครื่องจักร 1 และ 2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ 0.01

ขั้นที่ 2 กำหนด μ_1 แทนน้ำหนักเฉลี่ยของแป้งในกระป๋องที่ผลิตจากเครื่องจักร 1

μ_2 แทนน้ำหนักเฉลี่ยของแป้งในกระป๋องที่ผลิตจากเครื่องจักร 2

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

ตัวสถิติทดสอบ

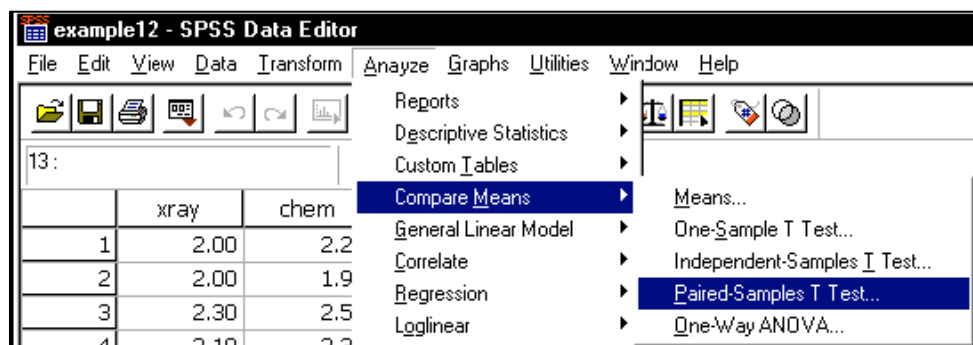
$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = -4.733$$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ $T = -4.733$ และ $p_value = 0.000$ หมายความว่าน้ำหนักเฉลี่ยของแป้งในกระป๋องที่ผลิตจากเครื่องจักร 1 และ 2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

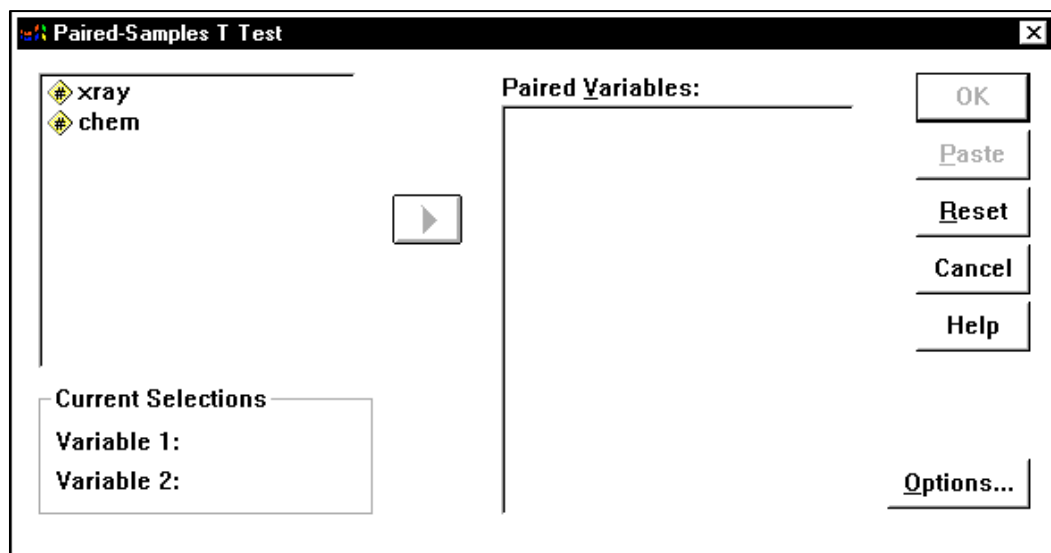
2.2 กรณีประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระกัน

ตัวอย่าง 6.11 จากตัวอย่างสารที่มีแร่เหล็ก 5 ตัวอย่างนำมาวิเคราะห์หาปริมาณเหล็ก 2 วิธี คือใช้รังสีเอ็กซ์และ สารเคมี โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มตัวอย่างและใช้วิธีการวิเคราะห์หาปริมาณเหล็ก ข้อมูลถูกเก็บไว้ในแฟ้มข้อมูล example12.sav จงทดสอบว่าการทดสอบสองวิธีให้ผลแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

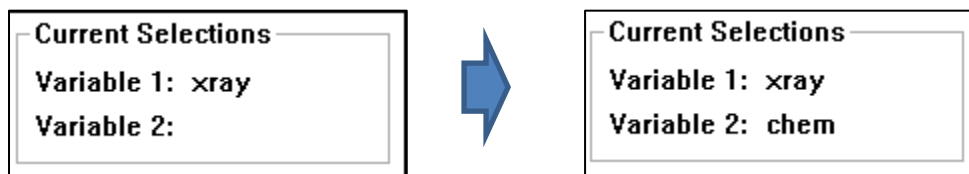
ขั้นที่ 1 เปิดแฟ้มข้อมูล example12.sav เลือกคำสั่ง Analyze / Compare Means / Paired-Samples T Test



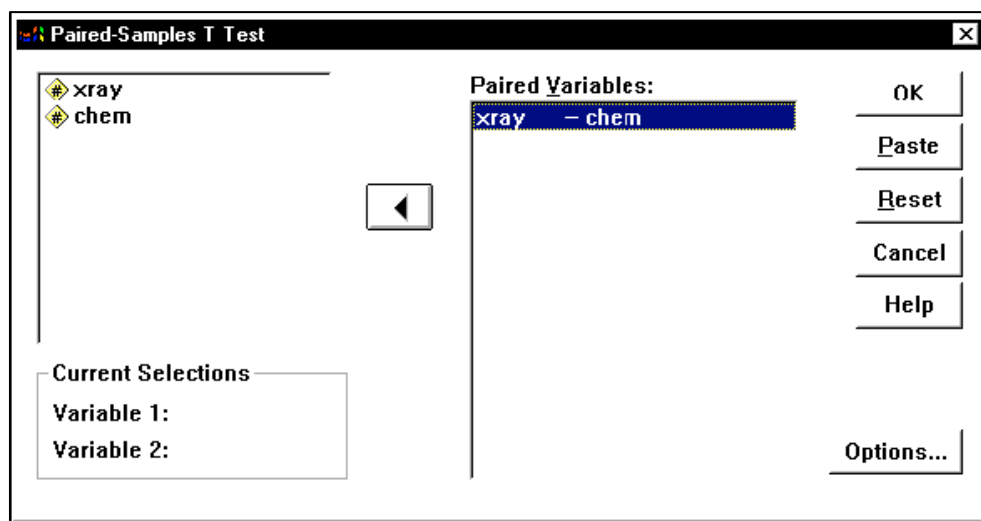
ขั้นที่ 2 คลิกที่ Paired-Samples T Test จะได้ผลจออกเป็น



ขั้นที่ 3 เลือกตัวแปร Variable 1 เป็น xray โดยการคลิกที่ตัวแปร xray จะเห็นว่าที่ช่อง Current Selections จะกลายเป็น Variable 1 : xray และ Variable 2 : จะยังไม่มีตัวแปร เลือกตัวแปร Variable 2 เป็น chem โดยการคลิกที่ตัวแปร chem จะเห็นว่าที่ช่อง Current Selections จะกลายเป็น Variable 2 : chem



ขั้นที่ 4 คลิกที่  เพื่อย้ายคู่ของตัวแปร xray – chem มาไว้ที่ช่อง Paired-Variables



ขั้นที่ 5 คลิก OK จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error
					Mean
Pair 1	XRAY	2.1600	5	.18166	.08124
	CHEM	2.2600	5	.23022	.10296

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	XRAY & CHEM	5	.789	.113

Paired Samples Test

		Pair 1
		XRAY - CHEM
Paired Differences	Mean	-.1000
	Std. Deviation	.14142
	Std. Error Mean	.06325
	95% Confidence Interval Lower	-.2756
	of the Difference Upper	.0756
t		-1.581
df		4
Sig. (2-tailed)		.189

วิธีทำ กำหนด μ_1 แทนปริมาณเฉลี่ยของเหล็กที่วิเคราะห์ด้วยรังสีเอกซ์
 μ_2 แทนปริมาณเฉลี่ยของเหล็กที่วิเคราะห์ด้วยสารเคมี
สมมติฐานเชิงสถิติ

$$\begin{array}{ll} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 & \text{หรือ} & H_0 : \mu_d = 0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 & & H_1 : \mu_d \neq 0 \end{array}$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$\begin{aligned} T &= \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}} \\ &= -1.581 \end{aligned}$$

เนื่องจากค่า $T = -1.581$ และ $p_value = 0.189$ หมายความว่าแทนปริมาณเฉลี่ยของเหล็กที่วิเคราะห์ด้วยรังสีเอกซ์และสารเคมีไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MS EXCEL

1. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

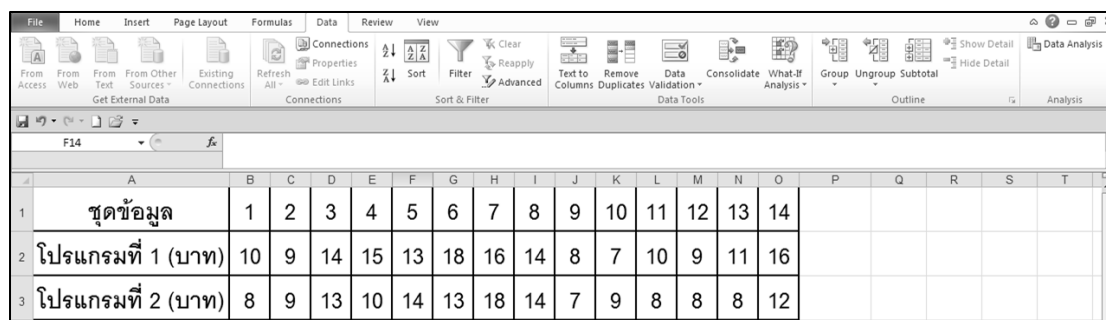
1.1 กรณีประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระกัน

ตัวอย่าง 6.12 ต้องการเปรียบเทียบโปรแกรมวิเคราะห์ทางสถิติ 2 โปรแกรม ว่าโปรแกรมทั้ง 2 มีต้นทุนของการวิเคราะห์ข้อมูลแตกต่างกันหรือไม่ ผู้ศึกษาได้นำข้อมูลมา 14 ชุด ในแต่ละชุดได้ใช้โปรแกรมสถิติทั้ง 2 โปรแกรมวิเคราะห์ข้อมูล และบันทึกต้นทุนการวิเคราะห์ไว้ ได้ผลดังนี้

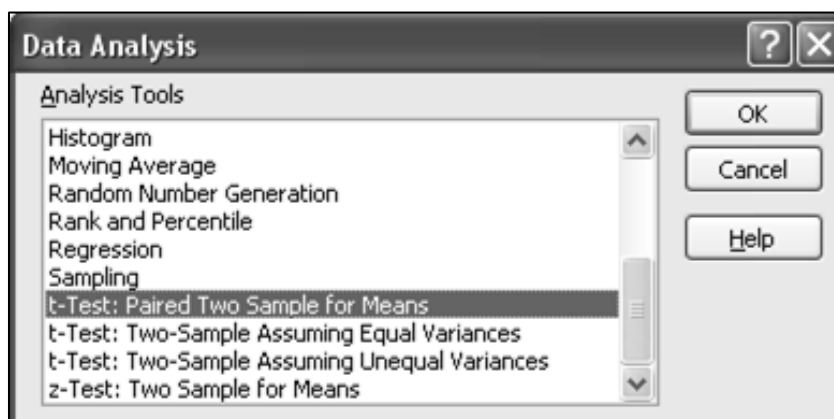
ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
โปรแกรมที่ 1 (บาท)	10	9	14	15	13	18	16	14	8	7	10	9	11	16
โปรแกรมที่ 2 (บาท)	8	9	13	10	14	13	18	14	7	9	8	8	8	12

จงตอบคำถามของผู้ศึกษา ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ขั้นที่ 1 ใส่ข้อมูลดังรูป เลือกเมนู Data เลือก Data Analysis



ขั้นที่ 2 ในหน้าต่าง Data Analysis เลือก t-Test: Paired Two Sample for means เลือก OK



ขั้นที่ 3 ในส่วน Input Variable 1 Range คือระบุเซลล์ข้อมูลของตัวแปรที่ 1

Variable 2 Range คือระบุเซลล์ข้อมูลของตัวแปรที่ 2

Hypothesized Mean Difference คือผลต่างของค่าเฉลี่ย หรือ μ_0

Alpha คือค่าระดับนัยสำคัญ

ขั้นที่ 3 ได้ผลลัพธ์ ดังนี้

	A	B	C	D
1		t-Test: Paired Two Sample for Means		
2				
3			โปรแกรมที่ 1 (บาท)	โปรแกรมที่ 2 (บาท)
4	ค่าเฉลี่ย	Mean	12.14285714	10.78571429
5	ความแปรปรวน	Variance	11.82417582	10.48901099
6	จำนวนตัวอย่าง	Observations	14	14
7	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	Pearson Correlation	0.762755577	
8	ผลต่างค่าเฉลี่ย	Hypothesized Mean Difference	0	
9	df=n-1	df	13	
10	สถิติทดสอบ T กรณีค่าเฉลี่ย 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระ	t Stat	2.200712897	
11	p_value การทดสอบทางเดียว	P(T<=t) one-tail	0.023218342	
12	ค่าวิกฤตทางเดียว $t_{\alpha, n-1}$	t Critical one-tail	1.770931704	
13	p_value การทดสอบ 2 ทาง	P(T<=t) two-tail	0.046436683	
14	ค่าวิกฤต 2 ทาง $\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$	t Critical two-tail	2.16036824	
15				

วิธีทำ กำหนด μ_1 แทนต้นทุนการวิเคราะห์ข้อมูลเฉลี่ยของโปรแกรมที่ 1

μ_2 แทนต้นทุนการวิเคราะห์ข้อมูลเฉลี่ยของโปรแกรมที่ 2

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$\begin{array}{ll}
 H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 & H_0 : \mu_d = 0 \\
 H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 & \text{หรือ} \\
 & H_1 : \mu_d \neq 0
 \end{array}$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}$$

$$= 2.20$$

$$\text{ค่าวิกฤต } \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = \pm t_{0.025, 13} = \pm 2.16$$

เนื่องจากค่า $T = 2.20$ อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่าต้นทุนในการวิเคราะห์ข้อมูลเฉลี่ยเมื่อใช้โปรแกรมที่ 1 และ 2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

1.2 กรณีประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน

ตัวอย่าง 6.13 ในการควบคุมกระบวนการกลึงก้านวาล์วเครื่องยนต์ ซึ่งมีข้อกำหนดให้มีเส้นผ่านศูนย์กลางก้านวาล์วเท่ากับ 6.35 มิลลิเมตร หรือ 0.250 นิ้ว หลังจากการวิเคราะห์ปริมาณการผลิต โดยเก็บข้อมูลวันละ 5 ครั้ง จำนวน 5 วัน ทำการวัดเส้นผ่านศูนย์กลางของก้านวาล์ว ที่ผลิตจากเครื่องจักร A และ B แล้วบันทึกผลดังนี้

ข้อมูลเส้นผ่านศูนย์กลางของก้านวาล์ว (หน่วยเป็น mm)

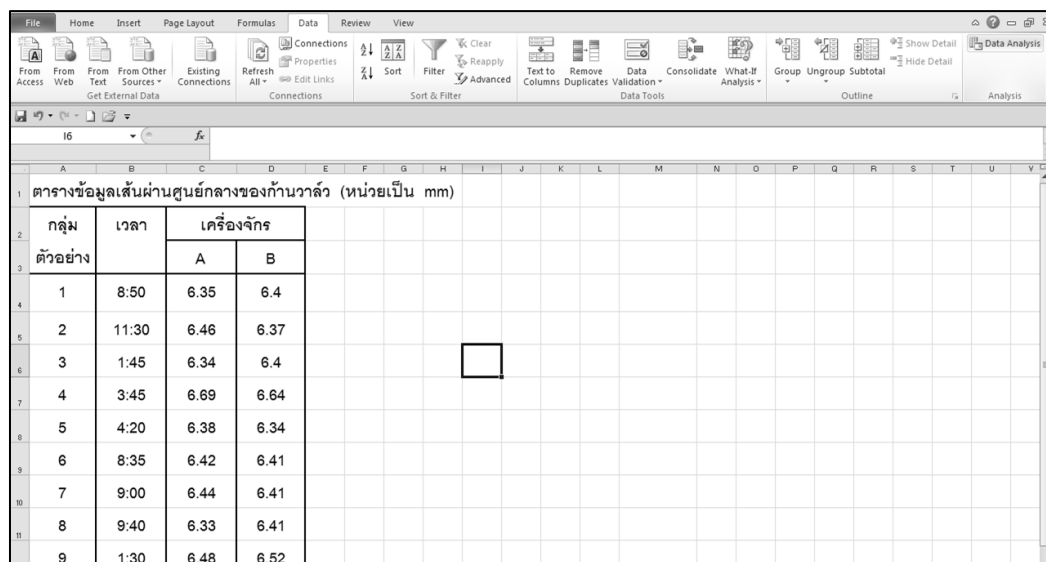
กลุ่มตัวอย่าง	เวลา	เครื่องจักร	
		1	2
1	8:50	6.35	6.40
2	11:30	6.46	6.37
3	1:45	6.34	6.40
4	3:45	6.69	6.64
5	4:20	6.38	6.34
6	8:35	6.42	6.41
7	9:00	6.44	6.41
8	9:40	6.33	6.41
9	1:30	6.48	6.52
10	2:50	6.47	6.43
11	8:30	6.38	6.41
12	1:35	6.37	6.37

กลุ่มตัวอย่าง	เวลา	เครื่องจักร	
		1	2
13	2:25	6.40	6.38
14	2:35	6.38	6.39
15	3:55	6.50	6.42
16	8:25	6.33	6.35
17	9:25	6.41	6.40
18	11:00	6.38	6.44
19	2:35	6.33	6.32
20	3:15	6.56	6.55
21	9:35	6.38	6.40
22	10:20	6.39	6.42
23	11:35	6.42	6.39
24	2:00	6.43	6.36
25	4:25	6.39	6.38

เครื่องจักร A และ B สามารถถึงก้านวาล์วเครื่องยนต์ได้แตกต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ขั้นที่ 1 ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนของเส้นผ่านศูนย์กลางของก้านวาล์วที่กลึงจากเครื่องจักรทั้ง 2 เครื่อง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

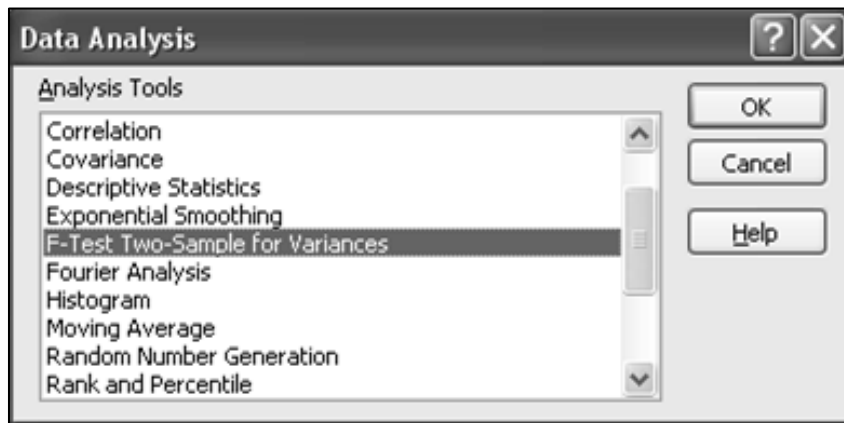
ขั้นที่ 1 ใส่ข้อมูลดังรูป เลือกเมนู Data เลือก Data Analysis



The screenshot shows the Excel interface with the 'Data' tab selected. The 'Data Analysis' button is visible in the 'Data Tools' group. Below the ribbon, a data table is displayed with the following content:

ตารางข้อมูลเส้นผ่านศูนย์กลางของก้านวาล์ว (หน่วยเป็น mm)			
กลุ่มตัวอย่าง	เวลา	เครื่องจักร	
		A	B
1	8:50	6.35	6.4
2	11:30	6.46	6.37
3	1:45	6.34	6.4
4	3:45	6.69	6.64
5	4:20	6.38	6.34
6	8:35	6.42	6.41
7	9:00	6.44	6.41
8	9:40	6.33	6.41
9	1:30	6.48	6.52

ขั้นที่ 2 ในหน้าต่าง Data Analysis เลือก F-Test Two Sample for Variances เลือก OK

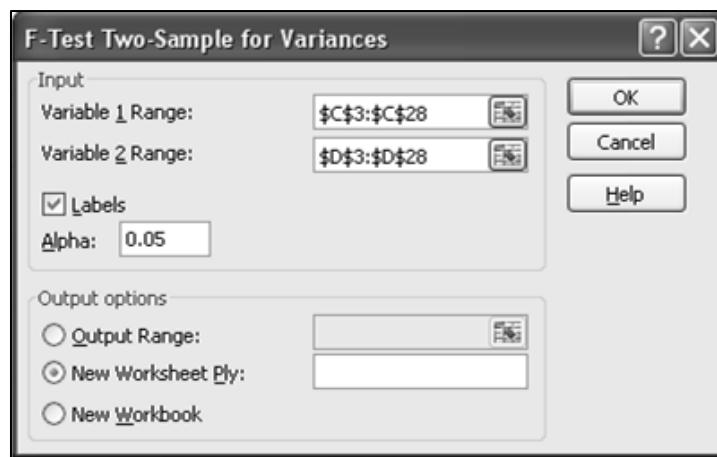


ขั้นที่ 3 ในส่วน Input

Variable 1 Range คือระบุเซลล์ข้อมูลของตัวแปรที่ 1 (มีความแปรปรวนมากกว่า)

Variable 2 Range คือระบุเซลล์ข้อมูลของตัวแปรที่ 2

Alpha คือค่าระดับนัยสำคัญ 2 ทาง เช่นถ้า $\alpha=0.10$ ใส่ค่า 0.05



ขั้นที่ 4 จะได้ผลลัพธ์

	A	B	C	D
1		F-Test Two-Sample for Variances		
2				
3			A	B
4	ค่าเฉลี่ย	Mean	6.4164	6.4124
5	ความแปรปรวน	Variance	0.00646567	0.004635667
6	จำนวนตัวอย่าง	Observations	25	25
7	df=n ₁ -1 และ n ₂ -1	df	24	24
8	ค่าสถิติทดสอบ F	F	1.39476523	
9	p_value	P(F<=f) one-tail	0.21048577	
10	ค่าวิกฤต $f_{\frac{\alpha}{2}, n_1, n_2}$	F Critical one-tail	1.98375957	
11				
12				

วิธีทำ กำหนด σ_1^2 แทนความแปรปรวนความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางก้านวาล์วที่ผลิตจากเครื่องจักร A

σ_2^2 แทนความแปรปรวนความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางก้านวาล์วที่ผลิตจากเครื่องจักร B

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.10$

ตัวสถิติทดสอบ

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

$$= 1.394$$

$$\text{ค่าวิกฤต } f_{\frac{\alpha}{2}, v_1, v_2} = f_{0.05, 24, 24} = 1.983$$

เนื่องจาก $F = 1.394$ อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่าความแปรปรวนของความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของก้านวาล์วที่ผลิตจากเครื่องจักร A และ B เท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

ขั้นที่ 2 ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของเส้นผ่านศูนย์กลางของก้านวาล์วที่กลึงจากเครื่องจักรทั้ง 2 เครื่อง

ขั้นที่ 1 เลือกเมนู Data เลือก Data Analysis เลือกวิธีการวิเคราะห์

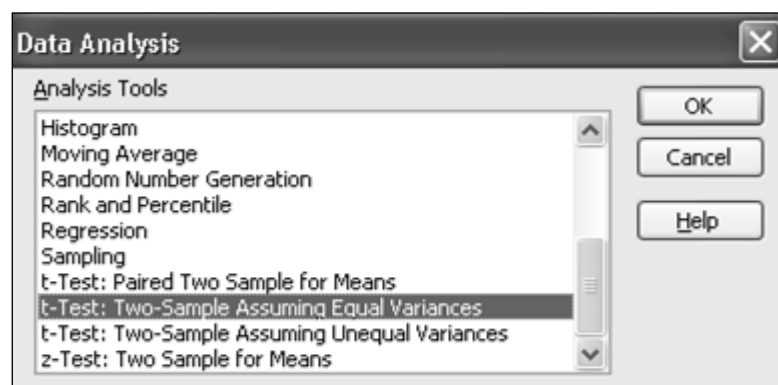
ถ้าความแปรปรวนของข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มเท่ากัน ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$) เลือกคำสั่ง

t-Test: Two Sample Assuming Equal Variances

ถ้าความแปรปรวนของข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มไม่เท่ากัน ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$) เลือกคำสั่ง

t-Test: Two Sample Assuming Unequal Variances

จากขั้นที่.1 ได้ผลว่าความแปรปรวนของความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของก้านวาล์วที่ผลิตจากเครื่องจักร A และ B เท่ากัน ดังนั้น เลือก t-Test: Two Sample Assuming Equal Variances



ขั้นที่ 2 ในส่วน Input Variable 1 Range คือระบุเซลล์ข้อมูลของตัวแปรที่ 1

Variable 2 Range คือระบุเซลล์ข้อมูลของตัวแปรที่ 2

Hypothesized Mean Difference คือผลต่างของค่าเฉลี่ย หรือ μ_0

Alpha คือค่าระดับนัยสำคัญ

ขั้นตอนที่ 3 ได้ผลลัพธ์ ดังนี้

	A	B	C	D
1		t-Test: Two-Sample Assuming Equal Variances		
2				
3			A	B
4	ค่าเฉลี่ย	Mean	6.4164	6.4124
5	ความแปรปรวน	Variance	0.006465667	0.004635667
6	จำนวนตัวอย่าง	Observations	25	25
7	ความแปรปรวนร่วม s_p^2	Pooled Variance	0.005550667	
8	ผลต่างค่าเฉลี่ย	Hypothesized Mean Difference	0	
9	$df=n_1+n_2-2$	df	48	
10	สถิติทดสอบ T กรณีค่าเฉลี่ย 2 กลุ่มที่เป็นอิสระ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	t Stat	0.189820199	
11	p_value การทดสอบทางเดียว	P(T<=t) one-tail	0.425125244	
12	ค่าวิกฤตทางเดียว $t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$	t Critical one-tail	1.677224197	
13	p_value การทดสอบ 2 ทาง	P(T<=t) two-tail	0.850250487	
14	ค่าวิกฤต 2 ทาง $\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n_1 + n_2 - 2}$	t Critical two-tail	2.010634722	
15				

วิธีทำ กำหนด μ_1 แทนความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของก้านวาล์วที่ผลิตจากเครื่องจักร A
 μ_2 แทนความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของก้านวาล์วที่ผลิตจากเครื่องจักร B

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

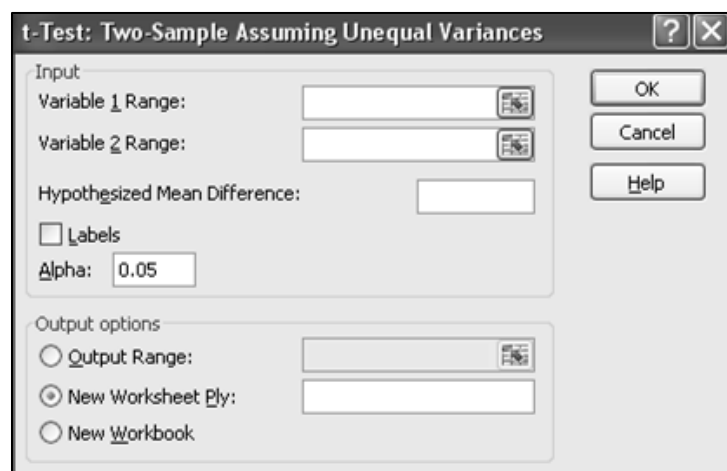
ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \\ = 0.1898$$

$$\text{ค่าวิกฤต } \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n_1 + n_2 - 2} = \pm t_{0.025, 48} = \pm 2.01$$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ $T = 0.1898$ อยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 หมายความว่า ความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของก้านวาล์วที่ผลิตจากเครื่องจักร A และ B ไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ข้อควรระวัง ในกรณีที่ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่มพบว่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$) จะต้องเลือกคำสั่ง t-Test: Two Sample Assuming Unequal Variances ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ซึ่งจะได้หน้าต่างที่มีลักษณะเหมือนกับกรณี เลือก t-Test: Two Sample Assuming Equal Variances ดังนี้



$$\text{แต่กรณี } (\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2) \text{ ตัวสถิติทดสอบคือ } T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$\text{องศาแห่งความเป็นอิสระ คือ } \nu = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้จึงมีค่าที่แตกต่างกัน ดังนี้

	A	B	C	D
1	t-Test: Two-Sample Assuming Unequal Variances			
2				
3			A	B
4 ค่าเฉลี่ย	Mean	6.4164	6.4124	
5 ความแปรปรวน	Variance	0.006465667	0.004635667	
6 จำนวนตัวอย่าง	Observations	25	25	
7 ผลต่างค่าเฉลี่ย	Hypothesized Mean Difference	0		
8 df = v	df	47		
9 สถิติทดสอบ T กรณีค่าเฉลี่ย 2 กลุ่มที่เป็นอิสระ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	t Stat	0.189820199		
10 p_value การทดสอบทางเดียว	P(T<=t) one-tail	0.425133735		
11 ค่าวิกฤตทางเดียว $t_{\alpha, \nu}$	t Critical one-tail	1.677926722		
12 p_value การทดสอบ 2 ทาง	P(T<=t) two-tail	0.850267469		
13 ค่าวิกฤต 2 ทาง $\pm t_{\alpha/2, \nu}$	t Critical two-tail	2.011740514		
14				

สรุปท้ายบท

การทดสอบสมมติฐานเป็นวิธีการในส่วนของสถิติอ้างอิงที่ใช้เพื่อการตรวจสอบ หรือ ยืนยันในทฤษฎี ความเชื่อ ประสิทธิภาพ หรือความเชื่อของบุคคล ๆ หนึ่ง ด้วยข้อมูลที่เกิดขึ้นจริง หรือข้อมูลเชิงประจักษ์จากตัวอย่าง ซึ่งมีวิธีการที่มีขั้นตอนในการทดสอบที่เชื่อถือได้ ในทางสถิติ สมมติฐานมักเกี่ยวข้องกับค่าที่บอกลักษณะของประชากรหรือค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ การทดสอบ สมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ต่าง ๆ นั้นมีขั้นตอนที่มีแนวคิดเดียวกันจะแตกต่างกันตัวสถิติ ทดสอบ ดังนั้นจึงควรระมัดระวังในการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบให้เหมาะสมกับพารามิเตอร์ที่ ต้องการทดสอบเพื่อผลการทดสอบสมมติฐานที่ถูกต้องและน่าเชื่อถือ

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. สถานเสริมความงามแห่งหนึ่งโฆษณาว่าสมาชิกที่เข้าคอร์สลดน้ำหนักจะสามารถลดน้ำหนักได้โดยเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 10 ปอนด์ ภายใน 30 วัน เพื่อทดสอบว่าคำโฆษณาของสถานเสริมความงามแห่งนี้เป็นจริงหรือไม่ จึงทำการสุ่มตัวอย่างผู้ที่เข้าคอร์สจำนวน 9 คน แล้วชั่งน้ำหนักก่อน และหลังเข้าคอร์ส ได้ผลดังนี้

สมาชิก คนที่	น้ำหนัก (ปอนด์)	
	ก่อนเข้าคอร์ส	หลังเข้าคอร์ส
1	157	150
2	174	167
3	198	187
4	205	198
5	147	146
6	165	153
7	212	199
8	169	171
9	158	156

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 อยากทราบว่าคำโฆษณาของสถานเสริมความงามเป็นจริงหรือไม่

2. สมาคมผู้ครองผู้บริโภคร้องการเปรียบเทียบราคาเครื่องคอมพิวเตอร์ที่จำหน่ายในกรุงเทพฯ และต่างจังหวัด จึงสุ่มตัวอย่างร้านค้าในกรุงเทพฯ จำนวน 6 ร้าน และต่างจังหวัดจำนวน 8 ร้าน ได้ข้อมูลดังนี้

ราคาเครื่องคอมพิวเตอร์(หมื่นบาท)								
ร้านที่	1	2	3	4	5	6	7	8
กรุงเทพฯ	10	12	9	14	12	10		
ต่างจังหวัด	13	16	8	12	14	13	11	14

- 2.1 จงทดสอบว่าความแปรปรวนของเครื่องคอมพิวเตอร์ในกรุงเทพฯ และต่างจังหวัดแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

- 2.2 จากผลการทดสอบในข้อ 7.1 อยากทราบว่าราคาเฉลี่ยของเครื่องคอมพิวเตอร์ในต่างจังหวัดสูงกว่าในกรุงเทพฯ หรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

3. บริษัทแห่งหนึ่งใช้กลยุทธ์โฆษณาโดยการแจกคู่มือให้ส่วนลคพิเศษในนิตยสารหลายฉบับ โดยฉบับที่คู่มืออยู่ด้านในของปกหน้า บางฉบับจะอยู่ด้านในของปกหลัง จากการเก็บรวบรวมข้อมูลพบว่าอัตราส่วนลคทีู่กค้าใช้จากนิตยสารต่าง ๆ เป็นดังนี้

นิตยสาร	เปอร์เซ็นต์ผู้ใชคู่มือส่วนลค									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ด้านในปกหน้า	6.2	5.8	7.1	6.5	6.7	7.0	6.6	6.3	6.9	6.0
ด้านในปกหลัง	4.9	5.2	5.4	5.8	5.9	6.1	6.3	6.5		

จากข้อมูลสามารถสรุปได้หรือไม่ว่าตำแหน่งที่โฆษณา มีผลต่อเปอร์เซ็นต์ผู้ใชคู่มือส่วนลค ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05