การทดสอบสมมติฐาน

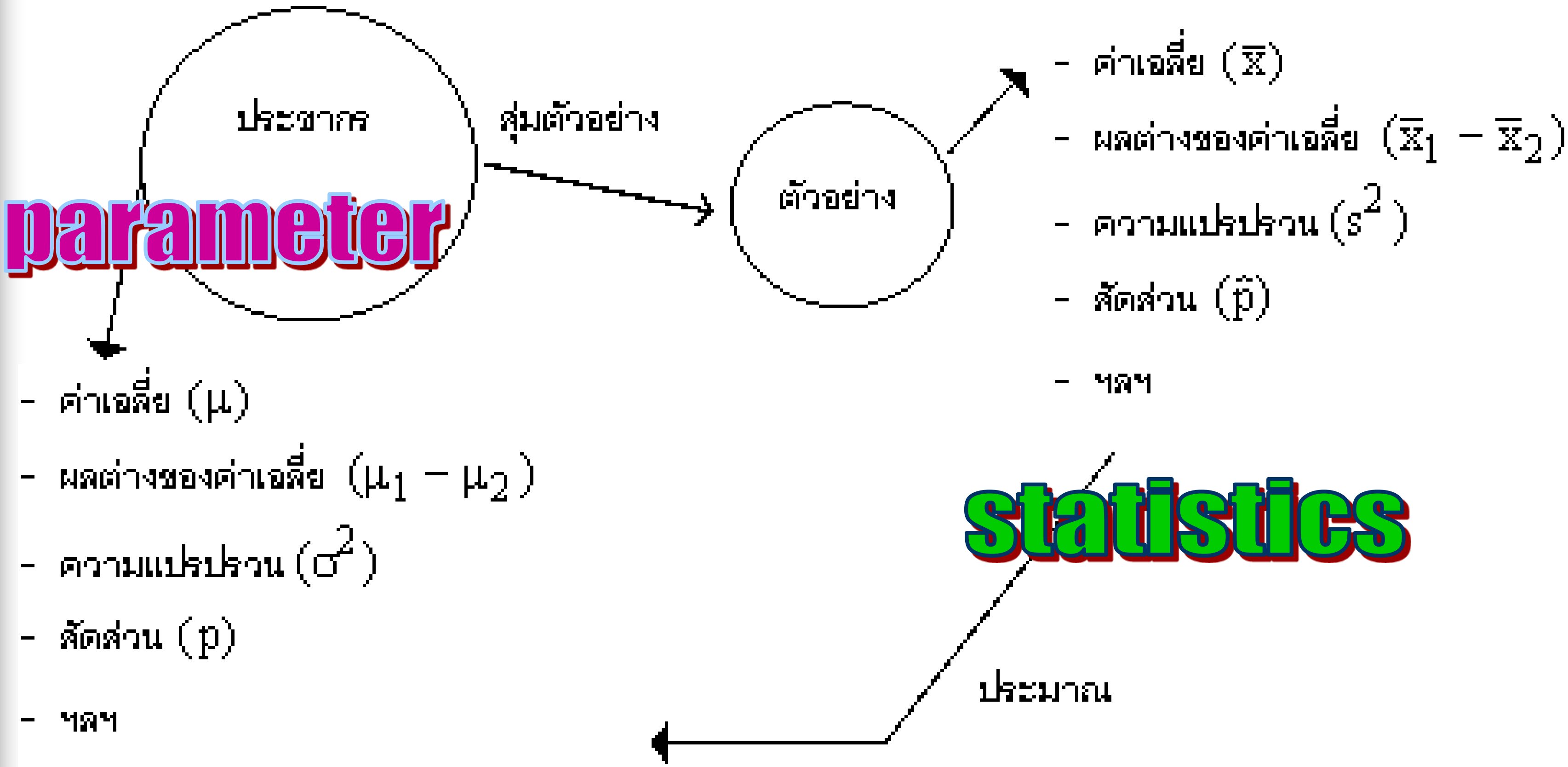
(Hypothesis Testing)

ครอบครัวสถิติพอเพียง

ข้อมูล ↔ **วิธีวิเคราะห์ข้อมูล** → **สารสนเทศ**

- การกำหนดจำนวนตัวอย่าง
- วิธีการเลือกตัวอย่าง
- ประเภทข้อมูล

- สถิติพรรณนา → อธิบายได้เฉพาะภาพรวมของข้อมูลที่เก็บรวบรวมมา
  + การแจกแจงความถี่
  + การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง
  + การวัดการกระจาย
  + สัดส่วน
- สถิติอ้างอิง → อธิบายภาพรวมของข้อมูลในประชากร โดยอ้างอิงจากข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาจากตัวอย่าง
  + การประมาณค่า
  + การการทดสอบสมมติฐาน
  + การทดสอบไคสแควร์
  + สหสัมพันธ์และการวิเคราะห์การถดถอย
  + การวิเคราะห์ความแปรปรวน



การประมาณค่า

หมายถึง การนำค่าสถิติกลับมาสรุปหรืออ้างอิงเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ที่สนใจว่ามีค่าเท่ากับเท่าไร

ความหมายของสมมติฐานทางสถิติ

ข้อมูลที่สนใจ คะแนนสอบ และเกรดวิชาคณิตศาสตร์ที่สอน โดยการใช้ E_Learning

สมมติฐานในประชากร

ไม่ทราบค่า

1. คะแนนเฉลี่ยมากกว่า 50 คะแนน $\mu > 50$
2. คะแนนแตกต่างกันไม่เกิน 10 คะแนน $\sigma \leq 10$
3. นักเรียนที่สอบได้เกรด A ไม่เท่ากับ 50% $p \neq 0.50$

พารามิเตอร์

(parameter)

ข้อมูลที่สนใจ

คะแนนสอบ และเกรดวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ E_Learning

คะแนนสอบ และเกรดวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยไม่ใช้ E_Learning

สมมติฐานในประชากร

ไม่ทราบค่า

1. คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ E_Learning และไม่ใช้ E_Learning แตกต่างกัน → $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

2. การกระจายของคะแนนที่สอนโดยใช้ E_Learning น้อยกว่าไม่ใช้ E_Learning → $\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1$

3. สัดส่วนของนักเรียนที่ได้เกรด A ในการสอนแบบใช้ E_Learning มากกว่าไม่ใช้ E_Learning → $p_1 - p_2 > 0$

พารามิเตอร์

(parameter)

สมมติฐานทางสถิติ หมายถึงการคาดคะเน หรือความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ที่สนใจในประชากร 1 กลุ่ม หรือตั้งแต่ 2 กลุ่ม ซึ่งอาจจะเป็นจริงหรือไม่จริงก็ได้

HYPOTHESIS
THE JOURNAL OF THE RESEARCH SECTION OF MLA

แหล่งที่มาของสมมติฐาน

- จากความรู้
- จากประสบการณ์
- จากทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง
- จากข้อค้นพบของผู้อื่น

สมมติฐานเกี่ยวกับ

- ค่าเฉลี่ย
- สัดส่วน
- ความแปรปรวน

ประชากร 1 กลุ่ม

ประชากร 2 กลุ่ม

ประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม

ความหมายของการทดสอบสมมติฐาน

ข้อมูลที่สนใจ คะแนนสอบ และเกรดวิชาคณิตศาสตร์ที่สอน โดยใช้ E_Learning

สมมติฐานในประชากร

1. คะแนนเฉลี่ยมากกว่า 50 คะแนน
2. คะแนนแตกต่างกันไม่เกิน 10 คะแนน
3. นักเรียนที่สอบได้เกรด A ไม่เท่ากับ 50%

ไม่ทราบค่า		หาค่าได้
$\mu > 50$	ทดสอบสมมติฐาน	$\bar{x} = 52.5$
$\sigma \leq 10$	ทดสอบสมมติฐาน	$s = 13.5$
$p \neq 0.50$	ทดสอบสมมติฐาน	$\hat{p} = 0.63$
พารามิเตอร์ (parameter)		ค่าสถิติ (statistics)

ข้อมูลที่สนใจ

คะแนนสอบ และเกรดวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ E_Learning

คะแนนสอบ และเกรดวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยไม่ใช้ E_Learning

สมมติฐานในประชากร

ไม่ทราบค่า

หาค่าได้

1.คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ E_Learning และไม่ใช้แตกต่างกัน

2. การกระจายของคะแนนที่สอนโดยใช้ E_Learning น้อยกว่าไม่ใช้

3. สัดส่วนของนักเรียนที่ได้เกรด A ในการสอนแบบใช้ E_Learning มากกว่าไม่ใช้ E_Learning

$\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1$

$p_1 - p_2 > 0$

ทดสอบสมมติฐาน

ทดสอบสมมติฐาน

ทดสอบสมมติฐาน

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 5$

$\frac{s_1^2}{s_2^2} = 0.4$

$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = 0.21$

พารามิเตอร์

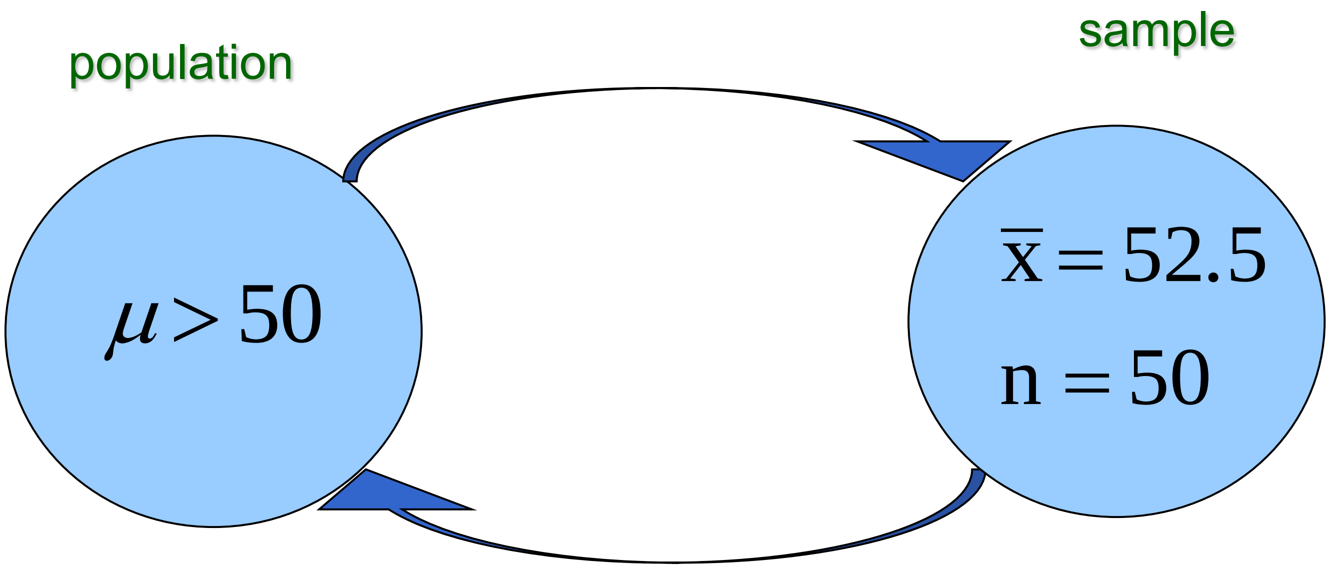
(parameter)

ค่าสถิติ

(statistics)

การทดสอบสมมติฐาน หมายถึงการนำค่าสถิติกลับมาสรุปว่าพารามิเตอร์มีค่าเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือไม่

หลักในการทดสอบสมมติฐาน



สรุปว่าสมมติฐานถูกหรือไม่

ขั้นตอนในการทดสอบสมมติฐาน

1. ตั้งสมมติฐานเชิงสถิติ

$H_0 : \mu \le \mu_0$ | $H_1 : \mu > \mu_0$

$H_0 : \mu \ge \mu_0$ | $H_1 : \mu < \mu_0$

$H_0 : \mu = \mu_0$ | $H_1 : \mu \ne \mu_0$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

กำหนดโอกาสที่จะเกิดความผิดพลาด

3. เลือก และคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

4. หาค่าวิกฤต

เปิดตารางหาค่า z_α , $t_{\alpha,df}$, $\chi^2_{\alpha,df}$, f_{α,v_1,v_2}

5. สรุปและแปลความหมาย

อธิบายผลลัพธ์ของการทดสอบสมมติฐาน

1. ตั้งสมมติฐานเชิงสถิติ เป็นการแปลงสมมติฐานทางสถิติให้อยู่ในรูปพารามิเตอร์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วยสมมติฐาน 2 ประเภท

สมมติฐานว่าง (Null Hypothesis)หรือ H_0 เป็นสมมติฐานที่แสดงถึงความเท่ากัน หรือความไม่แตกต่าง หรือความแตกต่างเป็นศูนย์ ดังนั้นมักแทนด้วยสัญลักษณ์	สมมติฐานแย้ง (Alternative Hypothesis) หรือ H_1 , H_a เป็นสมมติฐานที่แสดงความขัดแย้งกับ H_0 ดังนั้นมักแทนด้วยสัญลักษณ์
$=$ $\geq$ $\leq$	$\neq$ $>$ $<$

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

การทดสอบสมมติฐาน 2 ทาง (Two tailed test)

$$H_0 : \mu \leq \mu_0$$
$$H_1 : \mu > \mu_0$$

การทดสอบสมมติฐานทางขวา(Right tailed test)

$$H_0 : \mu \geq \mu_0$$
$$H_1 : \mu < \mu_0$$

การทดสอบสมมติฐานทางซ้าย(Left tailed test)

คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดย E_Learning มากกว่า 50 คะแนน

μ แทนคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ E_Learning

$\mu > 50$ → $H_1 : \mu > 50$ → การทดสอบสมมติฐานทางขวา (Right tailed test)

คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ E_Learning ไม่แตกต่างจาก 50 คะแนน

แตกต่าง $\mu \neq 50$

$\mu = 50$ → $H_0 : \mu = 50$ → การทดสอบสมมติฐาน 2 ทาง (Two tailed test)

โดยทั่วไปสมมติฐานวิจัยจะตรงกับ H_1

คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ E_Learning และไม่ใช้แตกต่างกัน

μ_1 แทนคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ E_Learning

μ_2 แทนคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยไม่ใช้ E_Learning

$\boxed{\mu_1 \neq \mu_2}$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

หรือ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ E_Learning มากกว่าไม่ใช้
เท่ากับ 15 คะแนน

ผลต่างของคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่สอน 2 วิธี เท่ากับ 15 คะแนน

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 15$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 15$$

คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ E_Learning มากกว่า 50 คะแนน

μ แทนคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ E_Learning

$$H_0 : \mu \leq 50$$

$$H_1 : \mu > 50$$

สมมติฐานใดที่ ไม่จริง เรียกว่า ปฏิเสธ(reject) สมมติฐาน นั้น

ยอมรับ(accept)สมมติฐาน นั้น

ควรปฏิเสธสมมติฐานใด ??????

$$H_0 \ , \ H_1$$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ

ในการทดสอบสมมติฐานย่อมมีความผิดพลาดเกิดขึ้น 2 ประเภท ดังนี้

ประชากร

$H_0 : \mu = 50$

$H_1 : \mu > 50$

ตัวอย่าง

ปฏิเสธ ยอมรับ $H_0 : \mu = 50$

$H_1 : \mu > 50$

ผลการทดสอบสมมติฐานจากตัวอย่าง

ความจริงในประชากร

	H_0 จริง	H_0 ไม่จริง
ปฏิเสธ H_0	ความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I error)	
ยอมรับ H_0		ความผิดพลาดประเภทที่ 2 (Type II error)

เราควรให้ความสำคัญกับความผิดพลาดประเภทที่ 1

ระดับนัยสำคัญ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ α

คือ โอกาสที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 *(Type I error)*

P (เกิดความผิดพลาดประเภทที่1)

เราควรกำหนดระดับนัยสำคัญ เท่าไร ?

ระดับนัยสำคัญ ที่นิยมกำหนด คือ

0.01 , 0.05 และ 0.10

3. เลือก และคำนวณตัวสถิติทดสอบ

ตัวสถิติทดสอบ คือ ค่าที่คำนวณได้จากค่าสถิติ จะมีสูตรในการคำนวณที่แตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบ และค่านี้มีส่วนในการตัดสินใจว่าจะปฏิเสธ หรือยอมรับ H_0

population

$H_0 : \mu \leq 3{,}500$

$H_1 : \mu > 3{,}500$

sample

$\bar{x} = 3{,}930.83$

$s = 655.91$

$n = 24$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = 3.21$$

สรุปว่าปฏิเสธ หรือยอมรับ H_0

population

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq 1{,}000$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 1{,}000$$

sample

$$\bar{x}_1 = 4{,}983.63 \quad \bar{x}_2 = 3{,}930.83$$
$$s_1 = 1{,}055.82 \quad s_2 = 655.91$$
$$n_1 = 24 \quad n_2 = 24$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

สรุปว่าปฏิเสธ หรือยอมรับ H_0

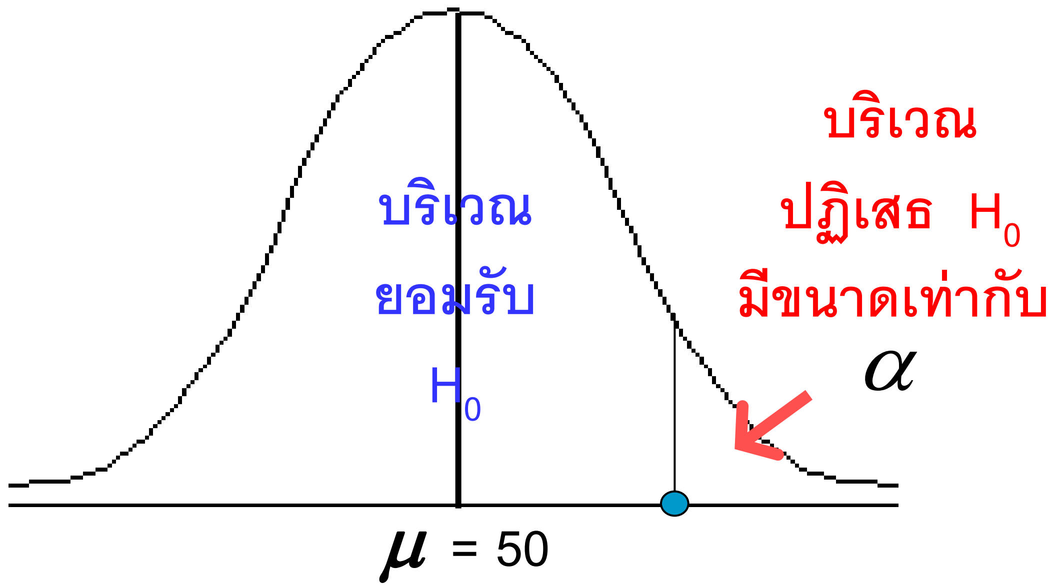
4. หาค่าวิกฤต

$$H_0 : \mu = 50$$

$$H_1 : \mu > 50$$

การทดสอบสมมติฐาน

ทางขวา



$\bar{x} = 50$ → $\bar{x} = ?$

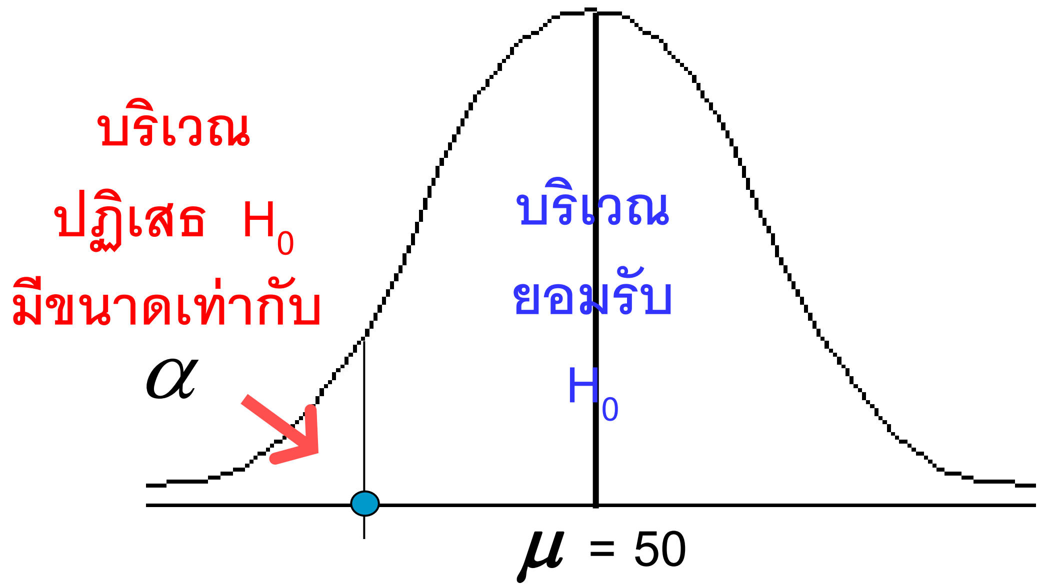
$Z = 0$ $\quad$ Z_{α}

ค่าวิกฤต

4. หาค่าวิกฤต(ต่อ)

$$H_0 : \mu = 50$$
$$H_1 : \mu < 50$$

การทดสอบสมมติฐานทางซ้าย



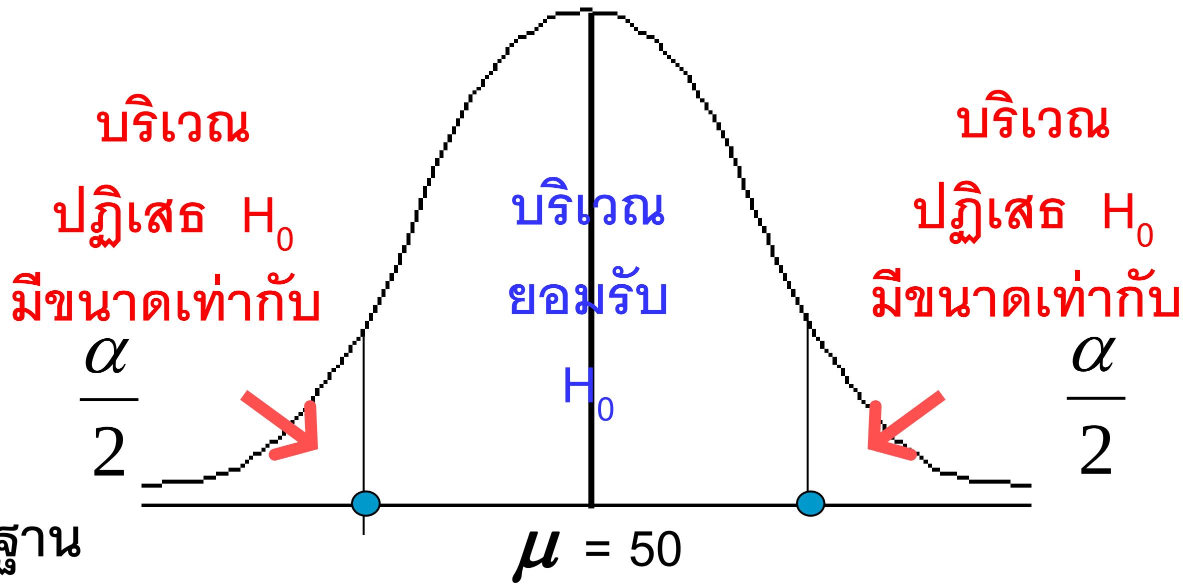
$\bar{x} = ?$ ← $\bar{x} = 50$ →

$-z_{\alpha}$ $Z = 0$

ค่าวิกฤต

4. หาค่าวิกฤต(ต่อ)

$$H_0 : \mu = 50$$
$$H_1 : \mu \neq 50$$



การทดสอบสมมติฐาน

2 ทาง

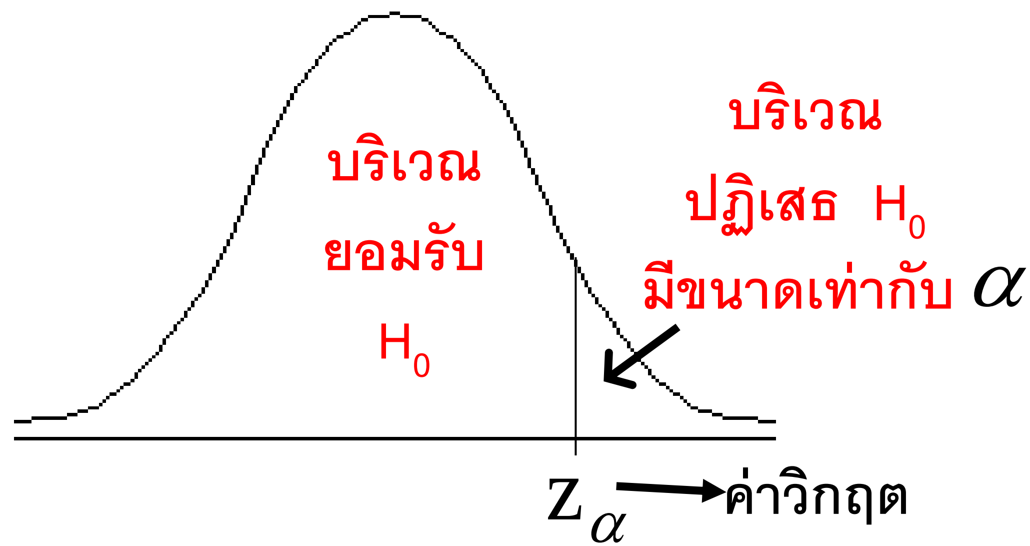
$\bar{x} = ?$ ← $\bar{x} = 50$ → $\bar{x} = ?$

$-Z_{\frac{\alpha}{2}}$ | $Z = 0$ | $Z_{\frac{\alpha}{2}}$

ค่าวิกฤต

ค่าวิกฤต

ค่าวิกฤติ คือ ค่าที่เปิดจากตารางสถิติ เช่น z_{α} , $t_{\alpha,df}$ เป็นต้น และค่าวิกฤตินี้จะแบ่งพื้นที่ใต้โค้งเป็น 2 ส่วน ดังรูป



ค่าวิกฤติ , บริเวณยอมรับ H_0 , บริเวณปฏิเสธ H_0

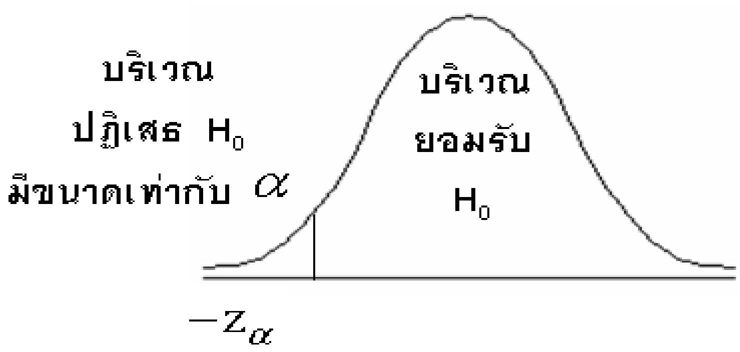
มีรูปแบบแตกต่างกันไป

ขึ้นอยู่กับเครื่องหมายใน H_1 หรือประเภทการทดสอบสมมติฐาน

Left tailed test

$H_0 : \mu \geq \mu_0$

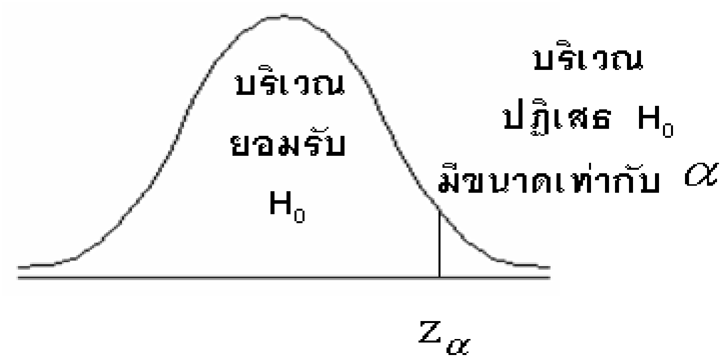
$H_1 : \mu < \mu_0$

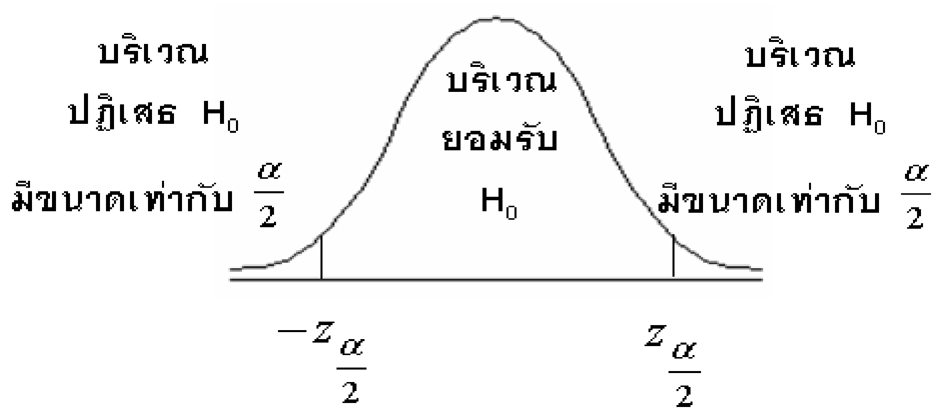


Right tailed test

$H_0 : \mu \leq \mu_0$

$H_1 : \mu > \mu_0$





Two tailed test

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_1 : \mu \neq \mu_0$

5. สรุปและแปลความหมาย

เกณฑ์ในการตัดสิน

ถ้า ค่าตัวสถิติทดสอบ มีค่าอยู่ใน บริเวณปฏิเสธ H_0 จะ “ปฏิเสธ H_0“
ถ้า ค่าตัวสถิติทดสอบ มีค่าอยู่ใน บริเวณยอมรับ H_0 จะ “ยอมรับ H_0“

การแปลความหมายจะแปลความหมายสมมติฐานที่ยอมรับ

ตัวอย่าง ถ้าคาดว่าค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มหนึ่งมากกว่า 15 เพื่อทดสอบว่าสิ่งที่คาดไว้เป็นจริงหรือไม่ จึงทำการสุ่มตัวอย่างขนาด 64 ได้ค่า $\bar{x} = 17.5$, $s = 10$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05

$$H_0 : \mu \le 15 \qquad\qquad H_0 : \mu \le 15$$

$$H_1 : \mu > 15 \qquad\qquad H_1 : \mu > 15$$

$$\alpha = 0.01 \qquad\qquad \alpha = 0.05$$

$$H_0 : \mu \le 15$$
$$H_1 : \mu > 15$$
$$\alpha = 0.01$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

$$= \frac{17.5 - 15}{10 / \sqrt{64}}$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

$$= \frac{17.5 - 15}{10 / \sqrt{64}}$$

การกำหนดระดับนัยสำคัญมีผลต่อการปฏิเสธ หรือ ยอมรับ H_0

ค่าวิกฤต $z_\alpha = z_{0.01} = 2.326$

เนื่องจาก $Z = 2.00$ อยู่ในบริเวณ ยอมรับ H_0 หมายความว่าค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มนี้น้อยกว่า หรือเท่ากับ 15 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ค่าวิกฤต $z_\alpha = z_{0.05} = 1.645$

เนื่องจาก $Z = 2.00$ อยู่ในบริเวณ ปฏิเสธ H_0 หมายความว่าค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มนี้มากกว่า 15 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ขั้นตอนในการทดสอบสมมติฐาน

1. ตั้งสมมติฐานเชิงสถิติ ⇨ $\begin{array}{l} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{array}$ หรือ $\begin{array}{l} H_0 : \mu \leq \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{array}$ หรือ $\begin{array}{l} H_0 : \mu \geq \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{array}$ หรือ $\begin{array}{l} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0 \end{array}$ $\begin{array}{l} H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq \mu_0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \mu_0 \end{array}$ $\begin{array}{l} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0 \end{array}$

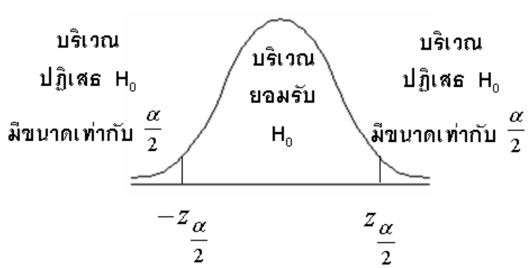
   Two-tailed test   Right-tailed test   Left-tailed test

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) ⇨ โอกาสในการปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง

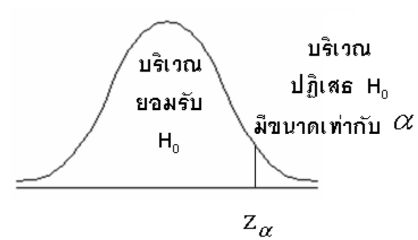
3. เลือกและคำนวณตัวสถิติทดสอบ ⇨ $Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$ หรือ $T = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$ หรือ $Z = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$ ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ที่ทดสอบ

4. หาค่าวิกฤต ⇨ ค่าที่เปิดจากตารางสถิติ เช่น $\begin{array}{c} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \\ \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \end{array}$ หรือ $\begin{array}{c} z_{\alpha} \\ t_{\alpha, n-1} \end{array}$ หรือ $\begin{array}{c} -z_{\alpha} \\ -t_{\alpha, n-1} \end{array}$ ขึ้นอยู่กับตัวสถิติและประเภทการทดสอบสมมติฐาน

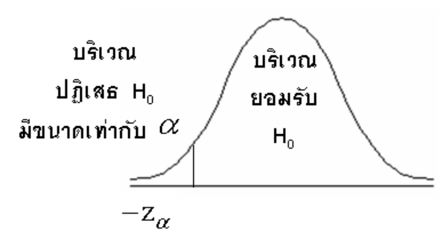
Two-tailed test



Right-tailed test



Left-tailed test



5. สรุปและแปลความหมาย ⇨ เกณฑ์ในการปฏิเสธ H_0 : ถ้า ตัวสถิติทดสอบในขั้นที่ 3 มีค่าอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 จะปฏิเสธ H_0

   ถ้า ตัวสถิติทดสอบในขั้นที่ 3 มีค่าอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 จะยอมรับ H_0

$H_0 : \mu = 50$

$H_1 : \mu > 50$

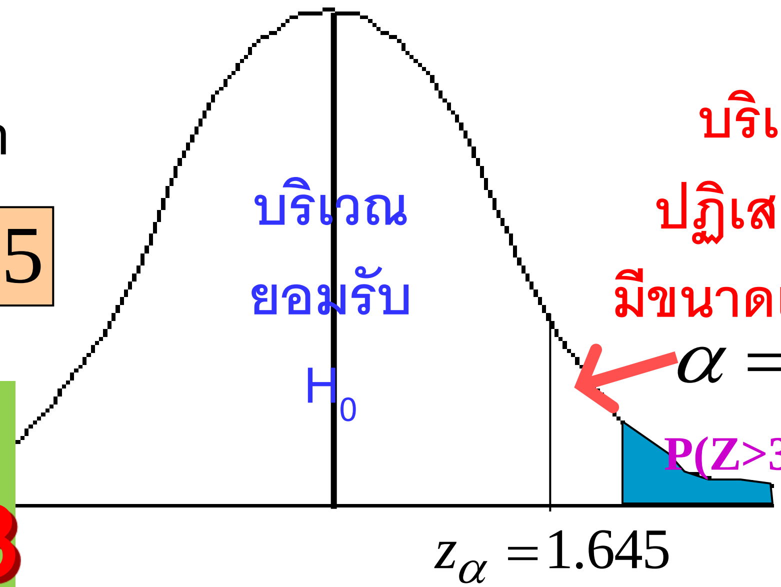
การทดสอบสมมติฐานทางขวา

ตัวสถิติทดสอบ $\boxed{\alpha = 0.05}$

p-value

P(Z>3.00)=0.0013

$= 3.00$



บริเวณ
ปฏิเสธ H_0
มีขนาดเท่ากับ
$\alpha = 0.05$

P(Z>3.00)=0.0013

p-value หรือ ค่า **sig** คือ ค่าความน่าจะเป็นที่ใช้ในการปฏิเสธหรือยอมรับ **Ho**

ถ้า **p-value** มีค่าน้อยกว่า α จะปฏิเสธ **Ho**

ถ้า **p-value** มีค่ามากกว่า α จะยอมรับ **Ho**

$$H_0 : \mu = 50$$

$$H_1 : \mu < 50$$

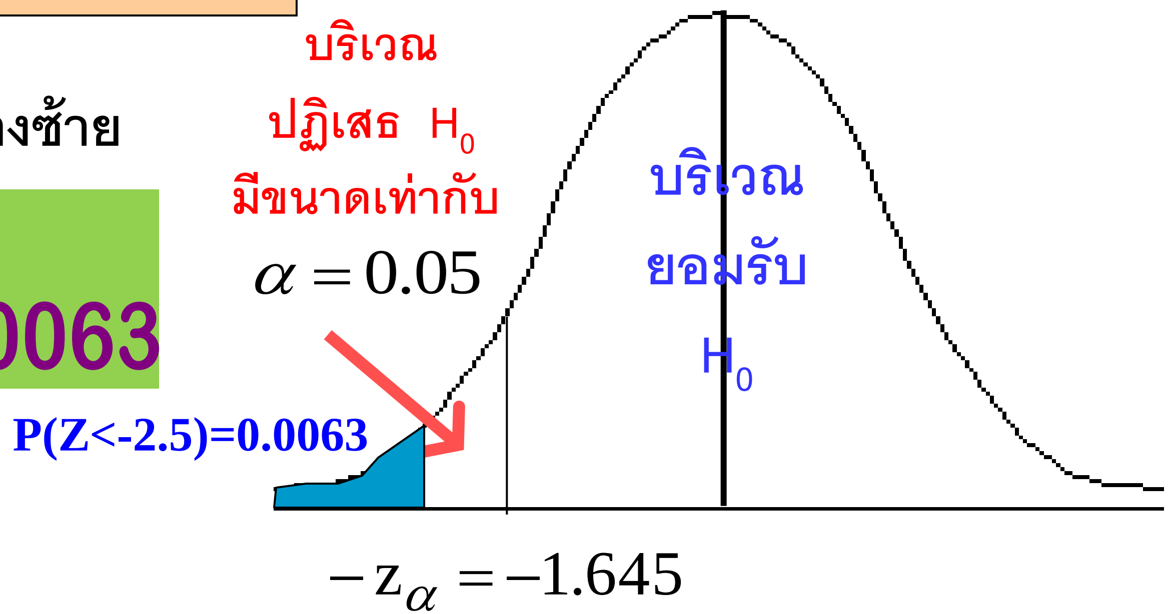
$$\boxed{\alpha = 0.05}$$

การทดสอบสมมติฐานทางซ้าย

p-value

P(Z<-2.50)=0.0063

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = -2.50$$



p-value หรือ ค่า **sig** คือ ค่าความน่าจะเป็นที่ใช้ในการปฏิเสธหรือยอมรับ **Ho**

ถ้า **p-value** มีค่าน้อยกว่า α จะปฏิเสธ **Ho**

ถ้า **p-value** มีค่ามากกว่า α จะยอมรับ **Ho**

$$H_0 : \mu = 50$$

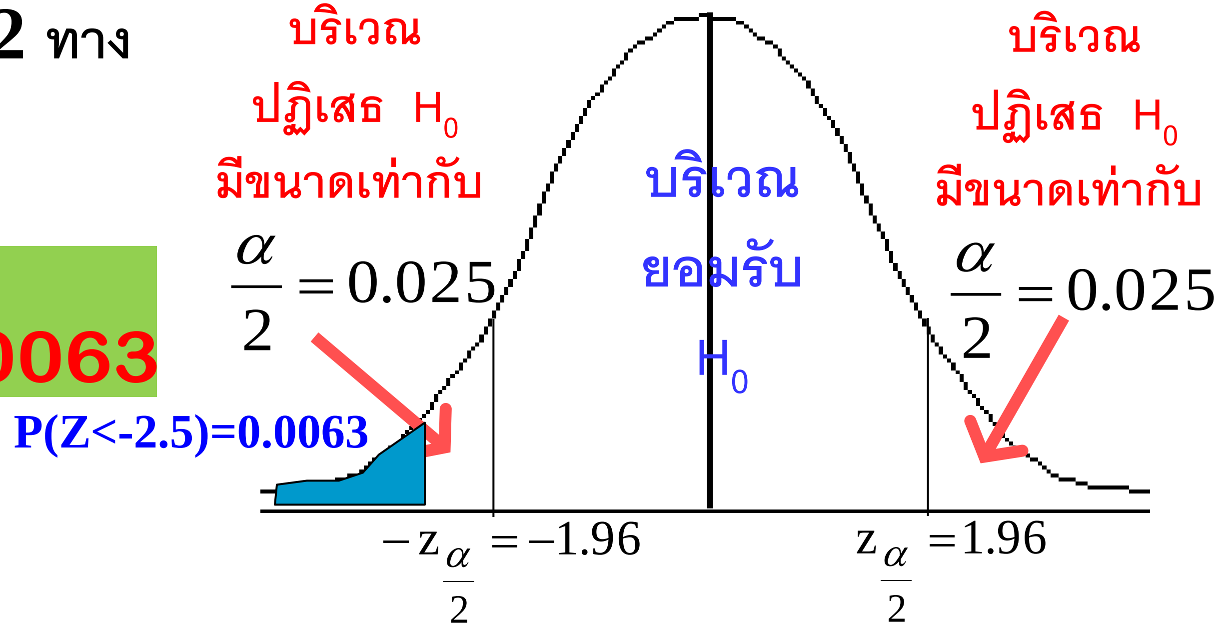
$$H_1 : \mu \neq 50$$

การทดสอบสมมติฐาน 2 ทาง

$$\boxed{\alpha = 0.05}$$

p-value
P(Z<-2.50)=0.0063

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = -2.50$$



p-value หรือ ค่า **sig** คือ ค่าความน่าจะเป็นที่ใช้ในการปฏิเสธหรือยอมรับ **Ho**

ถ้า **p-value** มีค่าน้อยกว่า $\alpha/2$ จะปฏิเสธ **Ho**
ถ้า **p-value** มีค่ามากกว่า $\alpha/2$ จะยอมรับ **Ho**

$$H_0 : \mu = 50$$

$$H_1 : \mu \neq 50$$

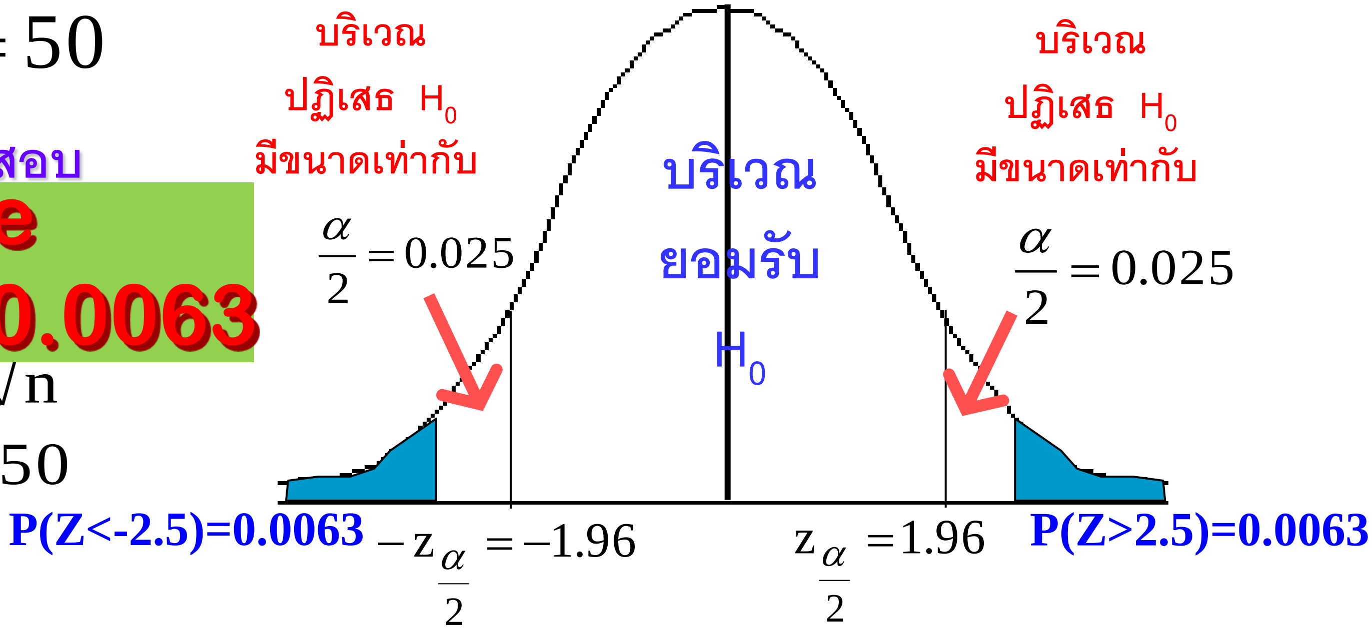
ตัวสถิติทดสอบ

p-value

P(Z<-2.50)=0.0063

$$/ \sqrt{n}$$

$$= -2.50$$



ใน SPSS จะให้ค่า p-value ดังนี้

p-value=2xP(Z<-2.50)=0.0126

sig 2 tailed

ถ้า **p-value** มีค่าน้อยกว่า α จะปฏิเสธ **Ho**

ถ้า **p-value** มีค่ามากกว่า α จะยอมรับ **Ho**

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม (μ)

เป็นการทดสอบว่าค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มนั้นมีค่าเป็นไปตามค่าคงที่ (μ_0) ที่คาดไว้หรือไม่

กำหนด μ แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลในประชากร

μ_0 แทนค่าคงที่ที่กำหนด

ดังนั้นสมมติฐานเชิงสถิติเป็นดังนี้

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

หรือ

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad H_1 : \mu > \mu_0$$

หรือ

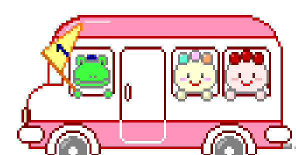
$$H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

นักเศรษฐศาสตร์เชื่อว่าในปัจจุบันปริมาณการบริโภคข้าวเฉลี่ยต่อคนต่อปีของคนไทยต่ำกว่า 150 กิโลกรัม

กำหนด μ แทนปริมาณการบริโภคข้าวเฉลี่ยต่อคนต่อปีของคนไทย

μ_0 แทน 150

$$\boxed{\begin{aligned} \mathrm{H}_0 &: \mu \geq 150 \\ \mathrm{H}_1 &: \mu < 150 \end{aligned}}$$



ยอดจำหน่ายสินค้า
เฉลี่ยคนละ 8,000

อบรม → ยอดขายเพิ่มขึ้น

ผู้บริหารของบริษัทแห่งหนึ่งคาดว่าพนักงานขายที่ผ่านการอบรมสามารถทำยอดจำหน่ายสินค้าเฉลี่ยต่อคนต่อเดือนได้มากกว่า 8,000 บาท

กำหนด μ แทนยอดจำหน่ายสินค้าเฉลี่ย

μ_0 แทน 8,000

$$H_0 : \mu \le 8{,}000$$

$$H_1 : \mu > 8{,}000$$

ตัวสถิติทดสอบ $Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$

เมื่อ $\bar{x}$ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่าง

μ_0 คือ ค่าคงที่ที่คาดไว้

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

n คือ จำนวนตัวอย่าง

ค่าวิกฤต z_α $-z_\alpha$ $\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$

ในทางปฏิบัติไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร

ตัวสถิติทดสอบสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม

$n > 30$

ตัวสถิติทดสอบ $Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$

ค่าวิกฤต

z_{α}

$-z_{\alpha}$

$\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$

$n \leq 30$ หรือ $n > 30$

ตัวสถิติทดสอบ $T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$

ค่าวิกฤต

$t_{\alpha, n-1}$

$-t_{\alpha, n-1}$

$\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

เมื่อ $\bar{x}$ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่าง

μ_0 คือ ค่าคงที่ที่คาดไว้

s คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล

n คือ จำนวนตัวอย่าง

ตัวอย่าง นักวิเคราะห์ทางการเงินของบริษัทแห่งหนึ่งคิดว่า ถ้านำวิธีการชำระเงินทางบัตรเครดิตมาใช้กับร้านสะดวกซื้อจะทำให้ยอดขายต่อวันมากกว่า 25,000 บาท จึงทำการทดลองใช้วิธีการชำระเงินทางบัตรเครดิตกับร้านสะดวกซื้อ 50 ร้าน ได้ยอดขายเฉลี่ย 28,250 บาทต่อวัน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของยอดขาย 10,000 บาท ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 นักวิเคราะห์ทางการเงินคิดถูกหรือไม่

กำหนด μ ยอดขายเฉลี่ยจากวิธีการชำระเงินด้วยบัตรเครดิต

μ_0 แทน 25,000

$$H_0 : \mu \le 25{,}000$$

$$H_1 : \mu > 25{,}000$$

$$H_0 : \mu \le 25{,}000$$
$$H_1 : \mu > 25{,}000$$

ตัวสถิติทดสอบคือ

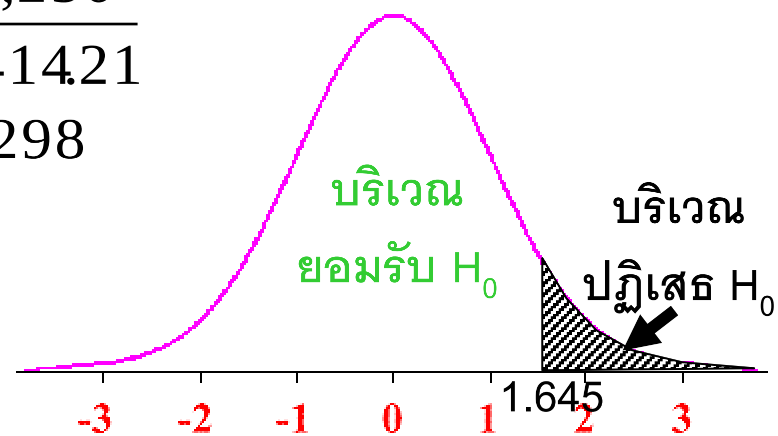
$$T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{28{,}250 - 25{,}000}{10{,}000/\sqrt{50}} = \frac{3{,}250}{1414.21} = 2.298$$

p-value

P(T>2.298)=0.0107

เนื่องจากเป็นการทดสอบทางขวา

ค่าวิกฤติ $t_{0.05,49} = 1.645$



เนื่องจาก T =2.298 มีค่าอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ร้านสะดวกซื้อที่ใช้วิธีการชำระเงินทางบัตรเครดิตมียอดขายต่อวันมากกว่า 25,000 บาท

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม ด้วย SPSS

คำสั่ง

Analyze→ Compare Mean →One Sample T test

ใช้ตัวอย่าง file example10.sav (หน้า 125)

ในการทดสอบสมมติฐานว่า

ระยะเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการลงทะเบียนโดยระบบคอมพิวเตอร์แตกต่างจาก 50 นาที

สมมติฐานวิจัย: ระยะเวลาเฉลี่ยในการลงทะเบียนโดยระบบคอมพิวเตอร์ แตกต่างจาก 50 นาที

One-Sample Statistics

X	

สถิติพรรณนา ได้แก่
วน
ฐาน

กำหนด μ แทนระยะเวลาเฉลี่ยในการลงทะเบียนโดยระบบคอมพิวเตอร์

μ_0 แทน 50

One-Sample Test

	Test Value = 50					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
X	-2.329	11	.040	-8.0000	-15.5616	-.4384

$$H_0 : \mu = 50$$
$$H_1 : \mu \neq 50$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} = -2.329$$

ค่าวิกฤติ $\pm t_{0.025,11} = \pm 2.20$

เนื่องจาก T=-2.329 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ Ho หมายความว่าระยะเวลาเฉลี่ยในการลงทะเบียนโดยระบบคอมพิวเตอร์แตกต่างจาก 50 นาที อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

One-Sample Test

	Test Value = 50					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
X	-2.329	11	.040	-8.0000	-15.5616	-.4384

H_o: ระยะเวลาเฉลี่ยในการลงทะเบียนโดยระบบคอมพิวเตอร์ไม่แตกต่างจาก 50 นาที

H_1:ระยะเวลาเฉลี่ยในการลงทะเบียนโดยระบบคอมพิวเตอร์แตกต่างจาก 50 นาที

จากตารางการทดสอบสมมติฐานที่ว่าระยะเวลาเฉลี่ยในการลงทะเบียนโดยระบบคอมพิวเตอร์แตกต่างจาก 50 นาที ด้วยตัวสถิติ T นั่น พบว่าค่าสถิติ T = -2.329 และ ค่า P-value หรือ ค่า Sig < 0.05 หมายความว่าระยะเวลาเฉลี่ยในการลงทะเบียนโดยระบบคอมพิวเตอร์แตกต่างจาก 50 นาทีอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ถ้าเป็นการทดสอบสมมติฐานทางเดียว

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

ผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ($\mu_1 - \mu_2$)

เป็นการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย หรือทดสอบว่าผลต่างของค่าเฉลี่ยเป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่

กำหนด μ_1 แทน ค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มที่ 1

μ_2 แทน ค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มที่ 2

μ_0 แทน ค่าคงที่ที่คาดไว้

สมมติฐาน

$$H_0 : \mu_1 \le \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

หรือ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \le \mu_0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$$

$$H_0 : \mu_1 \ge \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 < \mu_2$$

หรือ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \ge \mu_0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \mu_0$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 \ne \mu_2$$

หรือ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \ne \mu_0$$

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเป็นไป
ตามที่คาดไว้หรือไม่

ผลต่างของค่าเฉลี่ย
เป็นไปตามค่าคงที่หรือไม่

H_0: คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ใบงานและไม่ใช้ใบงานไม่แตกต่างกัน
H_1: คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ใบงานและไม่ใช้ใบงานแตกต่างกัน

H_0: คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน
H_1: คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

H_0: คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน
H_1: คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนต่ำกว่าหลังเรียน

สมมติฐานทางสถิติ : อายุเฉลี่ยของผู้ทำประกันสุขภาพเพศชายสูงกว่าเพศหญิง

กำหนด μ_1 แทนอายุเฉลี่ยของผู้ทำประกันสุขภาพเพศชาย μ_2

μ_2 แทนอายุเฉลี่ยของผู้ทำประกันสุขภาพเพศหญิง μ_1

$\mathrm{H}_0 : \mu_1 = \mu_2$ หรือ $\mathrm{H}_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

$\mathrm{H}_1 : \mu_1 > \mu_2$ หรือ $\mathrm{H}_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$

$$\boxed{\begin{aligned} H_0 &: \mu_2 - \mu_1 = 0 \\ H_1 &: \mu_2 - \mu_1 > 0 \end{aligned}}$$

อายุเฉลี่ยของผู้ทำประกันสุขภาพเพศชายสูงกว่าเพศหญิง 10 ปี

$$\mathrm{H}_0 : \mu_1 - \mu_2 = 10$$

$$\mathrm{H}_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 10$$

$$\boxed{\begin{aligned} \mathrm{H}_0 &: \mu_2 - \mu_1 = 10 \\ \mathrm{H}_1 &: \mu_2 - \mu_1 \neq 10 \end{aligned}}$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

เมื่อ $\bar{x}_1$ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 1

$\bar{x}_2$ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลจากตัวอย่างกลุ่มที่ 2

$\mu_1 - \mu_2$ คือ ผลต่างของค่าเฉลี่ยในสมมติฐาน

σ_1^2 คือ ความแปรปรวนของประชากรกลุ่มที่ 1

σ_2^2 คือ ความแปรปรวนของประชากรกลุ่มที่ 2

n_1 คือ จำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 1

n_2 คือ จำนวนตัวอย่างกลุ่มที่ 2

ค่าวิกฤต z_α $-z_\alpha$ $\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$

ตัวสถิติทดสอบสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

$n_1 , n_2 > 30$

ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

ค่าวิกฤต z_α $-z_\alpha$ $\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$

$n_1 , n_2 \leq 30$ หรือ $n_1 , n_2 > 30$

- กรณีประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระ
- กรณีประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระ

ตัวสถิติทดสอบสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

กรณีประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน

ความแปรปรวนเท่ากัน $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

ความแปรปรวนไม่เท่ากัน $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

ความแปรปรวนร่วม (pooled variance)

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

ตัวสถิติทดสอบสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
กรณีประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

ความแปรปรวนเท่ากัน $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

ความแปรปรวนไม่เท่ากัน $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2 - 1}}$$

ค่าวิกฤต

$$t_{\alpha, n_1+n_2-2}$$
$$-t_{\alpha, n_1+n_2-2}$$
$$\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2}$$

$$t_{\alpha, \nu}$$
$$-t_{\alpha, \nu}$$
$$\pm t_{\frac{\alpha}{2}, \nu}$$

ตัวสถิติทดสอบสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
กรณีประชากร 2 กลุ่มเป็นไม่อิสระกัน

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$$

$$s_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{d})^2}{n-1}$$

ค่าวิกฤต

$t_{\alpha, n-1}$ $\quad -t_{\alpha, n-1}$ $\quad \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

ตัวสถิติทดสอบสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อ $n_1, n_2 < 30$

ประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน

$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

ค่าวิกฤต $t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$

$-t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$

$\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n_1 + n_2 - 2}$

$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

ค่าวิกฤต $t_{\alpha, v}$

$-t_{\alpha, v}$

$\pm t_{\frac{\alpha}{2}, v}$

$$v = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2 - 1}}$$

ประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระกัน

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d/\sqrt{n}}$$

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum(d - \bar{d})^2}{n - 1}}$$

ค่าวิกฤต $t_{\alpha, n-1}$

$-t_{\alpha, n-1}$

$\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

ตัวอย่าง ในการทดสอบความสามารถของนักเรียนในการคิดคำนวณคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการคิดในใจ 2 วิธี จึงทำการให้นักเรียนแก้ปัญหาโจทย์ข้อเดียวกัน แต่ใช้วิธีการคิด 2 วิธี แล้วจับเวลา(วินาที) ในการคิดได้ผลดังนี้

คนที่	เวลาที่ใช้วิธีที่ 1	เวลาที่ใช้วิธีที่ 2
1	55	50
2	46	42
3	78	70
4	61	63
5	52	58
6	45	35
7	47	46
8	57	52
9	71	60
10	58	49

อยากทราบว่าวิธีการคิดในใจ 2 วิธีมีผลต่อความสามารถในการคิดคำนวณคณิตศาสตร์หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

กำหนด μ_1 แทนเวลาเฉลี่ยเมื่อคิดวิธีที่ 1

μ_2 แทนเวลาเฉลี่ยเมื่อคิดวิธีที่ 2

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

หรือ

$$H_0 : \mu_d = 0$$
$$H_1 : \mu_d \neq 0$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}} = \frac{4.5 - 0}{\frac{5.48}{\sqrt{10}}} = 2.59$$

$$\bar{d} = 4.5, s_d = 5.48$$

ค่าวิกฤต

$$\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = \pm t_{0.025,9} = \pm 2.262$$

ค่า T = 2.59 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่า วิธีการคิดในใจ 2 วิธีมีผลต่อความสามารถในการคิดคำนวณคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

ตัวอย่าง สถานเสริมความงามแห่งหนึ่งโฆษณาว่าสมาชิกที่เข้าคอร์สลดน้ำหนักจะสามารถลดน้ำหนักได้โดยเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 10 ปอนด์ ภายใน 30 วัน เพื่อทดสอบว่าคำโฆษณาของสถานเสริมความงามแห่งนี้เป็นจริงหรือไม่ จึงทำการสุ่มตัวอย่างผู้ที่เข้าคอร์สจำนวน 9 คน แล้วชั่งน้ำหนักก่อน และหลังเข้าคอร์ส ได้ผลดังนี้

	น้ำหนักสมาชิกคนที่								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ก่อนเข้าคอร์ส	157	174	198	205	147	165	212	169	158
หลังเข้าคอร์ส	150	167	187	198	146	153	199	171	156

$$\bar{d} = \frac{\sum x_i}{n} = 6.44 \quad , \quad s_d = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n-1}} = 5.19$$

กำหนด μ_1 แทนน้ำหนักเฉลี่ยก่อนเข้าคอร์ส

μ_2 แทนน้ำหนักเฉลี่ยหลังเข้าคอร์ส

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq 10 \qquad H_0 : \mu_d \geq 10$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 10 \quad \text{หรือ} \quad H_1 : \mu_d < 10$$

ตัวสถิติทดสอบ

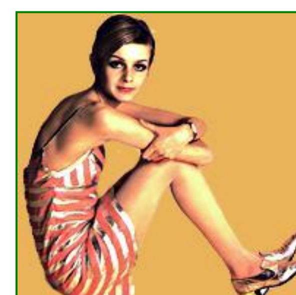
$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}$$

$$= \frac{6.44 - 10}{5.19 / \sqrt{9}}$$

$$= -2.05$$

ค่าวิกฤติ $-t_{\alpha,n-1} = -t_{0.10,8} = -1.397$

ค่า T = -2.05 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หมายความว่า คำโฆษณาของสถานเสริมความงามแห่งนี้ไม่เป็นจริง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10



ตัวอย่าง เจ้าของฟาร์มหมูแห่งหนึ่งต้องการทดสอบอาหารผสม 2 ชนิด คือ ชนิด A และชนิด B ว่าชนิดไหนจะมีประสิทธิภาพที่ดีกว่ากัน จึงทำการสุ่มตัวอย่างหมูมาจำนวน 24 ตัว แล้วแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ เท่า ๆ กัน โดยกลุ่มแรกให้อาหารผสมชนิด A และกลุ่มที่ 2 ให้อาหารผสมชนิด B จากการชั่งน้ำหนัก พบว่าน้ำหนักเฉลี่ย และความแปรปรวนของน้ำหนักหมูกลุ่มที่ 1 และ 2คือ 31.75 กิโลกรัม 10.20 กรัม^2 และ 28.67 กิโลกรัม 6.06 กรัม^2 จากข้อมูลนี้เจ้าของฟาร์มหมูคิดว่าอาหารผสมชนิด A จะมีประสิทธิภาพดีกว่า จงทดสอบว่าเจ้าของฟาร์มคิดถูกหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ถ้าความแปรปรวนของข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มเท่ากัน

μ_1 แทน น้ำหนักเฉลี่ยของหมูที่กินอาหารผสมชนิด A

μ_2 แทน น้ำหนักเฉลี่ยของหมูที่กินอาหารผสมชนิด B

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 \le \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

หรือ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \le 0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$$

ตัวสถิติทดสอบ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$= \frac{(31.75 - 28.67) - 0}{2.85\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{12}}}$$

$$= \frac{3.08}{1.16}$$

$$= 2.66$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$= \frac{(12-1)10.20 + (12-1)6.06}{12 + 12 - 2}$$

$$= 8.13$$

ค่าวิกฤต

$$t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2} = t_{0.05\,,\,22}$$

เนื่องจาก T = 2.66 อยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0

หมายความว่าน้ำหนักเฉลี่ยของหมูกลุ่มที่ 1 มากกว่ากลุ่มที่ 2 นั่นคือ อาหารผสมชนิด A มีประสิทธิภาพดีกว่าอาหารผสมชนิด B อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

ตัวอย่าง จากการทดสอบความแตกต่างของเวลาเฉลี่ยในการค้นหาข□อมูล (Average Seek Time) เป□น ms ของ Hard Disk ยี่ห้อ A และ B ได้ผลดังนี้

Hard Disk	Average Seek Time (ms)										ค่าเฉลี่ย	ความแปรปรวน
A	1.7	1.7	1.5	1.6	1.6	1.4	1.6	1.5	1.7	1.7	1.6	0.01
B	1.2	2.9	1.4	3.1	1.2	1.1	2.5	2.1	2.1	3.0	2.1	0.63

อยากทราบว่า HD 2 ยี่ห้อใช้เวลาเฉลี่ยค้นหาข้อมูลแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (กำหนดความแปรปรวนไม่เท่ากัน)

กำหนดให้ μ_1 แทนระยะเวลาเฉลี่ยในการค้นหาข้อมูลของ HD B

μ_2 แทนระยะเวลาเฉลี่ยในการค้นหาข้อมูลของ HD A

สมมติฐานเชิงสถิติ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

ตัวสถิติทดสอบ $T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{2.1-1.6}{\sqrt{\frac{0.63}{10} + \frac{0.01}{10}}}$

$= 1.97$

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

$= 9$

ค่าวิกฤต $t_{\frac{\alpha}{2},\nu} = t_{0.025,9} = 2.262$

สรุปว่า Hard Disk ทั้ง 2 ยี่ห้อใช้เวลาเฉลี่ยค้นหาข้อมูลไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

บริษัทแห่งหนึ่งใช้กลยุทธ์โฆษณาโดยการแจกคูปองให้ส่วนลดพิเศษในนิตยสารหลายฉบับ บางฉบับคูปองจะอยู่ด้านในของปกหน้า บางฉบับจะอยู่ด้านในของปกหลัง จากการเก็บรวบรวมข้อมูลพบว่าอัตราส่วนลดที่ลูกค้าใช้จากนิตยสารต่าง ๆ เป็นดังนี้

ตำแหน่งที่โฆษณา	เปอร์เซนต์ผู้ใช้คูปองส่วนลด									
ด้านในปกหน้า	6.2	5.8	7.1	6.5	6.7	7.0	6.6	6.3	6.9	6.0
ด้านในปกหลัง	4.9	5.2	5.4	5.8	5.9	6.1	6.3	6.5		

จากข้อมูลสามารถสรุปได้หรือไม่ว่าตำแหน่งที่โฆษณามีผลต่อเปอร์เซนต์ผู้ใช้คูปองส่วนลด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มด้วย SPSS

กรณีประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน

คำสั่ง

Analyze→ Compare Means →Independent-Sample T Test...

ตัวอย่าง file example11.sav (หน้า 130)

ทดสอบสมมติฐานว่าน้ำหนักเฉลี่ยของแป้งที่ผลิตจากเครื่องจักรที่ 1 และ 2 แตกต่างกัน

ขั้นที่ 1

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

ขั้นที่ 2

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

ตัวสถิติทดสอบสำหรับ
ค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อ $n_1, n_2 < 30$

ประชากร 2 กลุ่ม เป็นอิสระกัน

$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

ค่าวิกฤต $t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$

$-t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$

$\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n_1 + n_2 - 2}$

$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

ค่าวิกฤต $t_{\alpha, v}$

$-t_{\alpha, v}$

$\pm t_{\frac{\alpha}{2}, v}$

$$v = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}}$$

ประชากร 2 กลุ่ม ไม่เป็นอิสระกัน

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}$$

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n - 1}}$$

ค่าวิกฤต $t_{\alpha, n-1}$

$-t_{\alpha, n-1}$

$\pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

กรณีประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน

สมมติฐานวิจัย:น้ำหนักเฉลี่ยของแป้งที่ผลิตจากเครื่องจักรที่ 1 และ 2 แตกต่างกัน

Group Statistics

	MACHINE	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
WEIGHT	1.00	100	6.109930	.0399318	.0039932
	2.00	100	6.140250	.0500982	.0050098

สถิติพรรณนา

ค่าเฉลี่ย

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
WEIGHT	Equal variances assumed	7.965	.005	-4.733	198	.000	-.030320	.0064065	-.0429538	-.0176862
	Equal variances not assumed			-4.733	188.620	.000	-.030320	.0064065	-.0429577	-.0176823

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวน

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

ค่าตัวสถิติทดสอบกรณีความแปรปรวนเท่ากัน

ค่าตัวสถิติทดสอบกรณีความแปรปรวนไม่เท่ากัน

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
WEIGHT	Equal variances assumed	7.965	.005	-4.733	198	.000	-.030320	.0064065	-.0429538	-.0176862
	Equal variances not assumed			-4.733	188.620	.000	-.030320	.0064065	-.0429577	-.0176823

ขั้นที่ 1

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

H_0: ความแปรปรวนของน้ำหนักแป้งที่ผลิตจากเครื่องจักรที่ 1 และ 2 ไม่แตกต่างกัน

H_1: ความแปรปรวนของน้ำหนักแป้งที่ผลิตจากเครื่องจักรที่ 1 และ 2 แตกต่างกัน

จากตารางการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนด้วยตัวสถิติ Levene's Test เท่ากับ 7.965 และ ค่า Sig < 0.05 หมายความว่า ความแปรปรวนของน้ำหนักแป้งที่ผลิตจากเครื่องจักรที่ 1 และ 2 แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
WEIGHT	Equal variances assumed	7.965	.005	-4.733	198	.000	-.030320	.0064065	-.0429538	-.0176862
	Equal variances not assumed			-4.733	188.620	.000	-.030320	.0064065	-.0429577	-.0176823

กำหนด μ_1 แทนน้ำหนักฉลี่ยของแป้งที่ผลิตจากเครื่องจักรที่ 1

μ_2 แทนน้ำหนักฉลี่ยของแป้งที่ผลิตจากเครื่องจักรที่ 2

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

H_0:น้ำหนักเฉลี่ยของแป้งที่ผลิตจากเครื่องจักรที่ 1 และ 2 ไม่แตกต่างกัน

H_1: น้ำหนักเฉลี่ยของแป้งที่ผลิตจากเครื่องจักรที่ 1 และ 2 แตกต่างกัน

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \qquad \pm t_{\frac{\alpha}{2}, \nu}$$

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2 - 1}}$$

จากตารางการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับน้ำหนักเฉลี่ยด้วยตัวสถิติ T เท่ากับ -4.733 และ ค่า Sig < 0.05 หมายความว่าน้ำหนักแป้งที่ผลิตจากเครื่องจักรที่ 1 และ 2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

สมมติฐานวิจัย: น้ำหนักเฉลี่ยของแป้งที่ผลิตจากเครื่องจักรที่ 1 และ 2 แตกต่างกันเท่ากับ 0.02

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0.02$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0.02$$

คำสั่ง

Transform→ Compute…

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มด้วย SPSS

กรณีประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระกัน

คำสั่ง

Analyze→ Compare Means →Paired-Sample T Test...

ตัวอย่าง file example12.sav

ทดสอบสมมติฐานว่าปริมาณเฉลี่ยของเหล็กที่วิเคราะห์ด้วยรังสีเอกซ์และสารเคมีแตกต่างกัน

สมมติฐานวิจัย:ปริมาณเฉลี่ยของเหล็กที่วิเคราะห์ด้วยรังสีเอกซ์และสารเคมีแตกต่างกัน

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	XRAY	2.1600	5	.18166	.08124
	CHEM	2.2600	5	.23022	.10296

สถิติพรรณนา ได้แก่ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
					95% Confidence Interval of the Difference				
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper			
Pair 1	XRAY - CHEM	-.1000	.14142	.06325	-.2756	.0756	-1.581	4	.189

ค่าตัวสถิติทดสอบและค่า p-value

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$\mu_1 - \mu_2 = \mu_d$$

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}$$

$$\pm t_{\frac{\alpha}{2}, \nu}$$

สมมติฐานวิจัย: ปริมาณเฉลี่ยของเหล็กที่วิเคราะห์ด้วยรังสีเอกซ์และสารเคมีแตกต่างกัน

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
				95% Confidence Interval of the Difference				
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper			
Pair 1 XRAY - CHEM	-.1000	.14142	.06325	-.2756	.0756	-1.581	4	.189

H_0:ปริมาณเฉลี่ยของเหล็กที่วิเคราะห์ด้วยรังสีเอกซ์และสารเคมีไม่แตกต่างกัน

H_1: ปริมาณเฉลี่ยของเหล็กที่วิเคราะห์ด้วยรังสีเอกซ์และสารเคมีแตกต่างกัน

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}$$

$$\pm t_{\frac{\alpha}{2}, \nu}$$

จากตารางการทดสอบสมมติฐาน พบว่าตัวสถิติ T เท่ากับ -1.581 และค่า Sig > 0.05 หมายความว่าปริมาณเฉลี่ยของเหล็กที่วิเคราะห์ด้วยรังสีเอกซ์และสารเคมีไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

Home Work

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

1. ทดสอบสมมติฐานที่ว่าระดับความสำคัญของปัญหาและอุปสรรคในการทำงานที่ได้รับมอบหมายเฉลี่ยในด้านนักศึกษามากกว่า 3.00
2. ทดสอบสมมติฐานที่ว่าระดับความสำคัญของปัญหาและอุปสรรคในการทำงานที่ได้รับมอบหมายเฉลี่ยในด้านอาจารย์แตกต่างจาก 2.00
3. ทดสอบสมมติฐานที่ว่าระดับความสำคัญของปัญหาและอุปสรรคในการทำงานที่ได้รับมอบหมายเฉลี่ยในด้านมหาวิทยาลัยมากกว่า 2.00

ปัญหาและอุปสรรคด้าน	ระดับปัญหาและอุปสรรคในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย (n=200)				
	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ค่าคงที่	ค่าสถิติทดสอบ t	p-value
นักศึกษา					
อาจารย์					
มหาวิทยาลัย					

4. ทดสอบสมมติฐานที่ว่าระดับความสำคัญของปัญหาและอุปสรรคในการทำงานที่ได้รับมอบหมายเฉลี่ยด้านมหาวิทยาลัยและด้านอาจารย์ผู้สอนแตกต่างกัน

ปัญหาและอุปสรรคด้าน	ระดับปัญหาและอุปสรรคในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย (n=200)			
	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ค่าสถิติทดสอบ t	p-value
อาจารย์				
มหาวิทยาลัย				

5. ทดสอบสมมติฐานที่ว่าระดับความสำคัญของปัญหาและอุปสรรคในการทำงานที่ได้รับมอบหมายเฉลี่ยของนักศึกษาชายและหญิงแตกต่างกัน

6. ทดสอบสมมติฐานที่ว่าระดับความสำคัญของปัญหาและอุปสรรคในการทำงานที่ได้รับมอบหมายเฉลี่ยด้านนักศึกษาของนักศึกษาชายมากกว่านักศึกษาหญิง

ปัญหาและอุปสรรค	ระดับปัญหาและอุปสรรคในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย (n=200)					
	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	Levene test	p-value	ค่าสถิติทดสอบ t	p-value
เพศชาย						
เพศหญิง						