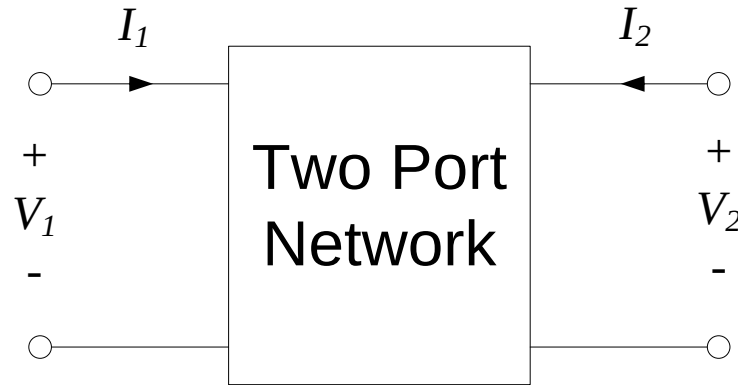


วงจรข่ายสองทาง

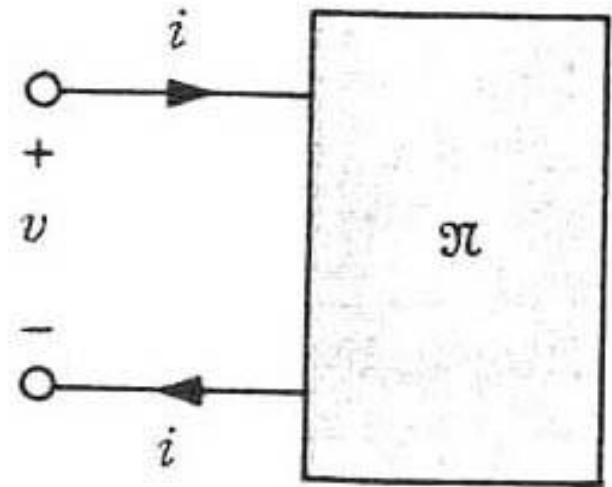
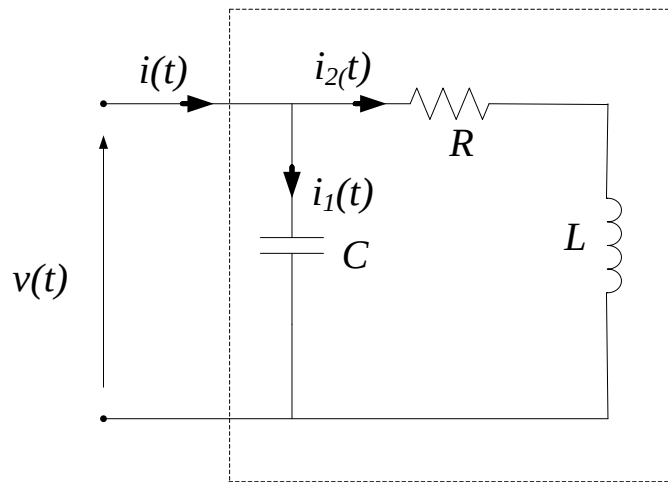
(Two Port Network)

การวิเคราะห์วงจรข่ายสองทาง

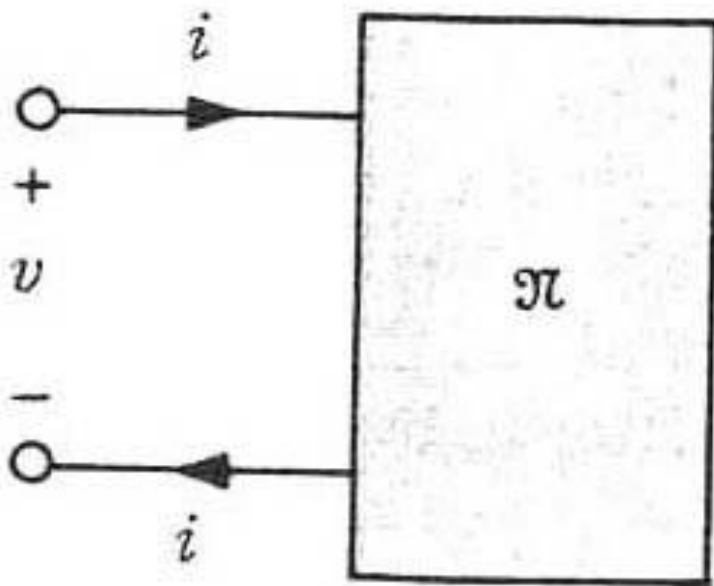


- การวัดสัญญาณระหว่าง ด้านทางเข้า และ ด้านทางออก
โดย จักรวงจรข่ายที่ต้องการวิเคราะห์ให้มีเพียงด้านทางเข้าและทางออก
- เขียนองค์ประกอบของวงจรข่ายด้วยพารามิเตอร์ที่แทนลักษณะของวงจรข่าย
ให้เหลือเพียงพารามิเตอร์เพียง 4 ตัวแปร

One Port



- One Port →
- การแทนวงจรที่พิจารณาด้วย Black box และ ทางเข้า 1 ทาง
 - สนใจเฉพาะลักษณะภายนอกของวงจรเข้า
 - สนใจแค่ค่า แรงดัน **Port** กับ กระแส **Port** ($i(\cdot)$, $v(\cdot)$)



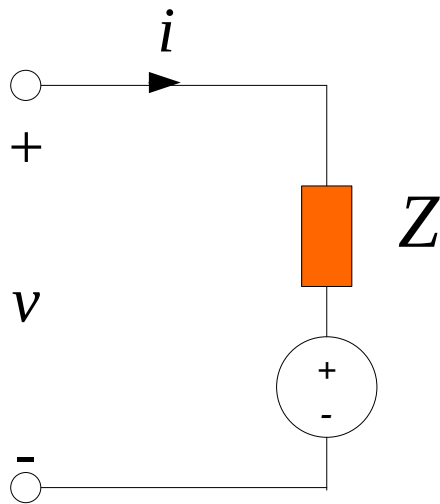
Impedance Function :

$$Z = \frac{V}{I}$$

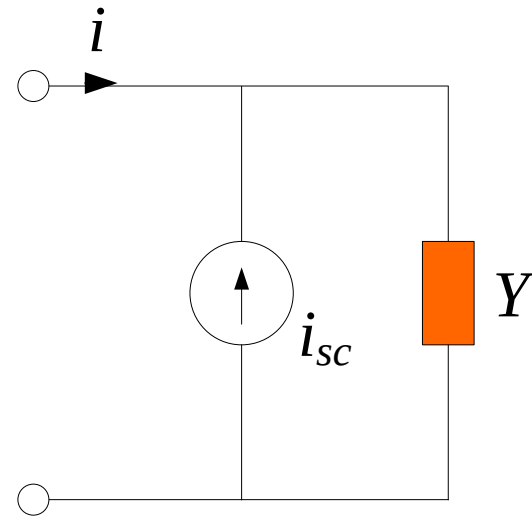
Admittance Function :

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{I}{V}$$

- การหาพารามิเตอร์ของ One Port อาจจะหาได้จาก
 - Thevenin Equivalent Circuit
 - Norton Equivalent Circuit

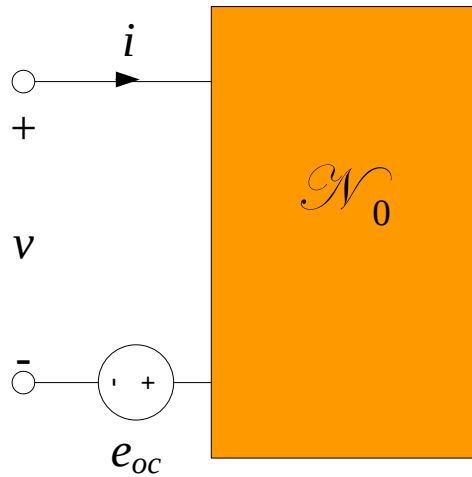


Thevenin



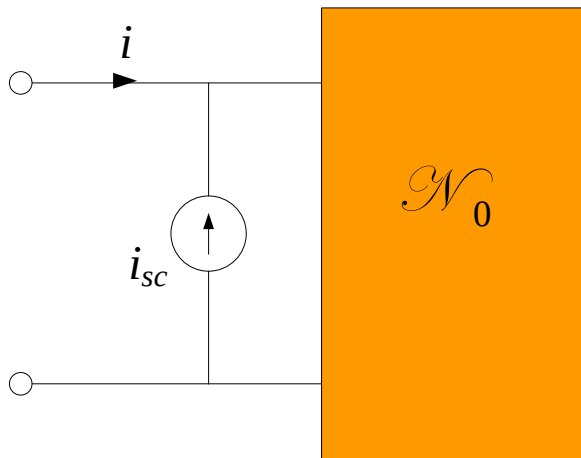
Norton

Thevenin Equivalent Network



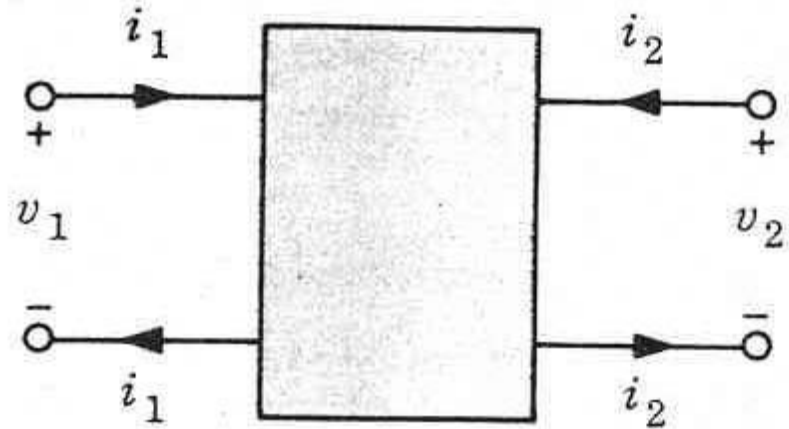
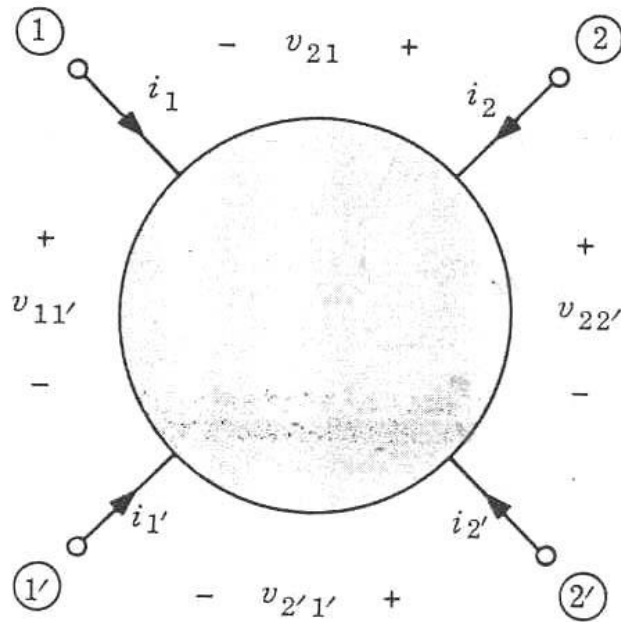
$$V(s) = E_{oc}(s) + Z(s)I(s)$$

Norton Equivalent Network



$$I(s) = Y(s)V(s) - I_{sc}(s)$$

Two Port



- Two Port คือ วงจรข่าย (Network) ที่มี 4 ขั้ว (4 terminal)
ถูกแบ่งเป็น 2 คู่ คือ 1-1' และ 2-2'
- กระแสที่ไหลเข้า 1 มีค่าเท่ากับกระแสที่ไหลออก 1'
กระแสที่ไหลเข้า 2 มีค่าเท่ากับกระแสที่ไหลออก 2'

- ความแตกต่างระหว่าง Network กับ Two port คือ
 - Network คือ เราสนใจการต่อวงจรภายใน
 → ค่ากระแสและแรงดันในแต่ละกิ่ง
 - Two – Port คือ สนใจเพียงแค่ตัวแปร Port (v_1, v_2, i_1, i_2)
- ทางซ้ายของ Port เรียก input port → มีแรงดัน v_1 และ กระแส i_1
 ทางขวาของ Port เรียก output port → มีแรงดัน v_2 และ กระแส i_2
- ลักษณะของวงจร Two Port ขึ้นกับรูปคลื่นของสัญญาณ $i_1(.)$, $v_1(.)$
 $i_2(.)$, $v_2(.)$

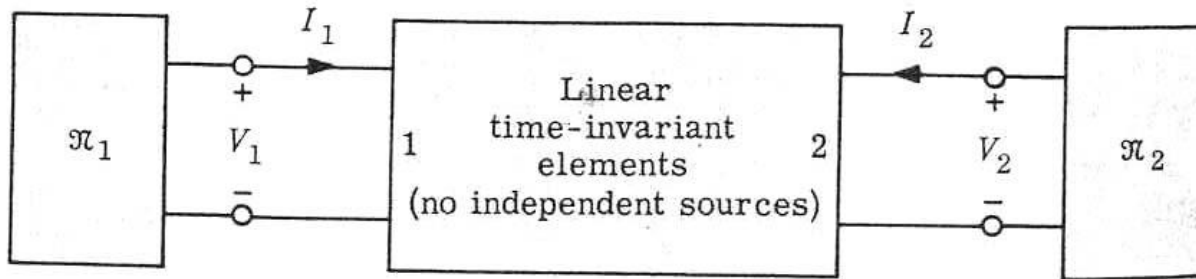
- สามารถจำแนกประเภทของวงจร Two Port จากลักษณะวงจรสมมูลที่ได้เป็น 6 ประเภท

แบบที่	ตัวแปรอิสระ	ตัวแปรตาม	พารามิเตอร์
1	I_1, I_2	V_1, V_2	$V_1 = f_1(I_1, I_2)$ $V_2 = g_1(I_1, I_2)$
2	V_1, V_2	I_1, I_2	$I_1 = f_2(V_1, V_2)$ $I_2 = g_2(V_1, V_2)$
3	I_1, V_2	V_1, I_2	$V_1 = f_3(I_1, V_2)$ $I_2 = g_3(I_1, V_2)$

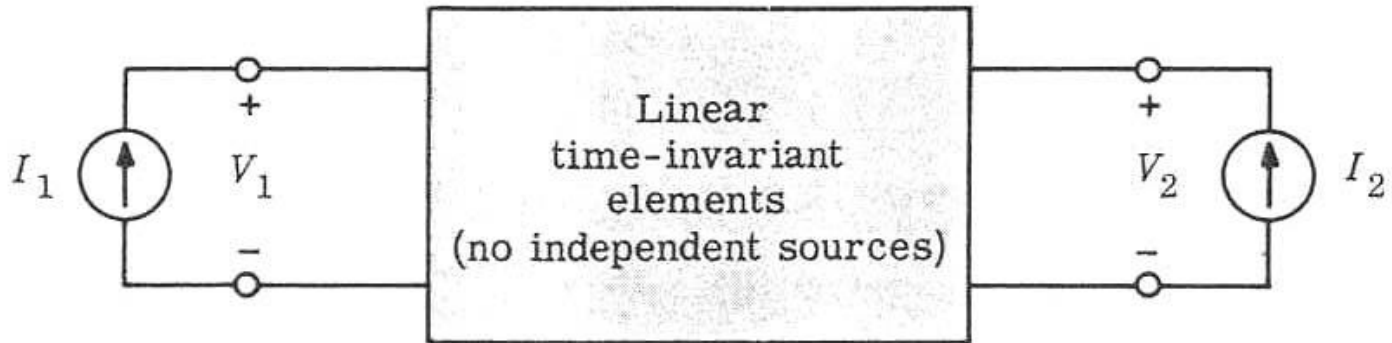
แบบที่	ตัวแปรอิสระ	ตัวแปรตาม	พารามิเตอร์
4	V_2, I_2	V_1, I_1	$V_1 = f_4(I_2, V_2)$ $V_2 = g_4(I_2, V_2)$
5	I_1, V_1	I_2, V_2	$V_2 = f_5(I_1, V_1)$ $I_2 = g_5(I_1, V_1)$
6	I_2, V_1	I_1, V_2	$I_1 = f_6(I_2, V_1)$ $V_2 = g_6(I_2, V_1)$

Impedance Metric of Two – Port (Z parameters)

- ก่อนพิจารณาวงจรสมมูลของ Network ที่เป็น Two Port ต้องสมมติ
 - อุปกรณ์ที่ต่ออยู่ใน Two Port เป็นชนิด Linear Time Invariant
 - พิจารณาเฉพาะ Zero State Response



- Port Parameter $\rightarrow$
 $v_1(\cdot), i_1(\cdot) \rightarrow V_1(s), I_1(s)$
 $v_2(\cdot), i_2(\cdot) \rightarrow V_2(s), I_2(s)$



- จากทฤษฎี Superposition

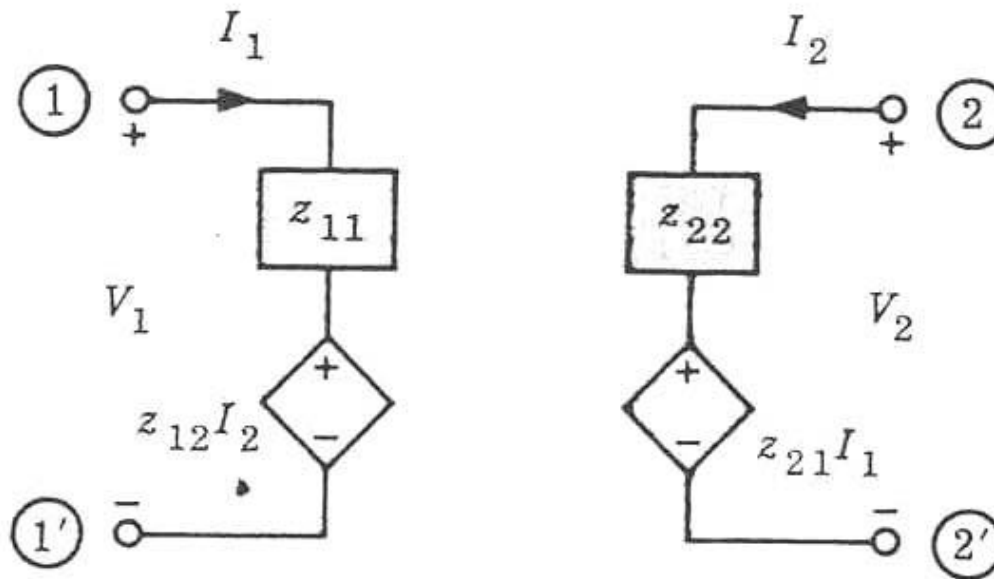
$$V_1(s) = \left(\begin{array}{l} \text{Laplace transform of} \\ \text{Voltage at port 1 due} \\ \text{to } I_1 \text{ acting alone} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{Laplace transform of} \\ \text{Voltage at port 1 due} \\ \text{to } I_2 \text{ acting alone} \end{array} \right)$$

$$V_2(s) = \left(\begin{array}{l} \text{Laplace transform of} \\ \text{Voltage at port 2 due} \\ \text{to } I_1 \text{ acting alone} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{Laplace transform of} \\ \text{Voltage at port 2 due} \\ \text{to } I_2 \text{ acting alone} \end{array} \right)$$

จัดรูปแบบได้เป็น :

$$V_1(s) = Z_{11}(s)I_1(s) + Z_{12}(s)I_2(s)$$

$$V_2(s) = Z_{21}(s)I_1(s) + Z_{22}(s)I_2(s)$$



หมายเหตุ ส่วนใหญ่เวลาเขียนรูปสมการไม่ต้องแสดงค่า s

- เขียนในรูปแบบเมตริกซ์ได้เป็น :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$V = Z I$$

โดยที่

- เมตริกซ์ $\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$ เรียกว่า Open – Circuit Impedance Matrix

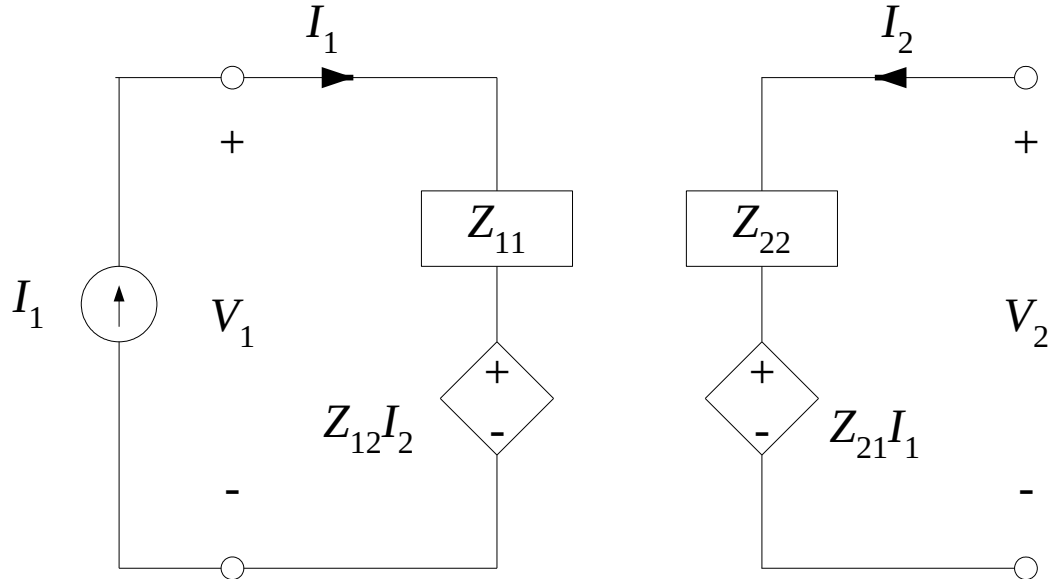
Z_{ij} เรียกว่า Open – Circuit Impedance Parameter

การหา Impedance Parameter (Z – Parameter)

จาก $V_1(s) = Z_{11}(s)I_1(s) + Z_{12}(s)I_2(s)$

$$V_2(s) = Z_{21}(s)I_1(s) + Z_{22}(s)I_2(s)$$

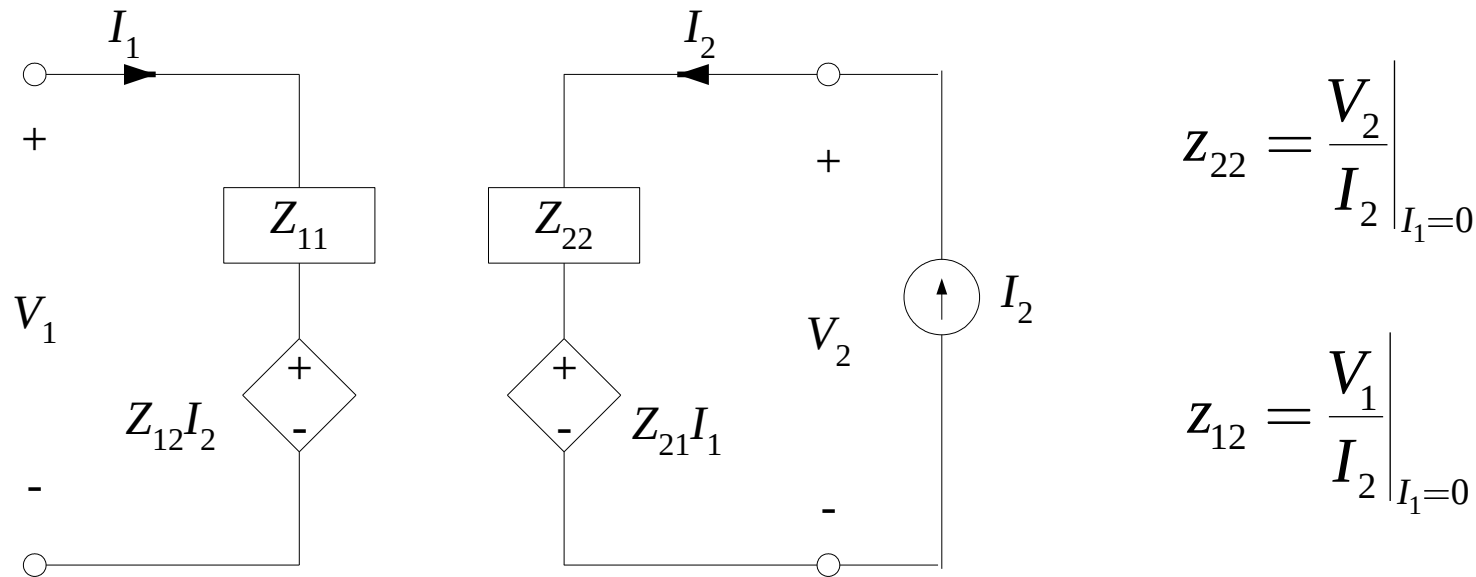
พบว่า หา Z_{11} และ Z_{21} โดยเปิดวงจรที่ Port 2 ($I_2 = 0$)



$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

ทำนองเดียวกัน หา Z_{12} และ Z_{22} โดย เปิดวงจรที่ Port 1 ($I_1 = 0$)



Z_{11} คือ อิมพีแดนซ์ที่มองเข้าที่ขั้วทางเข้า เมื่อเปิดวงจรขั้วทางออก

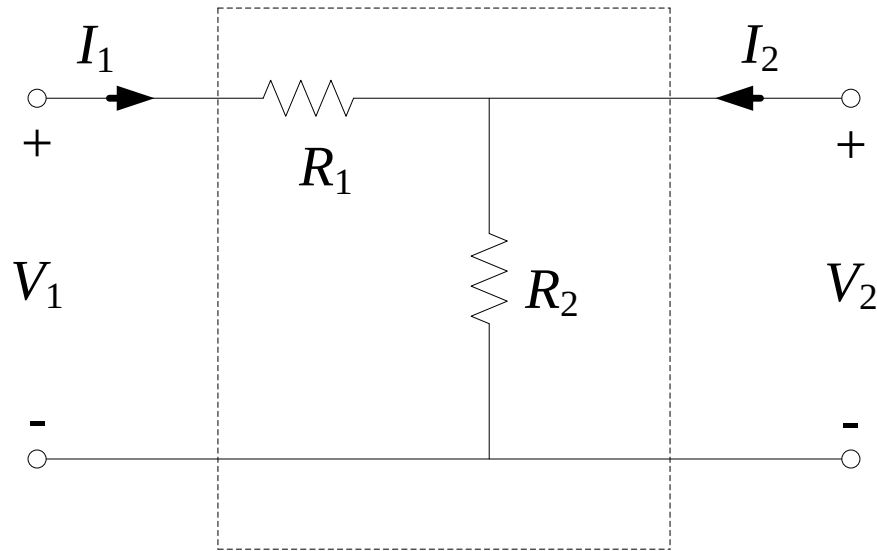
Z_{22} คือ อิมพีแดนซ์ที่มองเข้าที่ขั้วทางออก เมื่อเปิดวงจรขั้วทางเข้า

Z_{12} , คือ อิมพีแดนซ์โอนย้ายรีเวิร์ส เมื่อเปิดวงจรขั้วทางเข้า

Z_{21} , คือ อิมพีแดนซ์โอนย้ายฟอร์เวิร์ด เมื่อเปิดวงจรขั้วทางออก

Example # 1

จากวงจรในรูป เขียนวงจรสมมูลในรูปของ Z - Parameter

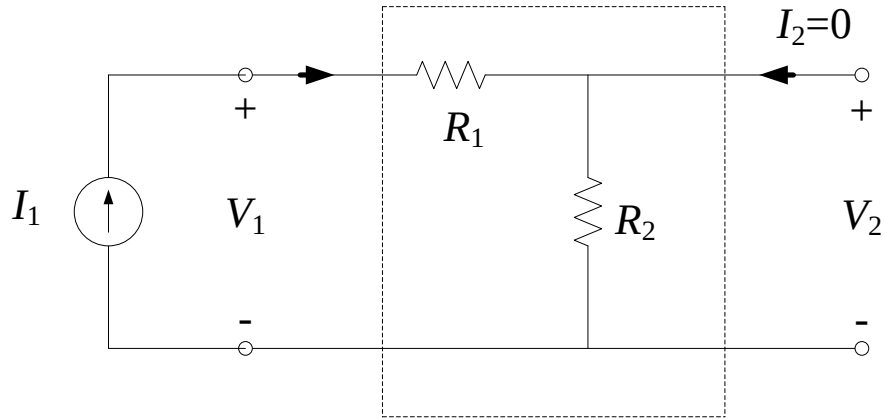


ต้องการหา Z - Parameter จาก

$$V_1(s) = Z_{11}(s)I_1(s) + Z_{12}(s)I_2(s)$$

$$V_2(s) = Z_{21}(s)I_1(s) + Z_{22}(s)I_2(s)$$

- หา Z_{11} และ Z_{21} โดย เปิดวงจรที่ Port 2 ($I_2 = 0$)



พบว่า : $V_1 = (R_1 + R_2) I_1$

$$V_2 = R_2 I_1$$

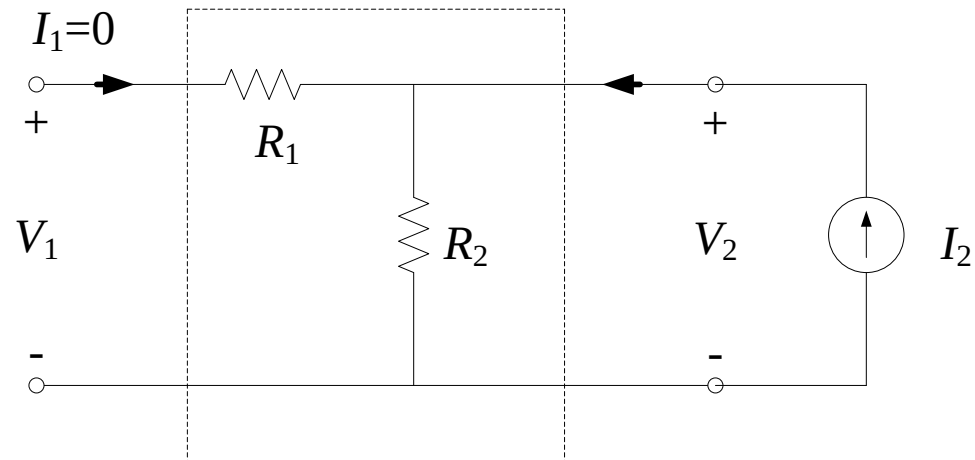
จะได้ : $z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$

$$z_{11} = R_1 + R_2$$

$$z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$z_{21} = R_2$$

- หา Z_{12} และ Z_{22} โดย เปิดวงจรที่ Port 1 ($I_1 = 0$)



พบว่า : $V_1 = R_2 I_2$

$$V_2 = R_2 I_2$$

จะได้ : $z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$

$$z_{12} = R_2$$

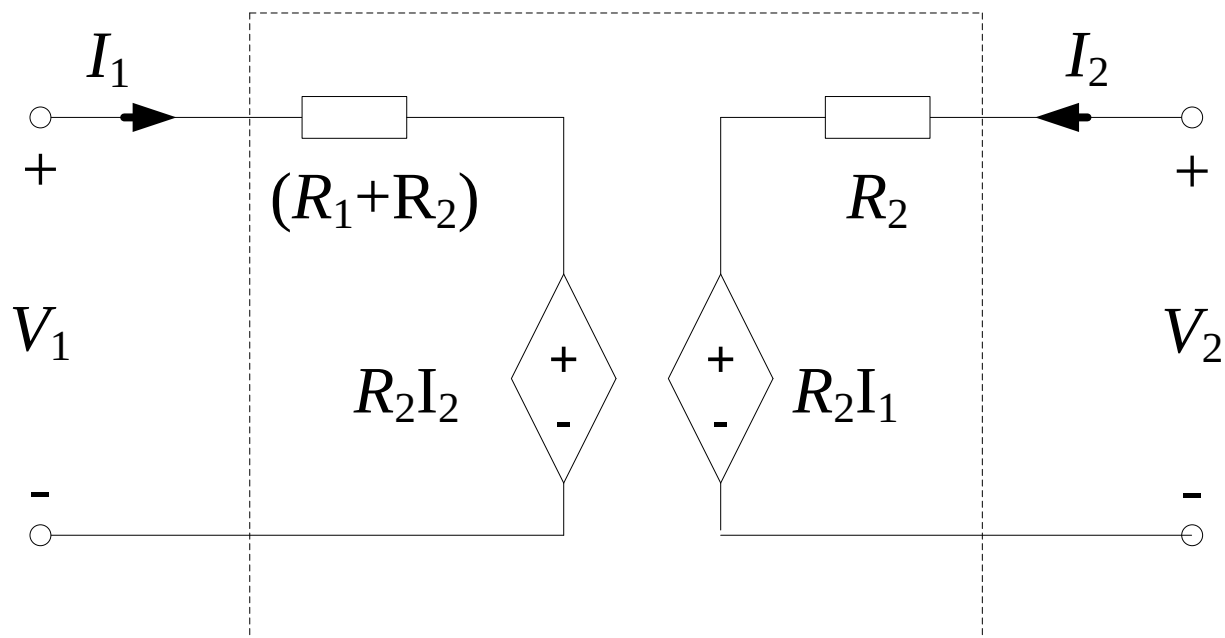
$$z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

$$z_{22} = R_2$$

จะได้เมตริก Z – Parameter เป็น

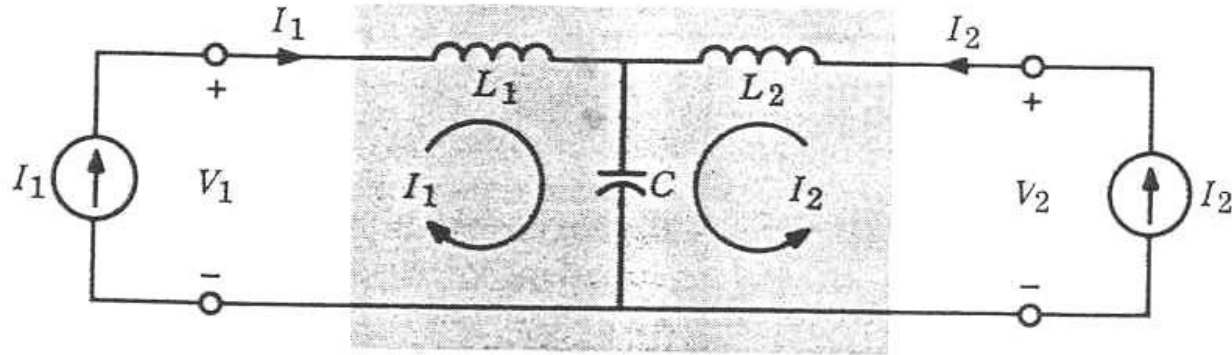
$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_1 + R_2) & R_2 \\ R_2 & R_2 \end{bmatrix} \quad \text{หน่วยเป็น} \quad \begin{bmatrix} \Omega & \Omega \\ \Omega & \Omega \end{bmatrix}$$

เขียนเป็นวงจรสมมูลได้เป็น



Example # 2

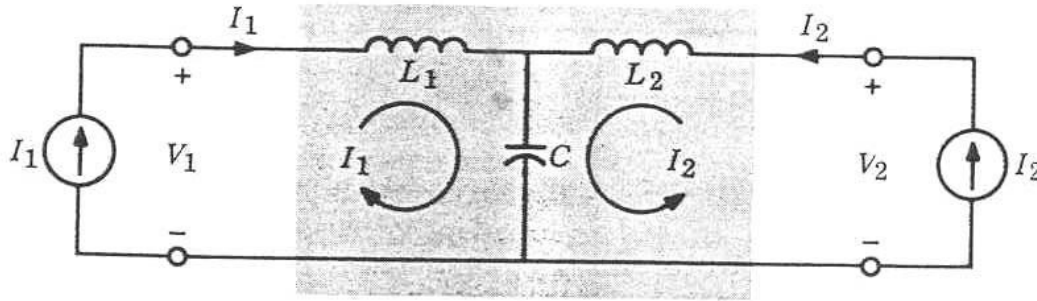
จากวงจรในรูป จงหา Open – Circuit Impedance Matrix (Z)



KVL :

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t (i_1 + i_2) dt \quad (1)$$

$$v_2 = \frac{1}{C} \int_0^t (i_2 + i_1) dt + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (2)$$



- หาคำตอบที่เป็น Zero State Response $\rightarrow$ initial condition = 0

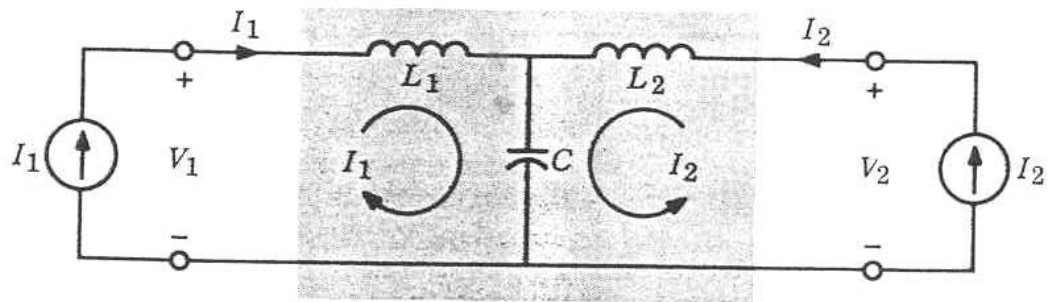
จากสมการ (1), (2) แปลงลาปลาซได้เป็น

$$V_1(s) = L_1 s I_1(s) + \frac{1}{Cs} I_1(s) + I_2(s)$$

$$= \left(L_1 s + \frac{1}{Cs} \right) I_1(s) + \frac{1}{Cs} I_2(s)$$

$$V_2(s) = \frac{1}{Cs} I_2(s) + I_1(s) + L_2 s I_2(s)$$

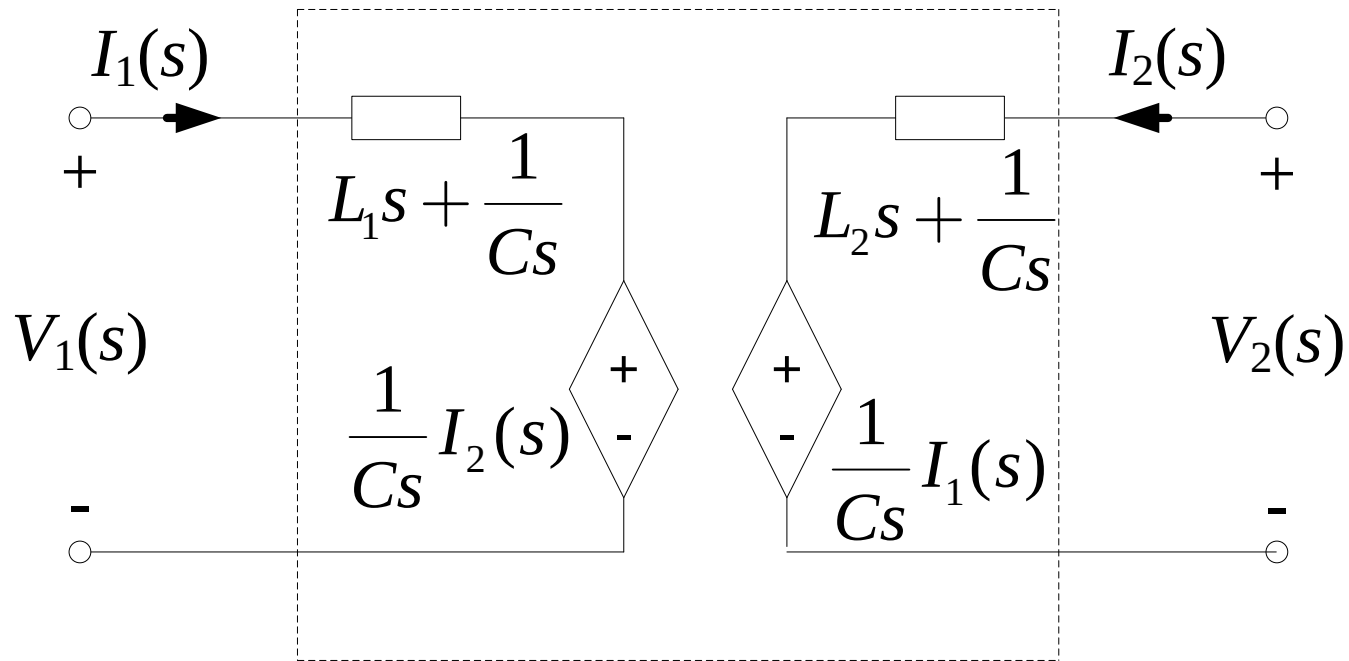
$$= \frac{1}{Cs} I_1(s) + \left(L_2 s + \frac{1}{Cs} \right) I_2(s)$$



เขียนในรูปแบบเมตริก ได้เป็น :

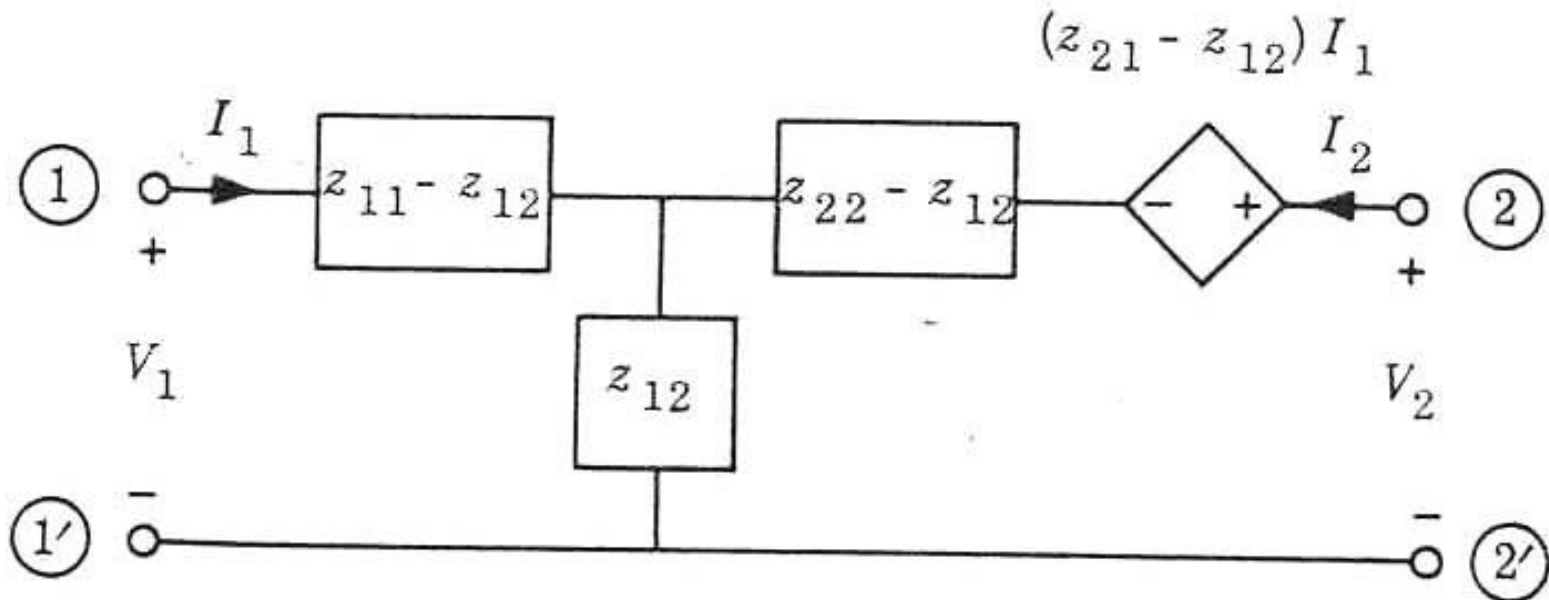
$$\begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 s + \frac{1}{Cs} & \frac{1}{Cs} \\ \frac{1}{Cs} & L_2 s + \frac{1}{Cs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix}$$

- เขียนวงจรสมมูล Z Parameter ได้เป็น



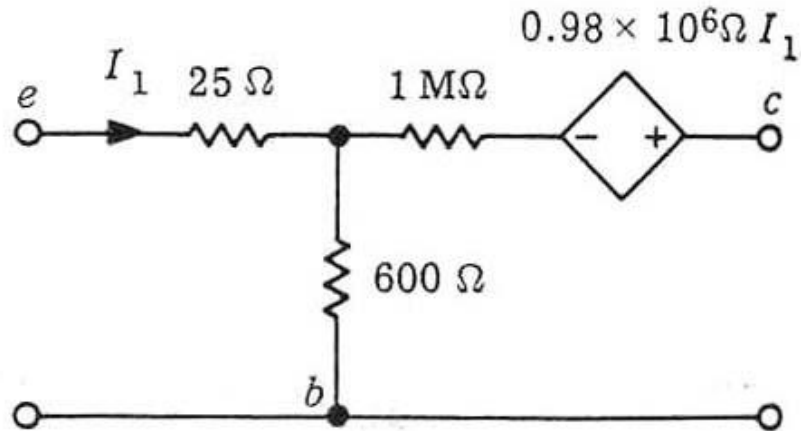
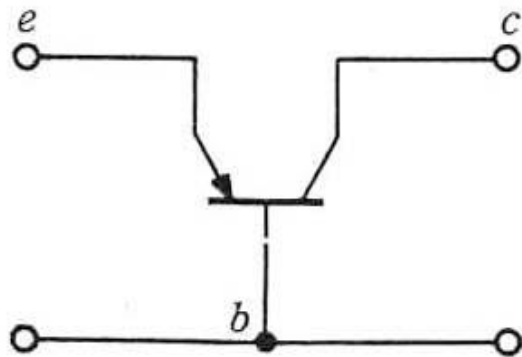
วงจรสมมูลแบบ T (T – Equivalent Circuit)

- จากวงจรสมมูลของ Z parameter พบว่ามี dependent source อยู่ 2 ตัว
- สามารถเขียนวงจรสมมูลให้มี dependent source เหลือในวงจร 1 ตัว โดยเขียนวงจรสมมูลเป็น T - Equivalent Circuit

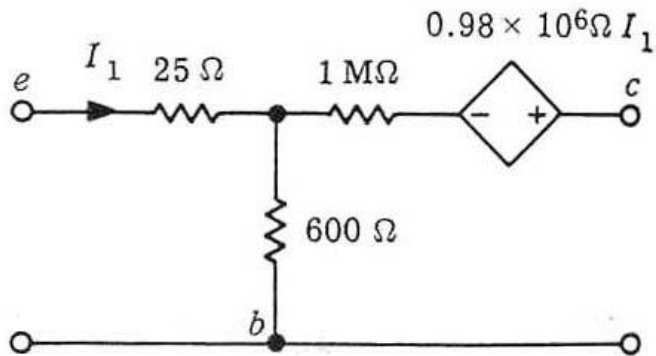
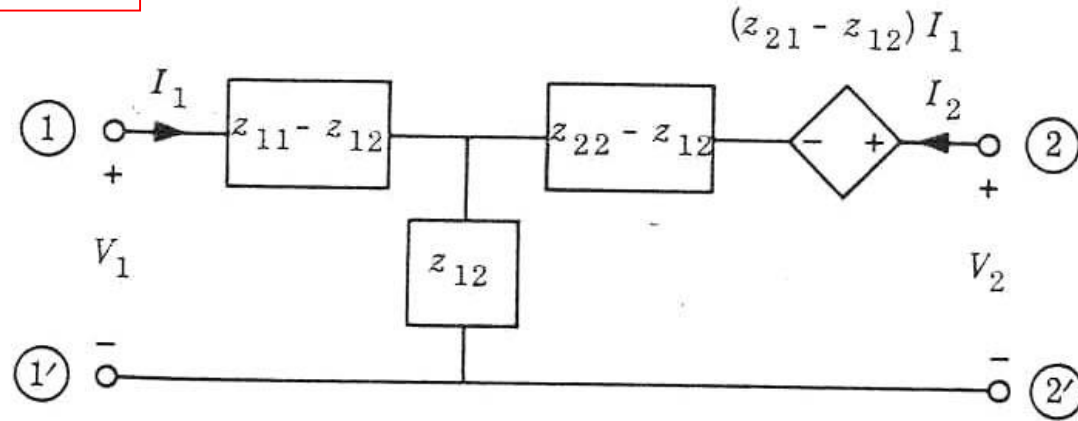


EXAMPLE # 3

จากวงจร Ground Base Transistor ที่ความถี่ต่ำ มีลักษณะวงจรเป็น T Equivalent Circuit จงเขียนเป็นวงจรสมมูลของ Z parameter



T – equivalent Circuit



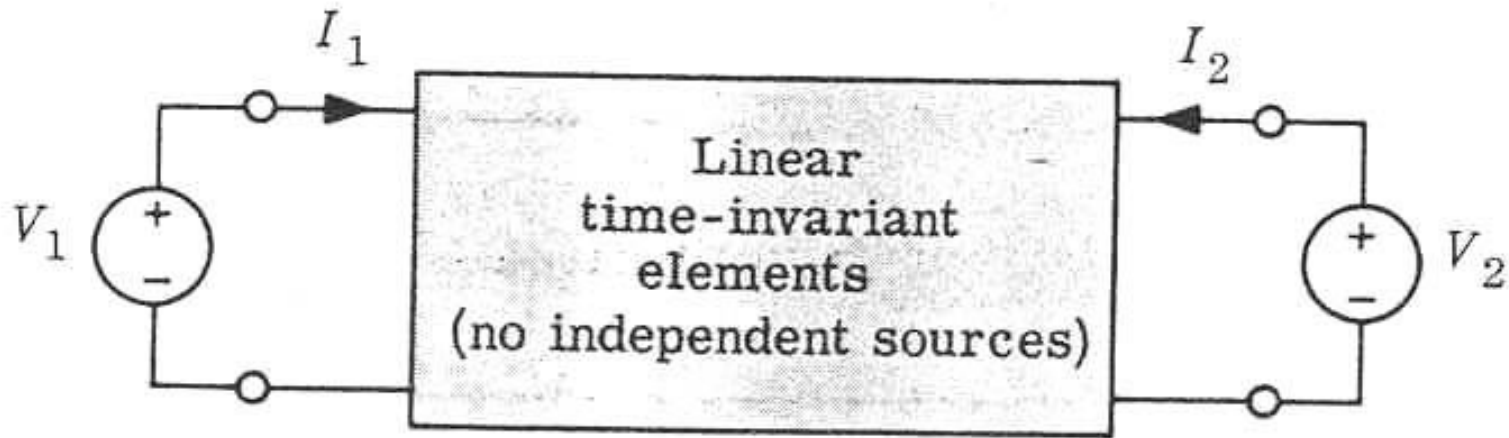
$$z_{12} = 600$$

$$z_{11} = 600 + 25 = 625$$

$$\begin{aligned} z_{22} &= 1 \times 10^6 + 600 \\ &= 1.0006 \times 10^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{21} &= 0.98 \times 10^6 + 600 \\ &= 0.9806 \times 10^6 \end{aligned}$$

Admittance Metric of Two – Port (Y parameters)



- กระแส Port เป็นผลมาจากแหล่งจ่ายแรงดันที่ต่อเข้ากับ Network

$$I_1(s) = y_{11}(s)V_1(s) + y_{12}(s)V_2(s)$$

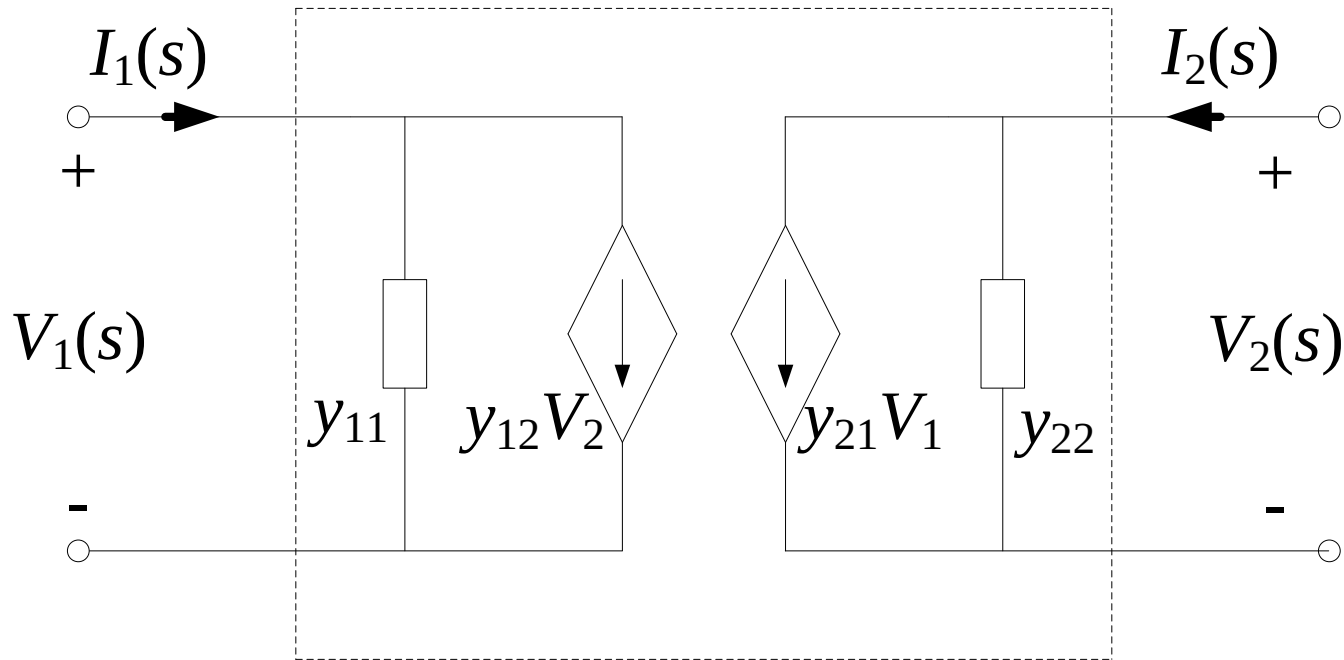
$$I_2(s) = y_{21}(s)V_1(s) + y_{22}(s)V_2(s)$$

$y_{ij} \rightarrow$ Short – Circuit Admittance Parameter

เขียนวงจรสมมูลของ Y- parameter ได้เป็น

$$I_1(s) = y_{11}(s)V_1(s) + y_{12}(s)V_2(s)$$

$$I_2(s) = y_{21}(s)V_1(s) + y_{22}(s)V_2(s)$$



- เขียนในรูปแบบเมตริก ได้เป็น

$$I = YV$$

โดยที่

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \rightarrow$$

Short – Circuit Admittance Matrix

มีหน่วยเป็น

$$\begin{bmatrix} S & S \\ S & S \end{bmatrix} \rightarrow$$

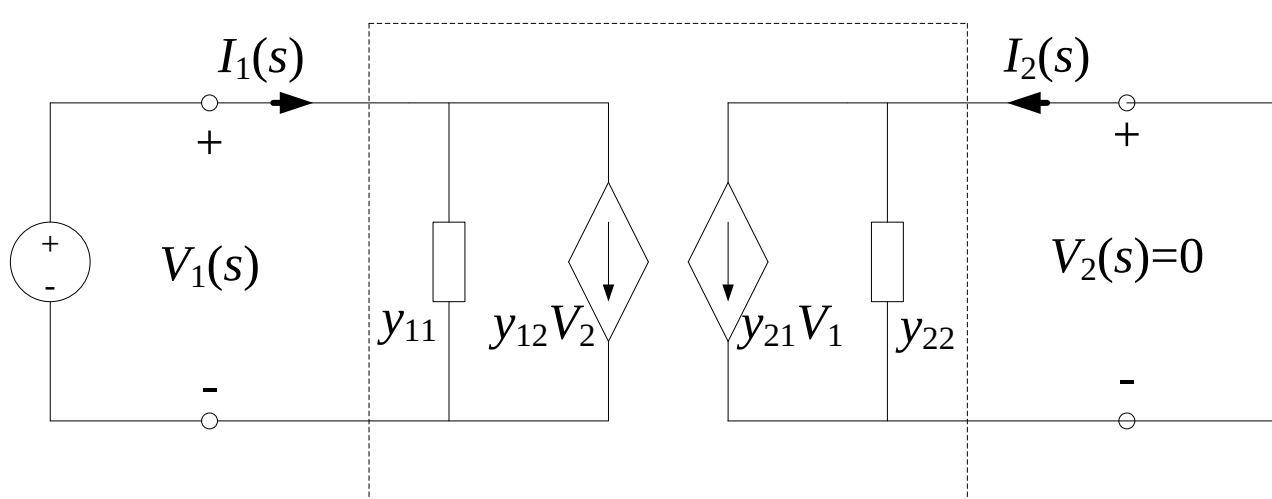
ซีเมนส์

การหา Admittance Parameter (Y – Parameter)

จาก

$$I_1(s) = y_{11}(s)V_1(s) + y_{12}(s)V_2(s)$$
$$I_2(s) = y_{21}(s)V_1(s) + y_{22}(s)V_2(s)$$

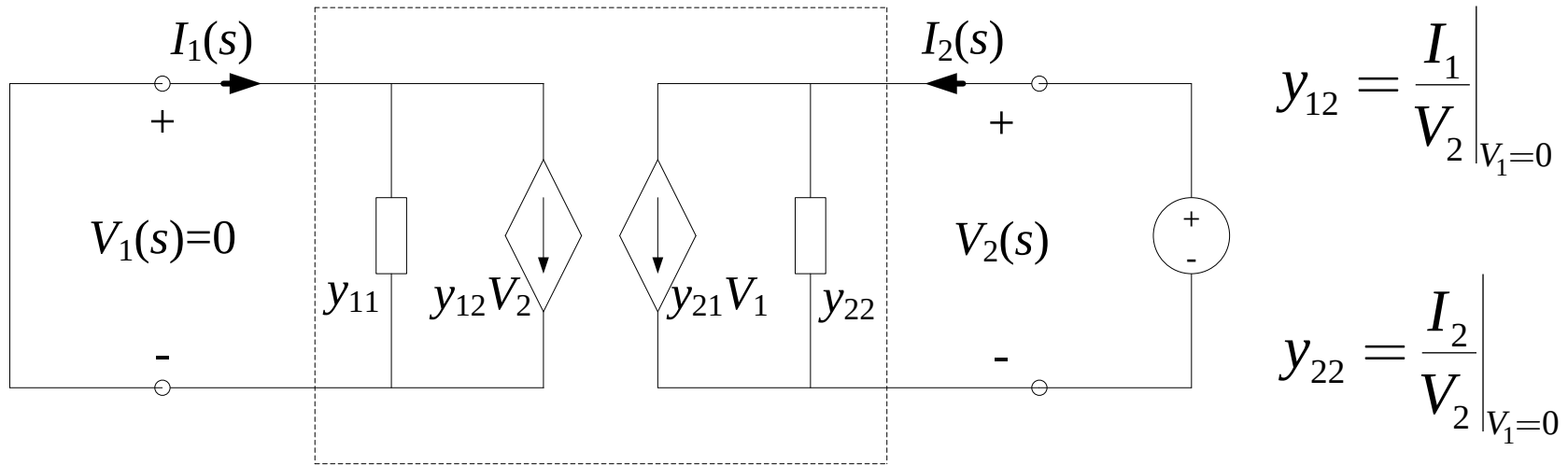
พบว่า หา y_{11} และ y_{21} โดย ลัดวงจรที่ Port 2 ($V_2 = 0$)



$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0}$$

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0}$$

ทำนองเดียวกัน หา y_{12} และ y_{22} โดย เปิดวงจรที่ Port 1 ($I_1 = 0$)



y_{11} คือ แอดมิตแตนซ์ที่มองเข้าที่ขั้วทางเข้า เมื่อลัดวงจรขั้วทางออก

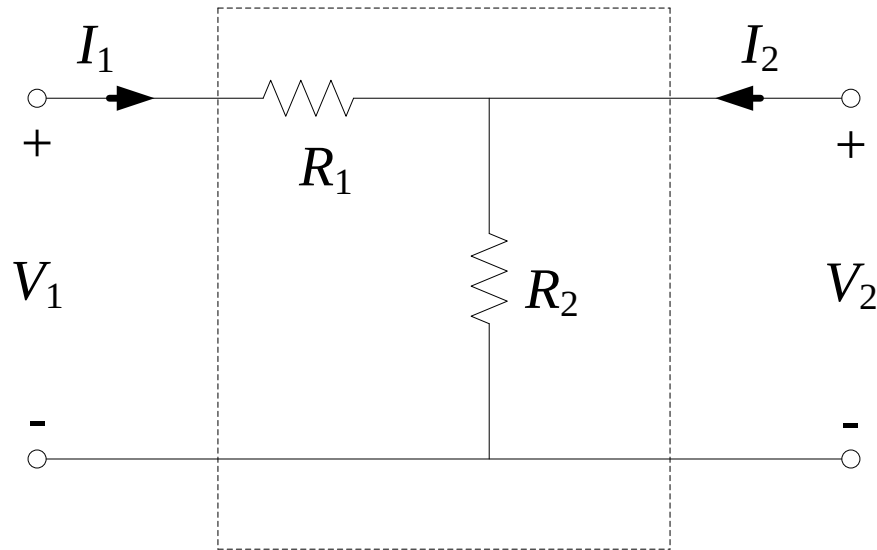
y_{22} คือ แอดมิตแตนซ์ที่มองเข้าที่ขั้วทางออก เมื่อลัดวงจรขั้วทางเข้า

y_{12} คือ แอดมิตแตนซ์โอนย้ายรีเวิร์ส เมื่อลัดวงจรด้านทางเข้า

y_{21} คือ แอดมิตแตนซ์โอนย้ายฟอร์เวิร์ด เมื่อลัดวงจรด้านทางออก

Example # 4

จากวงจรในรูป เขียนวงจรสมมูลในรูปของ Y - Parameter

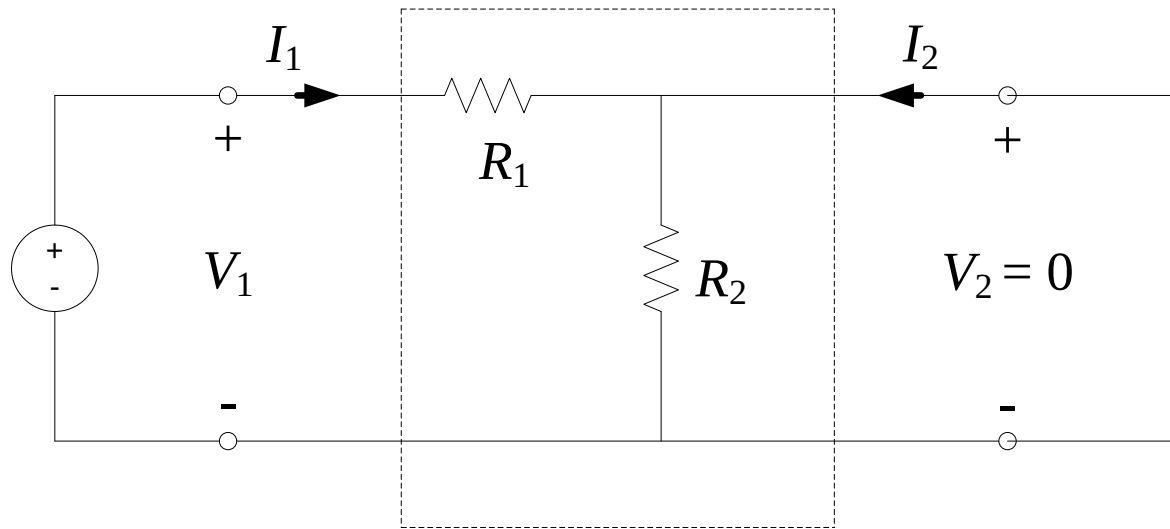


ต้องการหา Y - Parameter จาก

$$I_1(s) = y_{11}(s)V_1(s) + y_{12}(s)V_2(s)$$

$$I_2(s) = y_{21}(s)V_1(s) + y_{22}(s)V_2(s)$$

- หา y_{11} และ y_{21} โดย ลัดวงจรที่ Port 2 ($V_2 = 0$)



พบว่า :
$$I_1 = \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_2 = -I_1 = -\frac{V_1}{R_1}$$

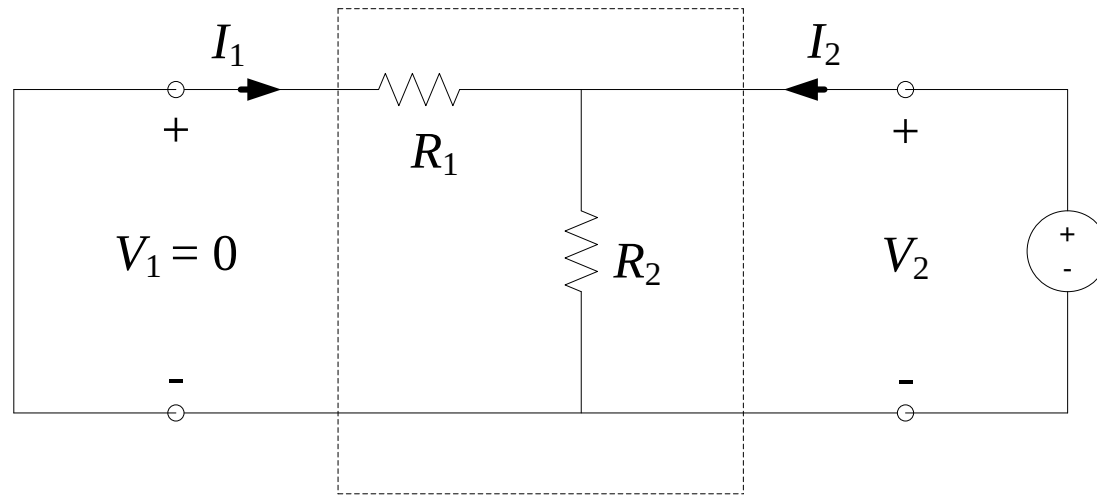
จะได้ :
$$y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \Big|_{V_2=0}$$

$$y_{11} = \frac{1}{R_1}$$

$$y_{21} = \frac{I_2}{V_1} \Big|_{V_2=0}$$

$$y_{21} = -\frac{1}{R_1}$$

- หา y_{12} และ y_{22} โดย ลัดวงจรที่ Port 1 ($V_1 = 0$)



พบว่า: $I_1 = -\frac{V_2}{R_1}$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_1 // R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_2 = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right) V_2$$

จะได้: $y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{V_1=0}$

$$y_{12} = -\frac{1}{R_1}$$

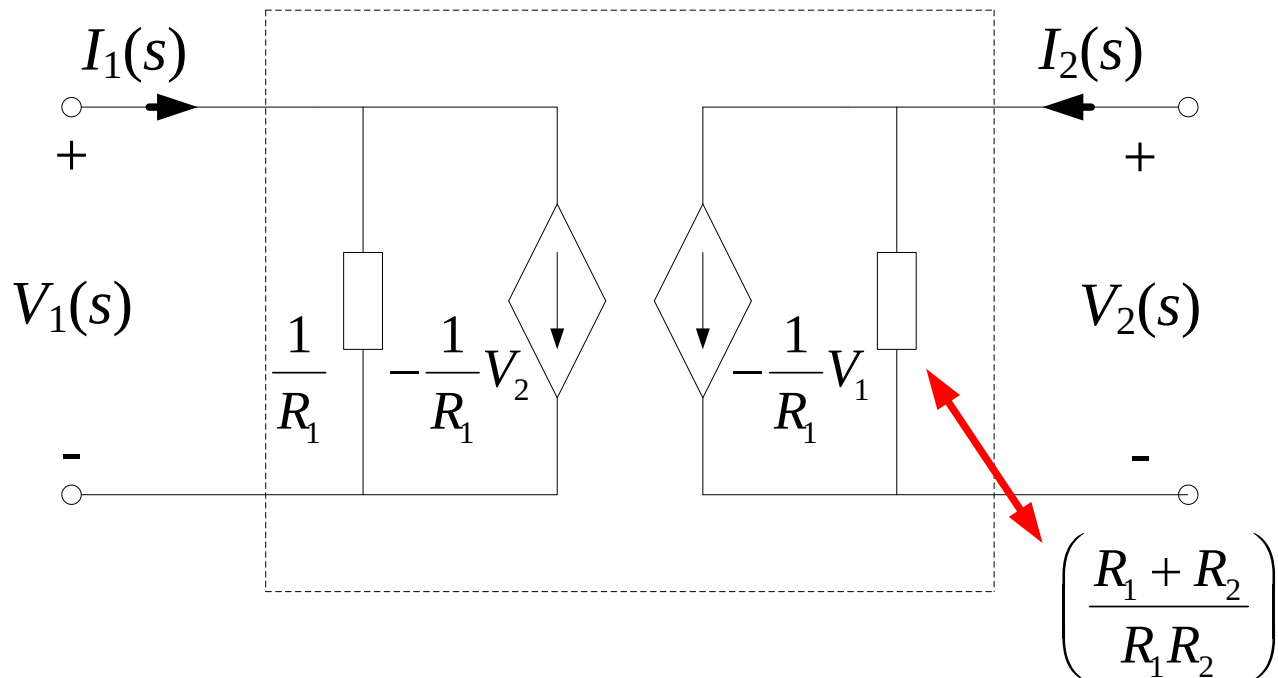
$y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1=0}$

$$y_{22} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

จะได้เมตริก Y – Parameter เป็น

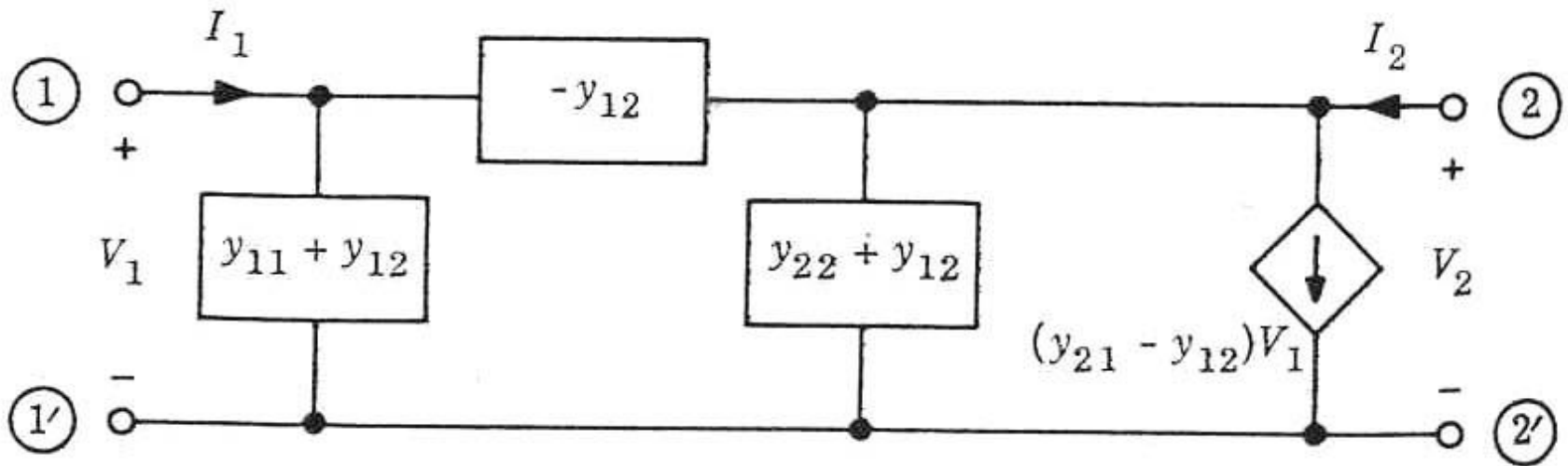
$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \end{bmatrix} \quad \text{หน่วยเป็น} \quad \begin{bmatrix} S & S \\ S & S \end{bmatrix}$$

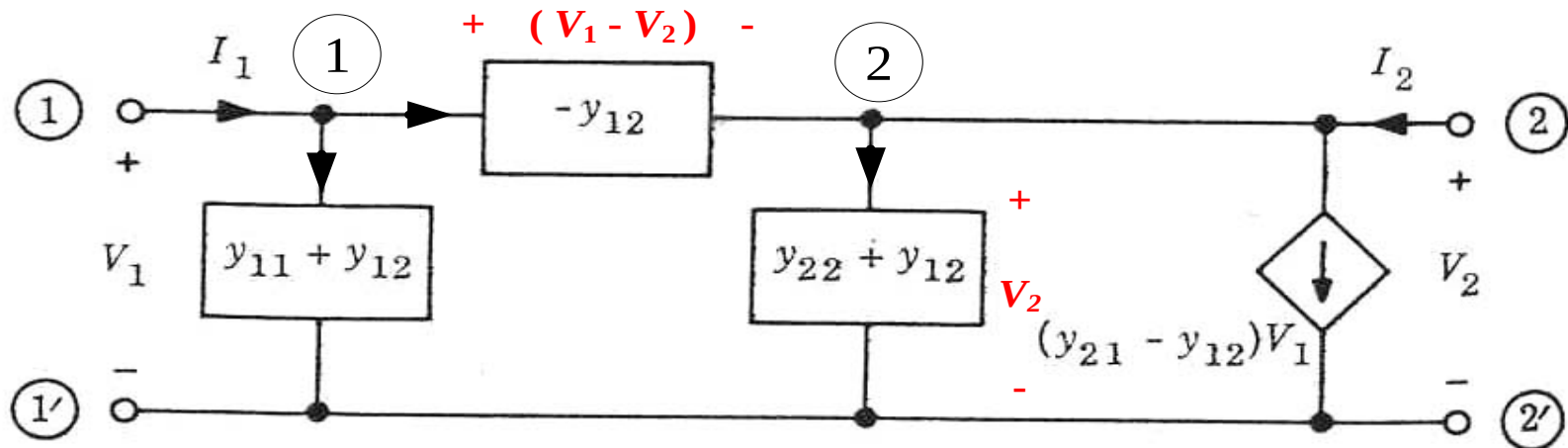
เขียนเป็นวงจรสมมูลได้เป็น



วงจรสมมูลแบบ π (π – Equivalent Circuit)

- จากวงจรสมมูลของ Y parameter พบว่ามี dependent source อยู่ 2 ตัว
- สามารถเขียนวงจรสมมูลให้มี dependent source เหลือในวงจร 1 ตัว
โดยเขียนวงจรสมมูลเป็น π – Equivalent Circuit





Node 1 :
$$I_1 = (y_{11} + y_{12})V_1 + (-y_{12})(V_1 - V_2)$$

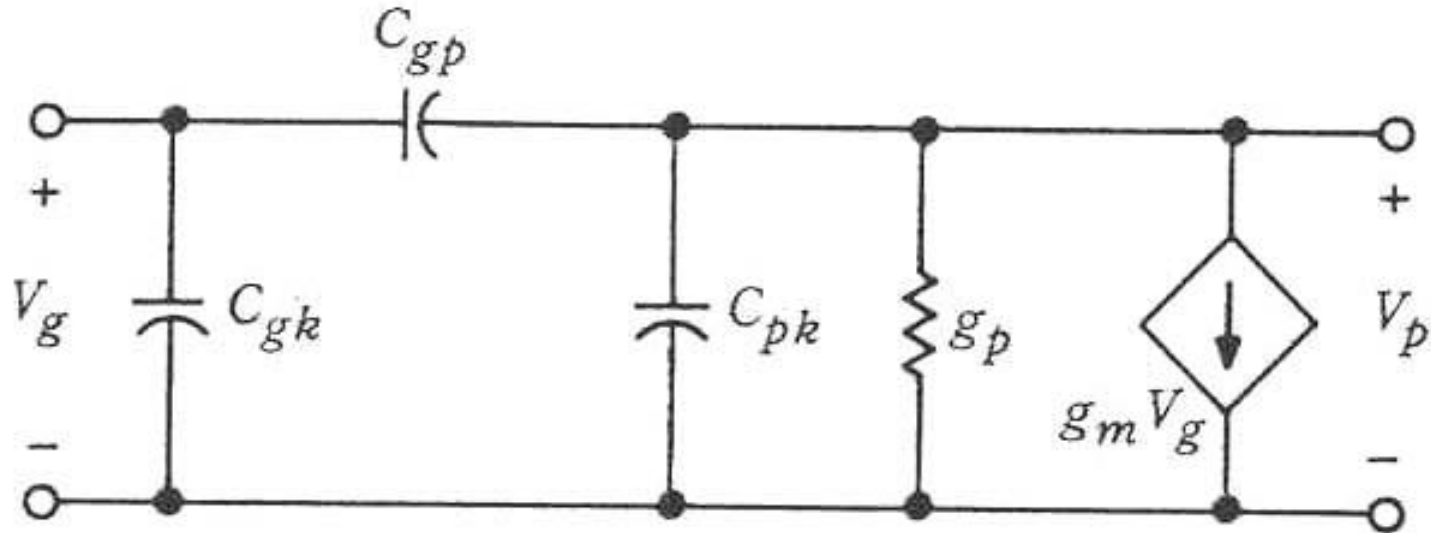
$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$

Node 2 :
$$I_2 = (y_{21} - y_{12})V_1 + (y_{22} + y_{12})V_2 - (-y_{12})(V_1 - V_2)$$

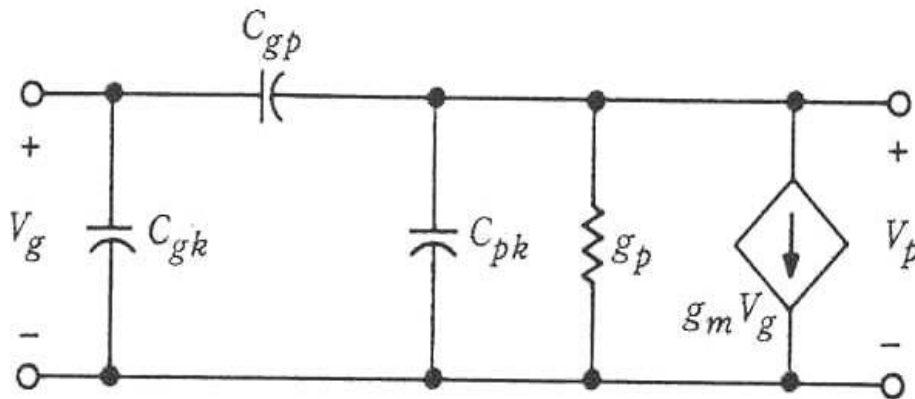
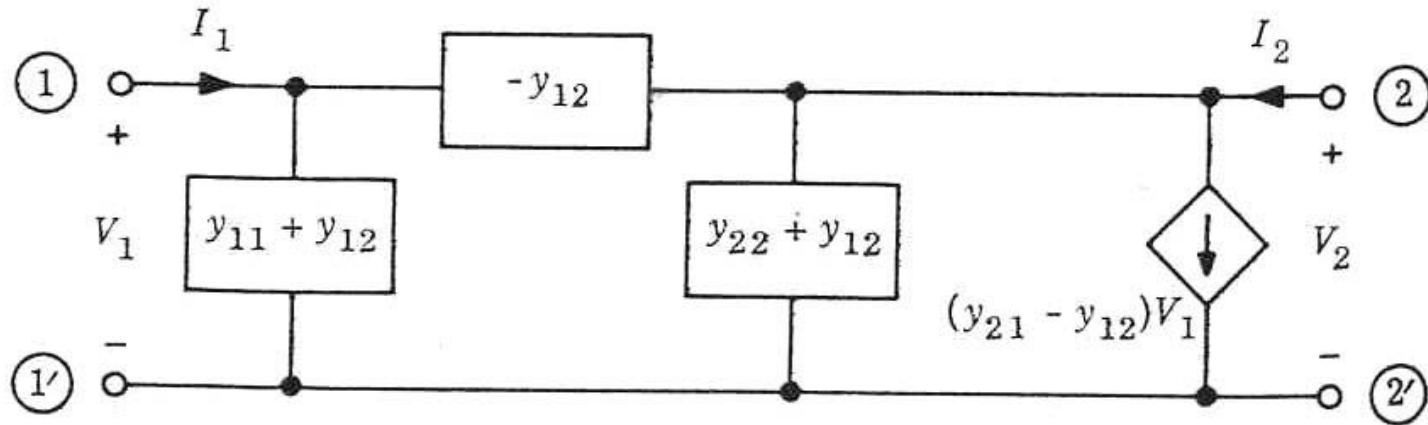
$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$

Example # 5

จากวงจร pentode ใน common – cathode connection มีวงจรสมมูลเป็นดังรูป
จงหา short circuit admittance parameters



෧෦෦ π Equivalent Circuit



$$I = YV$$

$$y_{12} = -sC_{gp}$$

$$y_{11} = sC_{gk} - y_{12}$$

$$= sC_{gk} + C_{gp}$$

$$y_{21} = g_m + y_{12}$$

$$= g_m - sC_{gp}$$

$$y_{22} = sC_{pk} + g_p - y_{12}$$

$$= s(C_{pk} + C_{gp}) + g_p$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง Z และ Y พารามิเตอร์

$$Z = Y^{-1} \quad \text{และ} \quad Y = Z^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \frac{1}{\Delta_Y} \begin{bmatrix} y_{22} & -y_{12} \\ -y_{21} & y_{11} \end{bmatrix}$$

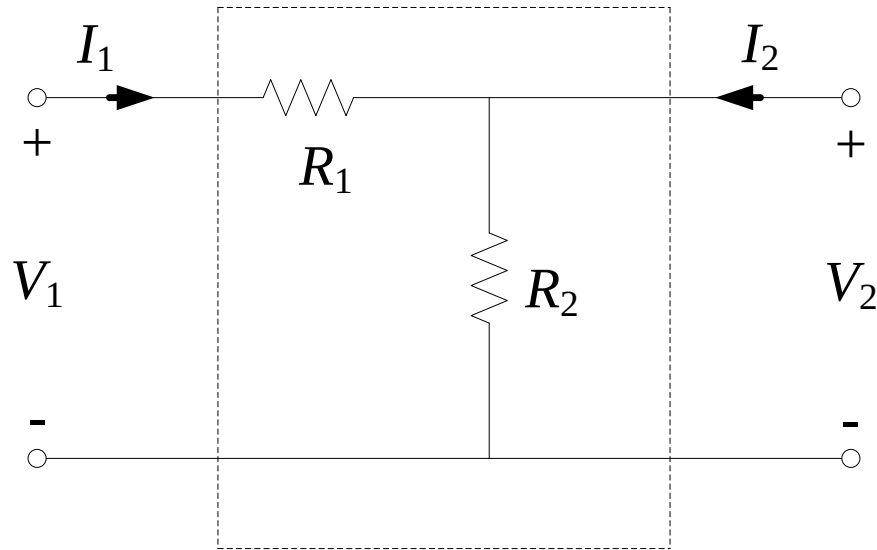
เมื่อ $\Delta_Y = \det Y$

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \frac{1}{\Delta_Z} \begin{bmatrix} z_{22} & -z_{12} \\ -z_{21} & z_{11} \end{bmatrix}$$

เมื่อ $\Delta_Z = \det Z$

Example # 6



จากวงจรในรูปมีค่า Z - Parameter เป็น
$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_1 + R_2) & R_2 \\ R_2 & R_2 \end{bmatrix}$$

จงหา Y - Parameter

$$\text{৩৩৩} \quad Y = Z^{-1}$$

$$\begin{aligned}\Delta_Z &= \begin{vmatrix} (R_1 + R_2) & R_2 \\ R_2 & R_2 \end{vmatrix} = R_2(R_1 + R_2) - R_2^2 \\ &= R_1R_2 + R_2^2 - R_2^2 = R_1R_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y_{11} &= \frac{z_{22}}{\Delta_Z} = \frac{R_2}{R_1R_2} \\ &= \frac{1}{R_1}\end{aligned}$$

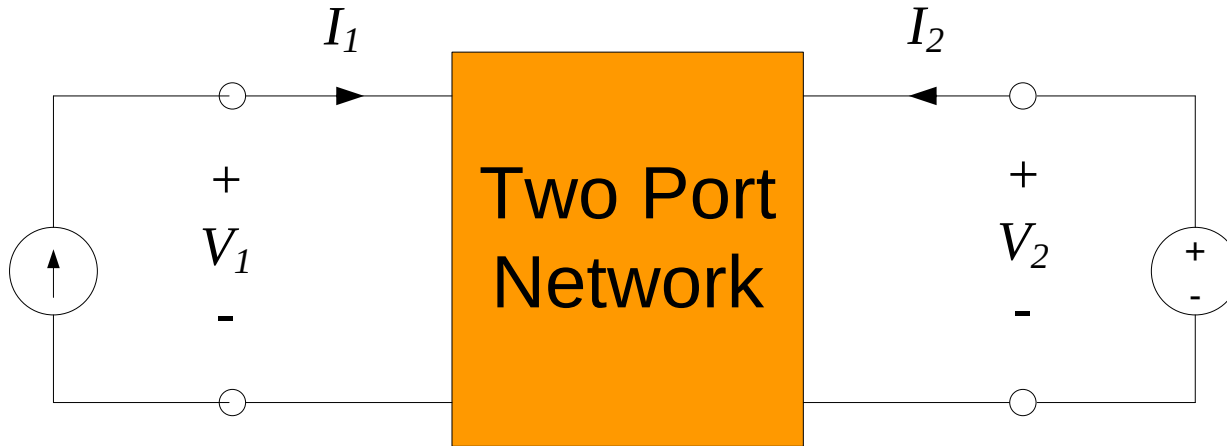
$$\begin{aligned}y_{12} &= -\frac{z_{12}}{\Delta_Z} = -\frac{R_2}{R_1R_2} \\ &= -\frac{1}{R_1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y_{21} &= -\frac{z_{21}}{\Delta_Z} = -\frac{R_2}{R_1R_2} \\ &= -\frac{1}{R_1}\end{aligned}$$

$$y_{22} = \frac{z_{11}}{\Delta_Z} = \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2}$$

Hybrid Parameter (H – Parameter)

- เป็นพารามิเตอร์ของวงจร Two Port ที่มี I_1 และ V_2 เป็นตัวแปรอิสระ



- จะได้สมการดังนี้

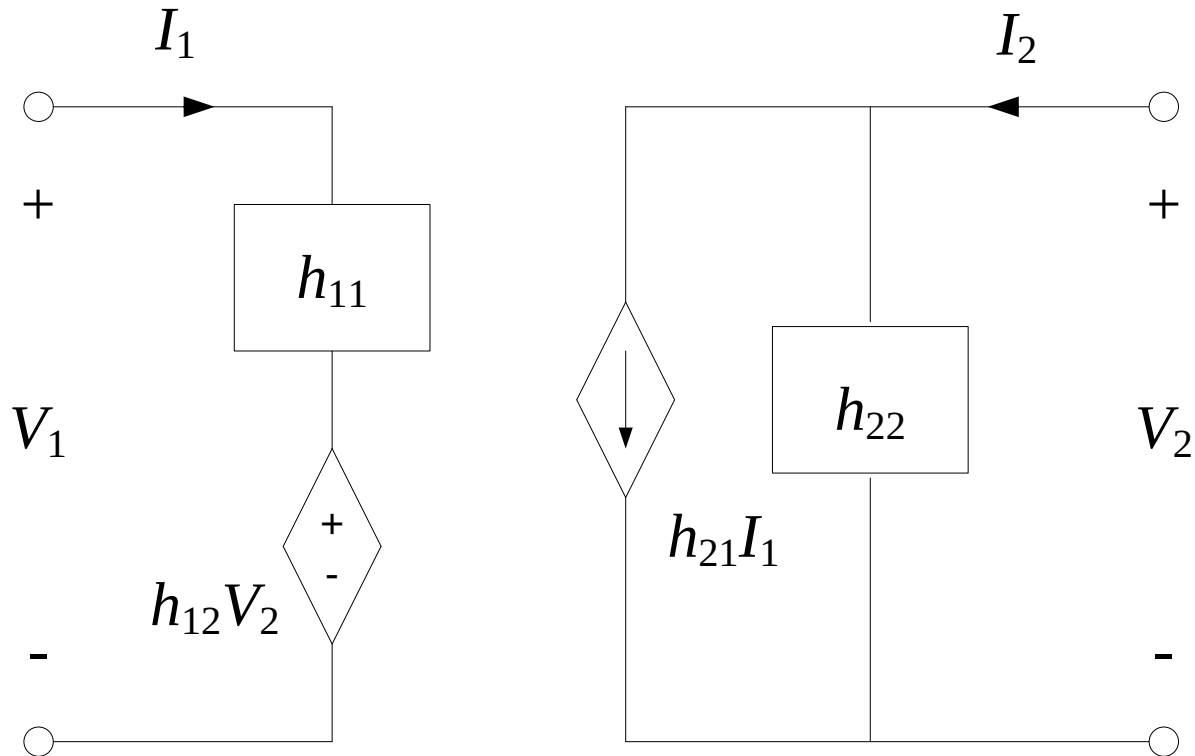
$$V_1(s) = h_{11}(s)I_1(s) + h_{12}(s)V_2(s)$$

$$I_2(s) = h_{21}(s)I_1(s) + h_{22}(s)V_2(s)$$

จากสมการที่ได้ เขียนวงจรสมมูลได้เป็น

$$V_1(s) = h_{11}(s)I_1(s) + h_{12}(s)V_2(s)$$

$$I_2(s) = h_{21}(s)I_1(s) + h_{22}(s)V_2(s)$$

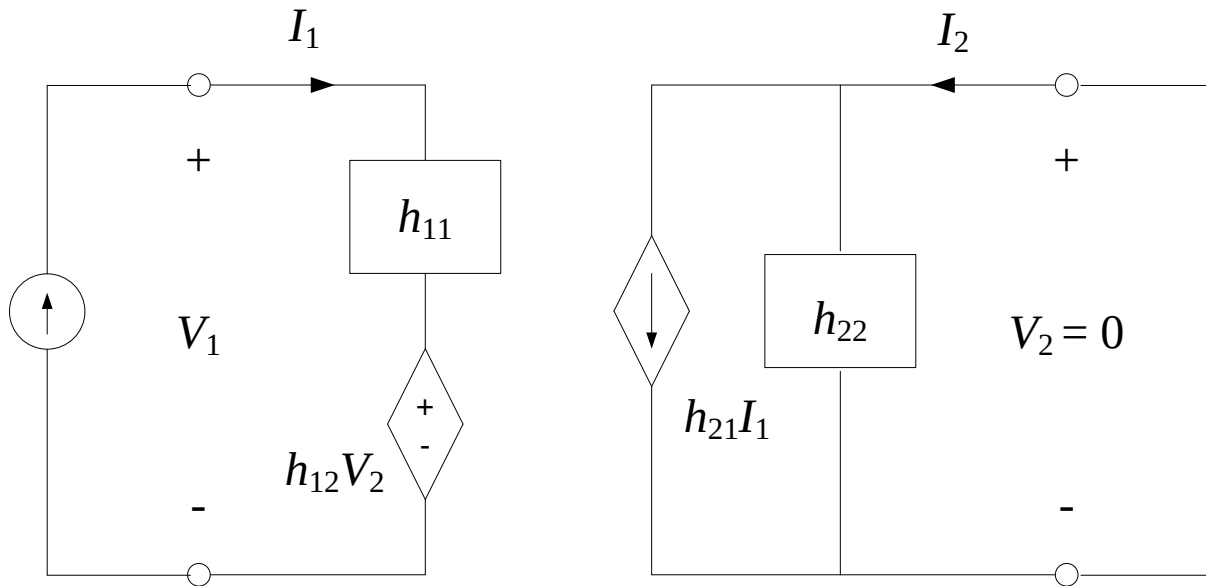


การหา Hybrid Parameter (H – Parameter)

จาก
$$V_1(s) = h_{11}(s)I_1(s) + h_{12}(s)V_2(s)$$

$$I_2(s) = h_{21}(s)I_1(s) + h_{22}(s)V_2(s)$$

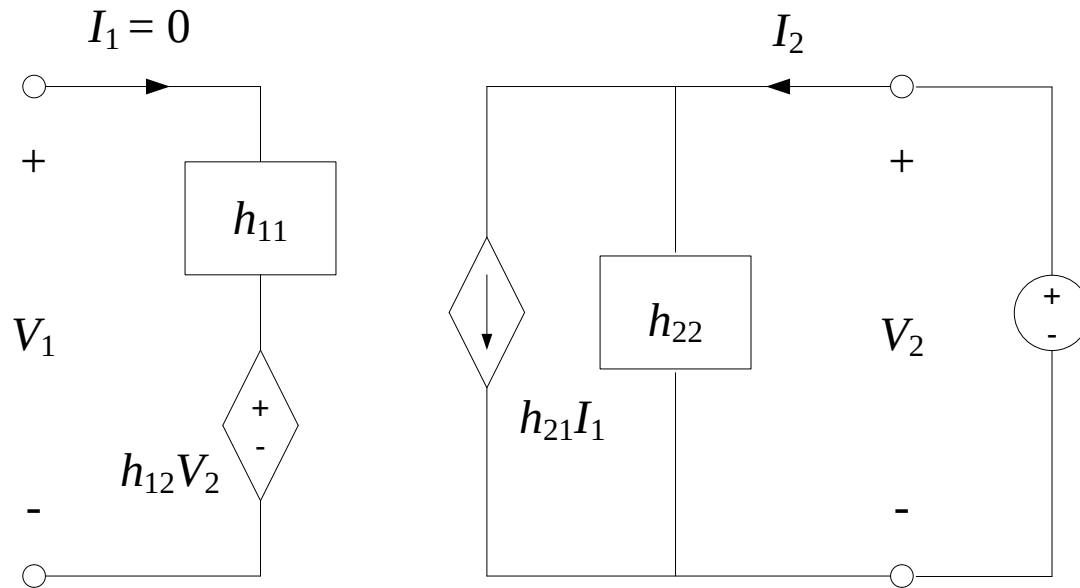
พบว่า หา h_{11} และ h_{21} โดย ลัดวงจรที่ Port 2 ($V_2 = 0$)



$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} = \frac{1}{y_{11}}$$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} = \frac{y_{21}}{y_{11}}$$

ทำนองเดียวกัน หา h_{12} และ h_{22} โดย เปิดวงจรที่ Port 1 ($I_1 = 0$)



$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} = \frac{1}{Z_{22}}$$

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} = \frac{Z_{12}}{Z_{22}}$$

h_{11} คือ อิมพีแดนซ์ด้านทางเข้า เมื่อลัดวงจรด้านทางออก

h_{22} คือ แอดมิตแตนซ์ด้านทางออก เมื่อเปิดวงจรด้านทางเข้า

h_{12} , คือ อัตราส่วนแรงดันโอนย้ายรีเวิร์ส เมื่อเปิดวงจรด้านทางเข้า

h_{21} , คือ อัตราส่วนกระแสโอนย้ายฟอร์เวิร์ด เมื่อลัดวงจรด้านทางออก

- เขียนในรูปแบบเมตริก ได้เป็น

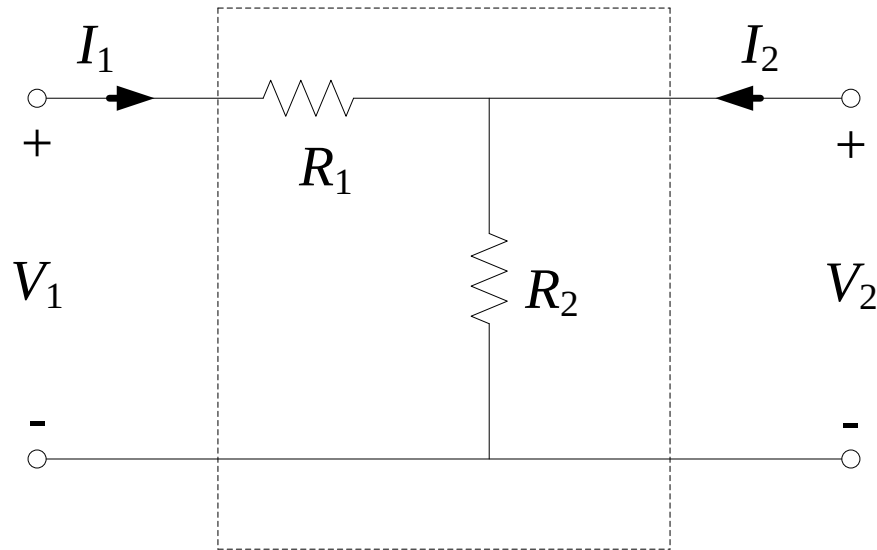
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \rightarrow \boxed{\text{Hybrid Matrix}}$$

Example # 7

จากวงจรในรูป เขียนวงจรสมมูลในรูปของ H - Parameter

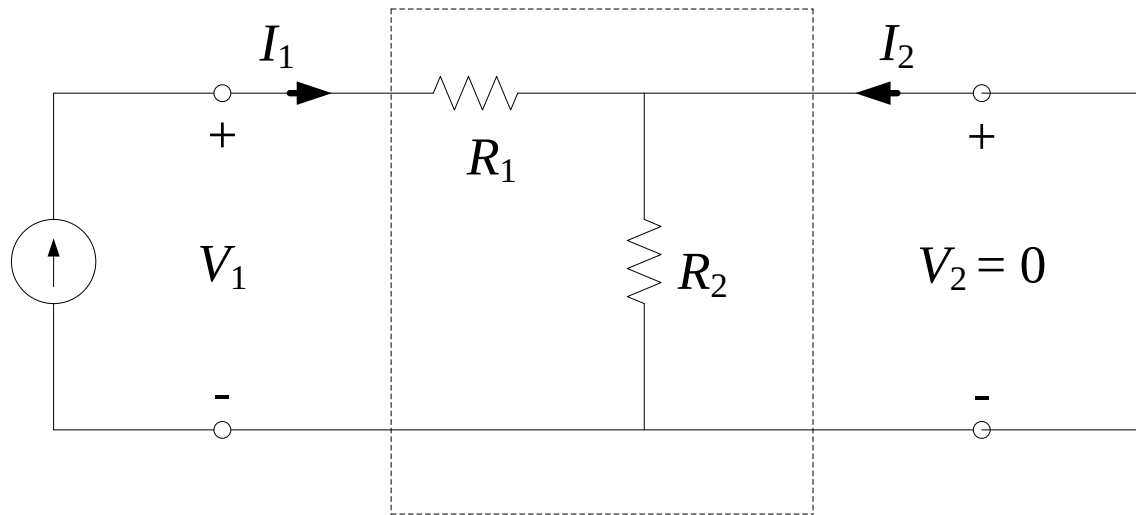


ต้องการหา H - Parameter จาก

$$V_1(s) = h_{11}(s)I_1(s) + h_{12}(s)V_2(s)$$

$$I_2(s) = h_{21}(s)I_1(s) + h_{22}(s)V_2(s)$$

- หา h_{11} และ h_{21} โดย ลัดวงจรที่ Port 2 ($V_2 = 0$)



พบว่า : $V_1 = R_1 I_1$

$$I_2 = -I_1$$

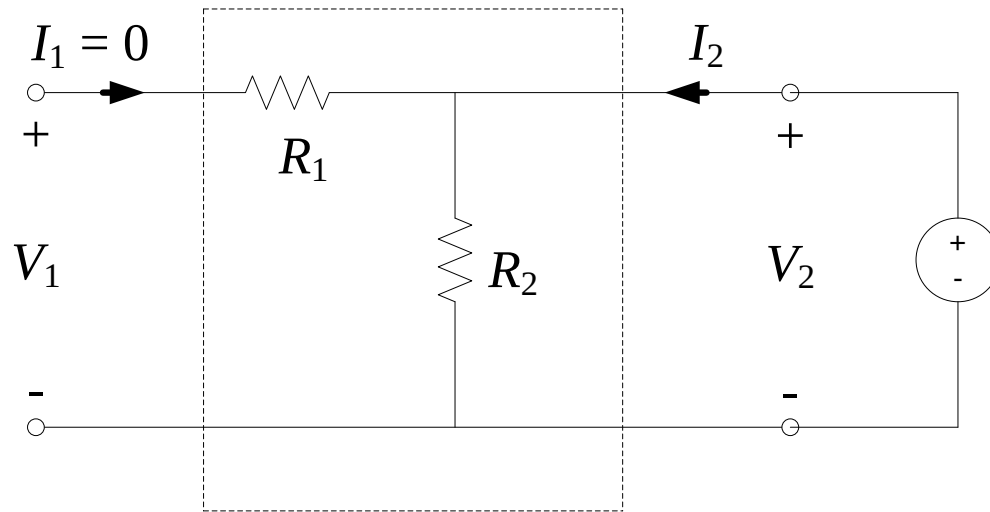
จะได้ : $h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0}$

$$h_{11} = R_1$$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

$$h_{21} = -1$$

- หา h_{12} และ h_{22} โดย เปิดวงจรที่ Port 1 ($I_1 = 0$)



พบว่า : $I_2 = \frac{V_2}{R_2}$

$$V_2 = V_1$$

จะได้ : $h_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{I_1=0}$

$$h_{22} = \frac{1}{R_2}$$

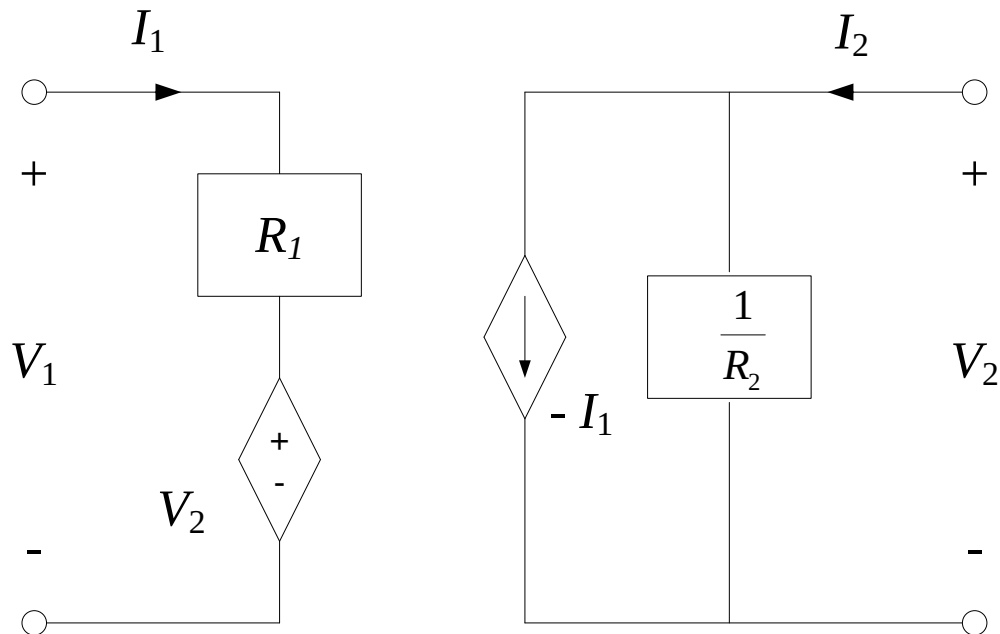
$h_{12} = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_1=0}$

$$h_{12} = 1$$

จะได้เมตริก H – Parameter เป็น

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 1 \\ -1 & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix}$$

เขียนเป็นวงจรสมมูลได้เป็น



ความสัมพันธ์ระหว่าง H – Parameter กับ Z - Parameter

Z-parameter :

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (1)$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (2)$$

H-parameter :

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$$

จาก Z parameter ขจัด I_2 โดย :

$$(1) \times Z_{22} \longrightarrow Z_{22}V_1 = Z_{22}Z_{11}I_1 + Z_{22}Z_{12}I_2 \quad (3)$$

$$(2) \times Z_{12} \longrightarrow Z_{12}V_2 = Z_{12}Z_{21}I_1 + Z_{12}Z_{22}I_2 \quad (4)$$

$$(3) - (4) \longrightarrow Z_{22}V_1 - Z_{12}V_2 = (Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21})I_1$$

จะได้

$$Z_{22}V_1 - Z_{12}V_2 = \Delta_Z I_1$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}\Delta_Z &= Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} \\ &= \text{ดีเทอร์มิแนนต์ของ } Z\end{aligned}$$

จัดรูปสมการใหม่

$$V_1 = \frac{\Delta_Z}{Z_{22}} I_1 + \frac{Z_{12}}{Z_{22}} V_2$$

เทียบกับ H parameter $\longrightarrow V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$

เทียบสัมประสิทธิ์

$$h_{11} = \frac{\Delta_Z}{Z_{22}}$$

และ

$$h_{12} = \frac{Z_{12}}{Z_{22}}$$

จาก Z parameter สมการ (2) : $V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$

จัดรูปแบบใหม่ได้เป็น

$$-Z_{21}I_1 + V_2 = Z_{22}I_2$$

$$I_2 = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}}I_1 + \frac{1}{Z_{22}}V_2$$

เทียบกับ H parameter $\longrightarrow I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$

จากการเทียบสัมประสิทธิ์

$$h_{21} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}}$$

และ

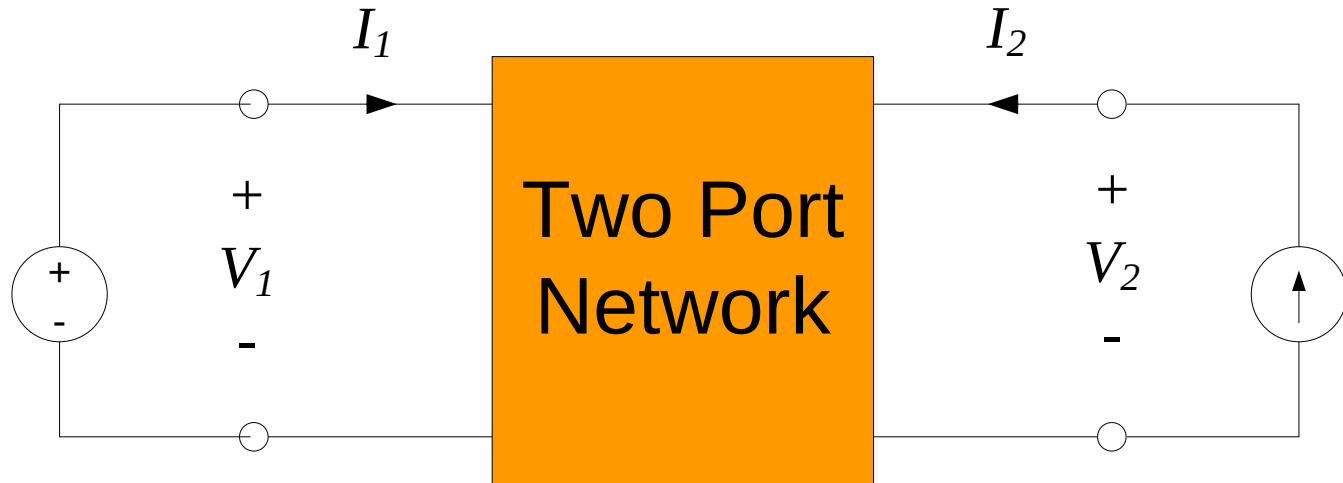
$$h_{22} = \frac{1}{Z_{22}}$$

- สามารถเขียนความสัมพันธ์ของ Z และ H พารามิเตอร์ในรูปเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta_Z}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{bmatrix}$$

A second Hybrid Parameter

- Hybrid Parameter ในอีกรกรณี เกิดจากวงจร Two Port มี V_1 และ I_2 เป็นตัวแปรอิสระ เรียก G - Parameter



- จะได้สมการดังนี้

$$I_1(s) = g_{11}(s)V_1(s) + g_{12}(s)I_2(s)$$

$$V_2(s) = g_{21}(s)V_1(s) + g_{22}(s)I_2(s)$$

- เขียนสมการให้อยู่ในรูปแบบเมตริกซ์ได้เป็น :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

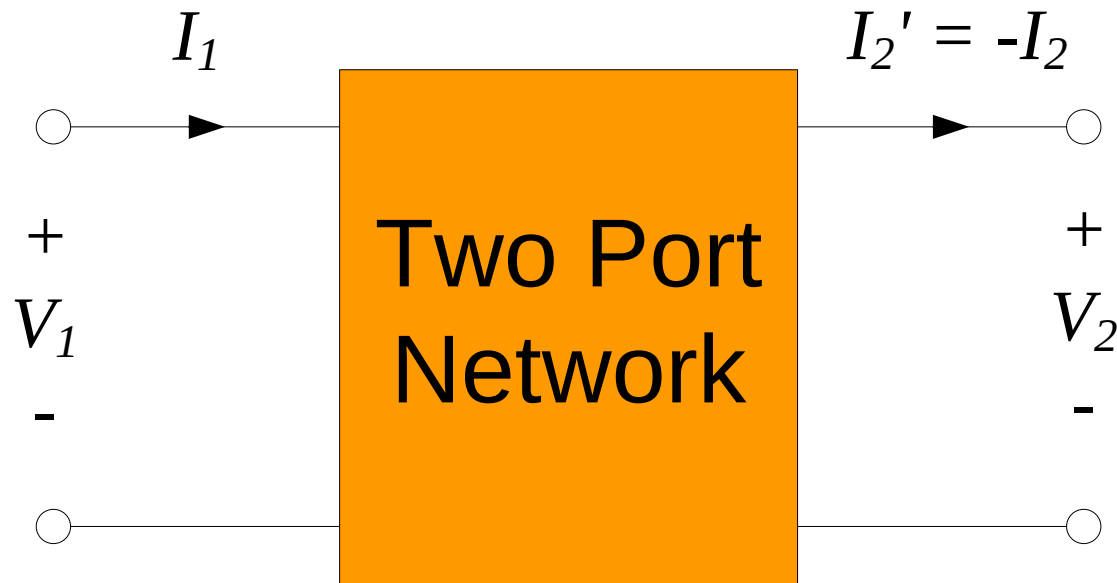
โดยที่

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \rightarrow \boxed{\text{Hybrid Matrix}}$$

และสามารถหา G จาก $\boxed{G = H^{-1}}$

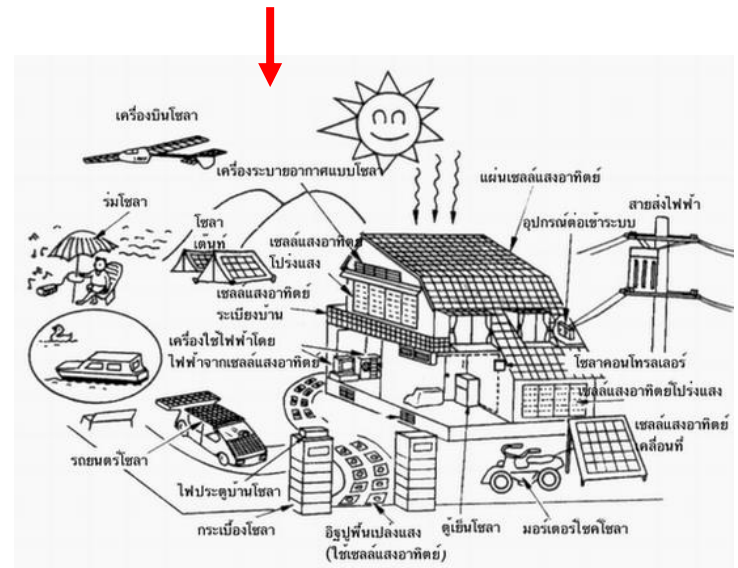
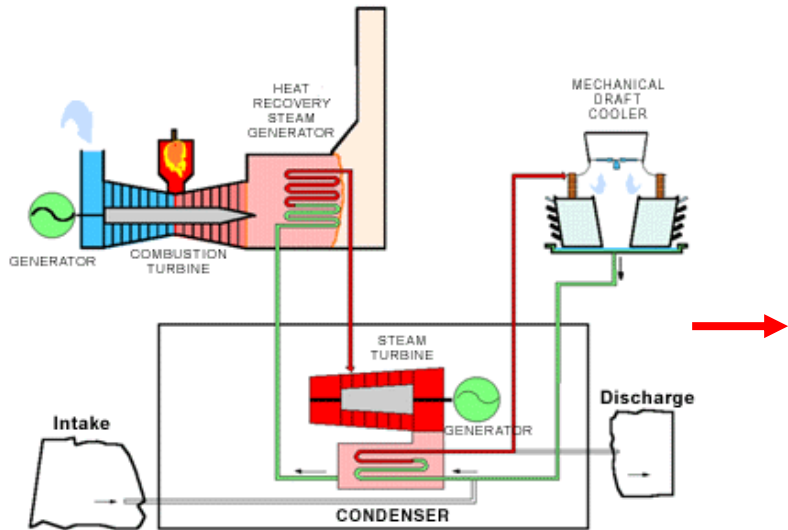
The Transmission Matrices (Transmission Parameter)

- กระแสและแรงดันทางด้านเข้า จะขึ้นอยู่กับกระแสและแรงดันทางด้านออก
- นิยมใช้วิเคราะห์สายส่งไฟฟ้า

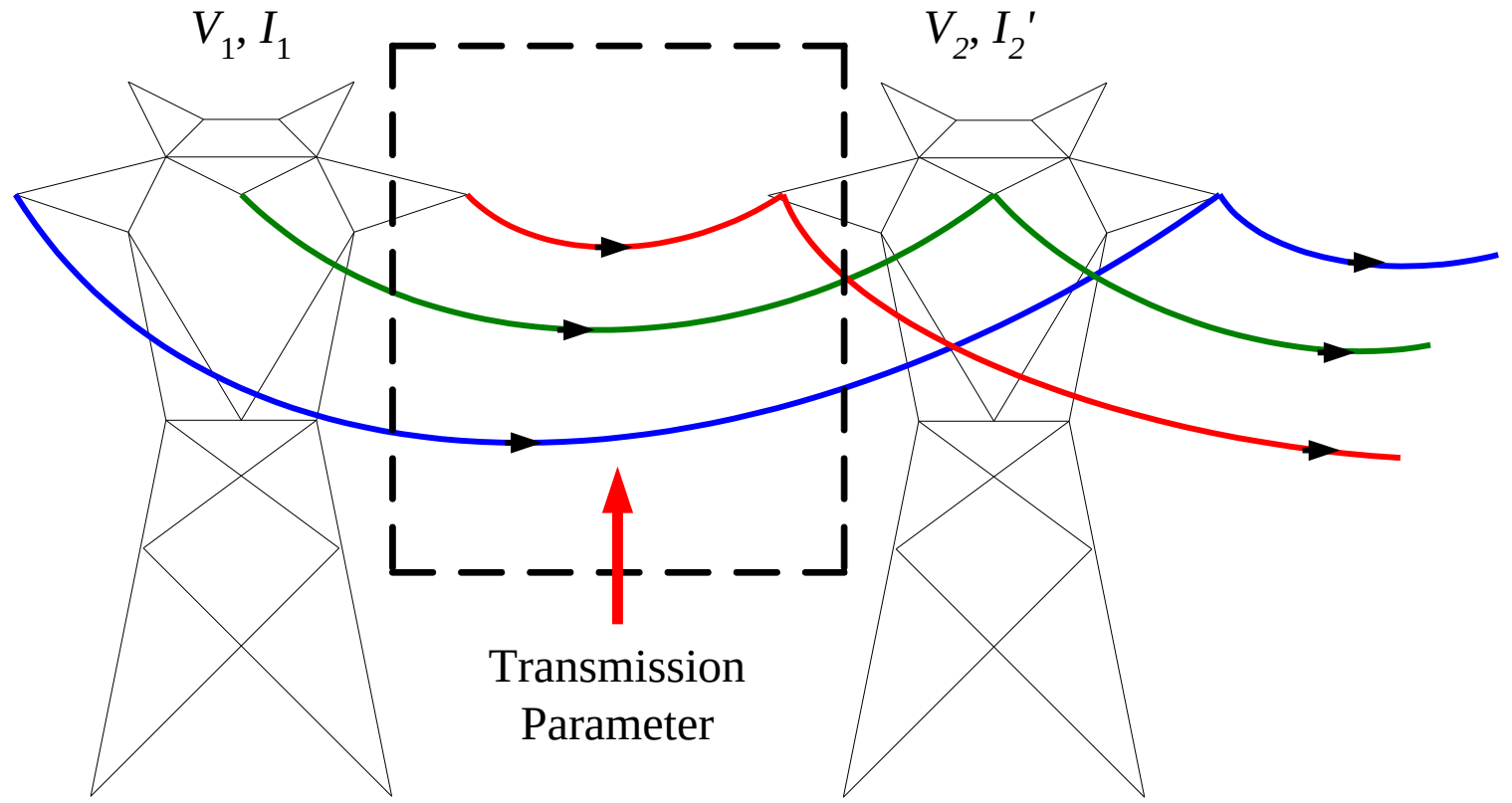


- เหมาะสำหรับการวิเคราะห์วงจรข่ายหลายๆ วงจรที่ต่อเชื่อมกัน

ระบบส่งจ่ายพลังงานไฟฟ้า

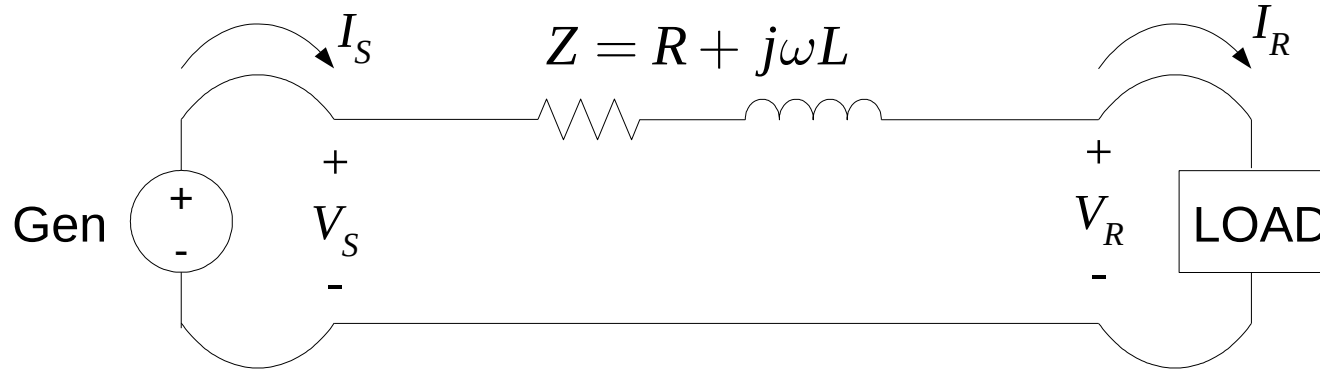


Transmission Parameter ของสายส่งไฟฟ้าแรงสูง

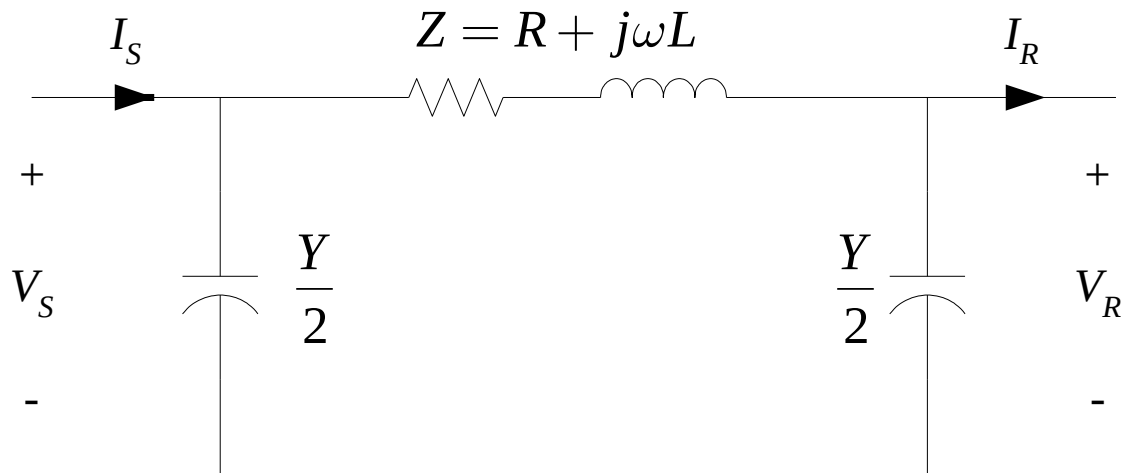


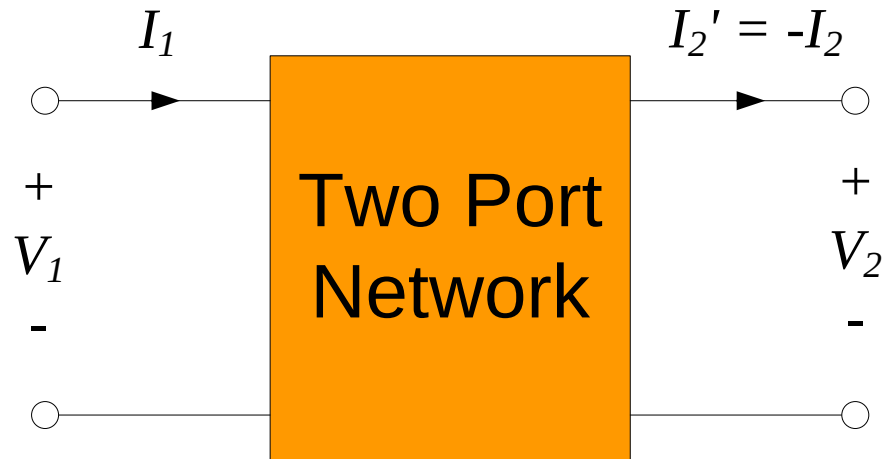
แบบจำลองสายส่งไฟฟ้า

- ระยะสายส่งไม่เกิน 80 km



- ระยะสายส่งระหว่าง 80 km ถึง 240 km





- สมการของ Transmission Parameter คือ

$$V_1(s) = A(s)V_2(s) + B(s)I'_2(s)$$

$$= A(s)V_2(s) - B(s)I_2(s)$$

$$I_1(s) = C(s)V_2(s) + D(s)I'_2(s)$$

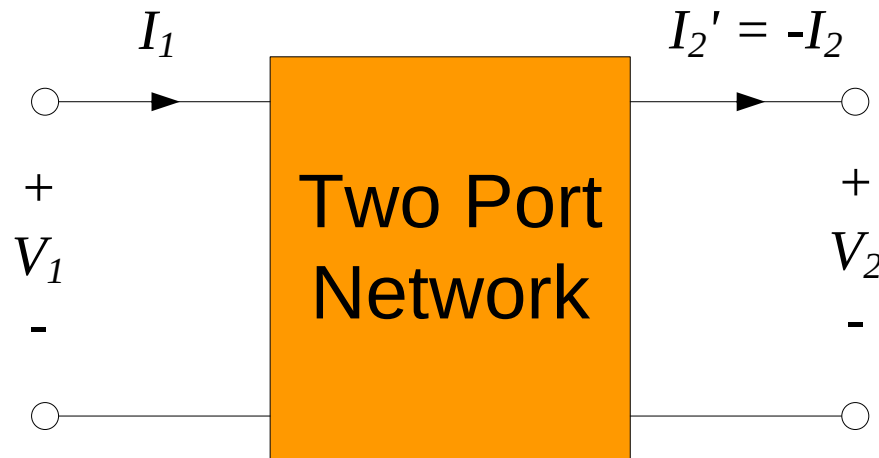
$$= C(s)V_2(s) - D(s)I_2(s)$$

การหา Transmission Parameter (T – Parameter)

$$V_1(s) = A(s)V_2(s) - B(s)I_2(s)$$

$$I_1(s) = C(s)V_2(s) - D(s)I_2(s)$$

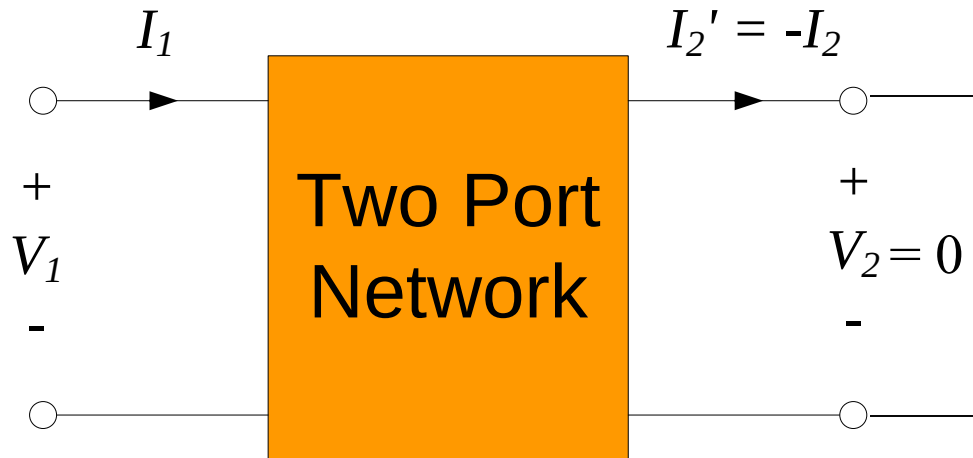
พบว่า หา A และ C โดย เปิดวงจรที่ Port 2 ($I_2 = 0$)



$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{-I_2=0}$$

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{-I_2=0}$$

ทำนองเดียวกัน หา B และ D โดย ลัดวงจรที่ Port 2 ($V_2 = 0$)



$$B = - \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

$$D = - \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

A คือ อัตราส่วนแรงดันโอนย้ายรีเวิร์ส เมื่อเปิดวงจรด้านทางออก

D คือ อัตราส่วนกระแสโอนย้ายรีเวิร์ส เมื่อลัดวงจรด้านทางออก

B คือ อิมพีแดนซ์โอนย้ายรีเวิร์ส เมื่อลัดวงจรด้านทางออก

C คือ แอดมิตแตนซ์โอนย้ายรีเวิร์ส เมื่อเปิดวงจรด้านทางออก

- เขียนในรูปแบบเมตริก ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \rightarrow$$

Transmission Matrix

และ

$$A, B, C, D \rightarrow$$

Transmission Parameters

- ถ้าต้องการเขียนตัวแปรเอาต์พุต V_2 กับ $-I_2$ ในเทอมของตัวแปรอินพุต V_1 กับ I_1 สามารถทำได้โดย

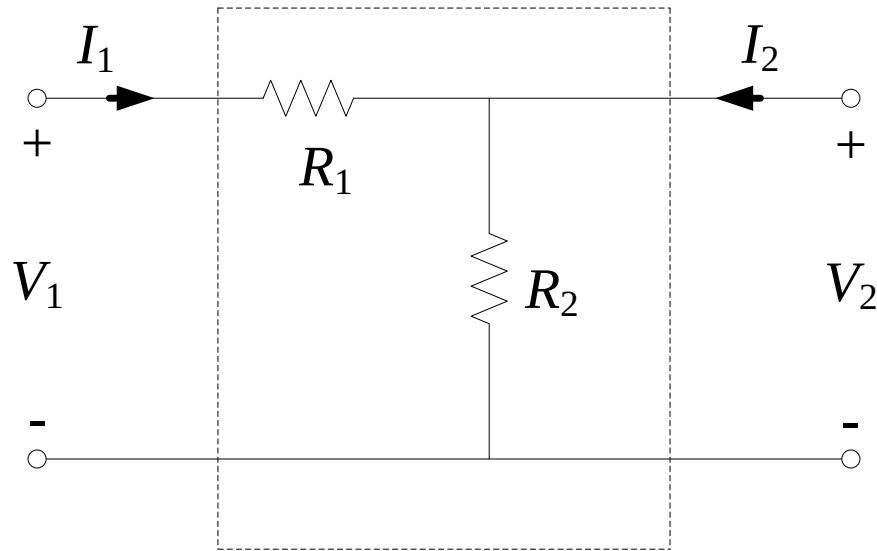
$$\begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

$$= T' \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

Example # 8

จากวงจรในรูป เขียนวงจรสมมูลในรูปของ Transmission - Parameter

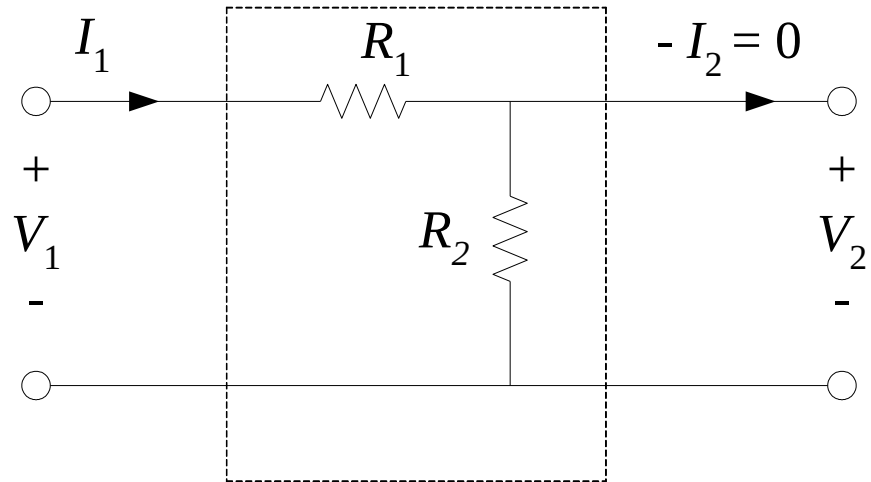


ต้องการหา Transmission – Parameter จาก

$$V_1(s) = A(s)V_2(s) - B(s)I_2(s)$$

$$I_1(s) = C(s)V_2(s) - D(s)I_2(s)$$

- หา A และ C โดยเปิดวงจรที่ Port 2 ($-I_2 = 0$)



พบว่า :

$$V_2 = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} V_1$$

$$I_1 = \frac{V_2}{R_2}$$

จะได้ :

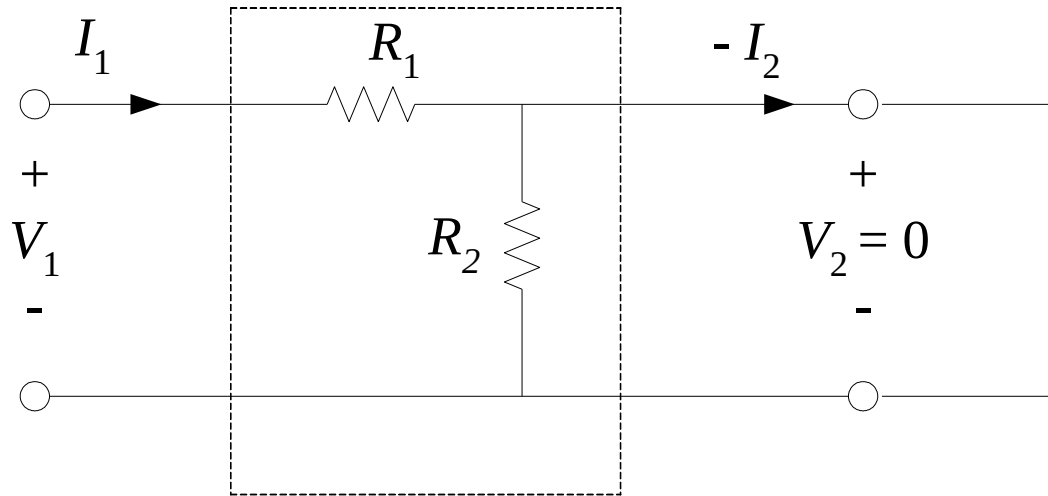
$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{-I_2=0}$$

$$A = \frac{(R_1 + R_2)}{R_2}$$

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{-I_2=0}$$

$$C = \frac{1}{R_2}$$

- หา B และ D โดย ลัดวงจรที่ Port 2 ($V_2 = 0$)



พบว่า: $I_1 = -I_2$

$$V_1 = R_1 I_1 = -R_1 I_2$$

จะได้: $B = -\frac{V_1}{I_2} \bigg|_{V_2=0}$

$$B = R_1$$

$$D = -\frac{I_1}{I_2} \bigg|_{V_2=0}$$

$$D = 1$$

จะได้เมตริก Transmission – Parameter เป็น

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_1 + R_2}{R_2} & R_1 \\ \frac{1}{R_2} & 1 \end{bmatrix}$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง T – Parameter กับ Z - Parameter

Z – parameter :

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (1)$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (2)$$

T – parameter :

$$V_1 = AV_2 - BI_2$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

จาก Z parameter ขจัด I_1 โดย :

$$(1) \times Z_{21} \longrightarrow Z_{21}V_1 = Z_{21}Z_{11}I_1 + Z_{21}Z_{12}I_2 \quad (3)$$

$$(2) \times Z_{11} \longrightarrow Z_{11}V_2 = Z_{11}Z_{21}I_1 + Z_{11}Z_{22}I_2 \quad (4)$$

$$(3) - (4) \longrightarrow Z_{21}V_1 - Z_{11}V_2 = (Z_{21}Z_{12} - Z_{11}Z_{22})I_2$$

จะได้

$$Z_{21}V_1 - Z_{11}V_2 = -\Delta_Z I_2$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}\Delta_Z &= Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} \\ &= \text{ดีเทอร์มิแนนต์ของ } Z\end{aligned}$$

จัดรูปสมการใหม่

$$V_1 = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}V_2 - \frac{\Delta_Z}{Z_{21}}I_2$$

เทียบกับ T parameter $\longrightarrow V_1 = AV_2 - BI_2$

เทียบสัมประสิทธิ์

$$A = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}$$

และ

$$B = \frac{\Delta_Z}{Z_{21}}$$

จาก Z parameter สมการ (2) : $V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$

จัดรูปแบบใหม่ได้เป็น

$$Z_{21}I_1 = V_2 - Z_{22}I_2$$

$$I_1 = \frac{1}{Z_{21}}V_2 - \frac{Z_{22}}{Z_{21}}I_2$$

เทียบกับ T parameter $\longrightarrow I_1 = CV_2 - DI_2$

จากการเทียบสัมประสิทธิ์

$$C = \frac{1}{Z_{21}}$$

และ

$$D = \frac{Z_{22}}{Z_{21}}$$

- สามารถเขียนความสัมพันธ์ของ Z และ T พารามิเตอร์ในรูปเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\Delta_Z}{Z_{21}} \\ 1 & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix}$$

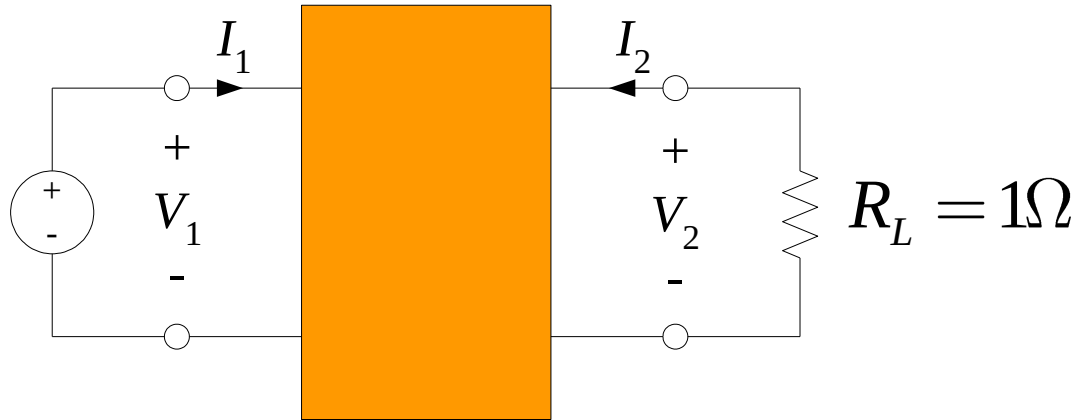
ตารางสรุปความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ต่างๆ

	Z		Y		T		T'		H		G	
Z	z_{11}	z_{12}	$\frac{y_{22}}{\Delta_Y} - \frac{y_{12}}{\Delta_Y}$	$\frac{y_{12}}{\Delta_Y}$	$\frac{A}{C}$	$\frac{\Delta_T}{C}$	$\frac{D'}{C'}$	$\frac{1}{C'}$	$\frac{\Delta_H}{h_{22}}$	$\frac{h_{12}}{h_{22}}$	$\frac{1}{g_{11}}$	$-\frac{g_{12}}{g_{11}}$
	z_{21}	z_{22}	$-\frac{y_{21}}{\Delta_Y}$	$\frac{y_{11}}{\Delta_Y}$	$\frac{1}{C}$	$\frac{D}{C}$	$\frac{\Delta_T}{C'}$	$\frac{A'}{C'}$	$-\frac{h_{21}}{h_{22}}$	$\frac{1}{h_{22}}$	$\frac{g_{21}}{g_{11}}$	$\frac{\Delta_G}{g_{11}}$
Y	$\frac{z_{22}}{\Delta_Z} - \frac{z_{12}}{\Delta_Z}$	$-\frac{z_{12}}{\Delta_Z}$	y_{11}	y_{12}	$\frac{D}{B}$	$-\frac{\Delta_T}{B}$	$\frac{A'}{B'}$	$-\frac{1}{B'}$	$\frac{1}{h_{11}}$	$-\frac{h_{12}}{h_{11}}$	$\frac{\Delta_G}{g_{22}}$	$\frac{g_{12}}{g_{22}}$
	$-\frac{z_{21}}{\Delta_Z}$	$\frac{z_{11}}{\Delta_Z}$	y_{21}	y_{22}	$-\frac{1}{B}$	$\frac{A}{B}$	$-\frac{\Delta_T}{B'}$	$\frac{D'}{B'}$	$\frac{h_{21}}{h_{11}}$	$\frac{\Delta_H}{h_{11}}$	$-\frac{g_{21}}{g_{22}}$	$\frac{1}{g_{22}}$
T	$\frac{z_{11}}{z_{21}}$	$\frac{\Delta_Z}{z_{21}}$	$-\frac{y_{22}}{y_{21}}$	$-\frac{1}{y_{21}}$	A	B	$\frac{D'}{\Delta_T}$	$\frac{B'}{\Delta_T}$	$-\frac{\Delta_H}{h_{21}}$	$\frac{h_{11}}{h_{21}}$	$\frac{1}{g_{21}}$	$\frac{g_{22}}{g_{21}}$
	$\frac{1}{z_{21}}$	$\frac{z_{22}}{z_{21}}$	$-\frac{\Delta_Y}{y_{21}}$	$-\frac{y_{11}}{y_{21}}$	C	D	$\frac{C'}{\Delta_T}$	$\frac{A'}{\Delta_T}$	$-\frac{h_{22}}{h_{21}}$	$\frac{1}{h_{21}}$	$\frac{g_{11}}{g_{21}}$	$\frac{\Delta_G}{g_{21}}$
T'	$\frac{z_{22}}{z_{12}}$	$\frac{\Delta_Z}{z_{12}}$	$-\frac{y_{11}}{y_{12}}$	$-\frac{1}{y_{12}}$	$\frac{D}{\Delta_T}$	$\frac{B}{\Delta_T}$	A'	B'	$\frac{1}{h_{12}}$	$\frac{h_{11}}{h_{12}}$	$-\frac{\Delta_G}{g_{12}}$	$-\frac{g_{22}}{g_{12}}$
	$\frac{1}{z_{12}}$	$\frac{z_{11}}{z_{12}}$	$-\frac{\Delta_Y}{y_{12}}$	$-\frac{y_{22}}{y_{12}}$	$\frac{C}{\Delta_T}$	$\frac{A}{\Delta_T}$	C'	D'	$\frac{h_{22}}{h_{12}}$	$\frac{\Delta_H}{h_{12}}$	$-\frac{g_{11}}{g_{12}}$	$\frac{1}{g_{12}}$
H	$\frac{\Delta_Z}{z_{22}}$	$\frac{z_{12}}{z_{22}}$	$\frac{1}{y_{11}}$	$-\frac{y_{12}}{y_{11}}$	$\frac{B}{D}$	$\frac{\Delta_T}{D}$	$\frac{B'}{A'}$	$\frac{1}{A'}$	h_{11}	h_{12}	$\frac{g_{22}}{\Delta_G}$	$-\frac{g_{12}}{\Delta_G}$
	$-\frac{z_{21}}{z_{22}}$	$\frac{1}{z_{22}}$	$\frac{y_{21}}{y_{11}}$	$\frac{\Delta_Y}{y_{11}}$	$-\frac{1}{D}$	$\frac{C}{D}$	$-\frac{\Delta_T}{A'}$	$\frac{C'}{A'}$	h_{21}	h_{22}	$-\frac{g_{21}}{\Delta_G}$	$\frac{g_{11}}{\Delta_G}$
G	$\frac{1}{z_{11}}$	$-\frac{z_{12}}{z_{11}}$	$\frac{\Delta_Y}{y_{22}}$	$\frac{y_{12}}{y_{22}}$	$\frac{C}{A}$	$\frac{\Delta_T}{A}$	$\frac{C'}{D'}$	$-\frac{1}{D'}$	$\frac{h_{22}}{\Delta_H}$	$-\frac{h_{12}}{\Delta_H}$	g_{11}	g_{12}
	$\frac{z_{21}}{z_{11}}$	$\frac{\Delta_Z}{z_{11}}$	$-\frac{y_{21}}{y_{22}}$	$\frac{1}{y_{22}}$	$\frac{1}{A}$	$\frac{B}{A}$	$\frac{\Delta_T}{D'}$	$\frac{B'}{D'}$	$-\frac{h_{21}}{\Delta_H}$	$\frac{h_{11}}{\Delta_H}$	g_{21}	g_{22}
	$z_{12} = z_{21}$		$y_{12} = y_{21}$		$\Delta_T = 1$		$\Delta_T = 1$		$h_{12} = -h_{21}$		$g_{12} = -g_{21}$	

All matrices in the same row are equal.

การประยุกต์ใช้งานพารามิเตอร์ของวงจรขายสองทาง # 1

จากรูป เป็นวงจรขายที่เขียนด้วย Z-Parameter ต่อเข้ากับโหลดขนาด 1 โอห์ม
ที่ด้านทางออก จงหา อัตราส่วนกระแส (A_P) และ อัตราส่วนแรงดัน (A_V)



$$\text{Z - Parameter : } V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (1)$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (2)$$

$$\text{จากวงจร : } V_2 = R_L(-I_2) = (1)(-I_2)$$

$$V_2 = -I_2 \quad (3)$$

แทนสมการ (3) ใน (2)

$$-I_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$$

$$\begin{aligned} Z_{21}I_1 &= -Z_{22}I_2 - I_2 \\ &= -(Z_{22} + 1)I_2 \end{aligned}$$

จะได้

$$A_I = \frac{I_2}{I_1} = -\frac{Z_{21}}{1 + Z_{22}}$$

Z parameter ขจัด I_1 โดย : $\{(1) \times Z_{21}\} - \{(2) \times Z_{11}\}$ จะได้

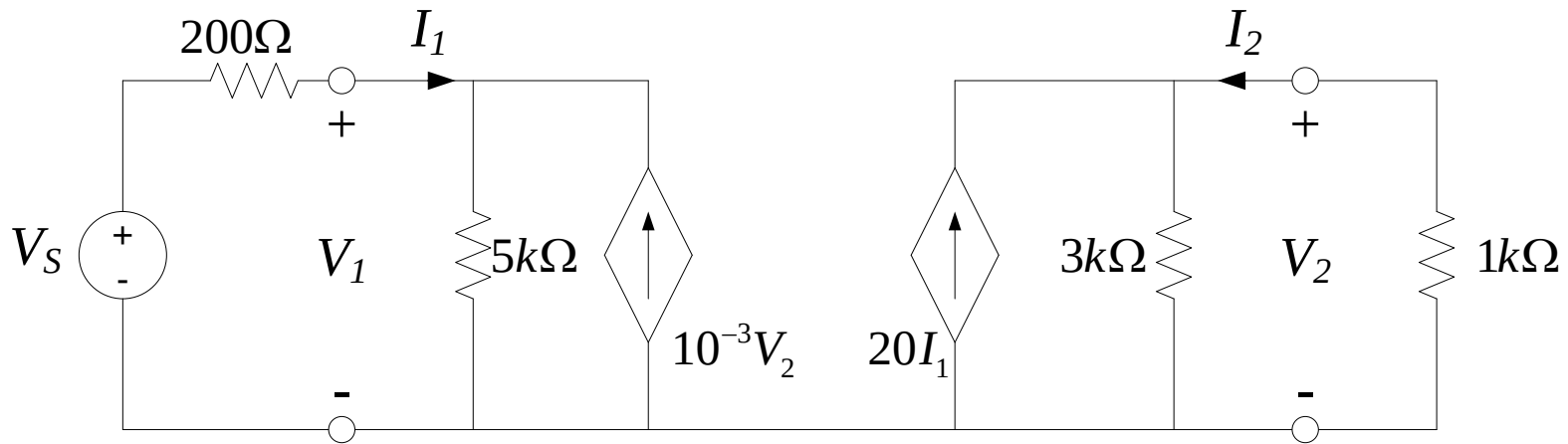
$$Z_{21}V_1 - Z_{11}V_2 = -\Delta_Z I_2 \quad \text{เมื่อ} \quad \Delta_Z = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}$$

$$Z_{21}V_1 - Z_{11}V_2 = \Delta_Z V_2$$

$$V_1 = \frac{(Z_{11} + \Delta_Z)}{Z_{21}} V_2 \rightarrow A_V = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{Z_{21}}{Z_{11} + \Delta_Z}$$

การประยุกต์ใช้งานพารามิเตอร์ของวงจรขายสองทาง # 2

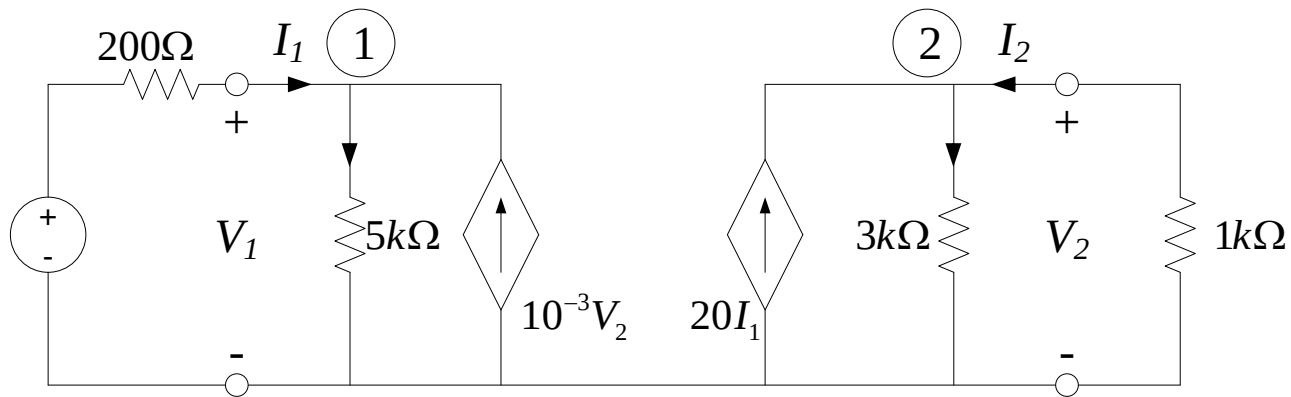
จากวงจรในรูป จงหา Y parameter , อัตราส่วนแรงดัน (A_V) และ Z_{out} (Output Impedance)



Y Parameter :

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$



KCL at Node 1 :
$$I_1 + 10^{-3}V_2 = \frac{V_1}{5 \times 10^3}$$

$$I_1 = 2 \times 10^{-4}V_1 - 10^{-3}V_2 \quad (1)$$

KCL at Node 2 :
$$I_2 + 20I_1 = \frac{V_2}{3 \times 10^3}$$

$$I_2 = \frac{1}{3} \times 10^{-3}V_2 - 20I_1 \quad (2)$$

- แทน (1) ใน (2)

$$I_2 = \frac{1}{3} \times 10^{-3} V_2 - 20(2 \times 10^{-4} V_1 - 10^{-3} V_2)$$

$$I_2 = \frac{1}{3} \times 10^{-3} V_2 - 40 \times 10^{-4} V_1 + 20 \times 10^{-3} V_2$$

$$I_2 = -4 \times 10^{-3} V_1 + 20.33 \times 10^{-3} V_2 \quad (3)$$

จากสมการ (1) และ (3) เขียน Y Parameter ได้เป็น

$$[Y] = \begin{bmatrix} 2 \times 10^{-4} & -10^{-3} \\ -4 \times 10^{-3} & 20.33 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

• หา A_v

จากรูปวงจร พบว่ากระแสต้านทางออก คือ

$$I_2 = -1 \times 10^{-3} V_2 \quad (4)$$

แทน (4) ในสมการ (3) ได้เป็น :

$$-1 \times 10^{-3} V_2 = -4 \times 10^{-3} V_1 + 20.33 \times 10^{-3} V_2$$

$$-21.33 \times 10^{-3} V_2 = -4 \times 10^{-3} V_1$$

$$A_v = \frac{V_2}{V_1}$$

$$A_v = \frac{-4 \times 10^{-3}}{-21.33 \times 10^{-3}} = 0.188$$

• หา Z_{out}

$$\longrightarrow Z_{out} = \frac{V_2}{I_2}$$

$$\text{จากสมการ (3)} \longrightarrow I_2 = -4 \times 10^{-3} V_1 + 20.33 \times 10^{-3} V_2$$

$$\text{จาก } A_v = \frac{V_2}{V_1} = 0.188 \quad \text{แทนใน (3) จะได้}$$

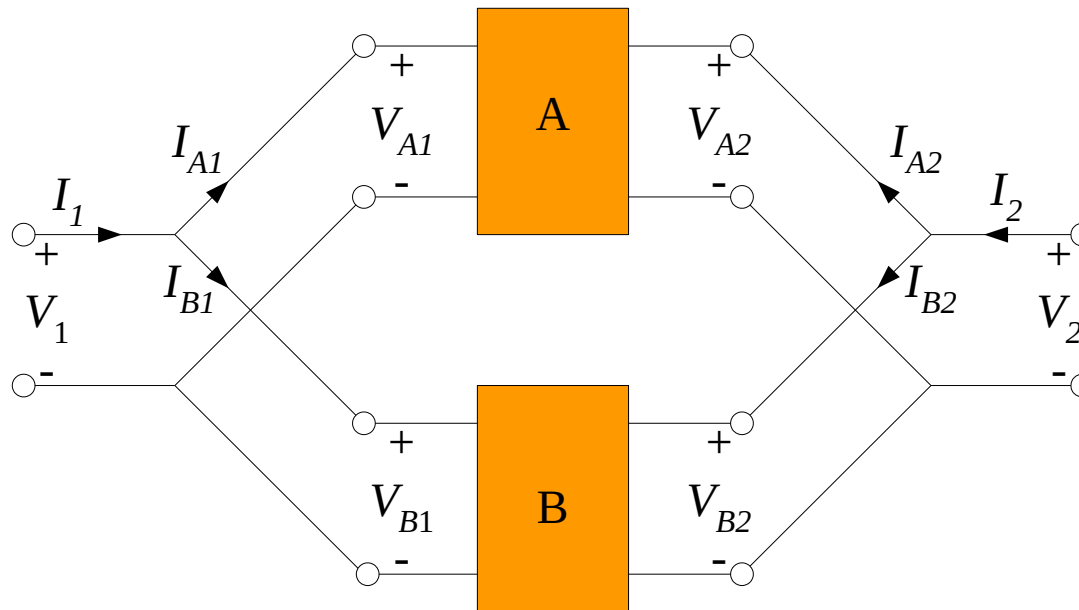
$$I_2 = -4 \times 10^{-3} \frac{V_2}{0.188} + 20.33 \times 10^{-3} V_2$$

$$= -998 \times 10^{-6} V_2$$

$$\text{จะได้ } \frac{V_2}{I_2} = \frac{1}{-998 \times 10^{-6}} = -1.002 \times 10^{-3}$$

การต่อวงจรขยายสองทางแบบขนาน

- นิยมใช้ Admittance Parameter (Y-Parameter) ในการวิเคราะห์



- กระแสไหลเข้า คือ I_1 และแยกไหลสองทาง I_{A1}, I_{B1}
กระแสไหลออก คือ I_2 และแยกไหลสองทาง I_{A2}, I_{B2}
- แรงดันทางด้านเข้า คือ $V_1 = V_{A1} = V_{B1}$
แรงดันทางด้านออก คือ $V_2 = V_{A2} = V_{B2}$

- พิจารณาที่วงจรข่าย A

$$\boxed{I_A = Y_A V_A} \rightarrow \begin{bmatrix} I_{A1} \\ I_{A2} \end{bmatrix} = Y_A \begin{bmatrix} V_{A1} \\ V_{A2} \end{bmatrix}$$

- พิจารณาที่วงจรข่าย B

$$\boxed{I_B = Y_B V_B} \rightarrow \begin{bmatrix} I_{B1} \\ I_{B2} \end{bmatrix} = Y_B \begin{bmatrix} V_{B1} \\ V_{B2} \end{bmatrix}$$

เมื่อนำวงจรข่ายมาขนานกันพบว่า :

แรงดัน : $V = V_A = V_B$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{A1} \\ V_{A2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{B1} \\ V_{B2} \end{bmatrix}$$

กระแส : $I = I_A + I_B$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{A1} \\ I_{A2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{B1} \\ I_{B2} \end{bmatrix}$$

แทนค่า I_A และ I_B ในสมการกระแสข้างบน

$$I = Y_A V_A + Y_B V_B$$

$$I = Y_A + Y_B V$$

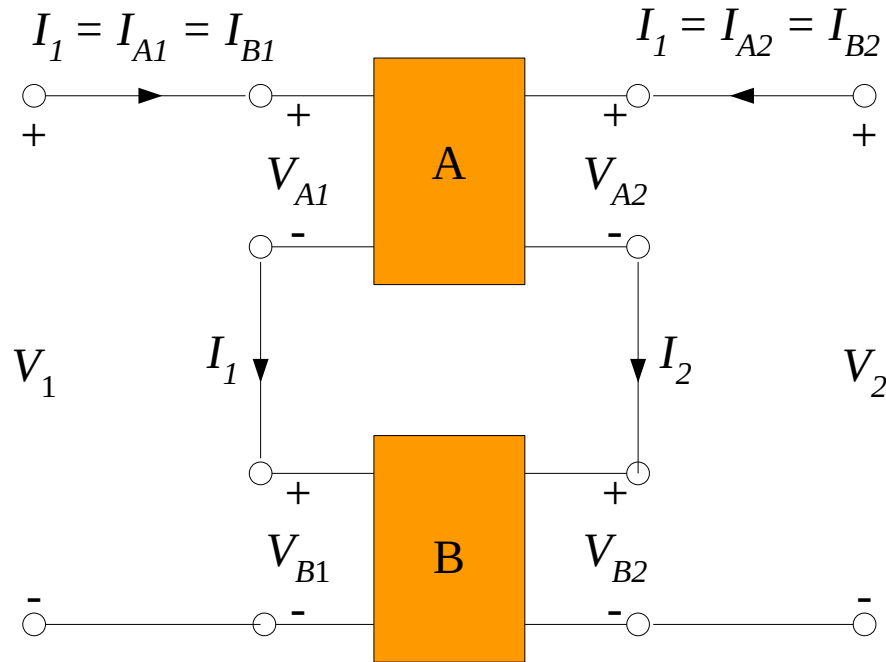
พารามิเตอร์ของวงจรขายสองทางที่ต่อขนานกัน คือ

$$Y = Y_A + Y_B$$

$$= \begin{bmatrix} Y_{A_{11}} & Y_{A_{12}} \\ Y_{A_{21}} & Y_{A_{22}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{B_{11}} & Y_{B_{12}} \\ Y_{B_{21}} & Y_{B_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{A_{11}} + Y_{B_{11}} & Y_{A_{12}} + Y_{B_{12}} \\ Y_{A_{21}} + Y_{B_{21}} & Y_{A_{22}} + Y_{B_{22}} \end{bmatrix}$$

การต่อวงจรขยายสองทางแบบอนุกรม

- นิยมใช้ Impedance Parameter (Z-Parameter) ในการวิเคราะห์



- กระแสไหลเข้าวงจรขยาย A และ B มีค่าเท่ากัน
กระแสไหลออกวงจรขยาย A และ B มีค่าเท่ากัน

ดังนั้น

$$I = I_A = I_B$$

$$\begin{aligned} V &= V_A + V_B \\ &= Z_A I_A + Z_B I_B \end{aligned}$$

เนื่องจากกระแสของวงจรข่าย A และ B มีค่าเท่ากัน

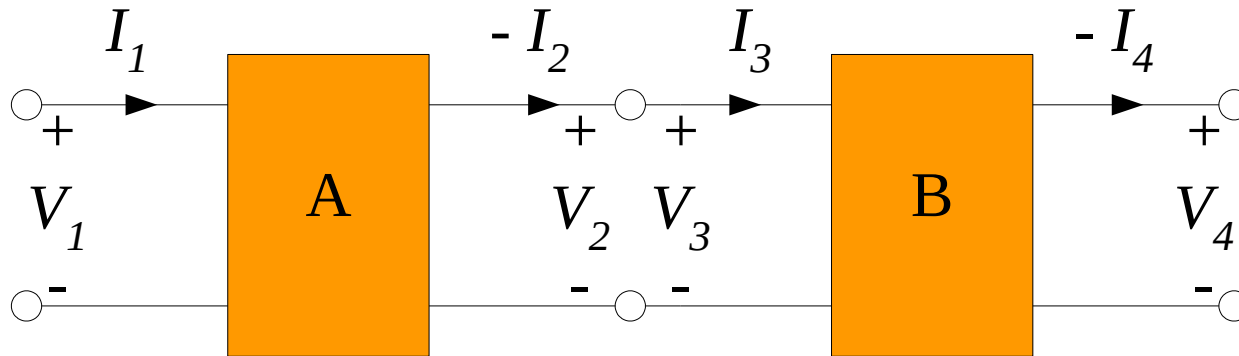
$$V = (Z_A + Z_B) I$$

พารามิเตอร์ของวงจรข่ายสองทางที่ต่ออนุกรมกัน คือ

$$\begin{aligned} Z &= Z_A + Z_B \\ &= \begin{bmatrix} Z_{A_{11}} & Z_{A_{12}} \\ Z_{A_{21}} & Z_{A_{22}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{B_{11}} & Z_{B_{12}} \\ Z_{B_{21}} & Z_{B_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{A_{11}} + Z_{B_{11}} & Z_{A_{12}} + Z_{B_{12}} \\ Z_{A_{21}} + Z_{B_{21}} & Z_{A_{22}} + Z_{B_{22}} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

การต่อวงจรขยายสองทางแบบลูกโซ่ (Cascade)

- นิยมใช้ Transmission Parameter (T-Parameter) ในการวิเคราะห์



T – parameter :

$$V_1 = AV_2 - BI_2$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

เขียนเป็นเมตริก

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

จากวงจรข่าย พบว่า : $V_2 = V_3$ และ $I_3 = -I_2$

วงจรข่าย A

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = T_A \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = T_A \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

วงจรข่าย B

$$\begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = T_B \begin{bmatrix} V_4 \\ -I_4 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

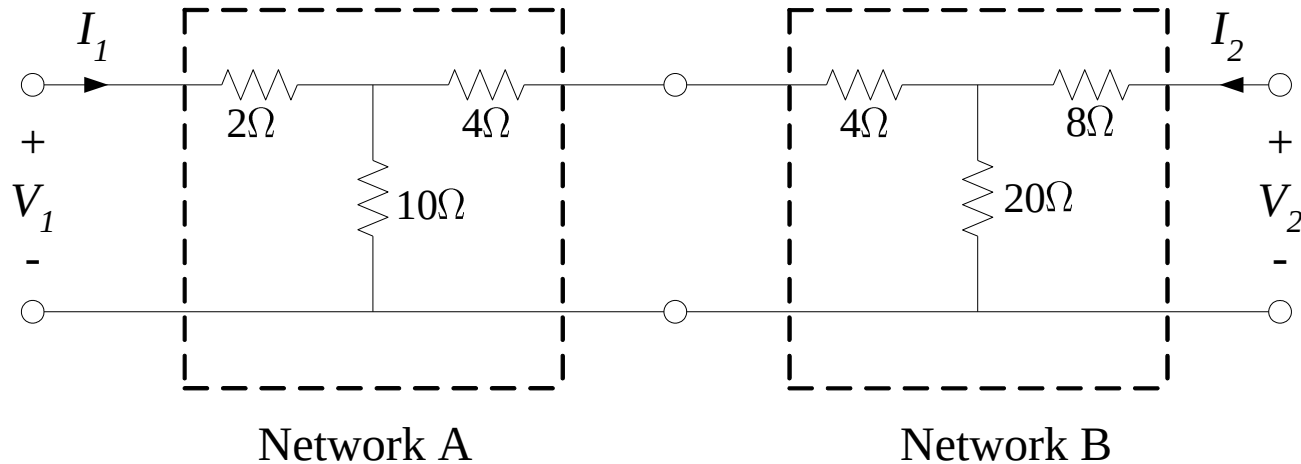
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = T_A T_B \begin{bmatrix} V_4 \\ -I_4 \end{bmatrix}$$

พารามิเตอร์ของวงจรข่ายสองทางที่ต่อแบบลูกโซ่ คือ

$$T = T_A T_B$$

Example # 9

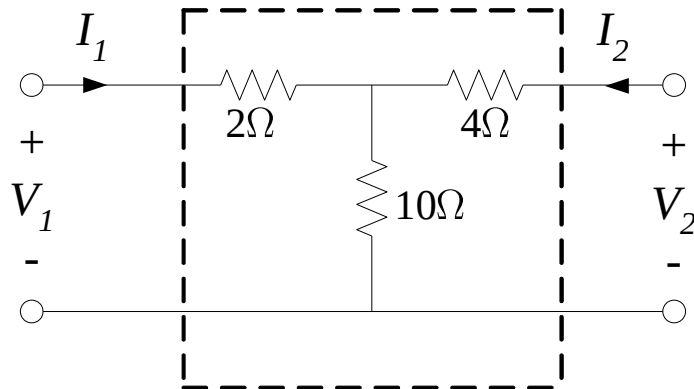
จากวงจรข่ายสองทางในรูป เป็นวงจรข่ายที่ต่อกันแบบลูกโซ่ จงหาพารามิเตอร์
ทรานสมิซชันของวงจรข่ายนี้



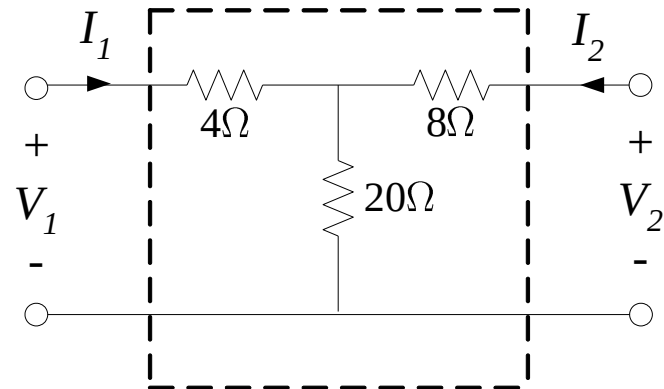
เมตริกซ์วงจรข่ายสองทางที่ต่อกันแบบลูกโซ่

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = T_A \quad T_B \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

แยกพิจารณาวงจรข้างออกเป็นวงจรข่าย A และ B



Network A

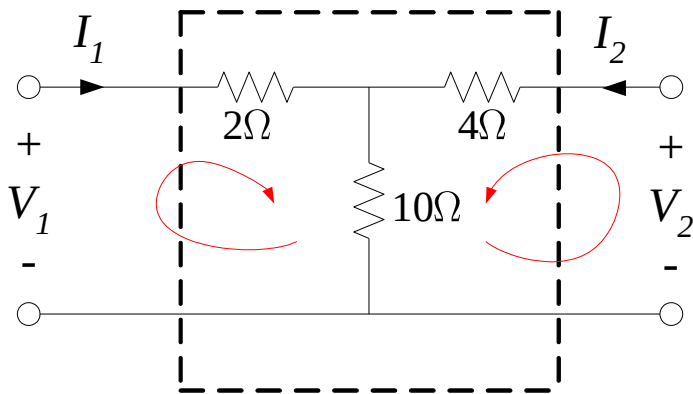


Network B

วงจรข่าย A : หา $[T_A]$ จาก

$$V_1 = AV_2 - BI_2$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$



Network A

$$\begin{aligned} V_1 &= 2I_1 + 10(I_1 + I_2) \\ &= 12I_1 + 10I_2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} V_2 &= 10(I_1 + I_2) + 4I_2 \\ &= 10I_1 + 14I_2 \end{aligned} \quad (2)$$

จัดสมการ (2) ใหม่เป็น :

$$10I_1 = V_1 - 14I_2$$

$$I_1 = 0.1V_1 - 1.4I_2 \quad (3)$$

แทนสมการ (3) ใน (1) ได้

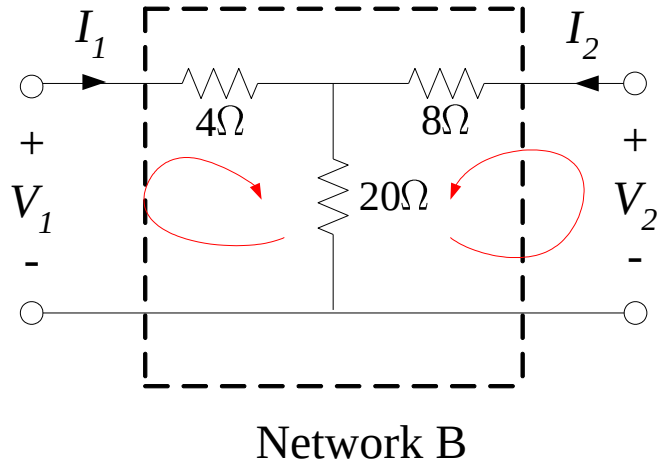
$$V_1 = 12 \quad 0.1V_1 - 1.4I_2 + 10I_2$$

$$V_1 = 1.2V_1 - 6.8I_2 \quad (4)$$

จากสมการ (3) และ (4) เขียน T-Parameter ของวงจรข่าย A ได้เป็น

$$T_A = \begin{bmatrix} 1.2 & 6.8 \\ 0.1 & 1.4 \end{bmatrix}$$

วงจรข่าย B: หา $[T_B]$ จาก



$$\begin{aligned} V_1 &= 4I_1 + 20(I_1 + I_2) \\ &= 24I_1 + 20I_2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} V_2 &= 20(I_1 + I_2) + 8I_2 \\ &= 20I_1 + 28I_2 \end{aligned} \quad (6)$$

จัดสมการ (6) ใหม่เป็น :

$$\begin{aligned} 20I_1 &= V_2 - 28I_2 \\ I_1 &= 0.05V_2 - 1.4I_2 \end{aligned} \quad (7)$$

แทนสมการ (7) ใน (5) ได้ :

$$\begin{aligned} V_1 &= 24(0.05V_2 - 1.4I_2) + 20I_2 \\ V_1 &= 1.2V_2 - 13.6I_2 \end{aligned} \quad (8)$$

เขียน T-Parameter ของวงจรข่าย B ได้เป็น

$$T_B = \begin{bmatrix} 1.2 & 13.6 \\ 0.05 & 1.4 \end{bmatrix}$$

- หา Transmission Parameter ของวงจรข่ายที่ต่อกันแบบลูกโซ่ในรูป ได้

$$T = T_A \ T_B$$

$$= \begin{bmatrix} 1.2 & 6.8 \\ 0.1 & 1.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.2 & 13.6 \\ 0.05 & 1.4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.78 & 28.84 \\ 0.19 & 3.32 \end{bmatrix} \quad \text{หน่วยเป็น} \quad \begin{bmatrix} - & \Omega \\ s & - \end{bmatrix}$$