

บทที่ 4

พลังงานและศักย์ไฟฟ้า

Energy and Potential

Arnon Isaramongkolrak

Department of Electrical Engineering

Nakhon pathom Rajabhat University

หัวข้อการบรรยาย

- พลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าแบบจุดผ่านสนามไฟฟ้า
- การเคลื่อนที่ประจุไปตามเส้นทางที่กำหนด โดยการใช้การอินทิเกรตเชิงเส้น
- ความต่างศักย์ และศักย์ไฟฟ้า
- ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นจุด
- ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นกลุ่ม และประจุไฟฟ้าที่รวมกันอย่างต่อเนื่อง
- ศักย์ไฟฟ้าเกรเดียนต์
- ไดโพล

พลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าแบบจุดผ่านสนามไฟฟ้า

ในการเคลื่อนย้ายประจุให้เคลื่อนที่ได้นั้นจะต้องใช้แรงภายนอกอย่างน้อยมีขนาดเท่ากับแรงที่เกิดจากสนามไฟฟ้า แต่มีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศของแรงที่ได้จากสนามไฟฟ้า ซึ่งจะทำให้เกิดพลังงานหรือได้งานขึ้น แต่ถ้าต้องการให้ประจุเคลื่อนที่ไปในทิศเดียวกับสนามไฟฟ้า พลังงานที่ได้จะมีค่าเป็นลบ ซึ่งจะไม่ได้งานแต่สนามไฟฟ้าจะเป็นตัวกระทำแทน

สมมติว่าต้องการเคลื่อนประจุไฟฟ้า Q เป็นระยะทาง dL ซึ่งแรงที่เกิดบนประจุ Q เนื่องจากความเข้มสนามไฟฟ้า E คือ

$$F_E = QE$$

ส่วนประกอบของแรงในทิศทางเดียวกับ dL คือ

$$F_{EL} = F_E \cdot a_L = QE \cdot a_L \quad \text{ซึ่ง } a_L \text{ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางของ } dL$$

แรงภายนอกที่จะทำให้ประจุเคลื่อนที่ต้องมีค่าเท่ากันแต่ทิศทางตรงกันข้าม

$$F_{\text{apply}} = -QE \cdot a_L$$

พลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าแบบจุดผ่านสนามไฟฟ้า

พลังงาน (หน่วยจูล) เกิดจากแรงคูณกับระยะทาง จะได้

$$dW = -QE \cdot a_L dL = -QE \cdot dL$$

จะได้

$$W = -Q \int_{\text{int}}^{\text{final}} E \cdot dL$$

เป็นการอินทิเกรตตลอดระยะทางที่เคลื่อนที่ไปตั้งแต่จุดเริ่มต้น ไปจนถึงจุดสุดท้าย โดยถ้าประจุเคลื่อนที่ในทิศทางที่ตั้งฉากกับสนามไฟฟ้าก็จะไม่เกิดงาน หรือพลังงานมีค่าเป็นศูนย์

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $E = \frac{1}{z^2} (8xyza_x + 4x^2za_y - 4x^2ya_z) \text{ V/m}$

จงหาพลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุขนาด 6 nC ไปเป็นระยะทาง $2 \text{ }\mu\text{m}$

โดยเริ่มจากจุด $P(2, -2, 3)$ ไปในทิศทาง $a_L = \frac{-6}{7}a_x + \frac{3}{7}a_y + \frac{2}{7}a_z$

วิธีทำ

$$W = -Q \int_0^{2 \times 10^{-6}} E \cdot dL = -Q \int_0^{2 \times 10^{-6}} E \cdot dL \cdot a_L$$

$$E(2, -2, 3) = \frac{1}{(3)^2} (8(2)(-2)(3)a_x + 4(2)^2(3)a_y - 4(2)^2(-2)a_z) \text{ V/m}$$

$$E(2, -2, 3) = -\frac{32}{3}a_x + \frac{16}{3}a_y + \frac{32}{9}a_z \text{ V/m}$$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $E = \frac{1}{z^2} (8xyza_x + 4x^2za_y - 4x^2ya_z) \text{ V/m}$

จงหาพลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุขนาด 6 nC ไปเป็นระยะทาง $2 \text{ }\mu\text{m}$

โดยเริ่มจากจุด $P(2, -2, 3)$ ไปในทิศทาง $a_L = \frac{-6}{7}a_x + \frac{3}{7}a_y + \frac{2}{7}a_z$

วิธีทำ

$$E \cdot a_L = \left(-\frac{32}{3}a_x + \frac{16}{3}a_y + \frac{32}{9}a_z \right) \cdot \left(\frac{-6}{7}a_x + \frac{3}{7}a_y + \frac{2}{7}a_z \right)$$

$$E \cdot a_L = \frac{64}{7} + \frac{16}{7} + \frac{64}{63}$$

จะได้

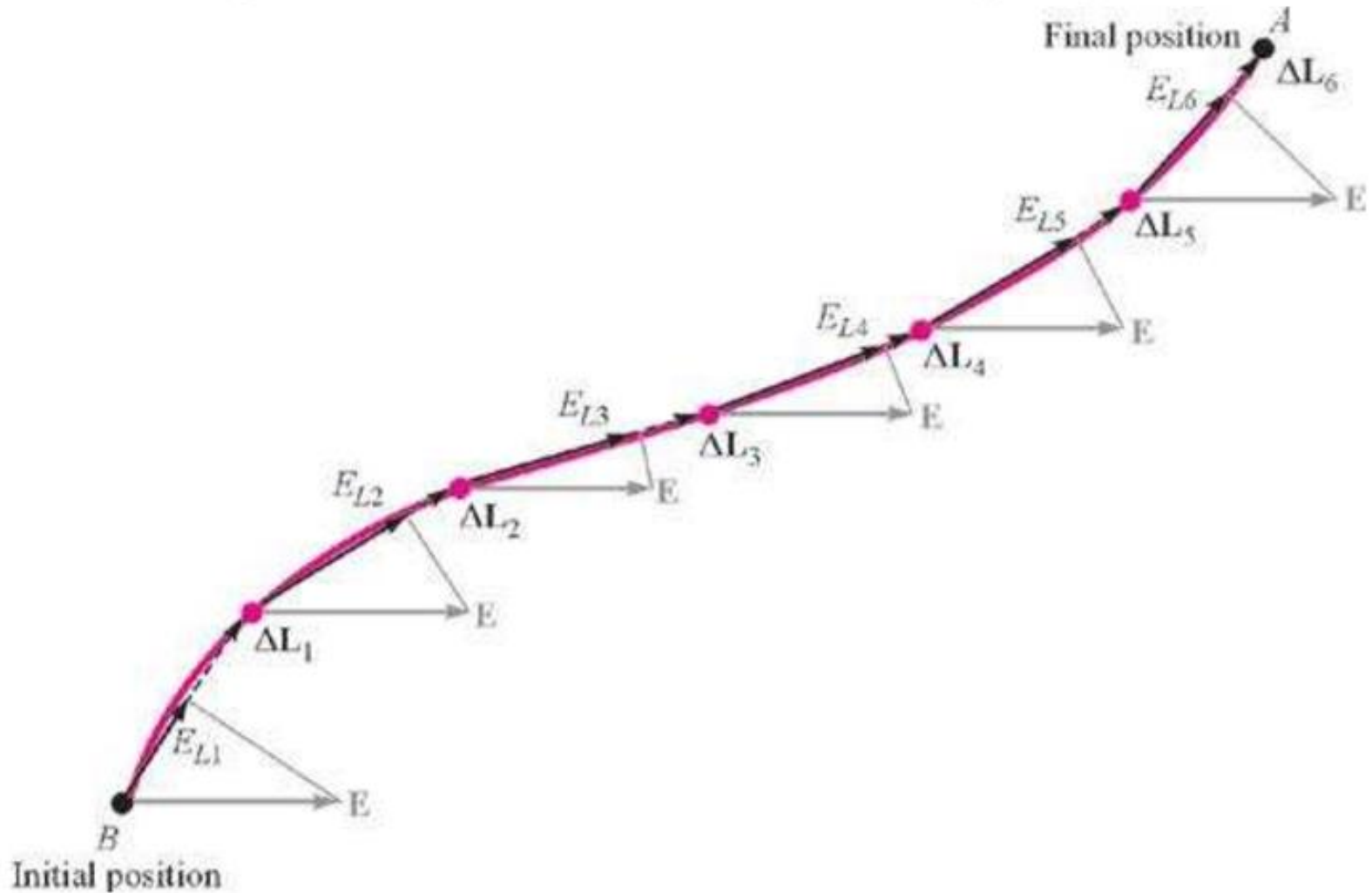
$$W = -Q \int_0^{2 \times 10^{-6}} E \cdot dL$$

$$= (-6 \times 10^{-9}) (2 \times 10^{-6}) \left(\frac{64}{7} + \frac{16}{7} + \frac{64}{63} \right) = -149.3 \times 10^{-15} \text{ J}$$

มีค่าเป็นลบ แสดงว่าประจุเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกับสนามไฟฟ้า ทั้งนี้เนื่องจากแรงภายนอกที่มากกระทำมีทิศทางไปในทางเดียวกันกับแรงที่เกิดจากสนามไฟฟ้า

การเคลื่อนประจุไปตามเส้นทางที่กำหนดโดยใช้การอินทิเกรตเชิงเส้น

การเคลื่อนที่ของประจุไม่มีความจำเป็นต้องเคลื่อนที่ไปตามทิศทางของสนามไฟฟ้าตลอด อาจจะเคลื่อนที่ไปในทิศทางที่ทำมุมกับสนามไฟฟ้าอย่างไรก็ได้



การเคลื่อนประจุไปตามเส้นทางที่กำหนดโดยใช้การอินทิเกรตเชิงเส้น

จากรูปจะเห็นได้ว่า สนามไฟฟ้า $E_{L_1}, E_{L_2}, \dots, E_{L_6}$ ต่างก็คือนขนาดของสนามไฟฟ้า E ที่เป็นเอกกรุป (**uniform field**) หรือมีค่าสม่ำเสมอในทิศทางของ $\Delta L_1, \Delta L_2, \dots, \Delta L_6$ จึงได้พลังงานภายนอกที่ใช้เคลื่อนที่ประจุไฟฟ้า Q จากจุด B ไปจุด A

$$W = -Q(E_{L_1}\Delta L_1 + E_{L_2}\Delta L_2 + \dots + E_{L_6}\Delta L_6)$$

$$W = -Q(E_1\Delta L_1 + E_2\Delta L_2 + \dots + E_6\Delta L_6)$$

เนื่องจากเป็นสนามไฟฟ้าเอกกรุป ดังนั้น $E_1 = E_2 = \dots = E_6$

$$W = -QE(\Delta L_1 + \Delta L_2 + \dots + \Delta L_6)$$

$$W = -QE \cdot L_{BA} \leftarrow \text{ใช้เมื่อสนามไฟฟ้าเป็นเอกกรุปเท่านั้น}$$

พลังงาน จะไม่ขึ้นอยู่กับเส้นทาง ไม่ว่าจะเคลื่อนที่ตามเส้นโค้งหรือเส้นตรงจะเท่ากัน 8

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้สนามไฟฟ้าไม่เป็นเอกฐาน $E = ya_x + xa_y + 2a_z$ V/m

จงหาพลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุขนาด 2 C จากจุด $B(1,0,1)$ ไปยังจุด

$A(0.8,0.6,1)$ ตามเส้นทาง

1) ส่วนโค้งของวงกลมส่วนที่สั้นที่สุดโดย $x^2 + y^2 = 1, z = 1$

วิธีทำ

$$W = -Q \int_B^A E \cdot dL$$

เมื่อพิจารณาในระบบพิกัดฉาก จะได้

$$dL = dx a_x + dy a_y + dz a_z$$

เมื่อพิจารณาในระบบพิกัดทรงกระบอก จะได้

$$dL = d\rho a_\rho + d\phi a_\phi + dz a_z$$

เมื่อพิจารณาในระบบพิกัดทรงกลม จะได้

$$dL = dr a_r + r d\theta a_\theta + r \sin \theta d\phi a_\phi$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้สนามไฟฟ้าไม่เป็นเอกฐาน $E = ya_x + xa_y + 2a_z$ V/m

จงหาพลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุขนาด 2 C จากจุด $B(1,0,1)$ ไปยังจุด

$A(0.8,0.6,1)$ ตามเส้นทาง

1) ส่วนโค้งของวงกลมส่วนที่สั้นที่สุดโดย $x^2 + y^2 = 1, z = 1$

วิธีทำ โจทย์นี้พิจารณาในระบบพิกัดฉาก จะได้

$$W = -Q \int_B^A (ya_x + xa_y + 2a_z) \cdot (dxa_x + dya_y + dza_z)$$

$$W = -2 \left[\int_1^{0.8} y dx + \int_0^{0.6} x dy + \int_1^1 2 dz \right]$$

$$W = -2 \left[\int_1^{0.8} \sqrt{1-x^2} dx + \int_0^{0.6} \sqrt{1-y^2} dy + 0 \right]$$

$$W = - \left[x\sqrt{1-x^2} + \sin^{-1} x \right]_1^{0.8} - \left[y\sqrt{1-y^2} + \sin^{-1} y \right]_0^{0.6}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้สนามไฟฟ้าไม่เป็นเอกฐาน $E = ya_x + xa_y + 2a_z$ V/m

จงหาพลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุขนาด 2 C จากจุด $B(1,0,1)$ ไปยังจุด

$A(0.8,0.6,1)$ ตามเส้นทาง

1) ส่วนโค้งของวงกลมส่วนที่สั้นที่สุดโดย $x^2 + y^2 = 1, z = 1$

วิธีทำ โจทย์นี้พิจารณาในระบบพิกัดฉาก จะได้

$$W = - \left[x\sqrt{1-x^2} + \sin^{-1} x \right]_1^{0.8} - \left[y\sqrt{1-y^2} + \sin^{-1} y \right]_0^{0.6}$$

$$W = -(0.48 + 0.927 - 0 - 1.571) - (0.48 + 0.644 - 0 - 0)$$

$$W = -0.96 \text{ J}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้สนามไฟฟ้าไม่เป็นเอกฐาน $E = ya_x + xa_y + 2a_z$ V/m

จงหาพลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุขนาด 2 C จากจุด $B(1,0,1)$ ไปยังจุด

$A(0.8,0.6,1)$ ตามเส้นทาง

2) เส้นตรงจากจุด B ไปยังจุด A

วิธีทำ จากข้อ 1) ซึ่งได้ $W = -2 \left[\int_1^{0.8} y dx + \int_0^{0.6} x dy + \int_1^1 2 dz \right]$

จากสมการเส้นตรง จะได้
$$y - y_B = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} (x - x_B)$$

$$y - 0 = \frac{0.6 - 0}{0.8 - 1} (x - 1)$$

จะได้ $y = -3(x - 1) \quad \longrightarrow \quad x = 1 - \frac{y}{3}$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้สนามไฟฟ้าไม่เป็นเอกฐาน $E = ya_x + xa_y + 2a_z$ V/m

จงหาพลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุขนาด 2 C จากจุด $B(1,0,1)$ ไปยังจุด

$A(0.8,0.6,1)$ ตามเส้นทาง

2) เส้นตรงจากจุด B ไปยังจุด A

วิธีทำ

$$W = -2 \left[\int_1^{0.8} -3(x-1) dx + \int_0^{0.6} \left(1 - \frac{y}{3}\right) dy + 0 \right]$$

$$W = -2 \left[-3 \left[\frac{x^2}{2} - x \right]_1^{0.8} + \left[y - \frac{y^2}{6} \right]_0^{0.6} \right]$$

จะได้ $W = -0.96$ J (ได้ผลลัพธ์เท่ากับข้อที่ 1)

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $E = ya_x$ V/m จงหาพลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุขนาด 3 C จากจุด (1,3,5) ไปยังจุด (2,0,3) โดยใช้การเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงจาก

1) (1,3,5) ไปสู่ (2,3,5) ไปสู่ (2,0,5) ไปสู่ (2,0,3)

วิธีทำ จาก $E = ya_x$ V/m ดังนั้นจะมี W เฉพาะจุดที่เคลื่อนที่จาก (1,3,5) ไปสู่ (2,3,5)

เท่านั้น เพราะทิศทางในการเคลื่อนที่อื่นนั้นตั้งฉากกับทิศทางสนามไฟฟ้าทั้งหมด

$$W = -Q \int_{\text{int}}^{\text{final}} E \cdot dL = -Q \int_{\text{int}}^{\text{final}} ya_x \cdot dxa_x = -Q \int_{\text{int}}^{\text{final}} y \cdot dx$$

$$W = -3 \int_1^2 y \cdot dx = -3 \int_1^2 3 \cdot dx \quad y \text{ มีค่าคงที่เท่ากับ 3 จะไม่เป็นฟังก์ชันของ } x$$

$$W = -9[x]_1^2 = -9 \text{ J}$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $E = ya_x$ V/m จงหาพลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุขนาด 3 C จากจุด (1,3,5) ไปยังจุด (2,0,3) โดยใช้การเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงจาก
2) (1,3,5) ไปสู่ (1,3,3) ไปสู่ (1,0,3) ไปสู่ (2,0,3)

วิธีทำ จาก $E = ya_x$ V/m ดังนั้นจะมี W เฉพาะจุดที่เคลื่อนที่จาก (1,0,3) ไปสู่ (2,0,3) เท่านั้น เพราะทิศทางในการเคลื่อนที่อื่นนั้นตั้งฉากกับทิศทางสนามไฟฟ้าทั้งหมด

$$W = -Q \int_{\text{int}}^{\text{final}} E \cdot dL = -Q \int_{\text{int}}^{\text{final}} ya_x \cdot dxa_x = -Q \int_{\text{int}}^{\text{final}} y \cdot dx$$

$$W = -3 \int_1^2 y \cdot dx = -3 \int_1^2 0 \cdot dx$$

$$W = 0 \text{ J}$$

ความต่างศักย์ และศักย์ไฟฟ้า

ความต่างศักย์ (V) คือ งานที่ใช้ในการเคลื่อนย้ายประจุบวกหนึ่งหน่วยจากจุดหนึ่งภายใต้สนามไฟฟ้า ซึ่งเป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็นจูลต่อคูลอมบ์หรือโวลต์

จาก
$$W = -Q \int_{\text{int}}^{\text{final}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$$

$$\frac{W}{Q} = V = - \int_{\text{int}}^{\text{final}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$$

เมื่อจุด B คือจุดที่เริ่มเคลื่อนที่ประจุในขณะที่จุด A คือจุดสิ้นสุด

จะได้ความต่างศักย์ระหว่างจุด A และ B คือ
$$V_{AB} = - \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$$

โดย V_{AB} จะมีค่าเป็นบวกถ้างานนั้นเป็นการเคลื่อนที่ประจุบวกจากจุด B ไปจุด A

ความต่างศักย์ และศักย์ไฟฟ้า

ในกรณีที่จุด A มีค่าศักย์ไฟฟ้า V_A และจุด B มีค่าศักย์ไฟฟ้า V_B เทียบกับจุดอ้างอิงจุดหนึ่ง (โดยทั่วไปจุดอ้างอิงจะมีค่าเป็นศูนย์ในทางปฏิบัติ หรือเรียกว่า กราวด์) ดังนั้น

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

จาก $V_{AB} = -\int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$ ในที่นี้ $\mathbf{E}$ เกิดจากสนามไฟฟ้าสถิตแบบประจุไฟฟ้าเป็นจุด แบบประ

จุไฟฟ้าเป็นเส้น หรือประจุไฟฟ้าเป็นแผ่น

เช่น ในกรณีที่พิจารณาประจุไฟฟ้าเป็นเส้น จะได้ศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุดที่ $\rho = a$ และ $\rho = b$ คือ

$$V_{AB} = \frac{W}{Q} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a}$$

ตัวอย่างที่ 4 สนามไฟฟ้าในระบบพิกัดฉาก $E = 6x^2a_x + 6ya_y + 4a_z$ V/m จงหา

1) V_{MN} ถ้าจุด M และ N อยู่ที่ $M(2, 6, -1)$ และ $N(-3, -3, 2)$

วิธีทำ

$$V_{MN} = -\int_N^M E \cdot dL = -\int_N^M (6x^2a_x + 6ya_y + 4a_z) \cdot (dxa_x + dya_y + dza_z)$$

$$V_{MN} = -\int_N^M (6x^2dx + 6ydy + 4dz)$$

$$V_{MN} = -\left(2x^3\Big|_{-3}^2 + 3y^2\Big|_{-3}^6 + 4z\Big|_2^{-1}\right)$$

$$V_{MN} = -((16 + 54) + (108 + 27) + (-12))$$

$$V_{MN} = -193 \text{ V}$$

ตัวอย่างที่ 4 สนามไฟฟ้าในระบบพิกัดฉาก $E = 6x^2a_x + 6ya_y + 4a_z$ V/m จงหา

2) V_M ถ้า $V = 0$ ที่ $Q(4, -2, -35)$

วิธีทำ แสดงว่า $V_M = V_{MQ}$

$$V_{MQ} = - \int_Q^M (6x^2 dx + 6y dy + 4dz)$$

$$V_{MQ} = - \left(2x^3 \Big|_4^2 + 3y^2 \Big|_{-2}^6 + 4z \Big|_{-35}^{-1} \right) = -(-112 + 96 + 136) = -120 \text{ V}$$

3) V_N ถ้า $V = 2$ ที่ $P(1, 2, -4)$

วิธีทำ $V_{NP} = V_N - V_P$ ดังนั้น $V_N = V_{NP} + V_P = V_{NP} + 2$

$$V_{NP} = - \left(2x^3 \Big|_1^{-3} + 3y^2 \Big|_2^{-3} + 4z \Big|_{-4}^2 \right) = -(-56 + (27 - 12) + (8 - (-16))) = 17$$

ดังนั้น $V_N = V_{NP} + 2 = 17 + 2 = 19 \text{ V}$

ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นจุด

เมื่อพิจารณาสนามไฟฟ้า E ที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นจุดในอวกาศว่าง จะได้

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r$$

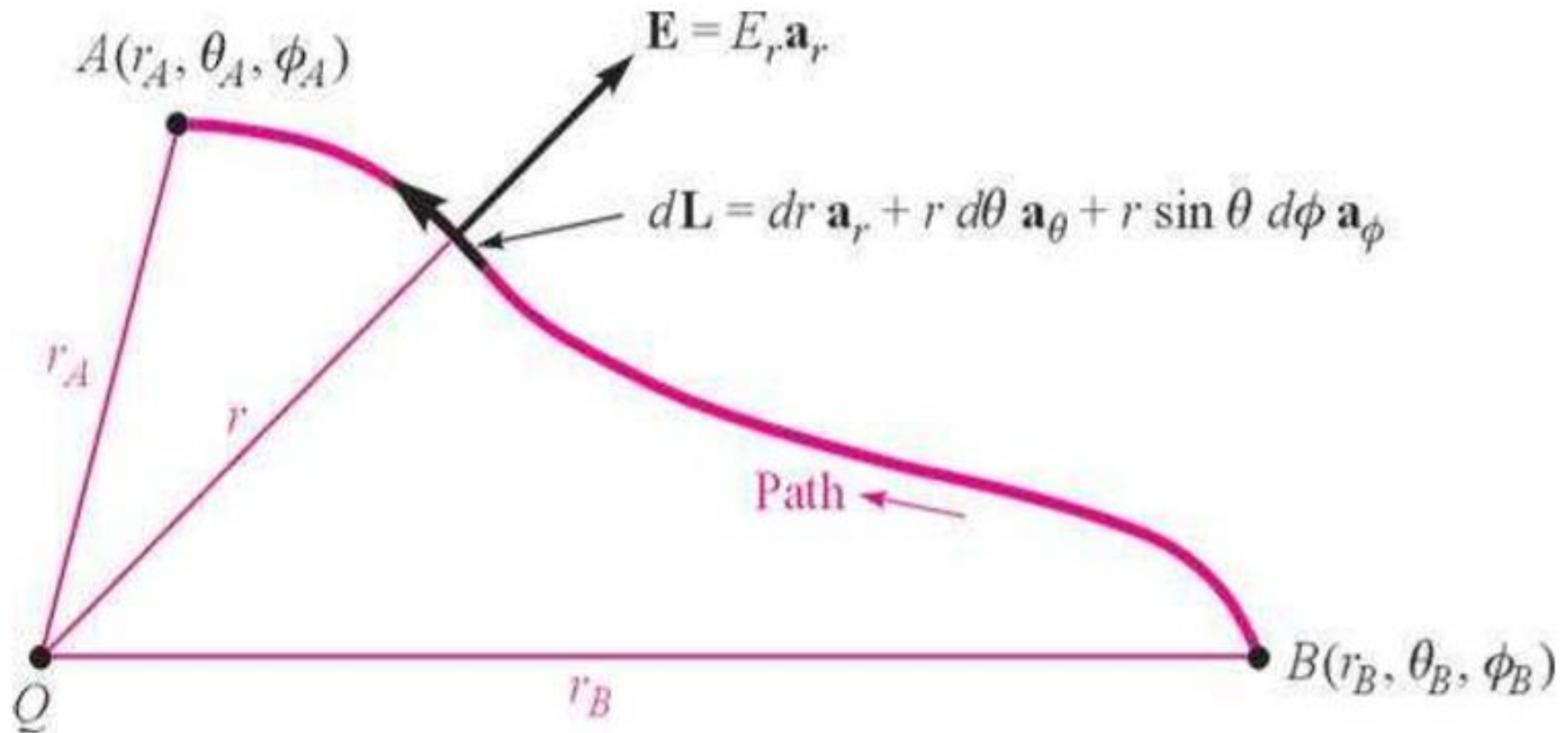
ในกรณีที่ต้องการหาศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุด A และ B ซึ่งจุด A และ B อยู่ห่างจากประจุไฟฟ้าแบบจุด Q ที่จุดกำเนิด เป็นระยะทาง r_A และ r_B ตามลำดับ จะได้ V_{AB} คือ

$$V_{AB} = V_A - V_B = -\int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = -\int_{r_B}^{r_A} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot dr$$

เนื่องจากทิศทางของ $\mathbf{a}_r$ จะตั้งฉากกับ $\mathbf{a}_\phi$ และ $\mathbf{a}_\theta$

$$V_{AB} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นจุด



ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นจุด

จากสมการ
$$V_{AB} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

จะสังเกตว่า ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับระยะห่างระหว่างจุดทั้งสองเท่านั้น โดยจะไม่ขึ้นอยู่กับลักษณะของเส้นทาง

ในกรณีพิจารณาให้จุด B อยู่ไกลมาก ($r_B = \infty$) จะทำให้ $V_B = 0$ จะได้ว่า

$$V_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_A}$$

ดังนั้นจึงไม่มีความจำเป็นที่จะต้องห้อย A สำหรับค่านี้ จึงได้

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นจุด

จากสมการ
$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

เป็นการกำหนดศักย์ไฟฟ้าที่จุดหนึ่งซึ่งอยู่ห่างจากประจุจุด Q ที่อยู่ตรงจุดกำเนิดเป็นระยะ r โดยเทียบกับจุด $V = 0$ ที่ระยะอนันต์ แต่อาจนำไปเทียบกับจุด V ค่าใดๆ ที่จุดใดๆ ก็ได้ จะทำให้เขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไปได้เป็น

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + C$$

โดยที่ C คือค่าคงที่ซึ่งได้จากการกำหนด V ค่าใดๆ ที่จุดใดๆ

ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นจุด

จากสมการความต่างศักย์ $V_{AB} = V_A - V_B = -\int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$

ทำให้เราทราบว่า ถ้าเราเคลื่อนประจุจนครบรอบในหนึ่งเส้นทาง จะไม่ได้งานใดๆ เกิดขึ้น

หรือ $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$ สมการนี้จะถูกต้องเมื่อพิจารณากับสนามไฟฟ้าสถิตเท่านั้น

$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$ สมการนี้จะสอดคล้องกับกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ ที่ใช้กับวงจรไฟฟ้ากระแสตรง

โดยสนามใดก็ตามที่สอดคล้องตามความสัมพันธ์ของสมการดังกล่าว จะเรียกว่า สนามอนุรักษ์

สนามอนุรักษ์ คือ สนามซึ่งจะไม่มีการเกิดขึ้นที่เรียกว่าเป็นพลังงานอนุรักษ์

หมายเหตุ พิวสมศักย์ คือ พิวหรือระนาบใดๆ ที่ทุกๆ จุดบนนั้นมีค่าศักย์ไฟฟ้าเท่ากัน จึงไม่มีการเกิดขึ้นจากการเคลื่อนประจุทดสอบหนึ่งหน่วยใดๆ บนบริเวณพิวสมศักย์นี้

ตัวอย่างที่ 5 ประจุแบบจุด 15nC อยู่ที่จุดกำเนิดในอวกาศว่าง จงคำนวณ V_1

ถ้าจุด P_1 อยู่ที่ตำแหน่ง $(-2, 3, -1)$ โดย

1). $V = 0$ ที่ตำแหน่ง $(6, 5, 4)$

วิธีทำ จาก $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + C$

$$0 = \frac{15 \times 10^{-9}}{4\pi \times \frac{1}{36} \times 10^{-9} \times \sqrt{6^2 + 5^2 + 4^2}} + C$$

$$C = -15.385 \text{ V}$$

ดังนั้น

$$V_1 = \frac{15 \times 10^{-9}}{4\pi \times \frac{1}{36} \times 10^{-9} \times \sqrt{6^2 + 5^2 + 4^2}} + (-15.385)$$

$$V_1 = 36.08 - 15.385 = 20.7 \text{ V}$$

ตัวอย่างที่ 5 ประจุแบบจุด 15nC อยู่ที่จุดกำเนิดในอวกาศว่าง จงคำนวณ V_1

ถ้าจุด P_1 อยู่ที่ตำแหน่ง $(-2, 3, -1)$ โดย

2). $V = 0$ ที่ระยะอนันต์

วิธีทำ $C = 0$

ดังนั้น
$$V_1 = \frac{15 \times 10^{-9}}{4\pi \times \frac{1}{36} \times 10^{-9} \times \sqrt{6^2 + 5^2 + 4^2}} + (0) = 36.08 \text{ V}$$

3). $V = 5$ ที่ตำแหน่ง $(2, 0, 4)$

วิธีทำ
$$5 = \frac{15 \times 10^{-9}}{4\pi \times \frac{1}{36} \times 10^{-9} \times \sqrt{2^2 + 0^2 + 4^2}} + C \quad \Rightarrow \quad C = -25.19 \text{ V}$$

ดังนั้น
$$V_1 = 36.08 + (-25.19) = 10.89 \text{ V}$$

ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นกลุ่ม (จุดหลายจุด) และประจุไฟฟ้าที่รวมกัน อย่างต่อเนื่อง (เป็นปริมาตร, เป็นเส้น, เป็นแผ่น)

กรณีพิจารณาประจุไฟฟ้าเป็นจุด Q_1 ซึ่งไม่ได้อยู่ที่จุดกำเนิด โดยอยู่ที่ตำแหน่ง r_1 และจุดที่ต้องการจะหาค่าศักย์ไฟฟ้าซึ่งเป็นคำตอบที่ต้องการอยู่ที่ตำแหน่ง r เมื่อพิจารณาเทียบกับจุด $V = 0$ ที่ระยะอนันต์ จะได้ศักย์ไฟฟ้าที่ตำแหน่ง r ที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นจุดซึ่งไม่ได้เป็นจุดกำเนิดคือ

$$V(r) = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 |r - r_1|}$$

ดังนั้น กรณีพิจารณาประจุไฟฟ้าเป็นกลุ่ม (จุดหลายจุด) จึงได้ศักย์ไฟฟ้าที่ตำแหน่ง r ที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นกลุ่มคือ

$$V(r) = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 |r - r_1|} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 |r - r_2|} + \dots + \frac{Q_n}{4\pi\epsilon_0 |r - r_n|}$$

ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นกลุ่ม (จุดหลายจุด) และประจุไฟฟ้าที่รวมกัน อย่างต่อเนื่อง (เป็นปริมาตร, เป็นเส้น, เป็นแผ่น)

กรณีพิจารณาประจุไฟฟ้าที่รวมกันอย่างต่อเนื่อง ก็สามารถหาค่าศักย์ไฟฟ้าที่ตำแหน่ง r ที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นปริมาตร เป็นเส้น หรือเป็นแผ่น อยู่ที่จุด r' ได้ดังนี้ตามลำดับ

$$V(r) = \int_{vol} \frac{\rho_v(r') dv'}{4\pi\epsilon_0 |r - r'|}$$

$$V(r) = \int \frac{\rho_L(r') dL'}{4\pi\epsilon_0 |r - r'|}$$

$$V(r) = \int_s \frac{\rho_s(r') dS'}{4\pi\epsilon_0 |r - r'|}$$

ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นกลุ่ม (จุดหลายจุด) และประจุไฟฟ้าที่รวมกัน อย่างต่อเนื่อง (เป็นปริมาตร, เป็นเส้น, เป็นแผ่น)

หมายเหตุ

1). ในกรณีพิจารณาประจุไฟฟ้าเป็นเส้นยาวมาก ค่าความเข้มสนามไฟฟ้าคือ $E = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0 r} a_r$

ดังนั้นจึงได้ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นเส้นอนันต์คือ

$$V = -\int E \cdot dL = -\int \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0 r} a_r \cdot dr a_r = -\int \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0 r} \cdot dr = -\frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln(r)$$

2). ในกรณีพิจารณาประจุไฟฟ้าเป็นแผ่นที่มีขนาดใหญ่มาก ค่าความเข้มสนามไฟฟ้าคือ

$$E = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} a_r \quad \text{ดังนั้นจึงได้ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นแผ่นอนันต์คือ}$$

$$V = -\int E \cdot dL = -\int \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} a_r \cdot dr a_r = -\int \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \cdot dr = -\frac{\rho_s}{2\epsilon_0} r$$

ตัวอย่างที่ 6 เมื่อพิจารณาเทียบกับจุดศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์ที่ระยะอนันต์ จงหาศักย์ไฟฟ้าที่จุด $(0,0,2)$ ในอวกาศว่าง เมื่อ

1). 12 nC/m วางตัวอยู่ที่ $\rho = 2.5 \text{ m}, z = 0$

วิธีทำ จาก

$$V(r) = \int \frac{\rho_L(r') dL'}{4\pi\epsilon_0 |r - r'|}$$

ซึ่ง $dL' = \rho d\phi = 2.5 d\phi$ และ $r = za_z, r' = \rho a_\rho$

จะได้ $|r - r'| = \sqrt{z^2 + \rho^2} = \sqrt{2^2 + 2.5^2}$

จะได้
$$V(r) = \int_0^{2\pi} \frac{12 \times 10^{-9} \times 2.5}{4\pi \times \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \times \sqrt{2^2 + 2.5^2}} d\phi$$

$$V(r) = \frac{9 \times 12 \times 2.5}{\sqrt{10.25}} [2\pi] = 530 \text{ V}$$

ตัวอย่างที่ 6 เมื่อพิจารณาเทียบกับจุดศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์ที่ระยะอนันต์ จงหาศักย์ไฟฟ้าที่จุด $(0, 0, 2)$ ในอวกาศว่าง เมื่อ

2). 12 nC/m วางตัวอยู่ที่ $y = 2.5 \text{ m}, z = 0$

วิธีทำ จากศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเป็นเส้นอนันต์ คือ

$$V(r) = -\frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln(r)$$

ซึ่ง $r = \sqrt{2.5^2 + 2^2} = \sqrt{10.25}$

จะได้

$$V(r) = \frac{12 \times 10^{-9}}{2\pi \times \frac{1}{36} \times 10^{-9}} \ln(\sqrt{10.25}) = -18 \times 12 \times \ln(\sqrt{10.25}) = -251.35 \text{ V}$$

ศักย์ไฟฟ้าเกรเดียนต์ (Potential Gradient)

เป็นการหาค่าสนามไฟฟ้า E จากศักย์ไฟฟ้า V

$$V = -\int E \cdot dL$$

ดำเนินการประยุกต์การพิจารณาความยาวที่ละเล็กลงๆ จะได้ ΔV ในช่วงความยาวนี้เป็น

$$\Delta V = -E \cdot \Delta L$$

กำหนดให้มุมระหว่าง ΔL และ E คือ θ ดังนั้น

$$\Delta V = -E \Delta L \cos \theta$$

ขั้นตอนต่อไปเป็นการลิมิตค่าเพื่อทำให้เป็นอนุพันธ์ ทั้งนี้เพราะ V อาจจะกระจายอยู่ในรูปของ $V(x, y, z)$ โดยจะข้ามขั้นตอนของการลิมิตไปจนได้เป็น

ศักย์ไฟฟ้าเกรเดียนต์ (Potential Gradient)

$$\frac{dV}{dL} = -E \cos \theta$$

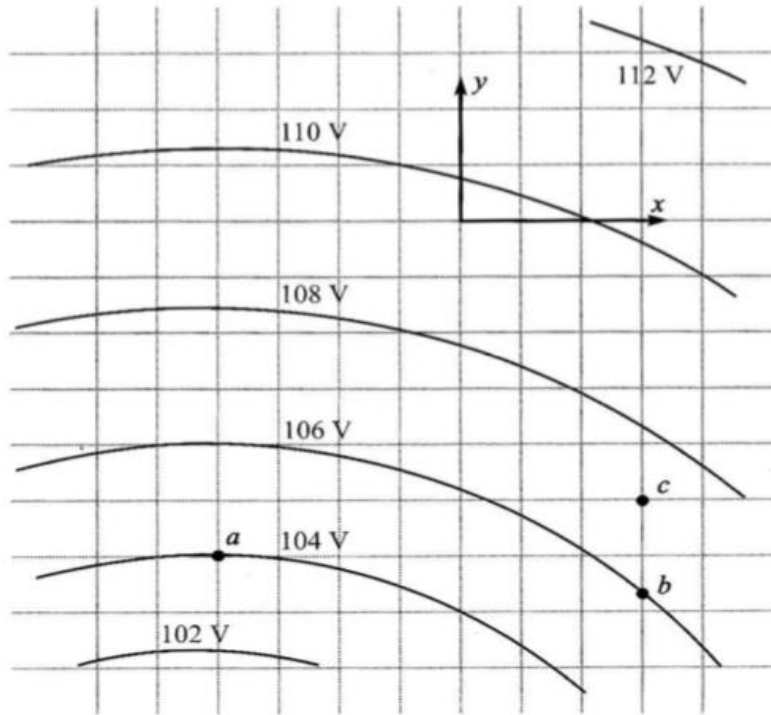
ซึ่งจะสังเกตได้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงค่ามากที่สุดในทางบวกของศักย์ไฟฟ้าจะเกิดขึ้น

เมื่อ $\cos \theta = -1$ หมายความว่า ทิศทางของ ΔL จะตรงข้ามกับทิศทางของ E

$$\left. \frac{dV}{dL} \right|_{\max} = E$$

ซึ่งจากความสัมพันธ์เหล่านี้ ทราบว่า ขนาดของ E สามารถหาได้จากอัตราการเปลี่ยนแปลงสูงสุดของศักย์ไฟฟ้าต่อระยะทาง โดยมีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศที่ศักย์ไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้น

ศักย์ไฟฟ้าเกรเดียนต์ (Potential Gradient)



จากรูป พิจารณาค่าความเข้มสนามไฟฟ้าที่จุด a, b, c โดยศักย์ไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นในทิศทางขึ้นด้านบน ดังนั้นความเข้มสนามไฟฟ้าจะมีทิศทางลงด้านล่างตั้งฉากกับผิวสมศักย์ที่จุดพิจารณานั้นๆ โดยมีขนาดความเข้มสนามไฟฟ้าเท่ากับผลหารของศักย์ไฟฟ้าที่เปลี่ยนไปต่อระยะทางสั้นๆ นั้น

สามารถเขียนสมการสนามไฟฟ้าในรูปของเวกเตอร์ได้โดยการใส่เวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\mathbf{a}_x$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิวสมศักย์ที่ชี้ตรงไปทางที่มีศักย์ไฟฟ้าสูงกว่า จึงได้

$$\mathbf{E} = - \left. \frac{dV}{dL} \right|_{\max} \mathbf{a}_N$$

ศักย์ไฟฟ้าเกรเดียนต์ (Potential Gradient)

ซึ่ง $\left. \frac{dV}{dL} \right|_{\max}$ จะเกิดขึ้นเมื่อ ΔL มีทิศเดียวกับ a_N

$$\left. \frac{dV}{dL} \right|_{\max} = \frac{dV}{dN}$$

$$E = -\frac{dV}{dN} a_N$$

การกระทำต่อ V ในลักษณะเช่นนี้เรียกว่าเกรเดียนต์ (Gradient) ซึ่งเกรเดียนต์ของสเกลาร์จะได้เวกเตอร์ โดยมีนิยามเป็น

$$\text{grad}V = \frac{dV}{dN} a_N$$

ศักย์ไฟฟ้าเกรเดียนต์ (Potential Gradient)

ด้วยความสัมพันธ์นี้จึงได้

$$E = -\text{grad}V$$

ถ้าพิจารณาในระบบพิกัดฉาก จะได้

$$E = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} a_x + \frac{\partial V}{\partial y} a_y + \frac{\partial V}{\partial z} a_z \right)$$

เปรียบเทียบกับสมการจะได้

$$\text{grad}V = \frac{\partial V}{\partial x} a_x + \frac{\partial V}{\partial y} a_y + \frac{\partial V}{\partial z} a_z = \nabla V$$

จะได้

$$E = -\nabla V$$

ศักย์ไฟฟ้าเกรเดียนต์ (Potential Gradient)

ในระบบพิกัดฉาก จะได้

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{a}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{a}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{a}_z$$

ในระบบพิกัดทรงกระบอก จะได้

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial \rho} \mathbf{a}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial \phi} \mathbf{a}_\phi + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{a}_z$$

ในระบบพิกัดทรงกลม จะได้

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \mathbf{a}_\phi$$

ตัวอย่างที่ 7 กำหนดให้สนามศักย์ไฟฟ้ามีค่า $V = 2x^2y - 5z$ และจุด $P(-4, 3, 6)$

ในอวกาศว่าง คือ จุดที่ต้องการหาค่าต่างๆ ซึ่งได้แก่ศักย์ไฟฟ้า, ความเข้มสนามไฟฟ้า, เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่กำกับทิศทางของสนามไฟฟ้า, ความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า และ ความหนาแน่นประจุต่อปริมาตร

วิธีทำ

$$V_P = 2(-4)^2(3) - 5(6) = 66V$$

$$\mathbf{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\mathbf{a}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\mathbf{a}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{a}_z\right) = -4xy\mathbf{a}_x - 2x^2\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{E}_P = 48\mathbf{a}_x - 32\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z$$

$$|\mathbf{E}_P| = \sqrt{48^2 + (-32)^2 + 5^2} = 57.9 \text{ V/m}$$

ตัวอย่างที่ 7 กำหนดให้สนามศักย์ไฟฟ้ามีค่า $V = 2x^2y - 5z$ และจุด $P(-4, 3, 6)$

ในอวกาศว่าง คือ จุดที่ต้องการหาค่าต่างๆ ซึ่งได้แก่ศักย์ไฟฟ้า, ความเข้มสนามไฟฟ้า, เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่กำกับทิศทางของสนามไฟฟ้า, ความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า และ ความหนาแน่นประจุต่อปริมาตร

วิธีทำ

$$a_{E,P} = \frac{48a_x - 32a_y + 5a_z}{57.9} = 0.829a_x - 0.553a_y + 0.086a_z$$

$$D = \epsilon_0 E = -35.4xya_x - 17.71x^2a_y + 44.3a_z \text{ pC/m}^2$$

$$\rho_v = \nabla \cdot D = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = -35.4y \text{ pC/m}^3$$

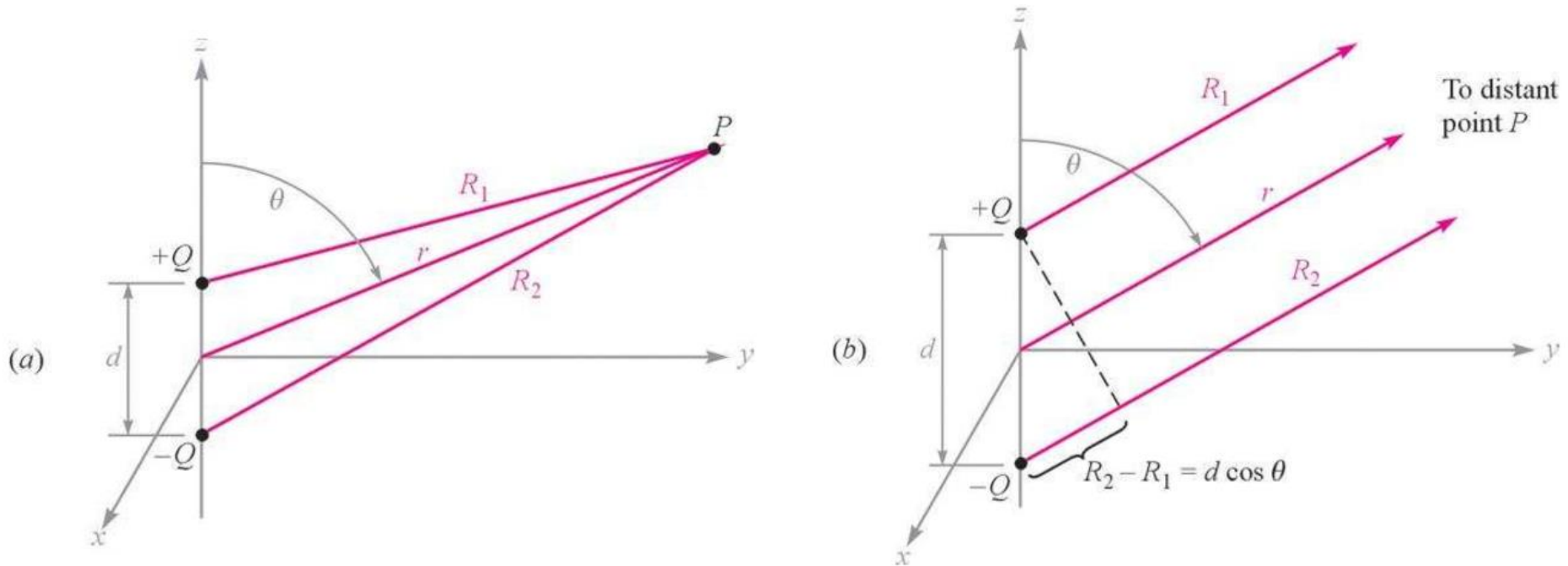
$$\rho_{v,P} = -106.2 \text{ pC/m}^3$$

ไดโพล (Dipole)

การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าเนื่องจากไดโพล เป็นพฤติกรรมที่มีความสำคัญยิ่งสำหรับสารไดอิเล็กทริก ไดโพลใช้สำหรับเรียกประจุจุดคู่หนึ่งที่มีขนาดเท่ากันแต่มีเครื่องหมายตรงกันข้าม วางใกล้กันมากเมื่อเทียบกับระยะจากประจุจุดทั้งสองไปยังจุด P ที่ต้องการหาค่าศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้า

ระยะห่างจากประจุทั้งสองถึงจุด P อธิบายได้โดยการใช้ระบบพิกัดทรงกลม r, θ และ $\phi = 90^\circ$ (วางตัวในแนวราบ) ประจุบวกและลบมีความห่างกันเท่ากับ d โดยอยู่ที่ตำแหน่งในระบบพิกัดฉากเป็น $\left(0, 0, \frac{d}{2}\right)$ และ $\left(0, 0, -\frac{d}{2}\right)$

ไดโพล (Dipole)



จากรูป (a) สามารถหาค่าศักย์ไฟฟ้ารวมที่จุด P ที่เกิดจากประจุ $+Q$ และประจุ $-Q$ ซึ่งอยู่ห่างจากจุด P เป็นระยะ R_1 และ R_2

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(R_2 - R_1)}{R_1 R_2}$$

ไดโพล (Dipole)

ในกรณีที่จุด P ที่พิจารณามีระยะไกลมากจากประจุไดโพลดังภาพ (b) เมื่อเทียบกับระยะ d ระหว่างประจุทั้งสอง โดยอาจถือว่า $R_1 = R_2$ ดังนั้นอาจแทนผลคูณ $R_1 R_2$ ได้ด้วย r^2

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(R_2 - R_1)}{R_1 R_2} \approx d \cos \theta \approx r^2$$

ดังนั้นจะได้

$$V = \frac{Qd \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

ที่ระนาบ $z = 0$ ($\theta = 90^\circ$) จะมีศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์

ไดโพล (Dipole)

ใช้ความสัมพันธ์ทางเกรเดียนต์ในระบบพิกัดทรงกลม จะได้ความเข้มสนามไฟฟ้าที่เกิดจากไดโพลเป็น

$$\mathbf{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \mathbf{a}_\phi \right) = -\left(\frac{Qd \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{a}_r + \frac{Qd \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{a}_\theta \right)$$

หรือ

$$\mathbf{E} = \frac{Qd}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2 \cos \theta \mathbf{a}_r - \sin \theta \mathbf{a}_\theta)$$

ค่าศักย์ไฟฟ้าของไดโพลอาจเขียนให้ง่ายขึ้นด้วยการนิยามไดโพลโมเมนต์ด้วยสัญลักษณ์ $\mathbf{P}$

$$\mathbf{P} = Qd \quad (\text{C} \cdot \text{m})$$

ไดโพล (Dipole)

เนื่องจาก $\mathbf{d} \cdot \mathbf{a}_r = d \cos \theta$

$$V = \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{a}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

หรืออาจจะเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ในกรณีที่ประจุคู่ไดโพลอาจอยู่ที่ตำแหน่งใดๆ ได้เป็น

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} \mathbf{P} \cdot \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} = \frac{\mathbf{P} \cdot (\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}$$

สมการนี้เป็นสมการทั่วไปที่ไม่ขึ้นกับระบบพิกัดใดๆ โดย

$\mathbf{r}$ คือตำแหน่งที่ต้องการหาค่าศักย์ไฟฟ้า

$\mathbf{r}'$ คือตำแหน่งของประจุคู่ไดโพล

ตัวอย่างที่ 8 ไดโพลโมเมนต์ $\mathbf{P} = 3\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z$ nC·m วางอยู่ที่จุดกำเนิดใน
อวกาศว่าง จงหา V ที่จุด $P_A(2, 3, 4)$

วิธีทำ

จาก
$$V = \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{a}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

ซึ่ง
$$\mathbf{r} = 2\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{r} = (3\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z) \cdot (2\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z) = 6 - 6 + 4$$

$$r = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29}$$

ดังนั้นจะได้
$$V = \frac{4 \times 10^{-9}}{4\pi \times \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \times (\sqrt{29})^3} = \frac{4 \times 9}{(\sqrt{29})^3} = 0.23V$$

โจทย์ปัญหา 1

จงหาพลังงานในการเคลื่อนที่ประจุขนาด $4C$ จากจุด $B(1,0,0)$ ไปยังจุด $A(0,2,0)$

ตามเส้นทาง $y = 2 - 2x$, $z = 0$ ใน E ซึ่งมีค่าเท่ากับ

(a) $5\mathbf{a}_x$ V/m (*Ans: 20 J*)

(b) $5x\mathbf{a}_x$ V/m (*Ans: 10 J*)

(c) $5x\mathbf{a}_x + 5y\mathbf{a}_y$ V/m (*Ans: -30 J*)

โจทย์ปัญหา 2

ถ้าให้ $\mathbf{E} = 120\mathbf{a}_\rho$ V/m จงหางานที่เพิ่มขึ้นในการเคลื่อนที่ประจุ $50\mu C$ เป็นระยะทาง 2 m จากจุด

(a) $P(1, 2, 3)$ ไปจุด $Q(2, 1, 4)$ (*Ans: $3.1\mu J$*)

(b) $Q(2, 1, 4)$ ไปจุด $P(1, 2, 3)$ (*Ans: $3.1\mu J$*)

โจทย์ปัญหา 3

กำหนดให้สนามไฟฟ้า $\mathbf{E} = (y+1)\mathbf{a}_x + (x-1)\mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z$ จงหาความต่างศักย์ระหว่างจุด

(a) (2, -2, -1) และ (0, 0, 0) (Ans: 2)

(b) (3, 2, 1) และ (-2, -3, 4) (Ans: 10)

โจทย์ปัญหา 4

สนามศักย์ไฟฟ้ามีค่า $V = 80\rho^{0.6}$ V อยู่ในอวกาศว่าง จงหา

(a) $\mathbf{E}$ (Ans: $-48\rho^{-4}$ V/m)

(b) ความหนาแน่นประจุเชิงปริมาตรที่บริเวณ $\rho = 0.5$ m (Ans: -673 pC/m³)

(c) ประจุทั้งหมดที่อยู่ภายในผิวปิด $\rho = 0.6$, $0 < z < 1$ (Ans: -1.96 nC)

โจทย์ปัญหา 5

ประจุจุด 2 จุดมีขนาด 1 nC วางที่ $(0, 0, 0.1)$ และ -1 nC วางที่ $(0, 0, -0.1)$ ในอวกาศว่าง

(a) จงคำนวณ V ที่ $P(0.3, 0, 0.4)$ (*Ans: 5.78 V*)

(b) จงคำนวณ $|\mathbf{E}|$ ที่จุด P (*Ans: 25.2 V/m*)

(c) ถ้าทำให้ประจุทั้งสองกลายเป็นไดโพลวางที่จุดกำเนิด จงคำนวณ V ที่จุด P (*Ans: 5.76 V*)