

กำลังไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

Power in AC Circuit

Arnon Isaramongkolrak

Department of Electrical Engineering

Nakhon Pathom Rajabhat University

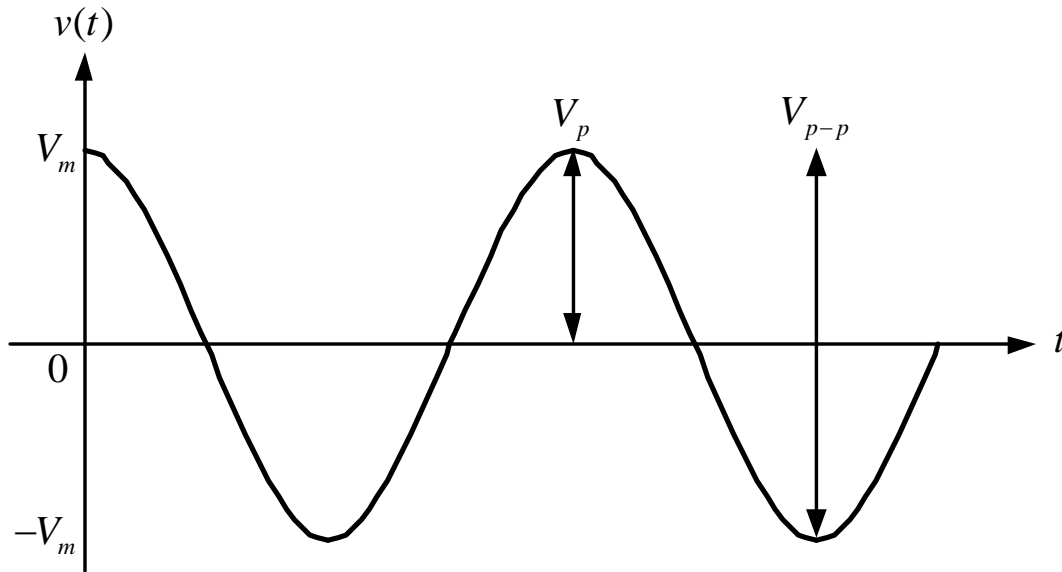
หัวข้อการเรียนรู้การสอน

- ค่ารากเฉลี่ยกำลังสอง (rms)
- กำลังไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ
- การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสสลับในสภาวะคงตัว

ค่ารากเฉลี่ยกำลังสอง

- ค่ารากเฉลี่ยกำลังสอง หรือ ค่าอาร์เอ็มเอส (rms) หรือ ค่าประสิทธิผล (effective)
- ใช้เพื่อบ่งบอกปริมาณที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา หรือมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา เช่น สัญญาณของแรงดันและกระแสไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

ค่ารากเฉลี่ยกำลังสอง (ต่อ)

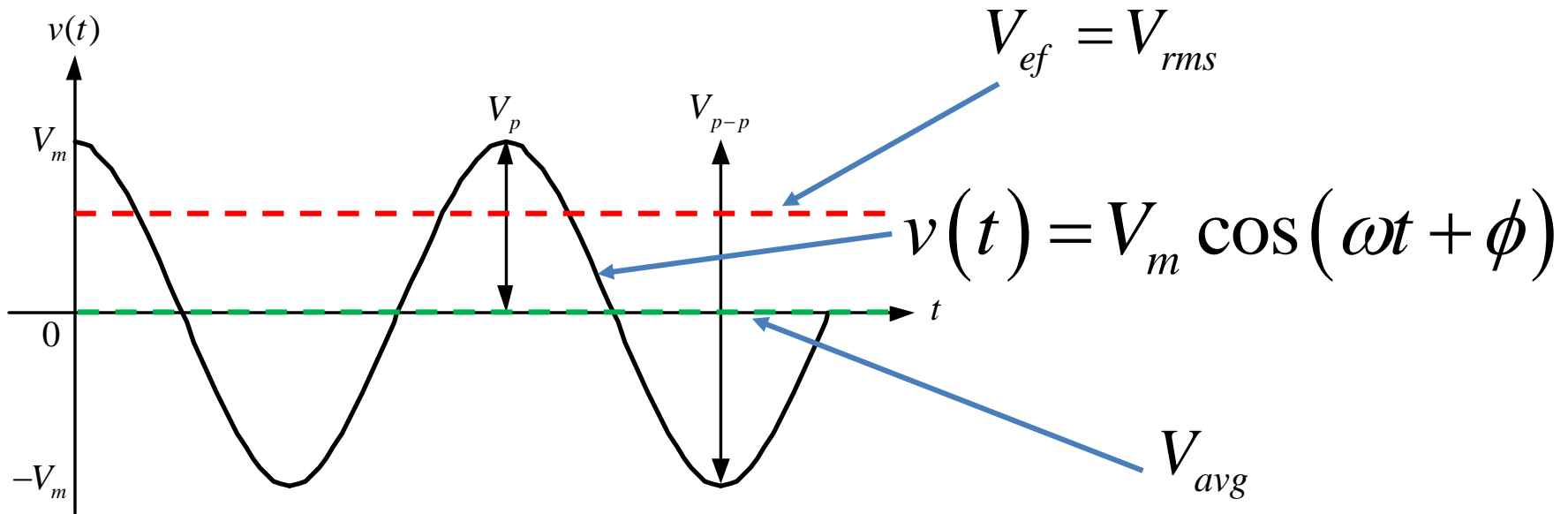


$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$$

- Peak Voltage = $V_p = V_m$

- Peak to Peak Voltage = $V_{p-p} = 2V_m$

ค่ารากเฉลี่ยกำลังสอง (ต่อ)

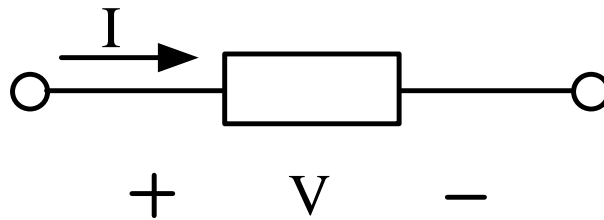


- RMS Voltage = $V_{ef} = V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$

- ค่าตาม ไฟบ้าน 220V คือค่าอะไร ?????

กำลังไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

- การหากำลังไฟฟ้าในวงจรกระแสสลับ จะพิจารณาดังนี้



$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i) \quad \longleftrightarrow \quad \mathbf{I} = I_m \angle \phi_i$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_v) \quad \longleftrightarrow \quad \mathbf{V} = V_m \angle \phi_v$$

กำลังไฟฟ้าเฉลี่ย (Average Power)

- กำลังไฟฟ้าเฉลี่ย (Average Power) หรือกำลังไฟฟ้าจริง (Real Power) มีหน่วยเป็น วัตต์ (Watt)

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\phi_v - \phi_i)$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} (\sqrt{2} V_{rms}) (\sqrt{2} I_{rms}) \cos(\phi_v - \phi_i) \\ &= V_{rms} I_{rms} \cos(\phi_v - \phi_i) \end{aligned}$$

กำลังไฟฟ้าปรากฏ (Apparent Power)

- กำลังไฟฟ้าปรากฏ (Apparent Power) มีหน่วยเป็น โวลต์แอมป์ (VA)

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\phi_v - \phi_i)$$

$\frac{P}{S} = pf$

$pf = \cos(\phi_v - \phi_i)$ → ตัวประกอบกำลัง

$S = \frac{1}{2} V_m I_m = V_{rms} I_{rms}$ → กำลังไฟฟ้าปรากฏ

กำลังไฟฟ้าเสมือน (Reactive Power)

- เป็นส่วนหนึ่งของกำลังไฟฟ้าที่ไหลเวียนอยู่ในวงจรไฟฟ้าซึ่งเกิดจากพลังงานที่เก็บไว้ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับขนาดของตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุที่อยู่ในวงจรไฟฟ้า
- กำลังไฟฟ้าเสมือน มีหน่วยเป็น วาร์ (Var)

$$Q = \frac{1}{2} V_m I_m \sin(\phi_v - \phi_i)$$

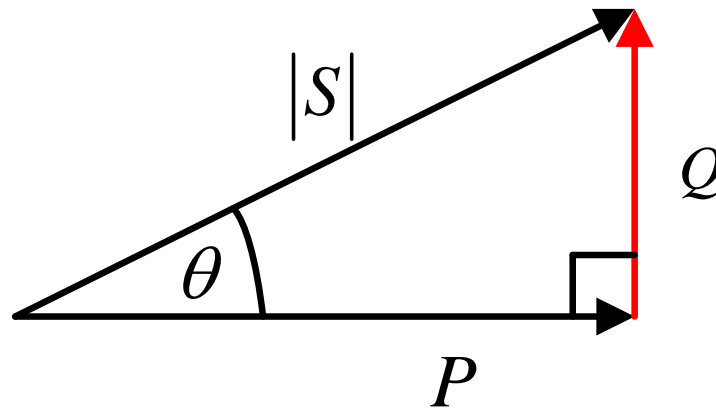
ตัวประกอบกำลัง(Power Factor)

- คือ อัตราส่วนระหว่างกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏ ซึ่งจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0-1
- ตัวประกอบกำลังเป็นปริมาณที่สำคัญสำหรับการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า กระแสสลับที่มีการเปลี่ยนแปลงของโหลดชนิด ตัวเหนี่ยวนำ หรือตัวเก็บประจุ ซึ่งจะส่งผลต่อคุณภาพของแรงดันไฟฟ้า
- ตัวประกอบกำลังจะมีอยู่ 3 ประเภท ซึ่งมีความสัมพันธ์กับสัญญาณของแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าที่ไหลอยู่ในวงจร

ตัวประกอบกำลัง(Power Factor)

- Leading Power Factor หมายถึง มุมของสัญญาณกระแสไฟฟ้า นำหน้ามุมของสัญญาณแรงดันไฟฟ้าเป็นมุม $\cos(\phi_v - \phi_i)$ ทำให้ค่ามุมเป็น “ลบ”
- Lagging Power Factor หมายถึง มุมของสัญญาณกระแสไฟฟ้าล่าหลัง มุมของสัญญาณแรงดันไฟฟ้าเป็นมุม $\cos(\phi_v - \phi_i)$ ทำให้ค่ามุมเป็น “บวก”

ตัวประกอบกำลัง(Power Factor)



$$pf = \cos \theta \text{ (มุมมีค่าอยู่ระหว่าง 0-90 องศา)}$$

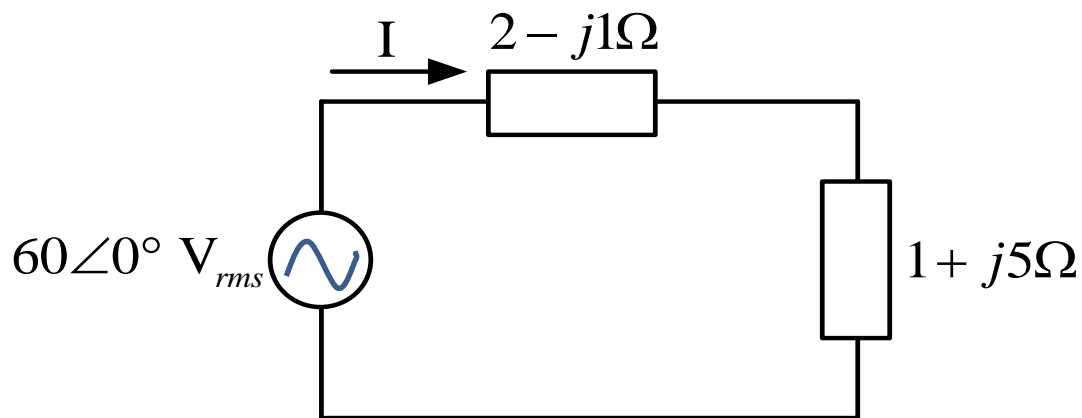
$$= \cos 0^\circ = 1$$

$$= \cos 30^\circ = 0.86$$

$$= \cos 90^\circ = 0$$

ตัวอย่างที่ 1

จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้า I ค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ย ค่ากำลังไฟฟ้าปรากฏและ
ตัวประกอบกำลังที่แหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้า

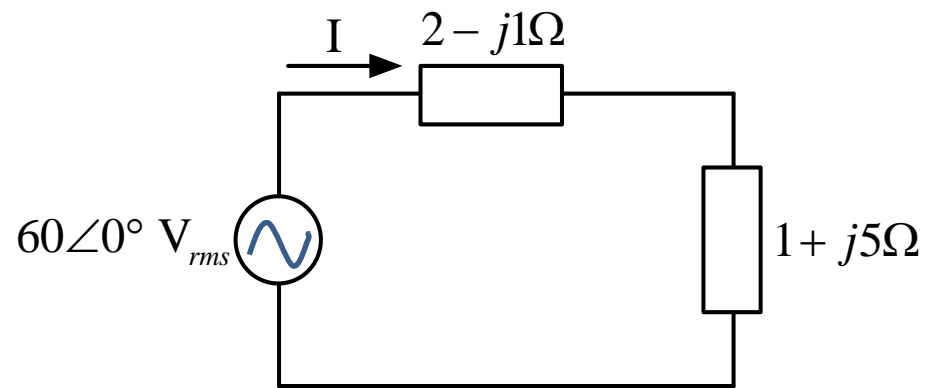


วิธีทำ

คำนวณหาค่ากระแสได้จาก กฎของโอห์ม

$$I = \frac{60\angle 0^\circ}{(2 - j)(1 + j5)} = 12\angle -53.13^\circ \text{ A}_{rms} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 1 (ต่อ)



คำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ย

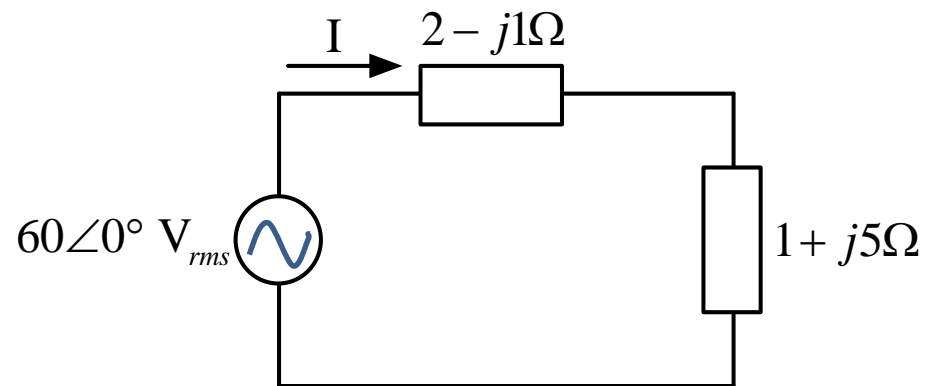
$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\phi_v - \phi_i) \\ &= V_{rms} I_{rms} \cos(\phi_v - \phi_i) \\ &= (60)(12) \cos(0^\circ - (-53.13^\circ)) \\ &= 432 \text{ W} \quad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

คำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าปรากฏ

$$S = \frac{1}{2} V_m I_m = V_{rms} I_{rms} = (60)(12) = 720 \text{ VA}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1 (ต่อ)



คำนวณหาค่าตัวประกอบกำลังที่แหล่งจ่ายแรงดันจะได้

$$\begin{aligned} pf &= \cos(\phi_v - \phi_i) \\ &= \cos(0^\circ - (-53.13^\circ)) \\ &= \cos(53.13^\circ) \\ &= 0.6 \end{aligned}$$

$\phi_v - \phi_i$ มีค่าเป็นบวก แสดงว่า มุมเฟสของสัญญาณกระแสล่าหลังมุมเฟสของสัญญาณแรงดัน

$$pf = 0.6 \text{ lagging} \quad \text{ตอบ}$$

กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน (Complex Power)

กำหนดให้ $V = V_m \angle \phi_v$ V และ $I = I_m \angle \phi_i$ A สามารถหาค่ากำลังไฟฟ้าเชิงซ้อนได้ดังนี้

$$S = \frac{1}{2} VI^*$$

ค่ากำลังไฟฟ้าเชิงซ้อนมีหน่วย โวลต์แอมป์ (VA)

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} VI^* \\ &= \frac{1}{2} (V_m \angle \phi_v) (I_m \angle \phi_i)^* \\ &= \frac{1}{2} \underbrace{V_m I_m}_S \angle \phi_v - \phi_i \end{aligned}$$

กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน (Complex Power)

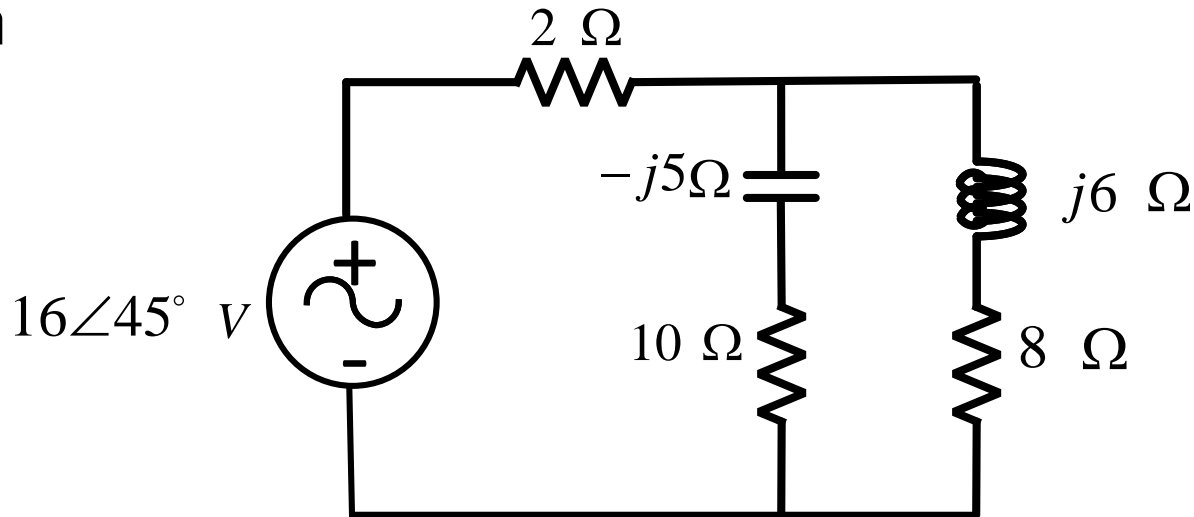
กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน สามารถเขียนในรูปของ rectangular form ได้เป็น

$$\mathbf{S} = \underbrace{\frac{1}{2} V_m I_m \cos(\phi_v - \phi_i)}_P + j \underbrace{\frac{1}{2} V_m I_m \sin(\phi_v - \phi_i)}_Q$$

ถ้าพิจารณาเพียงแค่ขนาดของกำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน เราจะได้เป็นค่ากำลังไฟฟ้า
ปรากฏนั่นเอง

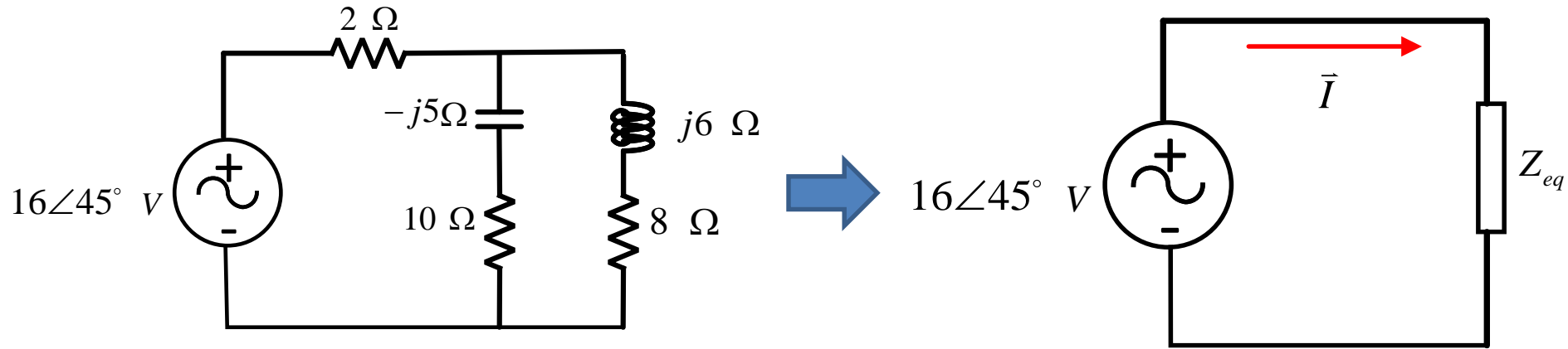
ตัวอย่างที่ 2

จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้า I ค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ย ค่ากำลังไฟฟ้าปรากฏ ค่ากำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ ค่ากำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน และตัวประกอบกำลังที่แหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้า



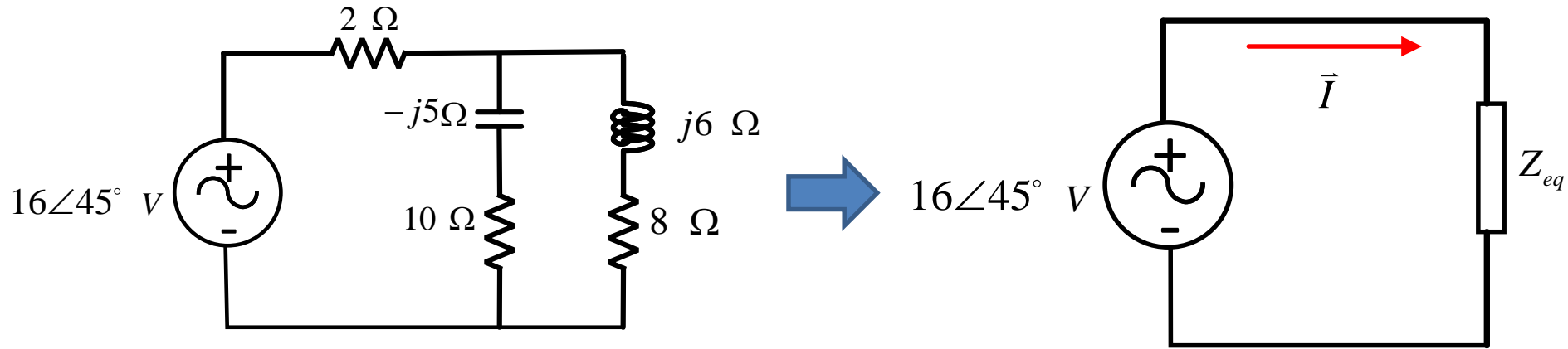
วิธีทำ โจทย์ถามหากำลังไฟฟ้าที่อุปกรณ์ตัวใด จะต้องหาเฟสของแรงดัน และเฟสเซอร์กระแสของอุปกรณ์ตัวนั้น

ตัวอย่างที่ 2 (ต่อ)

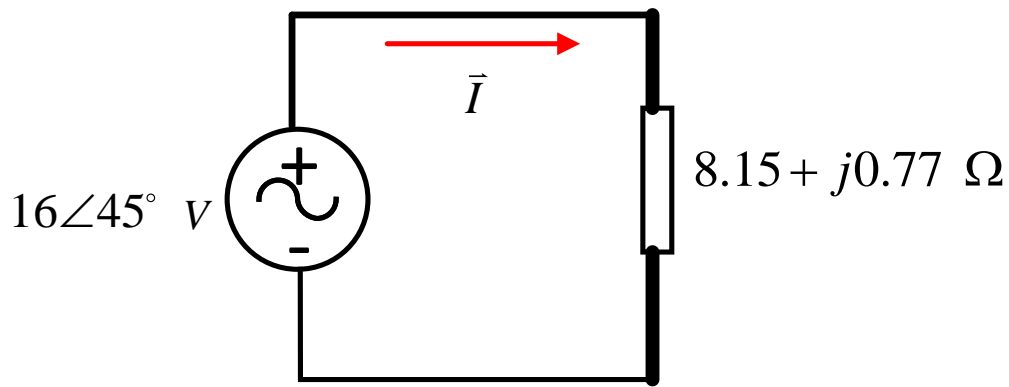


$$\begin{aligned}
 Z_{eq} &= (10 - j5) // (8 + j6) + 2 \\
 &= \frac{(10 - j5)(8 + j6)}{(10 - j5) + (8 + j6)} + 2 \\
 &= \frac{(11.18 \angle -26.57^\circ)(10 \angle 36.86^\circ)}{(18 + j1)} + 2 \\
 &= \frac{111.8 \angle 10.29^\circ}{18.03 \angle 3.18^\circ} + 2 = 6.2 \angle 7.11^\circ + 2
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 (ต่อ)



$$Z_{eq} = 6.15 + j0.77 + 2 = 8.15 + j0.77 \ \Omega$$

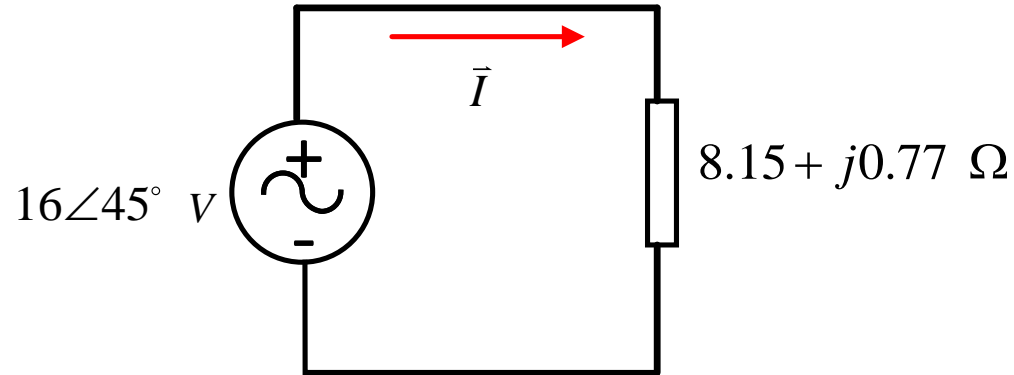


$$V = 16\angle 45^\circ$$

$$I = \frac{V}{Z_{eq}} = \frac{16\angle 45^\circ}{8.15 + j0.77}$$

$$\vec{I} = 1.954\angle 39.62^\circ \text{ ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 2 (ต่อ)



พิจารณาวงจรเพื่อหาค่ากำลังไฟฟ้าทั้งหมด และตัวประกอบกำลังจะได้ว่า

ตัวประกอบกำลัง

$$p.f. = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$= \cos(45 - 39.62) = 0.995 \quad \text{lagging} \quad \text{ตอบ}$$

กำลังไฟฟ้าจริง

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$P = \frac{1}{2} (16)(1.954)(0.995)$$

$$= 15.56 \text{ W} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 2 (ต่อ)

กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ

$$Q = \frac{1}{2} V_m I_m \sin(\theta_v - \theta_i)$$
$$= \frac{1}{2} (16)(1.954) \sin(45 - 39.62)$$

$$Q = 1.466 \text{ Var} \quad \text{ตอบ}$$

กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน

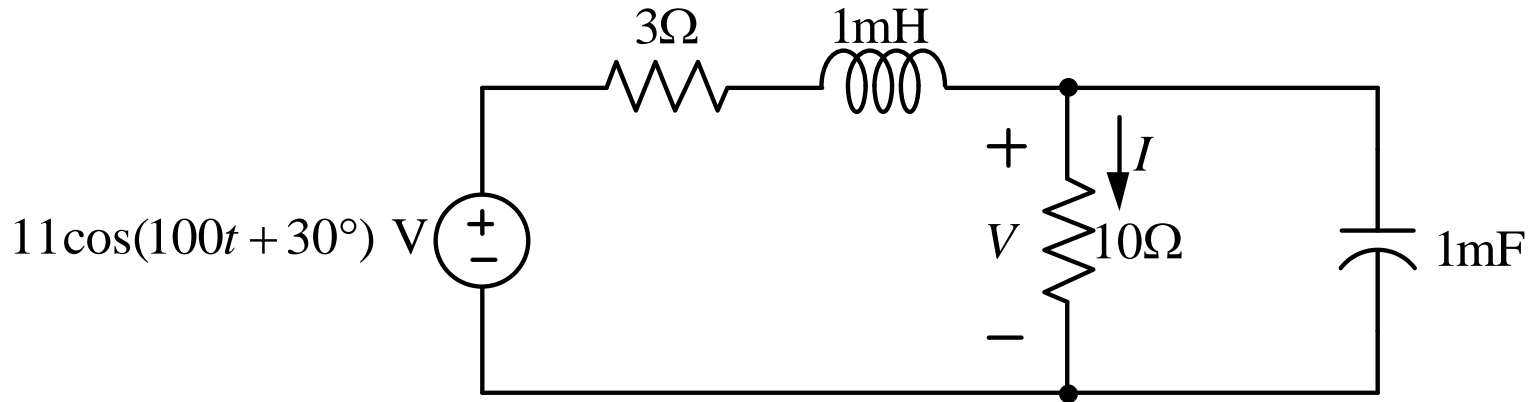
$$S = P + jQ$$
$$= 15.56 + j1.466 \text{ VA} \quad \text{ตอบ}$$

กำลังไฟฟ้าปรากฏ

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2}$$
$$= \sqrt{15.56^2 + 1.466^2} = 15.63 \text{ VA} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 3

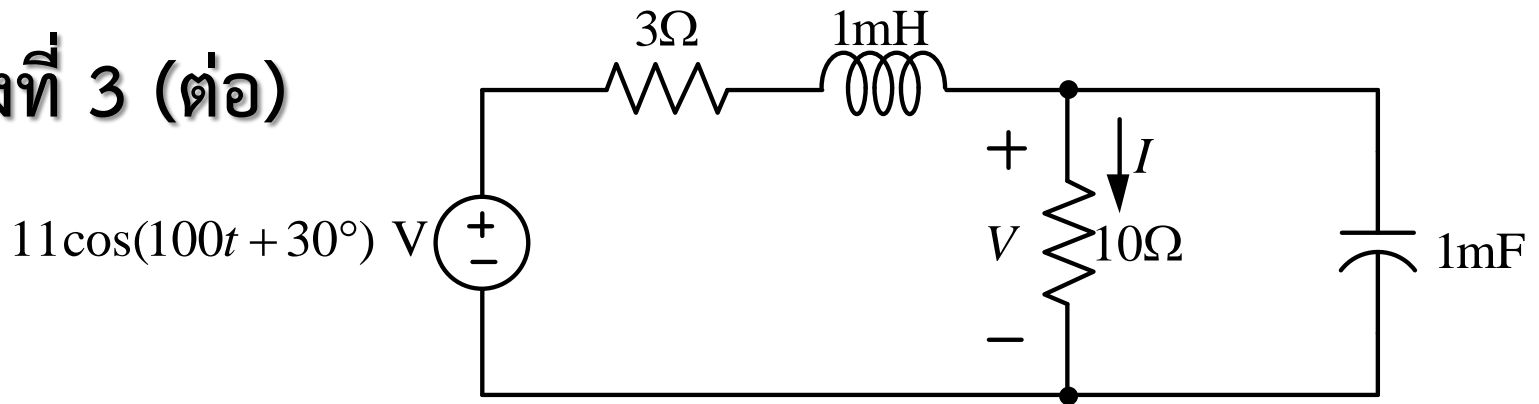
จากวงจรต่อไปนี้จงหาค่าของ I V กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน กำลังไฟฟ้าเฉลี่ย กำลังไฟฟ้าวีแอกทีฟ และตัวประกอบกำลังที่ตัวต้านทาน 10Ω



วิธีทำ ทำการแปลงแหล่งจ่ายให้อยู่ในรูปของเฟสเซอร์

$$11\cos(100t + 30^\circ) \text{ V} \quad \longrightarrow \quad 11\angle 30^\circ \text{ V}$$

ตัวอย่างที่ 3 (ต่อ)



ทำการแปลงอุปกรณ์ทุกตัวให้อยู่ในรูปของอิมพีแดนซ์

$$R = 3 \Omega \quad \longrightarrow \quad Z = 3 \Omega$$

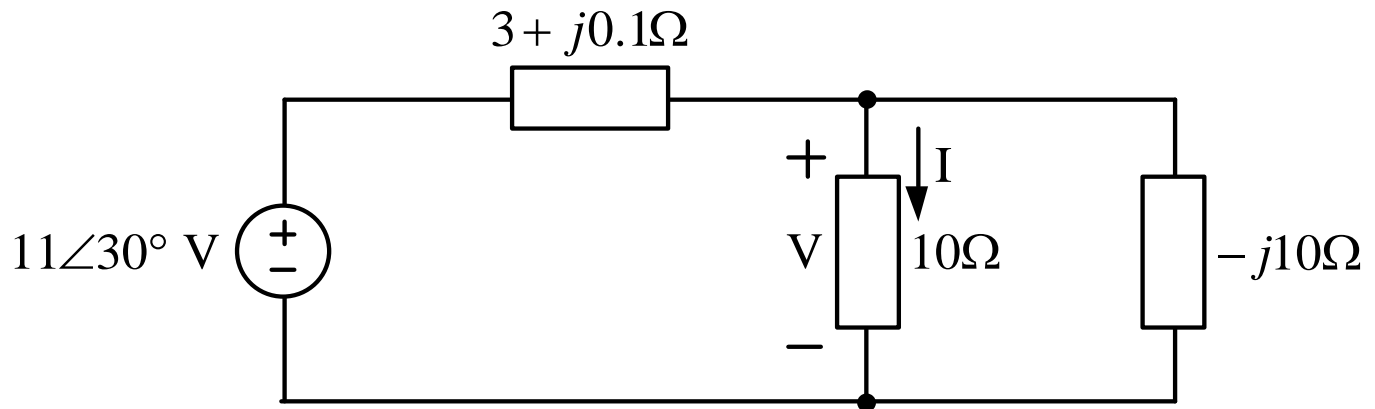
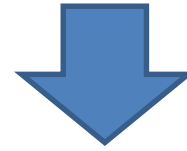
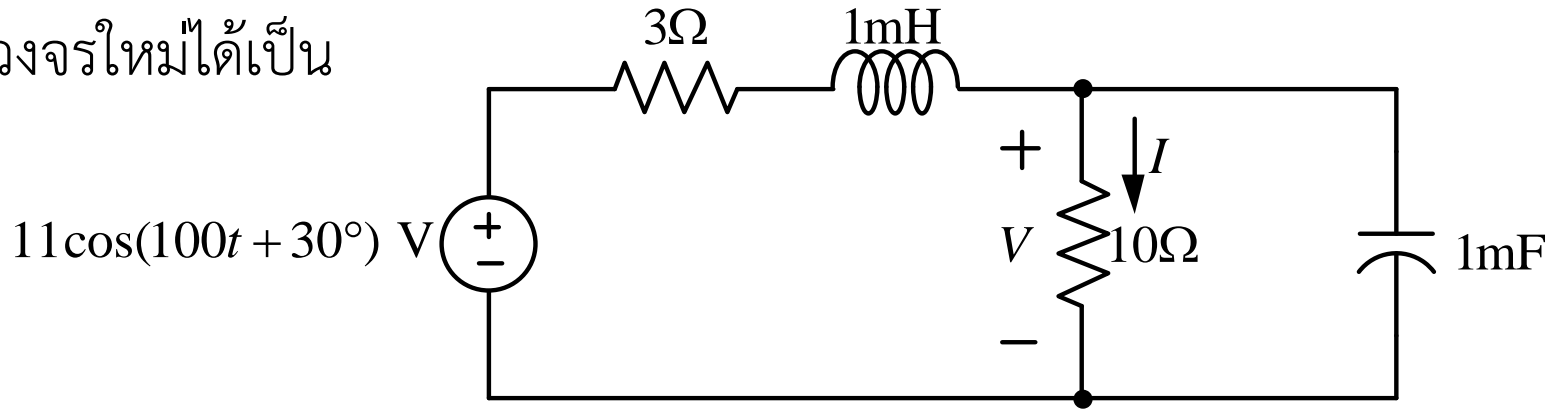
$$R = 10 \Omega \quad \longrightarrow \quad Z = 10 \Omega$$

$$L = 1 \text{ mH} \quad \longrightarrow \quad Z = j\omega L = j(100)(1 \times 10^{-3}) = j0.1 \Omega$$

$$C = 1 \text{ mF} \quad \longrightarrow \quad Z = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{(100)(1 \times 10^{-3})} = -j10 \Omega$$

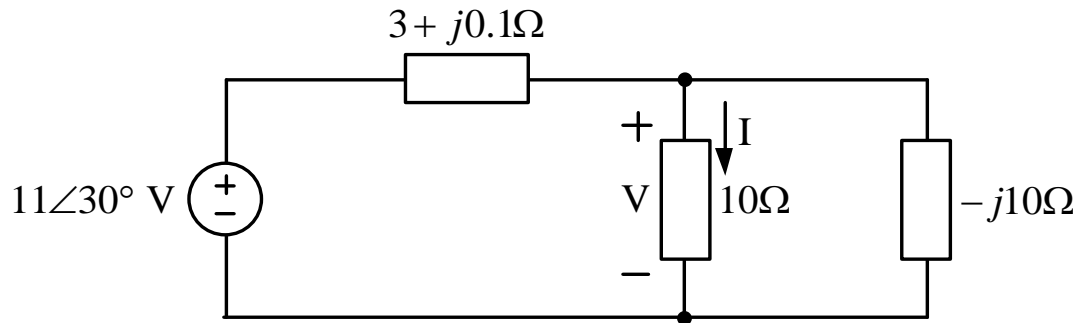
ตัวอย่างที่ 3 (ต่อ)

เขียนวงจรใหม่ได้เป็น



ตัวอย่างที่ 3 (ต่อ)

คำนวณหาค่าแรงดันไฟฟ้าที่โหลด 10Ω โดยการแบ่งแรงดันจะได้ว่า



$$V = \frac{(10 // -j10)}{(3 + j0.1) + (10 // -j10)} \times 11\angle 30^\circ$$

$$= \frac{(5 - j5)}{(3 + j0.1) + (5 - j5)} \times 11\angle 30^\circ$$

$$= \frac{(5 - j5)}{(8 + j4.9)} \times 11\angle 30^\circ$$

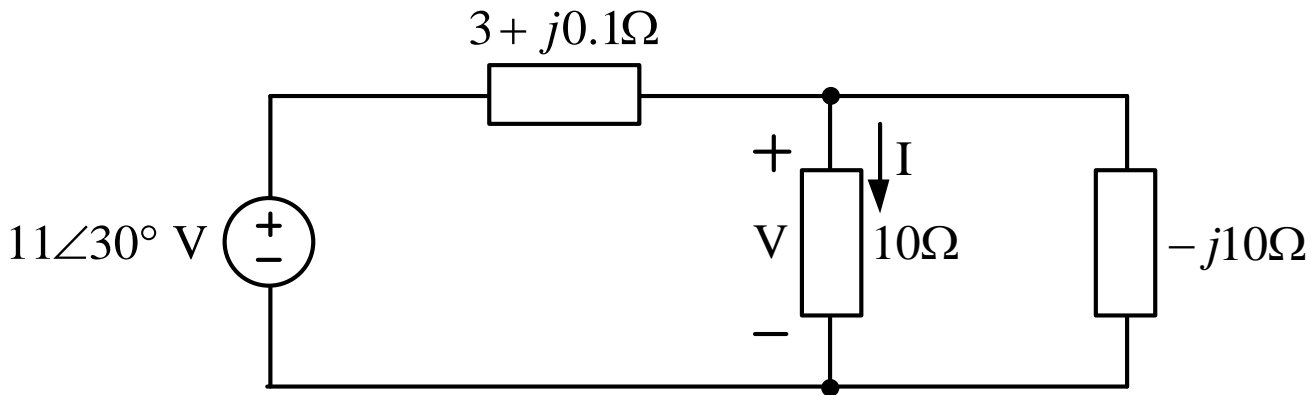
$$= \frac{7.07\angle -45^\circ}{9.38\angle -31.49^\circ} \times 11\angle 30^\circ$$

$$= 8.29\angle 16.49^\circ \text{ V} \quad \longrightarrow \quad V = 8.29 \cos(100t + 16.49^\circ) \text{ V}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 (ต่อ)

คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลลง 10Ω โดยอาศัยกฎของโอห์มจะได้ว่า



$$\begin{aligned} I &= \frac{V}{Z} = \frac{8.29 \angle 16.49^\circ}{10} = \frac{8.29 \angle 16.49^\circ}{10 \angle 16.49^\circ} \\ &= 0.829 \angle 16.49^\circ \text{ V} \quad \longrightarrow \quad I = 0.829 \cos(100t + 16.49^\circ) \text{ A} \end{aligned}$$

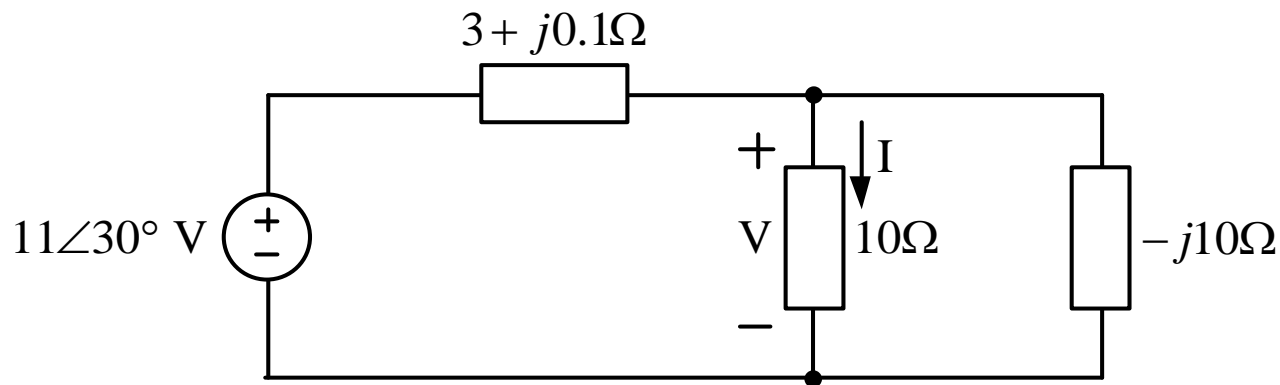
ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 (ต่อ)

คำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าเชิงซ้อนที่ตำแหน่งโหลด 10Ω

$$V = 8.29 \cos(100t + 16.49^\circ) \text{ V}$$

$$I = 0.829 \cos(100t + 16.49^\circ) \text{ A}$$



$$S = \frac{1}{2} VI^*$$

$$= \frac{1}{2} (8.29 \angle 16.49^\circ) (0.829 \angle -16.49^\circ)$$

$$= 3.44 \angle 0^\circ \text{ VA} \quad \longrightarrow \quad S = 3.44 + j0 \text{ VA}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 (ต่อ)

คำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ย กำลังไฟฟ้าวรีแอกทีฟ ที่ตำแหน่งโหลด 10Ω

$$S = 3.44 + j0 \text{ VA} \quad \longleftrightarrow \quad S = P + jQ \text{ VA}$$

ค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ยที่ตำแหน่งโหลด 10Ω

$$P = 3.44 \text{ Watt} \quad \text{ตอบ}$$

ค่ากำลังไฟฟ้าวรีแอกทีฟที่ตำแหน่งโหลด 10Ω

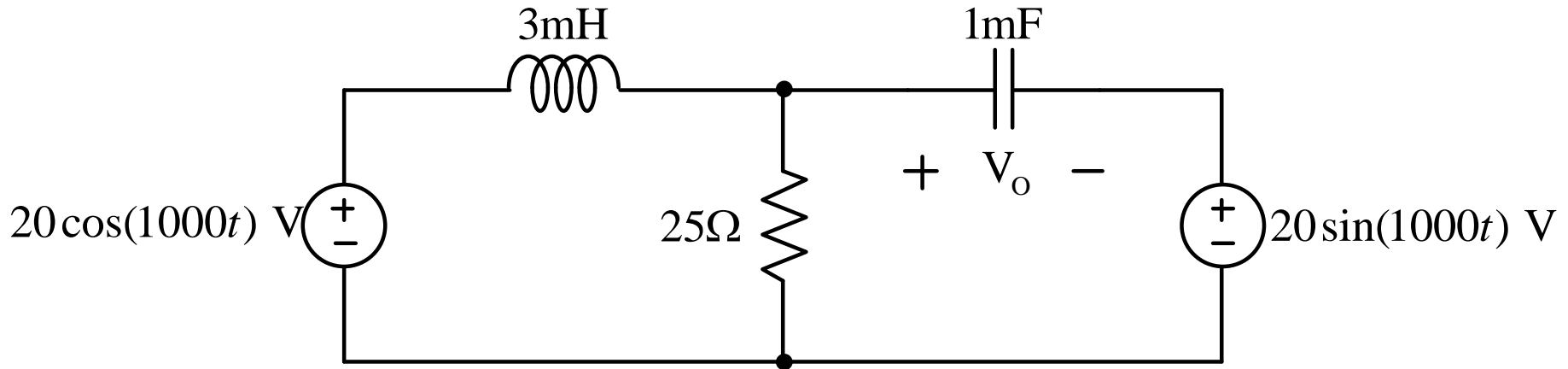
$$Q = 0 \text{ Var} \quad \text{ตอบ}$$

ค่าตัวประกอบกำลังที่ตำแหน่งโหลด 10Ω

$$pf = \frac{P}{S} = \frac{3.44}{3.44} = 1 \quad \text{ตอบ}$$

โจทย์ปัญหา

วงจรไฟฟ้ากระแสสลับดังรูป จงคำนวณหาค่าต่อไปนี้ [กำหนดให้ใช้ทฤษฎีการวางซ้อน (superposition) เท่านั้น]

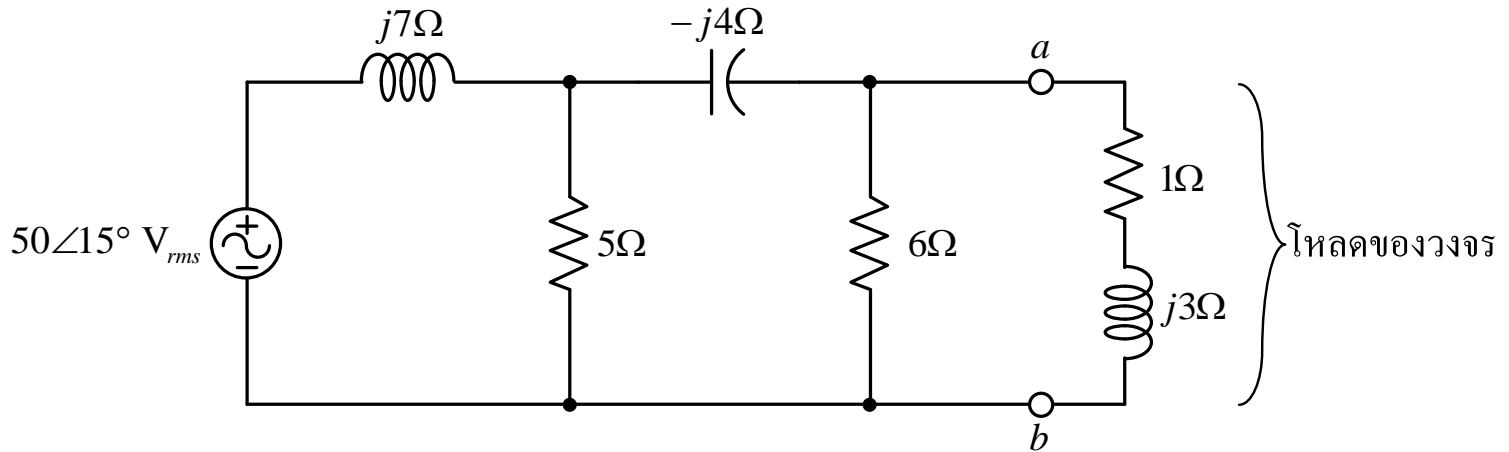


1). คำนวณหาค่า V_o ($V_o = 13.37 \angle 52.92^\circ \text{ V}$)

2). คำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ย กำลังไฟฟ้าปรากฏ กำลังไฟฟ้าวีแอกทีฟ ค่ากำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน และค่าตัวประกอบกำลัง ที่โหลดตัวเก็บประจุ

การบ้านครั้งที่ 2

1) จากวงจรต่อไปนี้ จงหากระแสไหลดโดยใช้ทฤษฎีบทของเทวินิน เมื่อพิจารณาที่ขั้วต่อ a-b



2) จากรูปวงจรที่กำหนดให้ จงหากำลังไฟฟ้าจริง กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ กำลังไฟฟ้าปรากฏ กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อนและค่าตัวประกอบกำลังของโหลด เมื่อโหลดคือ ตัวต้านทาน 4 Ω ต่ออนุกรมกับตัวเก็บประจุ 0.1 mF

