กำลังไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

Power in AC Circuit

Arnon Isaramongkolrak

Department of Electrical Engineering

Nakhon Pathom Rajabhat University

หัวข้อการเรียนการสอน

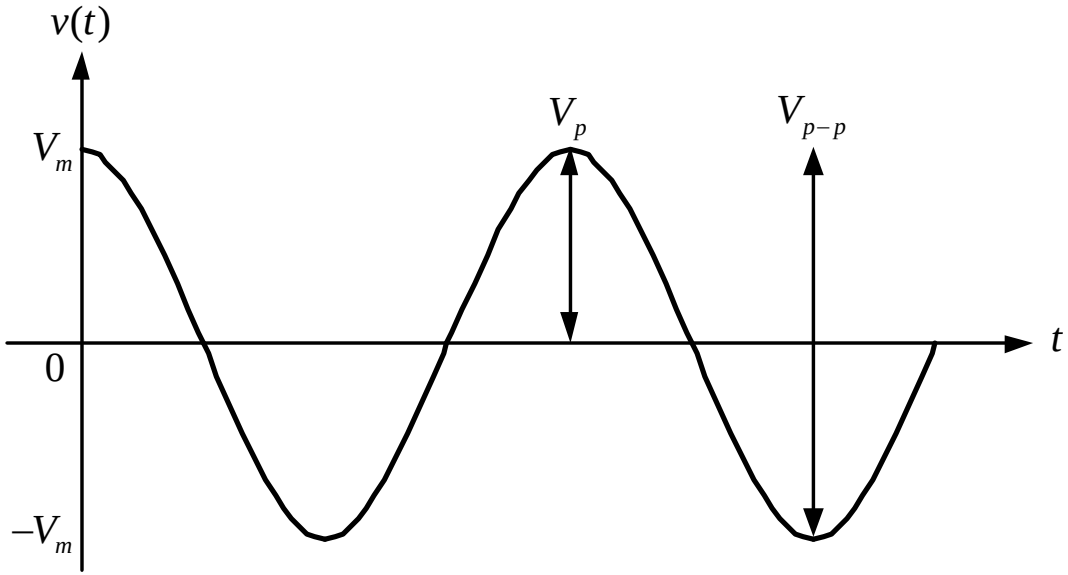
- ค่ารากเฉลี่ยกำลังสอง (rms)
- กำลังไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ
- การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสสลับในสภาวะคงตัว

ค่ารากเฉลี่ยกำลังสอง

- ค่ารากเฉลี่ยกำลังสอง หรือ ค่าอาร์เอ็มเอส (rms) หรือ ค่าประสิทธิผล (effective)

- ใช้เพื่อบ่งบอกปริมาณที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา หรือมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา เช่น สัญญาณของแรงดันและกระแสไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

ค่ารากเฉลี่ยกำลังสอง (ต่อ)

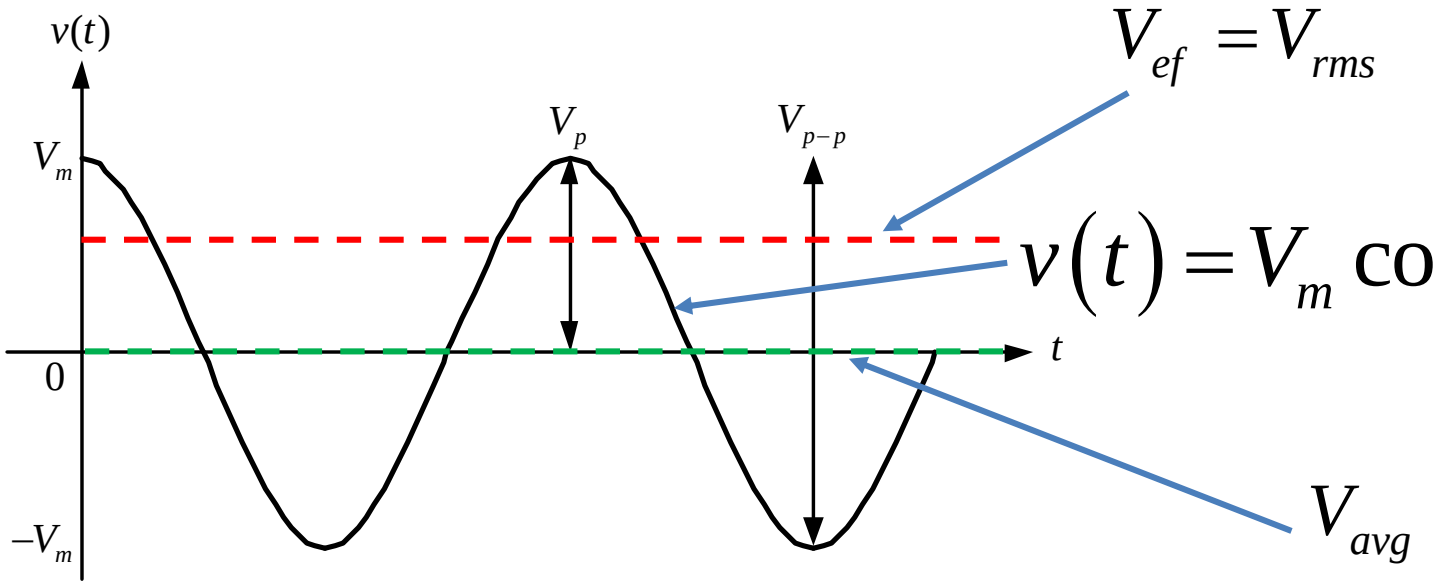


$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$$

- Peak Voltage = $V_p = V_m$

- Peak to Peak Voltage = $V_{p-p} = 2V_m$

ค่ารากเฉลี่ยกำลังสอง (ต่อ)

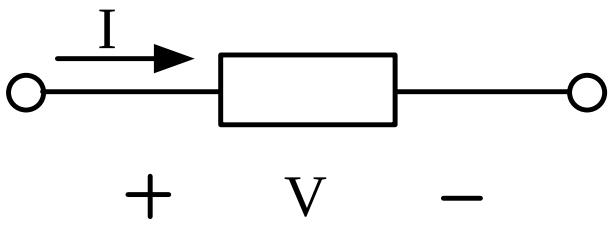


- RMS Voltage = $V_{ef} = V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$

- **คำถาม ไฟบ้าน 220V คือค่าอะไร ?????**

กำลังไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

- การหากำลังไฟฟ้าในวงจรกระแสสลับ จะพิจารณาดังนี้



$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i) \quad \Longleftrightarrow \quad \mathrm{I} = I_m \angle \phi_i$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_v) \quad \Longleftrightarrow \quad \mathrm{V} = V_m \angle \phi_v$$

กำลังไฟฟ้าเฉลี่ย (Average Power)

- กำลังไฟฟ้าเฉลี่ย (Average Power) หรือกำลังไฟฟ้าจริง (Real Power) มีหน่วยเป็น วัตต์ (Watt)

$$\mathrm{P} = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\phi_v - \phi_i)$$

$$\mathrm{P} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2}V_{rms}\right)\left(\sqrt{2}I_{rms}\right)\cos(\phi_v - \phi_i)$$

$$= V_{rms} I_{rms} \cos(\phi_v - \phi_i)$$

กำลังไฟฟ้าปรากฏ (Apparent Power)

- กำลังไฟฟ้าปรากฏ (Apparent Power) มีหน่วยเป็น โวลต์แอมป์ (VA)

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\phi_v - \phi_i)$$

$$\frac{P}{S} = pf$$

$$pf = \cos(\phi_v - \phi_i)$$ → ตัวประกอบกำลัง

$$S = \frac{1}{2} V_m I_m = V_{rms} I_{rms}$$ → กำลังไฟฟ้าปรากฏ

กำลังไฟฟ้าเสมือน (Reactive Power)

- เป็นส่วนหนึ่งของกำลังไฟฟ้าที่ไหลเวียนอยู่ในวงจรไฟฟ้าซึ่งเกิดจากพลังงานที่เก็บไว้ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับขนาดของตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุที่อยู่ในวงจรไฟฟ้า
- กำลังไฟฟ้าเสมือน มีหน่วยเป็น วาร์ (Var)

$$Q = \frac{1}{2} V_m I_m \sin(\phi_v - \phi_i)$$

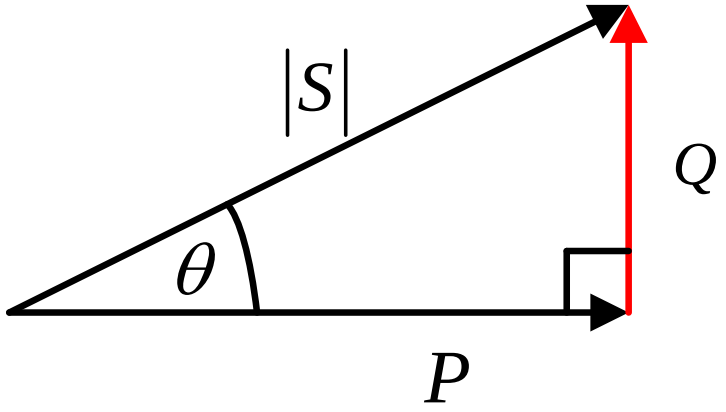
ตัวประกอบกำลัง(Power Factor)

- คือ อัตราส่วนระหว่างกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้าที่ปรากฏ ซึ่งจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0-1
- ตัวประกอบกำลังเป็นปริมาณที่สำคัญสำหรับการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสสลับที่มีการเปลี่ยนแปลงของโหลดชนิด ตัวเหนี่ยวนำ หรือตัวเก็บประจุ ซึ่งจะส่งผลต่อคุณภาพของแรงดันไฟฟ้า
- ตัวประกอบกำลังจะมีอยู่ 3 ประเภท ซึ่งมีความสัมพันธ์กับสัญญาณของแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าที่ไหลอยู่ในวงจร

ตัวประกอบกำลัง(Power Factor)

- Leading Power Factor หมายถึง มุมของสัญญาณกระแสไฟฟ้านำหน้ามุมของสัญญาณแรงดันไฟฟ้าเป็นมุม $\cos(\phi_v - \phi_i)$ ทำให้ค่ามุมเป็น “ลบ”
- Lagging Power Factor หมายถึง มุมของสัญญาณกระแสไฟฟ้าล้าหลังมุมของสัญญาณแรงดันไฟฟ้าเป็นมุม $\cos(\phi_v - \phi_i)$ ทำให้ค่ามุมเป็น “บวก”

ตัวประกอบกำลัง(Power Factor)



$pf = \cos\theta$ (มุมมีค่าอยู่ระหว่าง 0-90 องศา)

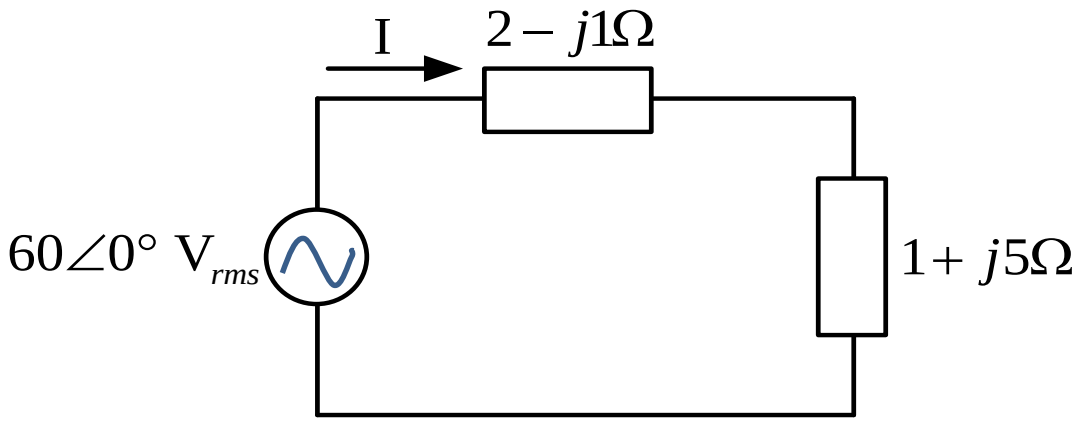
$= \cos 0^\circ = 1$

$= \cos 30^\circ = 0.86$

$= \cos 90^\circ = 0$

ตัวอย่างที่ 1

จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้า I ค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ย ค่ากำลังไฟฟ้าปรากฏและตัวประกอบกำลังที่แหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้า

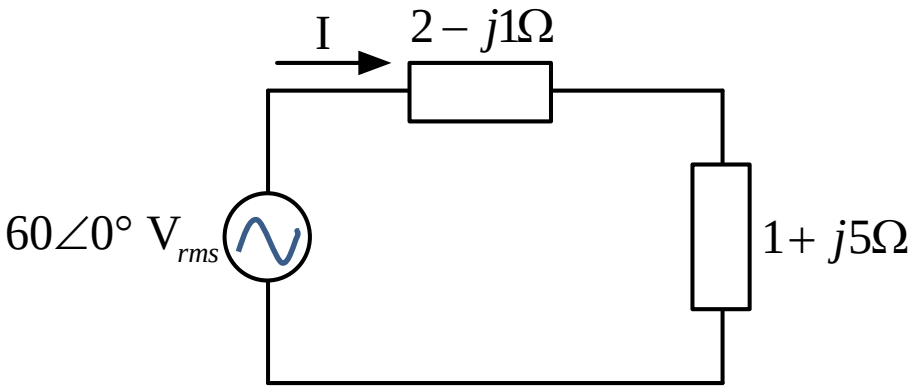


วิธีทำ

คำนวณหาค่ากระแสได้จาก กฎของโอห์ม

$$\mathrm{I} = \frac{60\angle 0^\circ}{(2 - j)(1 + j5)} = 12\angle -53.13^\circ \ \mathrm{A}_{rms}$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 1 (ต่อ)



คำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ย

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\phi_v - \phi_i) \\ &= V_{rms} I_{rms} \cos(\phi_v - \phi_i) \\ &= (60)(12)\cos(0° - (-53.13°)) \\ &= 432 \text{ W} \end{aligned}$$

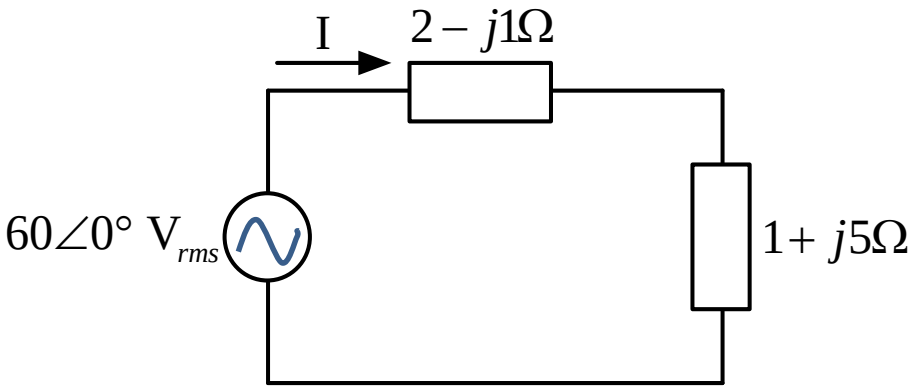
ตอบ

คำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าปรากฏ

$$S = \frac{1}{2} V_m I_m = V_{rms} I_{rms} = (60)(12) = 720 \text{ VA}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1 (ต่อ)



คำนวณหาค่าตัวประกอบกำลังที่แหล่งจ่ายแรงดันจะได้

$$\begin{aligned} pf &= \cos(\phi_v - \phi_i) \\ &= \cos(0^\circ - (-53.13^\circ)) \\ &= \cos(53.13^\circ) \\ &= 0.6 \end{aligned}$$

$\phi_v - \phi_i$ มีค่าเป็นบวก แสดงว่า มุมเฟสของสัญญาณกระแสล้าหลังมุมเฟสของสัญญาณแรงดัน

$$pf = 0.6 \text{ lagging}$$ **ตอบ**

กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน (Complex Power)

กำหนดให้ $\mathrm{V} = V_m \angle \phi_v$ V และ $\mathrm{I} = I_m \angle \phi_i$ A สามารถหาค่ากำลังไฟฟ้าเชิงซ้อนได้ดังนี้

$$\mathrm{S} = \frac{1}{2}\mathrm{VI}^*$$

ค่ากำลังไฟฟ้าเชิงซ้อนมีหน่วย โวลต์แอมป์ (VA)

$$\begin{aligned}\mathrm{S} &= \frac{1}{2}\mathrm{VI}^* \\ &= \frac{1}{2}\left(V_m \angle \phi_v\right)\left(I_m \angle \phi_i\right)^* \\ &= \underbrace{\frac{1}{2}V_m I_m}_{S} \angle \phi_v - \phi_i\end{aligned}$$

กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน (Complex Power)

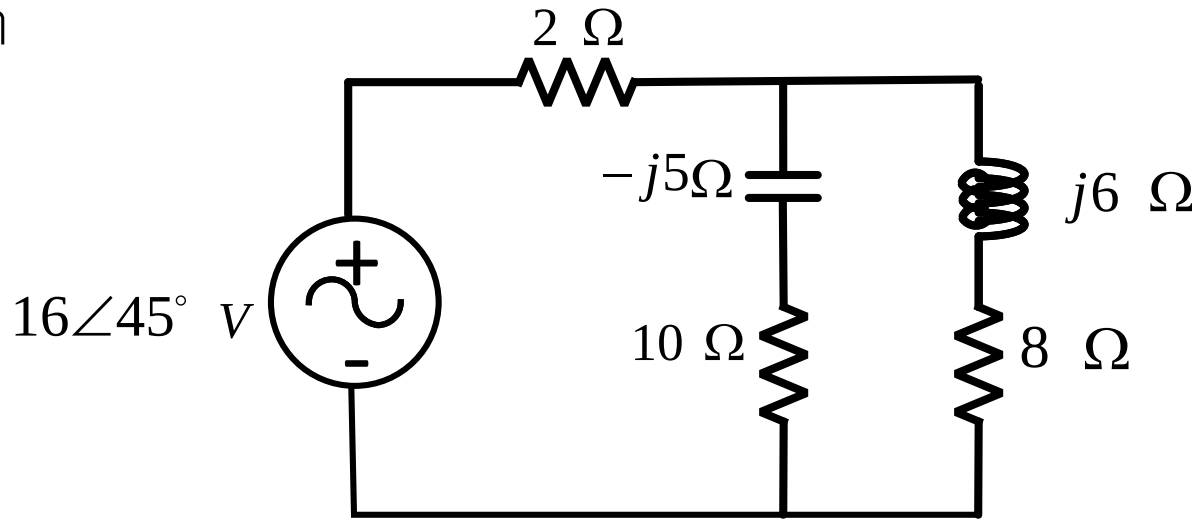
กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน สามารถเขียนในรูปของ rectangular form ได้เป็น

$$S = \underbrace{\frac{1}{2} V_m I_m \cos(\phi_v - \phi_i)}_{P} + j \underbrace{\frac{1}{2} V_m I_m \sin(\phi_v - \phi_i)}_{Q}$$

ถ้าพิจารณาเพียงแค่ขนาดของกำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน เราจะได้เป็นค่ากำลังไฟฟ้าปรากฏนั่นเอง

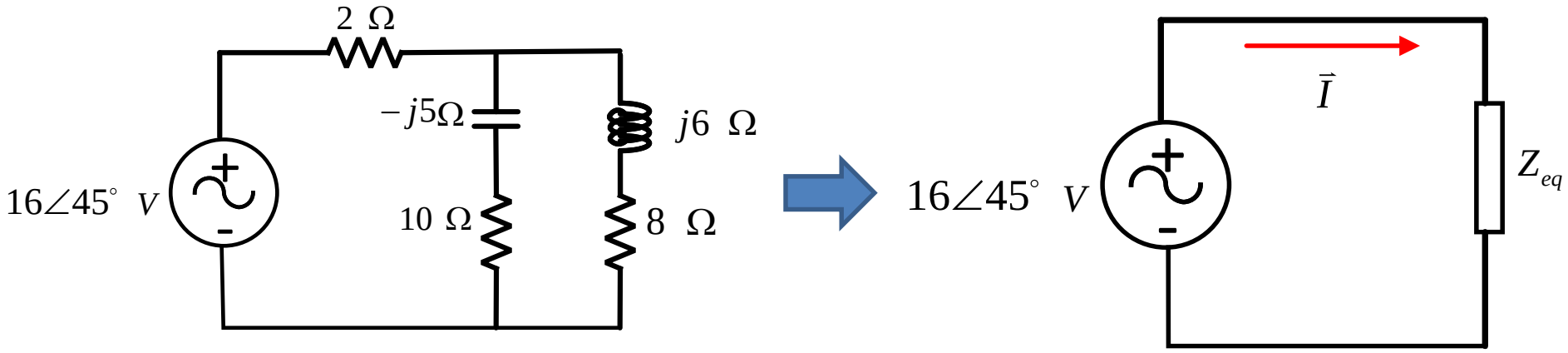
ตัวอย่างที่ 2

จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้า I ค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ย ค่ากำลังไฟฟ้าปรากฏ ค่ากำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ ค่ากำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน และตัวประกอบกำลังที่แหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้า



วิธีทำ โจทย์ถามหากำลังไฟฟ้าที่อุปกรณ์ตัวใด จะต้องหาเฟสของแรงดัน และเฟสเซอร์กระแสของอุปกรณ์ตัวนั้น

ตัวอย่างที่ 2 (ต่อ)



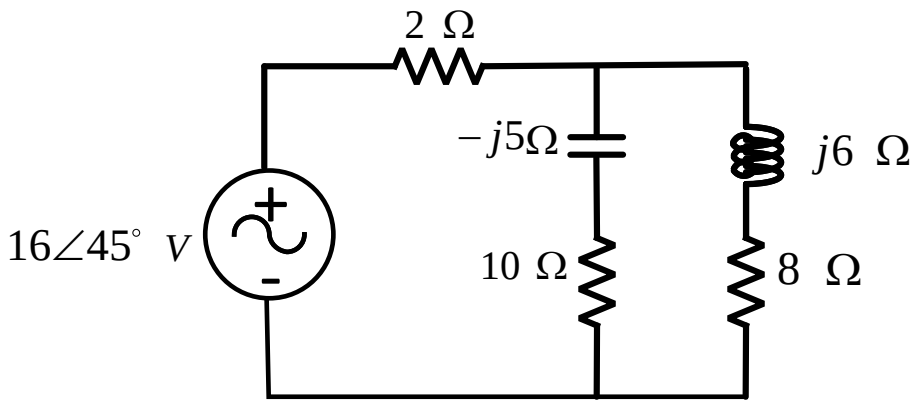
$$Z_{eq} = (10 - j5)//(8 + j6) + 2$$

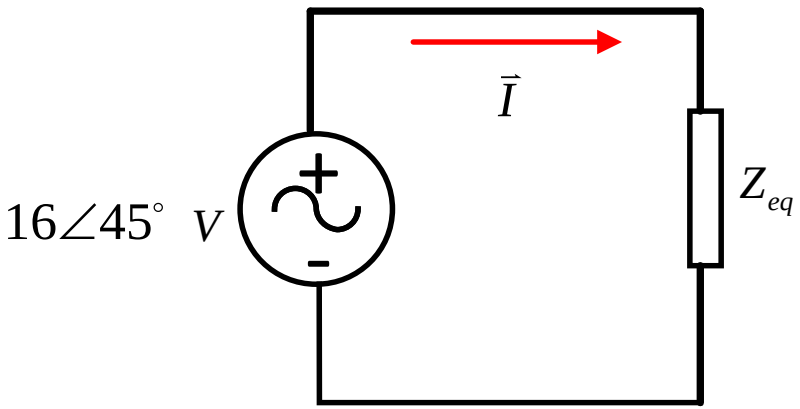
$$= \frac{(10 - j5)(8 + j6)}{(10 - j5) + (8 + j6)} + 2$$

$$= \frac{(11.18\angle -26.57^\circ)(10\angle 36.86^\circ)}{(18 + j1)} + 2$$

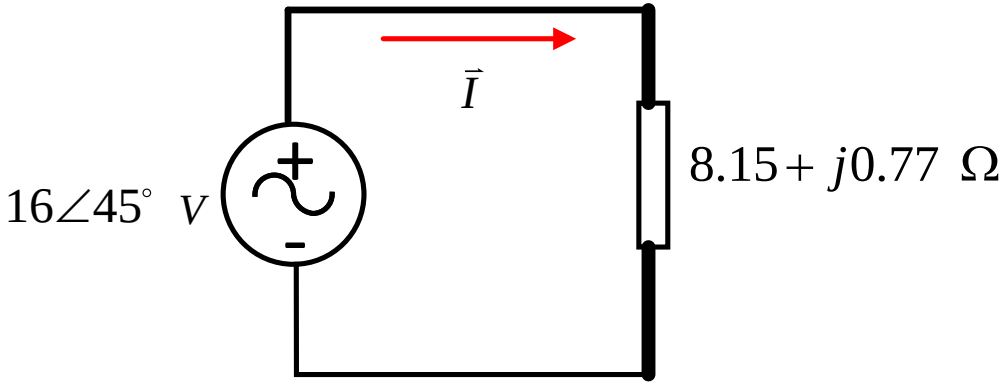
$$= \frac{111.8\angle 10.29^\circ}{18.03\angle 3.18^\circ} + 2 = 6.2\angle 7.11^\circ + 2$$

ตัวอย่างที่ 2 (ต่อ)





$$Z_{eq} = 6.15 + j0.77 + 2 = 8.15 + j0.77\ \ \Omega$$

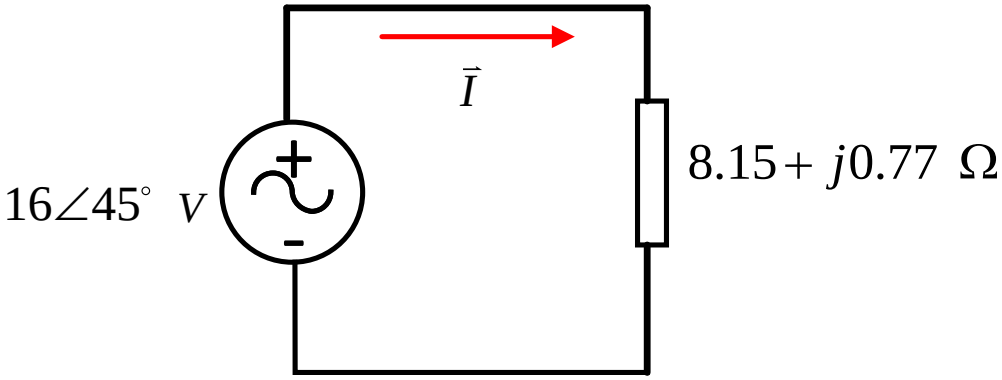


$$V = 16\angle 45^\circ$$

$$I = \frac{V}{Z_{eq}} = \frac{16\angle 45^\circ}{8.15 + j0.77}$$

$$\vec{I} = 1.954\angle 39.62^\circ$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 (ต่อ)



พิจารณาวงจรเพื่อหาค่ากำลังไฟฟ้าทั้งหมด และตัวประกอบกำลังจะได้ว่า

ตัวประกอบกำลัง

$$p.f. = \cos\left(\theta_v - \theta_i\right)$$

$$= \cos\left(45 - 39.62\right) = 0.995 \quad \text{lagging} \quad \textbf{ตอบ}$$

กำลังไฟฟ้าจริง

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos\left(\theta_v - \theta_i\right)$$

$$P = \frac{1}{2}(16)(1.954)(0.995)$$

$$= 15.56\ W \quad \textbf{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 2 (ต่อ)

กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ

$$Q = \frac{1}{2} V_m I_m \sin\left(\theta_v - \theta_i\right)$$

$$= \frac{1}{2}(16)(1.954)\sin(45 - 39.62)$$

$$Q = 1.466\ Var$$ ตอบ

กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน

$$S = P + jQ$$

$$= 15.56 + j1.466\ \ VA$$ ตอบ

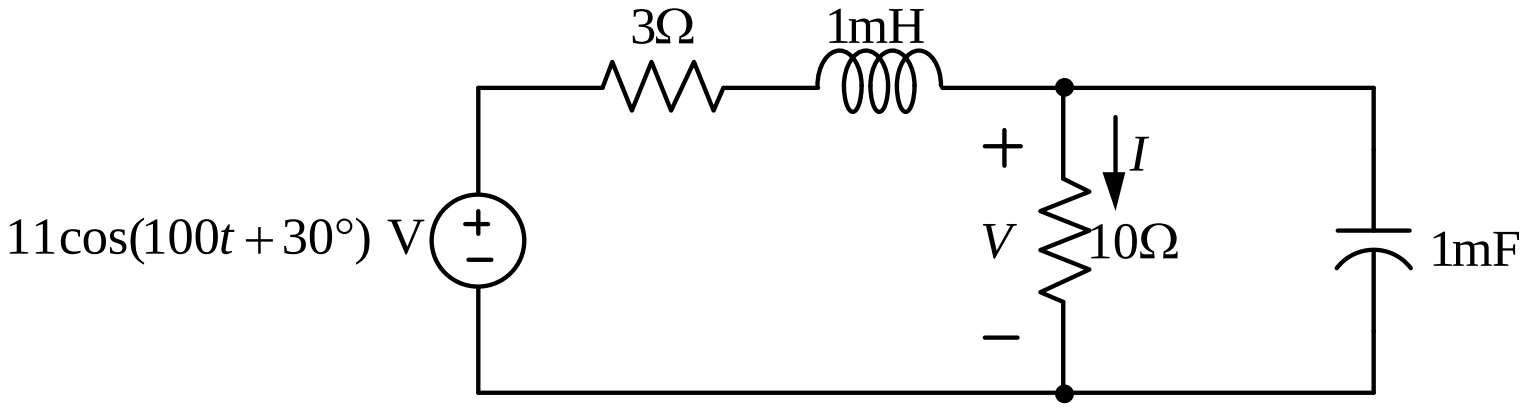
กำลังไฟฟ้าปรากฏ

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$= \sqrt{15.56^2 + 1.466^2} = 15.63\ VA$$ ตอบ

ตัวอย่างที่ 3

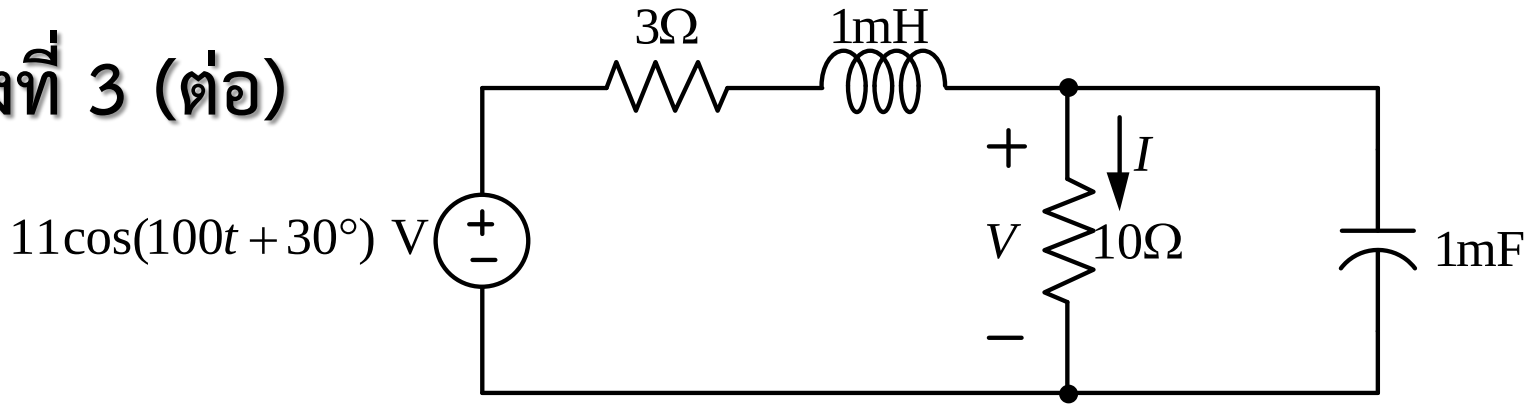
จากวงจรต่อไปนี้จงหาค่าของ I V กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน กำลังไฟฟ้าเฉลี่ย กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ และตัวประกอบกำลังที่ตัวต้านทาน 10Ω



วิธีทำ ทำการแปลงแหล่งจ่ายให้อยู่ในรูปของเฟสเซอร์

$$11\cos(100t + 30°)\ \text{V} \quad \Rightarrow \quad 11\angle 30°\ \text{V}$$

ตัวอย่างที่ 3 (ต่อ)



ทำการแปลงอุปกรณ์ทุกตัวให้อยู่ในรูปของอิมพีแดนซ์

$$R = 3\ \Omega \quad \Rightarrow \quad \mathrm{Z} = 3\ \Omega$$

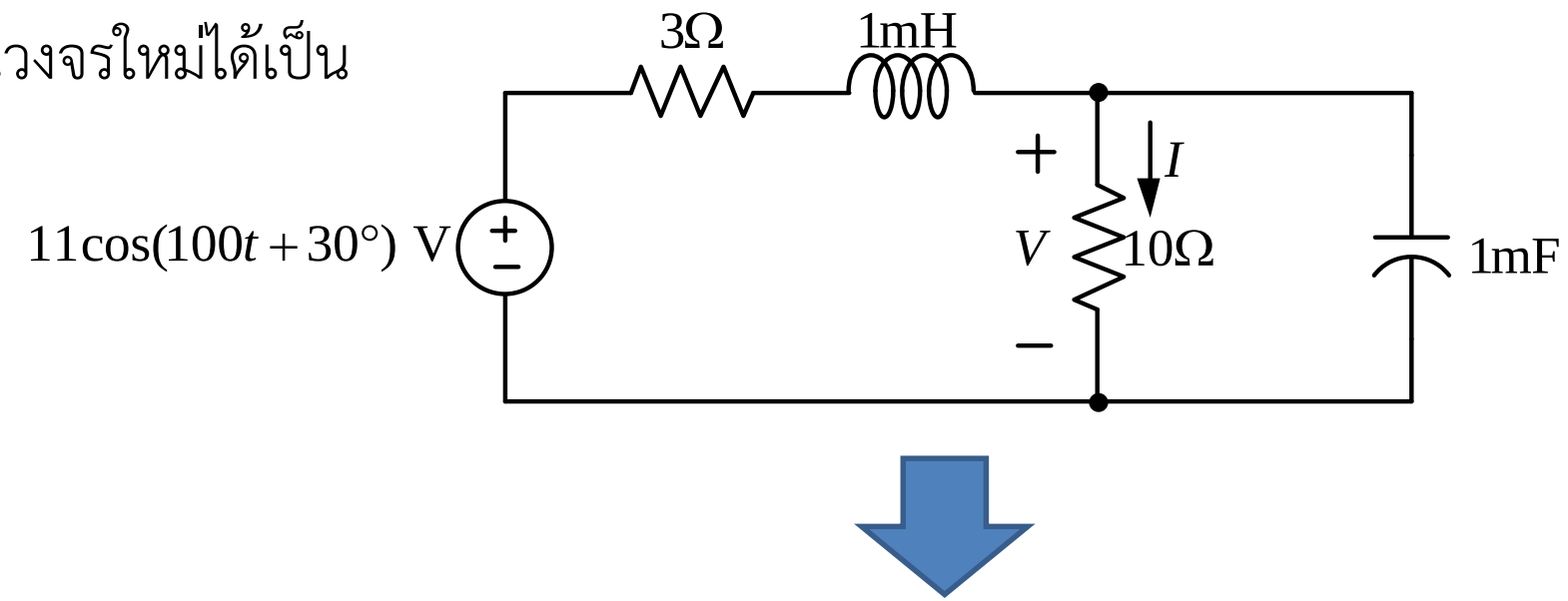
$$R = 10\ \Omega \quad \Rightarrow \quad \mathrm{Z} = 10\ \Omega$$

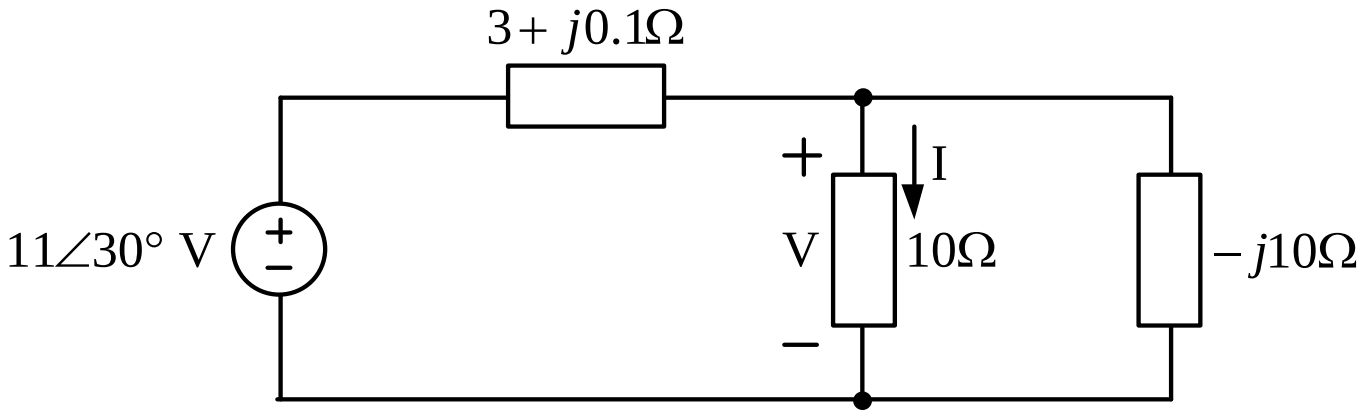
$$L = 1\ \mathrm{mH} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{Z} = j\omega L = j(100)(1\times10^{-3}) = j0.1\ \Omega$$

$$C = 1\ \mathrm{mF} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{Z} = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{(100)(1\times10^{-3})} = -j10\ \Omega$$

ตัวอย่างที่ 3 (ต่อ)

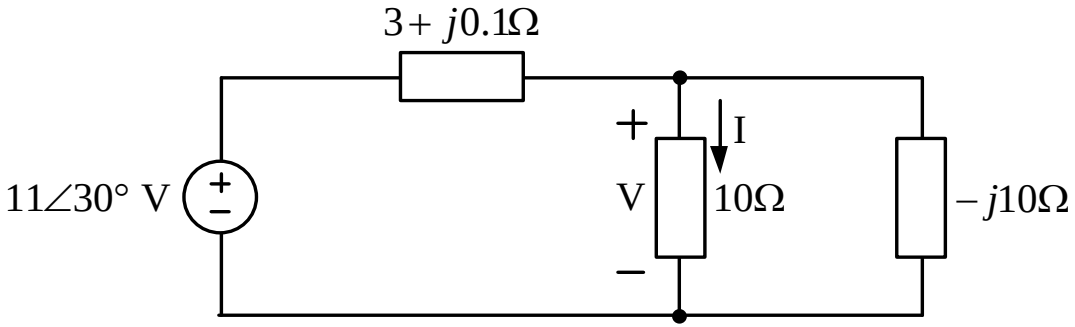
เขียนวงจรใหม่ได้เป็น





ตัวอย่างที่ 3 (ต่อ)

คำนวณหาค่าแรงดันไฟฟ้าที่โหลด 10Ω โดยการแบ่งแรงดันจะได้ว่า



$$V = \frac{(10 \,//\, -j10)}{(3+j0.1)+(10 \,//\, -j10)} \times 11\angle 30^\circ$$

$$= \frac{(5-j5)}{(3+j0.1)+(5-j5)} \times 11\angle 30^\circ$$

$$= \frac{(5-j5)}{(8+j4.9)} \times 11\angle 30^\circ$$

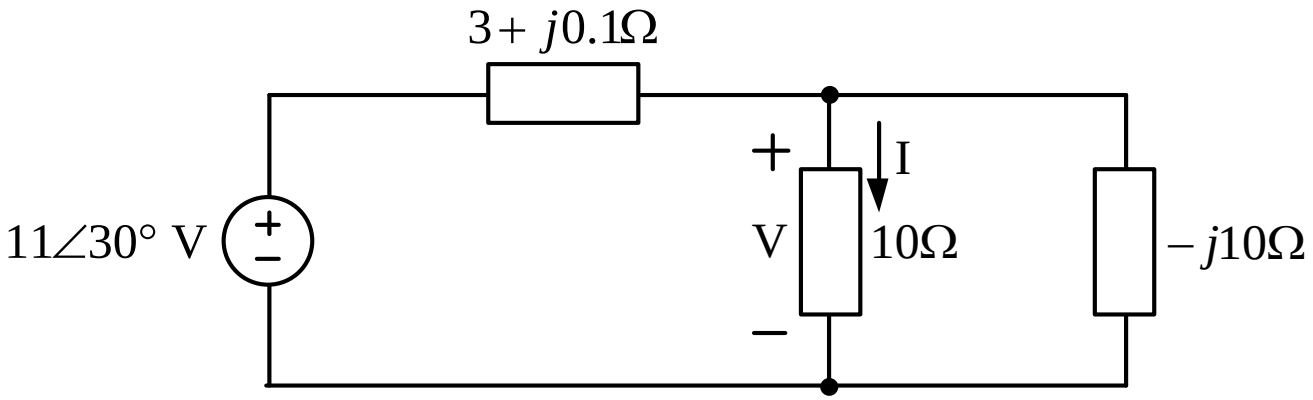
$$= \frac{7.07\angle -45^\circ}{9.38\angle -31.49^\circ} \times 11\angle 30^\circ$$

$$= 8.29\angle 16.49^\circ \text{ V} \quad \Rightarrow \quad V = 8.29\cos(100t + 16.49^\circ) \text{ V}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 (ต่อ)

คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่โหลด 10Ω โดยอาศัยกฎของโอห์มจะได้ว่า



$$I = \frac{V}{Z} = \frac{8.29\angle 16.49^\circ}{10} = \frac{8.29\angle 16.49^\circ}{10\angle 16.49^\circ}$$

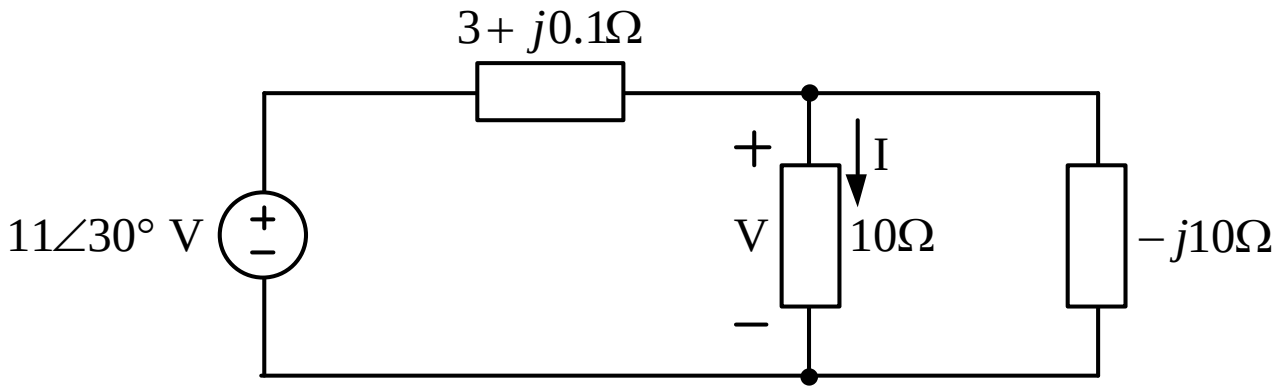
$$= 0.829\angle 16.49^\circ \text{ V} \quad \Rightarrow \quad I = 0.829\cos(100t + 16.49^\circ) \text{ A}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 (ต่อ)

คำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าเชิงซ้อนที่ตำแหน่งโหลด 10Ω

$$v = 8.29\cos(100t + 16.49^\circ)\ \text{V} \qquad i = 0.829\cos(100t + 16.49^\circ)\ \text{A}$$



$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\mathbf{V}\mathbf{I}^*$$

$$= \frac{1}{2}(8.29\angle 16.49^\circ)(0.829\angle -16.49^\circ)$$

$$= 3.44\angle 0^\circ\ \text{VA} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{S} = 3.44 + j0\ \text{VA}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 (ต่อ)

คำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ย กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ ที่ตำแหน่งโหลด 10Ω

$$\mathrm{S} = 3.44 + j0 \text{ VA} \quad \Longleftrightarrow \quad \mathrm{S} = P + jQ \text{ VA}$$

ค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ยที่ตำแหน่งโหลด 10Ω

$$\mathrm{P} = 3.44 \ \ Watt$$ **ตอบ**

ค่ากำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟที่ตำแหน่งโหลด 10Ω

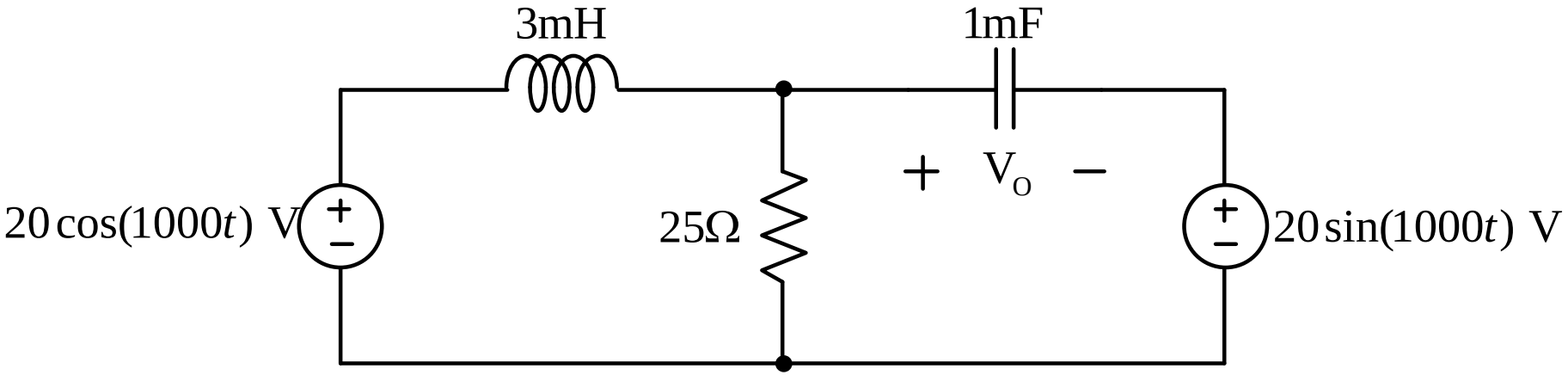
$$Q = 0 \text{ Var}$$ **ตอบ**

ค่าตัวประกอบกำลังที่ตำแหน่งโหลด 10Ω

$$pf = \frac{P}{S} = \frac{3.44}{3.44} = 1$$ **ตอบ**

โจทย์ปัญหา

วงจรไฟฟ้ากระแสสลับดังรูป จงคำนวณหาค่าต่อไปนี้ [กำหนดให้ใช้ทฤษฎีการวางซ้อน (superposition) เท่านั้น]

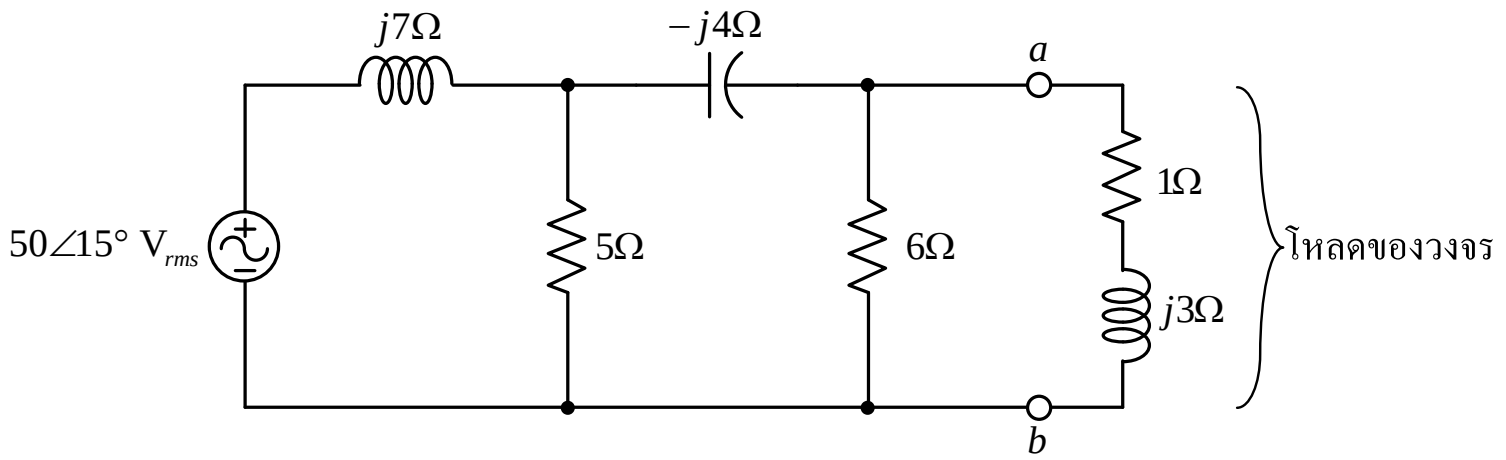


1). คำนวณหาค่า V_0 ($V_O = 13.37\angle 52.92°$ V)

2). คำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ย กำลังไฟฟ้าปรากฏ กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ ค่ากำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน และค่าตัวประกอบกำลัง ที่โหลดตัวเก็บประจุ

การบ้านครั้งที่ 2

1) จากวงจรต่อไปนี้ จงหากระแสโหลดโดยใช้ทฤษฎีบทของเทวินิน เมื่อพิจารณาที่ขั้วต่อ a-b



2) จากรูปวงจรที่กำหนดให้ จงหากำลังไฟฟ้าจริง กำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟ กำลังไฟฟ้าปรากฏ กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อนและค่าตัวประกอบกำลังของโหลด เมื่อโหลดคือ ตัวต้านทาน 4 Ω ต่ออนุกรมกับตัวเก็บประจุ 0.1 mF