คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ....................

เลขที่....................

ข้อสอบรายวิชา.................... รหัสวิชา....................

ชื่อ.................... รหัสประจำตัว.................... หมู่เรียน....................

สอบวันที่.......... เดือน.................... พ.ศ. ....

$\boxed{1}$ ในการวัดกระแสไฟฟ้าในขดลวดชิ้นหนึ่งมีการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ย 10 mA (มิลลิแอมป์) และค่าความแปรปรวน 4 mA^2 จงหาค่าความน่าจะเป็นที่จะวัดกระแสไฟฟ้าได้ ดังนี้

1.1) หาความน่าจะเป็นที่จะวัดกระแสไฟฟ้าได้มากกว่า 11 mA

1.2) หาความน่าจะเป็นที่จะวัดกระแสไฟฟ้าได้อยู่ระหว่าง 8.5 mA ถึง 11.5 mA

Sol^n X = กระแสไฟฟ้าที่วัดได้

1.1) $P(x>11) = ?$

โจทย์กำหนดให้ $\mu = 10$ mA, $\sigma^2 = 4$ mA^2

และมีการแจกแจงของตัวแปรสุ่มเป็นแบบปกติ ใช้สูตรเปลี่ยนเป็นตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐาน (Z)

$$Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma}$$

หาความน่าจะเป็นที่วัดกระแสไฟฟ้าได้มากกว่า 11 mA ดัง

$$P(\bar{x}>11) = P\left(\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma} > \frac{\bar{x}-10}{2}\right)$$

$$= P\left(Z > \frac{11-10}{2}\right) = P(Z>0.5)$$

$$= 1-P(Z \le 0.5) = 1 - 0.691462$$

$$\therefore P(\bar{x}>11) = 0.3085 \quad \#$$

1.2) ความน่าจะเป็นที่วัดกระแสไฟฟ้าได้อยู่ระหว่าง 8.5 mA ถึง 11.5 mA ดัง

$P(8.5<\bar{x}<11.5)$

$$= P\left(\frac{8.5-10}{2} < \frac{x-\mu}{\sigma} < \frac{11.5-10}{2}\right)$$

$$= P(-0.75 < Z < 0.75)$$

$$= P(Z<0.7) - P(Z > -0.75)$$

$$= 0.773373 - [1-0.773373]$$

$$= 0.546746 \quad \#$$

ข้อสอบรายวิชา...**รหัสวิชา**..

ชื่อ...**รหัสประจำตัว**.......................................**หมู่เรียน**.......................

สอบวันที่.......................**เดือน**.......................................**พ.ศ.**........................

2 โรงงาน A ผลิตหลอดภาพที่มีอายุการใช้งานโดยเฉลี่ย 6.5 ปี และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.9 ปี
โรงงาน B ผลิตหลอดภาพที่มีอายุการใช้งานโดยเฉลี่ย 6.0 ปี ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.8 ปี
จงหาความน่าจะเป็นที่ตัวอย่างสุ่ม ของหลอดภาพจำนวน 36 หลอด ซึ่งผลิตโดย
โรงงาน A จะมีอายุการใช้งานโดยเฉลี่ย มากกว่า อายุการใช้งานโดยเฉลี่ยของหลอดภาพ
จากโรงงาน B อยู่อย่างน้อย 1 ปี ที่สุ่มมาจำนวน 49 หลอด

Sol^n เป็นการแจกแจงค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง สองชุด
โดยโจทย์กำหนดให้

$\mu_A = 6.5$ $\qquad\qquad$ $\mu_B = 6.0$

$\sigma_A = 0.9$ $\qquad\qquad$ $\sigma_B = 0.8$

$n_A = 36$ $\qquad\qquad$ $n_B = 49$

เป็นการแจกแจงตัวแปรสุ่มปกติ (Normal Distribution) เนื่องจาก $n > 30$
สูตรแปลงตัวแปรสุ่ม $x \Rightarrow z$

$$Z = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}}$$

จากโจทย์ให้หาค่า $P[(\bar{x}_A - \bar{x}_B) \geq 1]$ $\quad\therefore$ อย่างน้อย $\bar{x}_A - \bar{x}_B = 1$

$$Z = \frac{1 - (6.5 - 6.0)}{\sqrt{\frac{0.9^2}{36} + \frac{0.8^2}{49}}} = \frac{1 - 0.5}{\sqrt{\frac{0.81}{36} + \frac{0.64}{49}}} = \frac{0.5}{\sqrt{0.0355}}$$

$$Z = \frac{0.5}{0.189} = 2.65$$

$$\begin{aligned}\therefore P[(\bar{x}_A - \bar{x}_B) \geq 1] &= P(Z \geq 2.65) \\ &= 1 - P(Z < 2.65) \\ &= 1 - 0.995975 \\ &= 0.004025 \quad \#\end{aligned}$$

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เลขที่..........

ข้อสอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ.......... รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

3. โรงงานผลิตหลอดไฟ พบว่าหลอดไฟมีอายุการใช้งานได้นานโดยเฉลี่ย 500 ชั่วโมง ในทุกๆ เดือนจะมีการทดสอบโดยสุ่มหลอดไฟ 25 หลอด จงหาค่าความน่าจะเป็นที่ตัวอย่างที่สุ่มมาแต่ละหนึ่งมีค่าเฉลี่ยอายุการใช้งานจากตัวอย่างมากกว่า 518 ชั่วโมง โดยที่ตัวอย่างนี้มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 40 ชั่วโมง

Sol จากโจทย์ $\mu = 500$ ชั่วโมง

$\sigma = ?$

$n = 25$

$s = 40$ ชั่วโมง

เป็นการแจกแจงค่าเฉลี่ยของตัวอย่างชุดเดียว กรณีไม่ทราบค่าความแปรปรวน ให้ใช้ t-distribution สูตร

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{518 - 500}{40/\sqrt{25}}$$

$$\therefore t = \frac{18}{8} = 2.25$$

โดยองศาเสรี $= n-1 = 25-1 = 24$

$$P(\bar{x} > 518) = P(t > 2.25)$$

จากตาราง t-distribution พบว่า

$$A \quad t_{0.025,24} = 2.064 \quad D$$
$$B \quad t_{\alpha,24} = 2.25 \quad E$$
$$C \quad t_{0.01,24} = 2.492 \quad F$$

ใช้การประมาณค่าเชิงเส้น

$$B = C + (A - C)\cdot\left(\frac{E-D}{F-D}\right)$$

$$= 0.01 + (0.015)(0.4345)$$

$$= 0.0165 \approx 0.02$$

$$\therefore P(\bar{x} > 518) = P(t > 2.25) = 0.02$$

#

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เลขที่..........

ข้อสอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ.......... รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

4 ผู้ผลิตเครื่องคอมพิวเตอร์รายหนึ่ง ได้ทำการทดลองศึกษาแรงดันไฟฟ้าในเครื่องคอมพิวเตอร์ จากข้อมูลในอดีตพบว่าแรงดันไฟฟ้าที่วัดได้มีลักษณะของการแจกแจงแบบปกติ ด้วยค่าความแปรปรวนเท่ากับ 0.0625 ผู้ผลิตรายนี้ต้องการทดสอบสมมติฐาน ซึ่งในการทดลองศึกษาดังกล่าวมีจำนวน 8 ข้อมูล โดยกำหนดให้

สมมติฐานหลัก H_0 , $\mu = 5$ โวลต์

สมมติฐานรอง H_1 , $\mu \neq 5$ โวลต์

4.1) จงหาค่าของระดับนัยสำคัญ Significant Level (α) หากพบว่าบริเวณแห่งการยอมรับสมมติฐานหลัก มีค่าเฉลี่ยตัวอย่าง ($\bar{x}$) อยู่ระหว่าง $4.85 \leq \bar{x} \leq 5.15$

Sol^n

$$Z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \quad , \quad \sigma^2 = 0.0625, \quad \sigma = 0.25$$

แปรการแจกแจงปกติ

โดยให้หาค่าความน่าจะเป็นของบริเวณของการยอมรับสมมติฐานหลัก ที่อยู่ระหว่าง

$$P(4.85 \leq \bar{x} \leq 5.15)$$

$$= P\left(\frac{4.85 - 5.0}{0.25/\sqrt{8}} \leq \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{5.15 - 5.0}{0.25/\sqrt{8}}\right)$$

$$= P(-1.69 \leq Z \leq 1.69)$$

$$= P(Z \leq 1.69) - P(Z \geq -1.69)$$

$$= 0.954486 - [1 - P(Z \leq -1.69)]$$

$$= 0.954486 - (1 - 0.054799)$$

$$= 0.954486 - 0.945201$$

$$= 0.009285 \quad \#$$

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เลขที่..........

ข้อสอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ.......... รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

---

42) จากปัญหาดังกล่าวข้างต้น กำหนดให้ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 จงตรวจสอบสมมติฐานข้อต้นว่าเป็นจริงหรือไม่ ถ้าค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง ($\bar{x}$) เท่ากับ 5.30

Sol^n

สมมติฐานหลัก H_0 ; $\mu = 5$ โวลต์

สมมติฐานรอง H_1 ; $\mu \neq 5$ โวลต์

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

สถิติที่ใช้ในการทดสอบ $Z_0 = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \dfrac{5.30 - 5.0}{0.25/\sqrt{8}}$

$Z_0 = 3.394$

เงื่อนไข Reject H_0 เมื่อ

$Z_0 > Z_{\alpha/2}$ และ $Z_0 < Z_{-\alpha/2}$

เปิดตารางแจกแจงปกติ ได้ $Z_{\alpha/2} = 1.96$, $Z_{-\alpha/2} = -1.96$

พบว่า $Z_0 = 3.394$ นั้น

$Z_0\ (3.394) > Z_{\alpha/2}\ (1.96)$

ดังนั้น จึงทำการปฏิเสธสมมติฐานหลัก (Reject H_0) และยอมรับ $H_1 : \mu \neq 5$ โวลต์ ดังนั้น ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง ($\bar{x}$) แรงดันไฟฟ้าที่วัดได้ มีค่าไม่เท่ากับ 5 โวลต์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

//

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เลขที่

ข้อสอบรายวิชา .... รหัสวิชา ....

ชื่อ .... รหัสประจำตัว .... หมู่เรียน ....

สอบวันที่ .... เดือน .... พ.ศ. ....

5. การพัฒนาผลิตภัณฑ์สีเพื่อหาระยะเวลาในการแห้งที่เร็วที่สุด โดยมีสีสูตรผสม 2 สูตร ในการทดสอบ จากข้อมูลเดิมที่มีอยู่ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาในการแห้งคือ 8 นาที และในการทดสอบชิ้นงาน 10 ชิ้น ถูกทาด้วยสีสูตรที่ 1 และอีก 10 ชิ้นถูกทาด้วยสีสูตรที่ 2 ด้วยวิธีการทดสอบทาสีแบบสุ่ม พบว่า เวลาในการแห้งของสีสูตรที่ 1 คือ 121 ($\bar{x}_1$) และเวลาเฉลี่ยในการแห้งของสีสูตรที่ 2 คือ 112 ($\bar{x}_2$) จงสรุปผลการทดสอบการเพิ่มประสิทธิภาพของสูตรใหม่ (สูตรที่ 2) โดยกำหนดให้ระดับนัยสำคัญ (α) เท่ากับ 0.05

Sol ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐานของปัญหามีดังนี้

1. พารามิเตอร์ที่สนใจคือ ค่าความแตกต่างของเวลาในการแห้ง $(\mu_1-\mu_2)=0$
หรือ $\Delta_0 = 0$ จะได้

สมมติฐานหลัก $H_0;\ \mu_1-\mu_2=0$; $\mu_1=\mu_2$

สมมติฐานรอง $H_1;\ \mu_1>\mu_2$ (เราจะต้องปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_1 เพื่อพิสูจน์ว่าสูตรที่ 2 ใช้เวลาแห้งไวกว่า)

2. $\alpha = 0.05$

3. สถิติที่ใช้ทดสอบคือ $$Z_0 = \frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2) \pm 0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

โดย $\sigma^2 = 8^2$; $n_1=n_2=10$

$$Z_0 = \frac{(121-112)-0}{\sqrt{\frac{8^2}{10}+\frac{8^2}{10}}} = \frac{9}{\sqrt{6.4+6.4}} = 2.52$$

4. เงื่อนไขของการปฏิเสธสมมติฐานหลัก เป็นการทดสอบหางเดียวด้านบน Upper

Reject H_0 เมื่อ $Z_0 > Z_\alpha$

$Z_0 = 2.52$

เปิดตาราง $Z_\alpha = 1.645\ (Z_{0.05})$

ดังนั้น $Z_0 > Z_\alpha \Rightarrow Z_0(2.52) > Z_\alpha(1.645)$

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..........

เลขที่..........

ข้อสอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ.......... รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

$Z_0\ (2.52) > 1.645\ (Z_{0.05})$

ดังนั้น ปฏิเสธสมมติฐานหลัก (Reject H_0 แล้วยอมรับ H_1 คือ $\mu_1 > \mu_2$)
ที่ระดับนัยสำคัญ ที่ 0.05 และสรุปได้ว่า สูตรที่ 2 (ใหม่) ใช้ระยะเวลาแห้วไวกว่า สูตรที่ 1
ด้วยความเชื่อมั่น 95 %

#

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ

เลขที่

ข้อสอบรายวิชา รหัสวิชา

ชื่อ ผ. ผดิศร แก้วภักดี รหัสประจำตัว หมู่เรียน

สอบวันที่ เดือน พ.ศ.

6 ตัวเร่งปฏิกิริยา 2 ยี่ห้อ ได้ถูกวิเคราะห์เพื่อหาว่ามีผลต่อค่าผลลัพธ์ในปฏิกิริยาเคมีหรือไม่ โดยตัวเร่งที่ 1 เป็นตัวเร่งที่ใช้อยู่ ณ. ปัจจุบัน และตัวเร่งที่ 2 เป็นที่ยอมรับและมีราคาถูก แต่ต้องทดสอบก่อนว่าไม่มีผลกระทบต่อการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการทางเคมีที่มีอยู่ เพื่อศึกษาความแตกต่างกันของตัวเร่งทั้งสองชนิด วิศวกรเคมีได้หาเปอร์เซ็นต์ผลลัพธ์ที่ได้จากกระบวนการดังตารางต่อไปนี้

ตัวอย่างที่	ตัวเร่งที่ 1	ตัวเร่งที่ 2
1	91.5	89.19
2	94.18	90.95
3	92.18	90.46
4	95.39	93.21
5	91.79	97.19
6	89.07	97.04
7	94.72	91.07
8	89.21	92.75
	$\bar{x}_1 = 92.255$	$\bar{x}_2 = 92.733$
	$S_1 = 2.39$	$S_2 = 2.98$

จงพิสูจน์ว่ามีความแตกต่างระหว่างผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นหรือไม่ ที่กำหนดให้ ระดับนัยสำคัญที่ 0.05 และกำหนดให้ค่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสองชนิดมีค่าเท่ากัน

วิธีทำ

1. พารามิเตอร์ที่สนใจ เป็นความแตกต่างค่าเฉลี่ย $\mu_1 - \mu_2$
2. สมมติฐานหลัก $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ หรือ $\mu_1 = \mu_2$
   สมมติฐานรอง $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$
3. นัยสำคัญที่ 0.05 (α)
4. สถิติที่ใช้เป็น $t_0 = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \Delta_0}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

เลขที่

ข้อสอบรายวิชา รหัสวิชา

ชื่อ รหัสประจำตัว หมู่เรียน

สอบวันที่ เดือน พ.ศ.

5 ปฏิเสธสมมติฐานหลัก Reject H_0 เมื่อ $t_0 > t_{\alpha/2}$ หรือ $t_0 < t_{-\alpha/2}$

เปิดตารางจะได้ $t_0 > t_{0.025,14}(2.145)$ หรือ $t_0 < -t_{0.025,14}(-2.145)$

คำนวณ t_0 โดย

$\bar{x}_1 = 92.255$ $\bar{x}_2 = 92.733$

$s_1 = 2.39$ $s_2 = 2.98$

$n_1 = 8$ $n_2 = 8$

จาก
$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$
$$= \frac{(7)(2.39)^2 + (7)(2.98)^2}{8+8-2} = 7.30$$
$$S_p = \sqrt{7.30}$$
$$= 2.70$$

$$\therefore t_0 = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - 0}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} = \frac{(92.255 - 92.733)}{2.70\sqrt{\frac{1}{8}+\frac{1}{8}}}$$

$$t_0 = -0.35$$

สรุปผล $-2.145 < t_0 (-0.35) < 2.145$ ตกอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 ดังนั้น จึงไม่สามารถปฏิเสธ H_0 (Do not reject H_0 คือ $\mu_1 = \mu_2$) ที่ระดับนัยสำคัญที่ 0.05

ตัวเร่งปฏิกิริยาที่ 2 ทำให้ผลลัพธ์เฉลี่ยเท่ากับผลลัพธ์เฉลี่ยจากตัวเร่งปฏิกิริยาที่ 1

#

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..........

เลขที่..........

ข้อสอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ.......... รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

7.)

	ผู้เล่น	x ระยะทาง (เมตร)	y คะแนน
1.	D. Culpepper, Min	8.61	110.9
2.	D. McNabb, PHI	8.26	104.7
3.	B. Griese, TAM	7.83	97.5
4.	M. Bulger, STL	8.17	93.7
5.	B. Far, GBP	7.57	92.4

	x	y	xx	yy	xy
1.	8.61	110.9	74.13	12298.81	954.85
2.	8.26	104.7	68.23	10962.09	864.82
3.	7.83	97.5	61.31	9506.25	763.43
4.	8.17	93.7	66.75	8779.69	765.53
5.	7.57	92.4	57.30	8537.76	699.47
Sum	40.44	499.20	327.72	50084.60	4048.09

จาก $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n} = 327.72 - \frac{(40.44)^2}{5} = 0.643$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 4048.09 - \frac{(40.44)(499.20)}{5} = 10.563$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{10.563}{0.643} = 16.411$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 99.84 - (16.411)(8.088) = -32.891$$

$\therefore$ จะได้สมการเส้นตรงตัวแบบ $y = \beta_0 + \beta_1 x$

ก)

$$y = -32.891 + 16.411 x$$ #

หมายเลขข้อสอบ..........

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

เลขที่..........

ข้อสอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ.......... รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

5.2) จงหาค่าประมาณของคะแนนที่ได้ ถ้าผู้เล่นตีลูกบอลได้ไกล 7.5 เมตร

วิธีทำ จาก $y = -32.891 + 16.411x$

$$y = -32.891 + (16.411)(7.5)$$

$$y = 90.190 \text{ ——— \#}$$

5.3) กำหนดให้ $x = 7.57$ (ข้อมูลผู้เล่น B.Farve) จงประมาณค่า y จากสมการเส้นตรง 5.1 และหาค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการประมาณค่า

ประมาณค่า y จาก 5.1

$$y = -32.891 + (16.411)(7.57) = 91.339$$

คำนวณหาค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้น

$$e = y_1 - y_2 = 92.4 - 91.339$$

$$e = 1.060 \text{ ——— \#}$$