คะแนน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..........

เลขที่..........

ข้อสอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ MR. ADISORN KAEWPUKDEE รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

2.

2.1 ลำดับ $a_n = \dfrac{3n+4}{2n+1}$ ลู่เข้าหรือไม่

Sol^n

เนื่องจาก $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n+4}{2n+1}$ => ทำแทน $n \to \infty$ จะได้ $\dfrac{\infty}{\infty}$

ใช้วิธีจัดรูปใหม่จะได้

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(3n+4)/n}{(2n+1)/n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{3n}{n} + \frac{4}{n}}{\frac{2n}{n} + \frac{1}{n}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{3 + \frac{4}{n}}{2 + \frac{1}{n}}$$

$$= \frac{3 + \frac{4}{\infty}}{2 + \frac{1}{\infty}} = \frac{3+0}{2+0} = \frac{3}{2} \quad \#$$

ดังนั้นลำดับ $a_n = \left\{ \dfrac{3n+4}{2n+1} \right\}$ เป็นลำดับลู่เข้า และมีลิมิตเป็น $\dfrac{3}{2}$ #

คะแนน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ

เลขที่

ข้อสอบรายวิชา รหัสวิชา

ชื่อ MR. ADISORN KABWPUKDEE รหัสประจำตัว หมู่เรียน

สอบวันที่ เดือน พ.ศ.

2.2 อนุกรม $S_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)2^n}{n!}$ เป็นอนุกรมที่ลู่เข้าหรือไม่

ใช้วิธีทดสอบแบบอัตราส่วน Ratio Test.

Sol^n

จาก $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$; $a_n > 0$ และถ้าให้ $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = M$

แล้วถ้า $M < 1$ เป็นอนุกรมลู่เข้า

ถ้า $M > 1$ เป็นอนุกรมไม่ลู่เข้า

ถ้า $M = 1$ เป็นอนุกรมที่สรุปไม่ได้ว่าลู่เข้าหรือไม่

ทดสอบ $S_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)2^n}{n!}$ จะได้

$$a_n = \frac{(n+1)2^n}{n!} \quad \text{และ} \quad a_{n+1} = \frac{(n+2)2^{n+1}}{(n+1)!}$$

หาค่า $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+2)2^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{(n+1)2^n}$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{(n+2)2}{(n+1)(n+1)}$$

$$= 2\lim_{n\to\infty} \frac{(1+\frac{2}{n})}{(1+\frac{1}{n})(1+\frac{[illegible]}{n})} = 2\,\frac{(1+0)}{(1+0)(1+\infty)} = \frac{2(1)}{\infty} = 0$$

$\therefore \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$

ดังนั้น $M < 1$ ดังนั้นเป็นอนุกรมลู่เข้า

๔...

112

16/7

③

คะแนน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ

เลขที่

ข้อสอบรายวิชา รหัสวิชา

ชื่อ MR. ADISORN KADPUKDEE (EW) รหัสประจำตัว หมู่เรียน

สอบวันที่ เดือน พ.ศ.

2.3 แสดงพจน์ที่ a_1, a_2, a_3, และ a_4 ของลำดับ $a_n = \dfrac{4-7n^2}{n^2+3}$ เป็นลำดับที่ลู่เข้าหรือไม่ ถ้าเป็นหาลิมิตของลำดับ

วิธีทำ จาก $a_n = \dfrac{4-7n^2}{n^2+3}$

หาพจน์ที่ a_1 จะได้

$$a_1 = \frac{4-7(1)^2}{(1)^2+3} = \frac{4-7}{1+3} = \frac{-3}{4} \quad \#$$

หาพจน์ที่ a_2 จะได้

$$a_2 = \frac{4-7(2)^2}{(2)^2+3} = \frac{4-28}{4+3} = \frac{-24}{7} \quad \#$$

หาพจน์ที่ a_3 จะได้

$$a_3 = \frac{4-7(3)^2}{(3)^2+3} = \frac{4-63}{9+3} = \frac{-59}{12} \quad \#$$

หาพจน์ที่ a_4 จะได้

$$a_4 = \frac{4-7(4)^2}{(4)^2+3} = \frac{4-112}{19} = \frac{-98}{19} \quad \#$$

หา $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \dfrac{4-7n^2}{n^2+3}$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{4}{n^2}-7}{1+\frac{3}{n^2}} = \frac{\frac{4}{\infty^2}-7}{1+\frac{3}{\infty^2}} = \frac{0-7}{1+0}$$

$\therefore \lim_{n\to\infty} \dfrac{4-7n^2}{n^2+3} = -7$ ลำดับนี้ลู่เข้าที่ -7 #

คะแนน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..........

เลขที่..........

ข้อสอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ MR. ADISORN KAEWPUKDEE รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

2.4 แสดงอนุกรมสลับ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{3n}$ ว่าเป็นอนุกรมที่ลู่เข้าหรือไม่

Sol^n อนุกรมสลับลู่เข้าก็ ให้ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$

1) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ ⇒ อนุกรมสลับลู่เข้าด้วย

2.) มี $n_0 \in N$ ซึ่งทำให้ $a_{n+1} < a_n$ ทุก $n \geq n_0$

จากโจทย์ $a_n = \frac{2n+1}{3n}$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2n+1}{3n} = \lim_{n\to\infty} \frac{2+\frac{1}{n}}{3} = \frac{2+0}{3}$$

$$= \frac{2}{3} \neq 0$$

ดังนั้น

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{3n}$ เป็นอนุกรมลู่ออก #

คะแนน

หมายเลขข้อสอบ..........

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

เลขที่..........

ข้อสอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ MR ADISORN KAEWPUKDEE รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

2.5 จงทดสอบ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ ว่าลู่เข้าหรือไม่ โดยใช้การทดสอบแบบ integral Test

วิธีทำ

$$f(x) = \frac{1}{n^2+1} \quad \text{เมื่อ } n \geq 1$$

จะได้

$$f'(x) = (-1)\frac{(2x)}{(n^2+1)^2} < 0 \quad \text{ทุก } n \geq 1$$

เป็นฟังก์ชันลด และต่อเนื่องบนช่วง $[1, \infty)$; $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

$$t_n = \int_1^n f(x)\,dx \quad ; \quad n \geq 1$$

$$= \int_1^n \frac{1}{x^2+1}\,dx$$

$$= \tan^{-1}(x)\Big|_1^n$$

$$= \tan^{-1}(n) - \tan^{-1}(1)$$; เมื่อ $n \Rightarrow \infty$ จะได้

$$\therefore \lim_{n \to \infty} t_n = \tan^{-1}(\infty) - \tan^{-1}(1)$$

$$= \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$\therefore$ t_n เป็นลำดับลู่เข้า ทำให้ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ เป็นอนุกรมลู่เข้า #