



2/2557

คะแนน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ.....

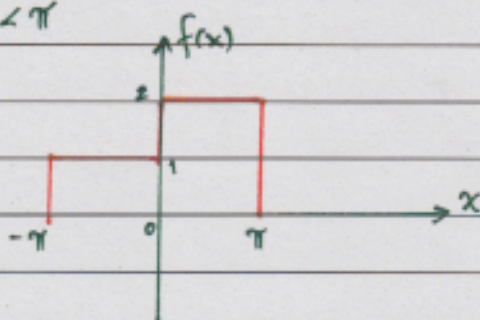
เลขที่.....

ข้อสอบรายวิชา **MATH 02** **Civil Eng.** รหัสวิชา.....ชื่อ **MR. ADISORN KASUKDEE** รหัสประจำตัว..... หมู่เรียน.....

สอบวันที่..... เดือน..... พ.ศ.....

4) อนุกรมฟูรีเยร์ของฟังก์ชันขั้นบันไดโดย

$$f(x) = \begin{cases} 1; & -\pi < x < 0 \\ 2; & 0 < x < \pi \end{cases}$$

; และฟังก์ชันมีคาบเป็น 2π ดังแสดงในรูป.Solⁿ

อนุกรมฟูรีเยร์ของฟังก์ชัน $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$

หาสัมประสิทธิ์ a_0 ได้

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^0 1 dx + \int_0^{\pi} 2 dx \right]$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[x \Big|_{-\pi}^0 + 2x \Big|_0^{\pi} \right]$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[0 - (-\pi) + 2\pi - 2(0) \right]$$

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \left[0 + \pi + 2\pi - 0 \right] = \frac{1}{2\pi} (3\pi)$$

$$\therefore a_0 = \frac{3}{2} \quad \#\#\#$$



คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ.....

เลขที่.....

คะแนน

ข้อสอบรายวิชา.....

รหัสวิชา.....

ชื่อ **MR. ADISORN KAEWPUKDEE** รหัสประจำตัว.....

หมู่เรียน.....

สอบวันที่.....

เดือน.....

พ.ศ.....

นำสมการ: สูตร a_n จ. ๒๕

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\pi}^0 1 \cos nx \, dx + \int_0^{\pi} 2 \cos nx \, dx \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{n} \sin nx \Big|_{-\pi}^0 + \frac{2}{n} \sin nx \Big|_0^{\pi} \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{n} (\sin n(0) - \sin n(-\pi)) + \frac{2}{n} (\sin n(\pi) - \sin n(0)) \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{n} (\cancel{\sin(0)} - \cancel{\sin n\pi}) + \frac{2}{n} (\cancel{\sin n\pi} - \cancel{\sin(0)}) \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{n} (0) + \frac{2}{n} (0) \right]$$

$$\therefore a_n = 0 \quad ; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$



คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ.....

เลขที่.....

คะแนน

ข้อสอบรายวิชา..... รหัสวิชา.....

ชื่อ **MR. ADISORN KAEWPUKDEE** รหัสประจำตัว..... หมู่เรียน.....

สอบวันที่..... เดือน..... พ.ศ.....

หาสัมประสิทธิ์ b_n จ:ด

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\pi}^0 1 \sin nx \, dx + \int_0^{\pi} 2 \sin nx \, dx \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\left. -\frac{1}{n} \cos nx \right|_{-\pi}^0 + \left. -\frac{2}{n} \cos nx \right|_0^{\pi} \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[-\frac{1}{n} \cos n(0) + \frac{1}{n} \cos n(-\pi) - \frac{2}{n} \cos n(\pi) + \frac{2}{n} \cos n(0) \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[-\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \frac{1}{n} (\cos n\pi - 2 \cos n\pi) \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{n} + \frac{1}{n} (-\cos n\pi) \right] = \frac{1}{n\pi} (1 - \cos n\pi)$$

$$\therefore b_n = \frac{1 - \cos n\pi}{n\pi}$$

พิจารณา เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots$ จ:ดแทน $\cos n\pi$ เป็น $(-1)^n$ จ:ด

$$b_n = \frac{1 - (-1)^n}{n\pi} \quad \text{เมื่อ } n = 1, 2, 3, \dots$$



คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ.....

เลขที่.....

คะแนน

ข้อสอบรายวิชา..... รหัสวิชา.....

ชื่อ **MR. ADISORN KAENPUKDEE** รหัสประจำตัว..... หมู่เรียน.....

สอบวันที่..... เดือน..... พ.ศ.....

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าอนุกรมฟูรีเยร์ของฟังก์ชัน $f(x)$ จึงได้ผลลัพธ์

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

นั่นคือ a_0, a_n, b_n จะได้

$$f(x) = \frac{3}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{n\pi} \sin nx$$

นี่คืออนุกรมฟูรีเยร์ของฟังก์ชัน จะได้

$$f(x) = \frac{3}{2} \left\{ \frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 5x}{5} + \dots \right\} \quad \#\#\#$$

Adisornk !!!