เฉลย MATH FINAL 1/2558 (1)

คะแนน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..........

เลขที่..........

ข้อสอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ ผ. อดิศร แก้วภักดี รหัสประจำตัว — หมู่เรียน —

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

1 จงหาค่าอินทิกรัลของฟังก์ชันต่อไปนี้

1.1 $\displaystyle\int \frac{x+4}{\sqrt{x^2+8x-3}}\,dx$

Sol^n กำหนดให้ $u = x^2+8x-3$

$$du = \frac{d(x^2+8x-3)}{dx} = (2x+8)\,dx$$

$$du = 2(x+4)\,dx$$

จากโจทย์จัดรูป จะได้

$$\int \frac{x+4}{\sqrt{x^2+8x-3}}\,dx = \int \frac{(x+4)\,dx}{(x^2+8x-3)^{1/2}}$$

$$= \int (x^2+8x-3)^{-1/2}(x+4)\,dx$$

$$= \int (x^2+8x-3)^{-1/2}\,\frac{2(x+4)\,dx}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\int (x^2+8x-3)^{-1/2}\,2(x+4)\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int (x^2+8x-3)^{-1/2}\,d(x^2+8x-3)$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{(x^2+8x-3)^{1/2}}{1/2} + c$$

$$= (x^2+8x-3)^{1/2}+c = \sqrt{x^2+8x-3} + c \quad \#$$

เฉลย MATH FINAL 1/2558 (2)

คะแนน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..........

เลขที่..........

ข้อสอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ.......... รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

1.2 $\displaystyle\int \frac{x^3-2x^2+4}{x+1}\,dx$

Sol^n จาก $\dfrac{x^3-2x^2+4}{x+1}$ จะต้องหารยาวให้ ถ้าดีกรีของเศษ มากกว่าส่วน หรือเป็นเศษเกินแท้ก่อน

$$
\begin{array}{rl}
 & x^2-3x+3 \\
(x+1) & \overline{\big)\,x^3-2x^2+4} \\
 & \underline{x^3+x^2} \quad - \\
 & -3x^2+4 \\
 & \underline{-3x^2-3x} \quad - \\
 & 3x+4 \\
 & \underline{3x+3} \quad - \\
 & \underline{\underline{1}}
\end{array}
$$

จาก $\dfrac{x^3-2x^2+4}{x+1} = (x^2-3x+3) + \dfrac{1}{(x+1)}$

$$\therefore \int \frac{x^3-2x^2+4}{x+1}\,dx = \int \left[(x^2-3x+3) + \frac{1}{x+1}\right] dx$$

$$= \int (x^2-3x+3)\,dx + \int \frac{1}{(x+1)}\,dx$$

$$= \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \ln|(x+1)| + C \quad \#$$

เฉลย MATH FINAL 1/2558 (3)

คะแนน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..........
เลขที่..........

ข้อสอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ ด. ณจิตร แก้วภักดี รหัสประจำตัว — หมู่เรียน —

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

1.3 $\int x\, 10^{(x^2-6)}\, dx$

Sol^n ใช้สูตร $\int a^u\, du = \frac{a^u}{\ln a} + c$

กำหนดให้ $u = x^2-6$

$du = d(x^2-6) = 2x\, dx$

จัดรูปจะได้

$$\int 10^{(x^2-6)} x\, dx = \int 10^{(x^2-6)} \frac{2x\, dx}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\int 10^{(x^2-6)} 2x\, dx$$

$$= \frac{1}{2}\int 10^{(x^2-6)} d(x^2-6)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{10^{(x^2-6)}}{\ln 10} + c \quad \#$$

1.4 $\int e^{2x} \cos(e^{2x})\, dx$

Sol^n ใช้สูตร $\int \cos u\, du = \sin u + c$

กำหนดให้ $u = e^{2x}$

$du = d(e^{2x}) = e^{2x}\, d(2x)$

$du = 2e^{2x}\, dx$

$$\int e^{2x} \cos(e^{2x})\, dx = \int \cos(e^{2x})\, e^{2x}\, dx = \int \cos(e^{2x}) \frac{2e^{2x}\, dx}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\int \cos(e^{2x})\, 2e^{2x}\, dx$$

$$= \frac{1}{2}\int \cos(e^{2x})\, d(e^{2x})$$

หมายเลขข้อสอบ

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

เลขที่

ข้อสอบรายวิชา รหัสวิชา

ชื่อ ด. อดิศร แก้วภักดี รหัสประจำตัว หมู่เรียน

สอบวันที่ เดือน พ.ศ.

1.5 $\int x^{2/3} \cos(x^{5/3})\,dx$

Sol^{n} ใช้สูตร $\int \cos u\,du = \sin u + c$

กำหนดให้ $u = x^{5/3}$

$du = dx^{5/3} = \frac{5}{3} x^{2/3}\,dx$

$$\int x^{2/3} \cos(x^{5/3})\,dx = \int \cos x^{(5/3)}\; x^{2/3}\,dx$$

$$= \int \cos(x^{5/3})\; \frac{\frac{5}{3} x^{2/3}\,dx}{5/3}$$

$$= \frac{3}{5} \int \cos(x^{5/3})\; \frac{5}{3} x^{2/3}\,dx$$

$$= \frac{3}{5} \int \cos(x^{5/3})\; d(x^{5/3})$$

$$= \frac{3}{5} \sin(x^{5/3}) + c \quad \#$$

1.6 $\int \sin(8x-3)\,dx$

Sol^{n} ใช้สูตร $\int \sin u\,du = -\cos u + c$

$u = 8x - 3$

$du = d(8x-3) = 8\,dx$

$$\int \sin(8x-3)\,dx = \int \sin(8x-3)\; \frac{8\,dx}{8}$$

$$= \frac{1}{8} \int \sin(8x-3)\; 8\,dx$$

$$= \frac{1}{8} \int \sin(8x-3)\; d(8x-3)$$

$$= -\frac{1}{8} \cos(8x-3) + c \quad \#$$

FINAL 1/2556

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..................

เลขที่..................

สอบรายวิชา.. รหัสวิชา..................

ชื่อ.. รหัสประจำตัว.................. หมู่เรียน..................

สอบวันที่.................. เดือน.................................... พ.ศ. ....

2 จงหาค่าอินทิเกรตของฟังก์ชันต่อไปนี้ โดยใช้เทคนิคการอินทิเกรต

2.1 $\displaystyle\int \frac{x^2+1}{x^3+2x^2+x}\,dx$

Sol ใช้เทคนิคการอินทิเกรตแยกเศษส่วนย่อย โดย

จัดรูป $\displaystyle \frac{x^2+1}{x^3+2x^2+x} = \frac{x^2+1}{x(x^2+2x+1)} = \frac{x^2+1}{x(x+1)(x+1)} = \frac{x^2+1}{x(x+1)^2}$

$$\frac{x^2+1}{x(x+1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x+1)} + \frac{C}{(x+1)^2}$$

$$x^2+1 = A(x+1)^2 + Bx(x+1) + Cx$$

$$x^2+1 = A(x^2+2x+1) + B(x^2+x) + Cx$$

$$x^2+1 = Ax^2+2Ax+A+Bx^2+Bx+Cx$$

เทียบ สป.ส.

$$x^2 = Ax^2 + Bx^2$$

$$\therefore\ A+B = 1 \quad \text{———} \quad ①$$

$$0 = 2Ax + Bx + Cx$$

$$2A+B+C = 0 \quad \text{———} \quad ②$$

$$1 = A \quad \text{———} \quad ③ \qquad \#$$

แทน $A=1$ ใน ① จะได้ $1+B=1$

$$\therefore B = 0 \qquad \#$$

แทน $A=1$, $B=0$ ใน ② จะได้ $2(1)+0+C=0$

$$\therefore C = -2 \qquad \#$$

$$\frac{x^2+1}{x(x+1)^2} = \frac{1}{x} + \frac{0}{(x+1)} + \frac{(-2)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{1}{x} - \frac{2}{(x+1)^2}$$

$$\int \frac{x^2+1}{x^3+2x^2+x}\,dx = \int\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{(x+1)^2}\right)dx$$

$$= \int \frac{1}{x}\,dx - \int \frac{2}{(x+1)^2}\,dx$$

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..........

เลขที่..........

สอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ.......... รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

$$\int \frac{x^2+1}{x^3+2x^2+x}\,dx = \int \frac{1}{x}\,dx - \int \frac{2}{(x+1)^2}\,dx$$

$$= \ln|x| - 2\int (x+1)^{-2}\,dx$$

$$= \ln|x| - 2\,\frac{(x+1)^{-1}}{-1} + C$$

$$= \ln|x| + \frac{2}{(x+1)} + C \quad \#$$

2.2 $\int e^{2x} \cos 3x \, dx$

วิธีทำ ใช้วิธีเทคนิคการอินทิเกรตทีละส่วน by part. ด้วยวิธีลัดจะได้

กำหนดให้

u		dv
e^{2x}	$\oplus$	$\cos 3x$
$2e^{2x}$	$\ominus$	$\frac{1}{3}\sin 3x$
$4e^{2x}$		$-\frac{1}{9}\cos 3x$
	$\oplus \cdot \int$	

$$\int e^{2x}\cdot \cos 3x\,dx = \frac{1}{3}e^{2x}\sin 3x + \frac{2}{9}e^{2x}\cos 3x - \frac{4}{9}\int e^{2x}\cos 3x\,dx$$

$$\left(1+\frac{4}{9}\right)\int e^{2x}\cos 3x\,dx = \frac{1}{3}e^{2x}\sin 3x + \frac{2}{9}e^{2x}\cos 3x$$

$$\frac{13}{9}\int e^{2x}\cos 3x\,dx = \frac{1}{3}e^{2x}\sin 3x + \frac{2}{9}e^{2x}\cos 3x$$

$$\therefore \int e^{2x}\cos 3x\,dx = \frac{9}{13}\left[\frac{1}{3}e^{2x}\sin 3x + \frac{2}{9}e^{2x}\cos 3x\right] + C$$

$$= \frac{3}{13}e^{2x}\sin 3x + \frac{2}{13}e^{2x}\cos 3x + C \quad \#$$

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..................

เลขที่..................

ชื่อรายวิชา.. รหัสวิชา..................

ชื่อ.. รหัสประจำตัว.................. หมู่เรียน..................

สอบวันที่.................. เดือน.................. พ.ศ. ....

2.3 $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2\sqrt{4x^2-9}}$

Sol[n] ใช้วิธีเทคนิคอินทิเกรตการแทนค่าตรีโกณมิติ อยู่ในรูป $\sqrt{u^2-a^2}$

สมมติให้ $u = 2x$ และ $a = 3$

จาก $\sqrt{u^2-a^2}$ สมมติให้ $u = a\sec\theta$ แทนค่า $u=2x$ และ $a=3$ จะได้

$$2x = 3\sec\theta$$

$$x = \frac{3}{2}\sec\theta$$

และหา x^2 ; จะได้ $x^2 = \left(\frac{3}{2}\sec\theta\right)^2 = \frac{9}{4}\sec^2\theta$

และหา dx ; จะได้ $dx = d\left(\frac{3}{2}\sec\theta\right) = \frac{3}{2}d(\sec\theta) = \frac{3}{2}\sec\theta.\tan\theta\, d\theta$

และ $\sqrt{u^2-a^2} = \sqrt{(a\sec\theta)^2-a^2} = \sqrt{a^2\sec^2\theta-a^2}$

$$= \sqrt{a^2(\sec^2\theta-1)} = \sqrt{a^2\tan^2\theta} = \sqrt{(a\tan\theta)^2} = a\tan\theta$$

$$= 3\tan\theta$$

แทนค่าตรีโกณมิติ

$$\int\frac{dx}{x^2\sqrt{4x^2-9}} = \int\frac{\frac{3}{2}\sec\theta.\tan\theta\,d\theta}{\frac{9}{4}\sec^2\theta.\,3\tan\theta}$$

$$= \frac{2}{9}\int\frac{1}{\sec\theta}\,d\theta$$

$$= \frac{2}{9}\int\cos\theta\,d\theta$$

$$= \frac{2}{9}\sin\theta + c$$

จึงแทนค่าตัวแปรกลับ จะได้

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ ....

เลขที่ ....

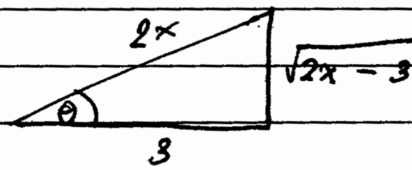
สอบรายวิชา .... รหัสวิชา ....

ชื่อ .... รหัสประจำตัว .... หมู่เรียน ....

สอบวันที่ .... เดือน .... พ.ศ. ....

จาก $x = \frac{3}{2}\sec\theta$

$$x = \frac{3}{2}\frac{1}{\cos\theta}$$



$$\cos\theta = \frac{3}{2x}$$

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{(2x)^2 - 3^2}}{2x} = \frac{\sqrt{4x-9}}{2x}$$

$$\therefore \int \frac{dx}{x^2\sqrt{4x^2-9}} = \frac{2}{9}\sin\theta + c$$

$$= \frac{2}{9}\frac{\sqrt{4x-9}}{2x} + c$$

$$= \frac{\sqrt{4x-9}}{9x} + c \quad \#$$

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..........
เลขที่..........

รายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ.......... รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

---

24 $\displaystyle\int \frac{dx}{1+x^{2/3}}$

Sol^{n} ฟังก์ชันมีตัวแปรยกกำลังเป็นเศษส่วน คือ $x^{2/3}$ ใช้เทคนิคการอินทิเกรต โดยการเปลี่ยนตัวแปร สมมติให้ $x = z^n$ โดย n คือ ค.ร.น. ของ $2/3$ คือ 3

$$x = z^3$$

หา dx ; $\quad dx = d(z^3) = 3z^2\,dz$

แทนค่าจะได้

$$\int \frac{dx}{1+x^{2/3}} = \int \frac{3z^2\,dz}{1+(z^3)^{2/3}}$$

$$= \int \frac{3z^2\,dz}{1+z^2} = 3\int \frac{z^2}{1+z^2}\,dz$$

หารยาว

$$\begin{array}{r|l} 1 & \\ \boxed{z^2} & 1+z^2 \\ -\;z^2+1 & \\ \hline -1 & \end{array}$$

จะได้ $\dfrac{z^2}{z^2+1} = 1 - \dfrac{1}{z^2+1}$

$$= 3\int \left(1 - \frac{1}{z^2+1}\right) dz$$

$$= 3\int 1\,dz - 3\int \frac{1}{z^2+1}\,dz$$

$$= 3z - 3\tan^{-1} z + C$$

แทนค่าตัวแปรกลับ จาก $x = z^3$
$z = x^{1/3}$

$$= 3x^{1/3} - 3\tan^{-1}(x^{1/3}) + C \quad \neq$$

MATH FINAL 1/2558

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..........

เลขที่..........

รายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ ด. [illegible] แก้วภักดิ์ รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

5 กำหนดให้ $y = \ln(1-x^2)$, $x = \sin(2t)$ และ $t = 2\theta + 5$ จงหา $\frac{dy}{d\theta}$ โดยใช้กฎลูกโซ่

Sol^n

หา $\frac{dy}{d\theta} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{d\theta}$

จาก $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \ln(1-x^2) = \frac{1}{1-x^2} \frac{d(1-x^2)}{dx}$

$= \frac{1}{1-x^2}(-2x) = \frac{-2x}{1-x^2}$

หา $\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \sin(2t) = \cos(2t) \frac{d(2t)}{dt}$

$= \cos(2t) \cdot 2 = 2\cos(2t)$

หา $\frac{dt}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}(2\theta+5) = 2$

$\therefore \frac{dy}{d\theta} = \left(\frac{-2x}{1-x^2}\right) \cdot (2\cos 2t) \cdot (2)$

$= \frac{-2x}{1-x^2} \; 4\cos(2t)$

แทน $x = \sin 2t$;

$= \frac{-2(\sin 2t)}{1-(\sin 2t)^2} \; 4\cos(2t) = \frac{-8 \sin 2t \cdot \cos 2t}{1-\sin^2 2t}$

$= \frac{-8 \sin 2t \cdot \cos 2t}{\cos^2 2t} = \frac{-8 \sin 2t}{\cos 2t}$

แทน $t = 2\theta + 5$; $= -8 \tan 2t = -8 \tan 2(2\theta+5)$

$\frac{dy}{d\theta} = -8 \tan(4\theta + 10)$ #

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ ....

เลขที่ ....

ภาควิชา .... รหัสวิชา ....

ชื่อ .... รหัสประจำตัว .... หมู่เรียน ....

สอบวันที่ .... เดือน .... พ.ศ. ....

4 จงหาค่า $\int \sin^4 x \, dx$ โดยใช้สูตรลดทอน

$\underline{\underline{Sol}}^n$

สูตรลดทอน $\int \sin^n x \, dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} u \cos u + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} u \, du$

$\int \sin^4 x \, dx$

$$= -\frac{1}{4} \sin^3 x \cos x + \frac{3}{4} \int \sin^2 x \, dx$$

$$= -\frac{1}{4} \sin^3 x \cos x + \frac{3}{4} \left[-\frac{1}{2} \sin x \cos x + \frac{1}{2} \int \sin^0 x \, dx \right]$$

$$= -\frac{1}{4} \sin x \cos x + \frac{3}{4} \left[-\frac{1}{2} \sin x \cos x + \frac{1}{2} \int 1 \, dx \right]$$

$$= -\frac{1}{4} \sin x \cos x - \frac{3}{8} \sin x \cos x + \frac{3}{8} x + C \quad \#$$

5 กำหนดให้ $x + xy + y^2 = 7$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ ที่จุด $(1,2)$ โดยวิธีการหาอนุพันธ์ไม่ตรงแบบ

$\underline{\underline{Sol}}^n$ จากโจทย์ $x + xy + y^2 = 7$

หาอนุพันธ์ทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{d}{dx}(x + xy + y^2) = \frac{d}{dx} 7$$

$$\frac{dx}{dx} + \frac{d}{dx}(xy) + \frac{d}{dx} y^2 = 0$$

$$\frac{dx}{dx} + x\frac{dy}{dx} + y\frac{dx}{dx} + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dx}{dx} + y\frac{dx}{dx} + x\frac{dy}{dx} + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$(1+y)\frac{dx}{dx} + (x+2y)\frac{dy}{dx} = 0$$

$$(x+2y)\frac{dy}{dx} = -(1+y)$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-(1+y)}{(x+2y)}$$

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..........

เลขที่..........

รายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ.......... รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

(5) ต่อ

จาก $\frac{dy}{dx} = -\frac{(1+y)}{x+2y}$

จะหา $\frac{dy}{dx}$ ที่จุด $(1,2)$ โดยแทนค่า $x=1$, และ $y=2$ จะได้

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{(1+2)}{1+2(2)} = -\frac{3}{5} \quad \#$$

$\boxed{6}$ จงหาค่าอินทิกรัลจำกัดเขตต่อไปนี้

6.1 จงหาค่า $\int_0^{\pi/3} x^2 \sin(3x)\, dx$

Sol^n. ใช้เทคนิคการอินทิเกรตแบบ by part วิธีลัด

u	dv
x^2	$\sin 3x$
$2x$ (+)	$-\frac{1}{3}\cos 3x$
2 (−)	$-\frac{1}{9}\sin 3x$
0 (+)	$\frac{1}{27}\cos 3x$

$$\int_0^{\pi/3} x^2 \sin 3x\, dx = \left(-\frac{1}{3}x^2\cos 3x + \frac{2x}{9}\sin 3x + \frac{2}{27}\cos 3x\right)\Big|_0^{\pi/3}$$

$$= -\frac{1}{3}\left(\frac{\pi}{3}\right)^2\cos\frac{3\pi}{3} + \frac{2}{9}\cdot\frac{\pi}{3}\sin 3\left(\frac{\pi}{3}\right) + \frac{2}{27}\left[\cos 3\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos 3(0)\right]$$

$$= -\frac{\pi^2}{27}\cos(\pi) + \frac{2\pi}{27}\cancel{\sin(\pi)}^{\,0} + \frac{2}{27}\cos(\pi) - \frac{2}{27}\cos(0)$$

$$= -\frac{\pi^2}{27}(-1) + \frac{2}{27}(-1) - \frac{2}{27}(1)$$

$$= \frac{\pi^2}{27} - \frac{2}{27} - \frac{2}{27} = \frac{1}{27}(\pi^2 - 4) \quad \#$$

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ ______ เลขที่ ______

รายวิชา ______ รหัสวิชา ______

______ รหัสประจำตัว ______ หมู่เรียน ______

สอบวันที่ 23 เดือน ______ พ.ศ. ______

6.2 $\int_0^2 (x^3+2x-3)\,dx$

Sol^n

$$\int_0^2 (x^3+2x-3)\,dx = \int_0^2 x^3\,dx + \int_0^2 2x\,dx - \int_0^2 3\,dx$$

$$= \left.\frac{x^4}{4}\right|_0^2 + \left.\frac{\cancel{2}x^2}{\cancel{2}}\right|_0^2 - \left.3x\right|_0^2$$

$$= \frac{(2-0)^4}{4} + (2-0)^2 - 3(2-0)$$

$$= \frac{16}{4} + 4 - 6 = \frac{16}{4} - 2$$

$$= \frac{16-8}{4} = \frac{8}{4} = 2 \quad \#$$

6.3 $\int_0^{\sqrt{\pi}} 5x\cos(x^2)\,dx$

Sol^n

$$\boxed{\begin{aligned} u &= x^2 \\ du &= d\,x^2 = 2x\,dx \end{aligned}}$$

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} 5x\cos(x^2)\,dx = 5\int_0^{\sqrt{\pi}} \cos(x^2)\,x\,dx = 5\int_0^{\sqrt{\pi}} \cos(x^2)\,\frac{2x\,dx}{2}$$

$$= \frac{5}{2}\int_0^{\sqrt{\pi}} \cos(x^2)\,2x\,dx = \frac{5}{2}\int_0^{\sqrt{\pi}} \cos(x^2)\,d(x^2)$$

$$= \left.\frac{5}{2}\sin x^2\right|_0^{\sqrt{\pi}}$$

$$= \frac{5}{2}\sin(\sqrt{\pi}-0)^2 = \frac{5}{2}\sin(\sqrt{\pi})^2$$

$$= \frac{5}{2}\sin\pi = \frac{5}{2}(0) = 0 \quad \#$$

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..................
เลขที่..................

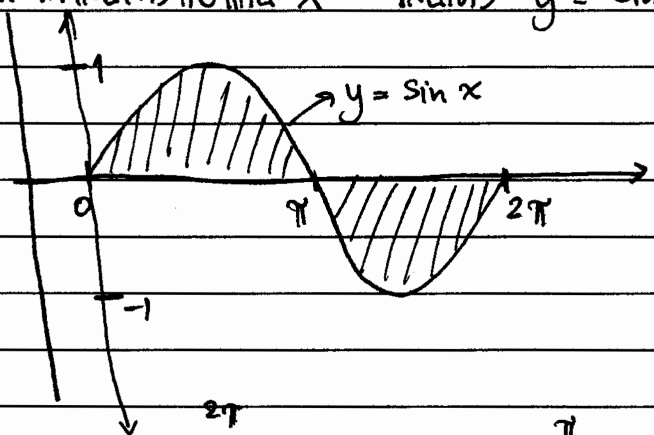
รายวิชา.. รหัสวิชา..................

ชื่อ.. รหัสประจำตัว.................. หมู่เรียน..................

สอบวันที่.................. เดือน.................................... พ.ศ. ....

ข หาพื้นที่ภายใต้เส้นโค้ง

ข1 หาพื้นที่ใต้เส้นโค้งกับแกน x เส้นโค้ง $y = \sin x$ จาก 0 ถึง 2π ดังรูป



Sol^{n}

$$\int_0^{2\pi} \sin x \, dx = \int_0^{\pi} \sin x + \int_{\pi}^{2\pi} -\sin x \, dx$$

$$\int_0^{2\pi} \sin x \, dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} + \cos x \Big|_{\pi}^{2\pi}$$

$$= -\cos \pi + \cos 0 + \cos 2\pi - \cos \pi$$

$$= -(-1) + (1) + (1) - (-1)$$

$$= 4 \quad \#$$

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ..........

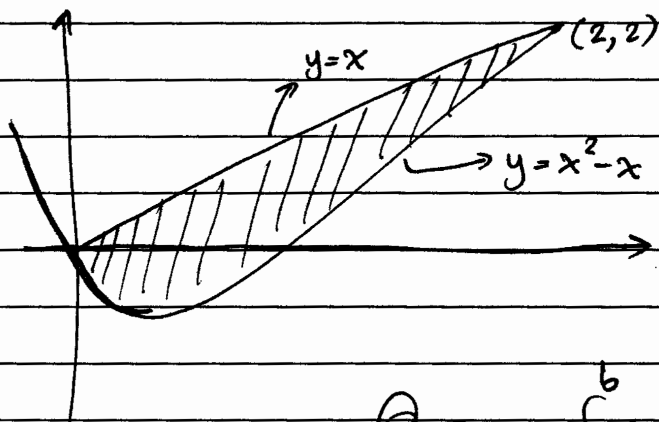
เลขที่..........

สอบรายวิชา.......... รหัสวิชา..........

ชื่อ.......... รหัสประจำตัว.......... หมู่เรียน..........

สอบวันที่.......... เดือน.......... พ.ศ. ....

7.2 จงหาพื้นที่ระหว่างเส้นโค้ง $y = x^2 - x$ และเส้นตรง $y = x$ ดังรูปข้างล่าง



Solⁿ

ใช้ strip ขนานกับแกน y ใช้สูตร $\int_a^b (y_2 - y_1)\,dx$

กำหนดให้ $y_2 = x^2 - x$, $y_1 = x$, $a = 0$, $b = 2$

$$\int_0^2 \left[(x^2 - x) - x\right] dx = \int_0^2 (x^2 - 2x)\,dx$$

$$= \int_0^2 x^2\,dx - \int_0^2 2x\,dx$$

$$= \frac{x^3}{3}\Big|_0^2 - x^2\Big|_0^2$$

$$= \frac{2^3}{3} - 2^2 = \frac{8}{3} - 4$$

$$= \frac{4}{3} \quad \#$$

หมายเลขข้อสอบ.........................

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

เลขที่.........................

สอบรายวิชา... รหัสวิชา.........................

ชื่อ... รหัสประจำตัว......................... หมู่เรียน.........................

สอบวันที่......................... เดือน......................... พ.ศ. ....

8 อนุพันธ์อันดับสูง กำหนดให้ $f(x) = x.\sin x + x$ จงหา $\frac{d^4}{dx^4}f(x)$

Sol^n $\frac{d}{dx}f(x) = \frac{d}{dx}\left(x.\sin x + x\right)$

$= x\frac{d}{dx}\sin x + \sin x\frac{dx}{dx} + \frac{dx}{dx}$

$\therefore \frac{d}{dx}f(x) = x\cos x + \sin x + 1$

หา $\frac{d^2}{dx}f(x) = \frac{d}{dx}\left(f'(x)\right) = \frac{d}{dx}\left(x\cos x + \sin x + 1\right)$

$= x\frac{d}{dx}\cos x + \cos x\frac{dx}{dx} + \frac{d}{dx}\sin x + \frac{d}{dx}1$

$= -x\sin x + \cos x + \cos x + 0$

$\therefore \frac{d^2}{dx}f(x) = -x\sin x + 2\cos x$

หา $\frac{d^3}{dx}f(x) = \frac{d}{dx}f''(x) = \frac{d}{dx}\left(-x\sin x + 2\cos x\right)$

$= -x\frac{d}{dx}\sin x - \sin x\frac{dx}{dx} + 2\frac{d}{dx}\cos x$

$= -x\cos x - \sin x + 2(-\sin x)$

$= -x\cos x - \sin x - 2\sin x$

$\therefore \frac{d^3}{dx}f(x) = -x\cos x - 3\sin x$

หา $\frac{d^4}{dx}f(x) = \frac{d}{dx}f'''(x) = \frac{d}{dx}\left(-x\cos x - 3\sin x\right)$

เลขที่

ข้อสอบรายวิชา รหัสวิชา

ชื่อ รหัสประจำตัว หมู่เรียน

สอบวันที่ เดือน พ.ศ.

$$\frac{d^4}{dx} = \frac{d}{dx}\left(-x\cos x - 3\sin x\right)$$

$$= -x\frac{d\cos x}{dx} - \cos x\frac{dx}{dx} - 3\frac{d\sin x}{dx}$$

$$= -x.(-\sin x) - \cos x - 3\cos x$$

$$\frac{d^4 f(x)}{dx^4} = x\sin x - 4\cos x \quad \#$$