1.1 จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(4,4)$ และ $(1,1)$

Sol^{n} หา $m = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = \frac{4-1}{4-1} = \frac{3}{3} = 1$

$\therefore m = 1$

จาก $y - y_1 = m(x - x_1)$

จะได้ $y - 4 = 1(x - 4)$

$y = x - 4 + 4$

$y = x$

2

1.2 จงหาระยะห่างระหว่างจุด $(4,4)$ และ $(1,1)$

Sol^{n}

$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(4-1)^2 + (4-1)^2}$

$= \sqrt{3^2 + 3^2}$

$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

2

1.3 จงหาสมการเส้นตรงที่ตั้งฉากกับสมการ x เท่ากับ -7 และตั้งฉากกับเส้นตรง $2x - 4y = 5$

จาก $2x - 4y = 5$

$4y = -2x + 5$

$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

$\therefore m = \frac{1}{2}$

หา m_2 จาก $m m_2 = -1$

$\frac{1}{2} m_2 = -1$

$m_2 = -2$

คะแนน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ.....

เลขที่.....

ข้อสอบรายวิชา..... รหัสวิชา.....

ชื่อ..... รหัสประจำตัว..... หมู่เรียน.....

สอบวันที่..... เดือน..... พ.ศ. .....

2 จงหาค่าของฟังก์ชันต่อไปนี้

กำหนดให้ $f(x) = x^2 - 3x + 4$ และ $g(x) = x^2$

2.1 $f(-4)$

$f(x) = x^2 - 3x + 4$

$f(-4) = (-4)^2 - 3(-4) + 4$

$= 16 + 12 + 4$

$= 32$ 2

2.2 $g(a^{0.5})$

$g(x) = x^2$

$g(a^{0.5}) = (a^{0.5})^2$

$= a^1 = a$ 2

2.3 $(f+g)(3)$

$(f+g)(x) = x^2 - 3x + 4 + x^2$

$(f+g)(3) = 3^2 - 3(3) + 4 + 3^2$

$= 9 - 9 + 4 + 9$

$= 13$ 2

2.4 $(f-g)(-3)$

$(f-g)(x) = x^2 - 3x + 4 - x^2$

$(f-g)(-3) = (-3)^2 - 3(-3) + 4 - (-3)^2$

$= 9 + 9 + 4 - 9$

$= 13$ 2

2.5 $(f \cdot g)(2)$

$(f \cdot g)(x) = (x^2 - 3x + 4)(x^2)$

$= x^4 - 3x^3 + 4x^2$

$(f \cdot g)(2) = 2^4 - 3(2)^3 + 4(2)^2 = 16 - 24 + 8 = 0$ 8 #

16 16

คะแนน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ.....

เลขที่.....

ข้อสอบรายวิชา.....รหัสวิชา.....

ชื่อ.....รหัสประจำตัว.....หมู่เรียน.....

สอบวันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

3.4 จงหาฟังก์ชัน $g(x)$ และ $h(x)$ โดยที่ $f(x) = goh(x)$ ถ้า $f(x) = (x^2+1)^5$

$f(x) = goh(x) = (x^2+1)^5$

ถ้า $g(x) = x^5$

$\therefore h(x) = x^2+1$

$g(x) = x^5$ และ $h(x) = x^2+1$

4. จงหาค่าลิมิตของฟังก์ชันต่อไปนี้

4.1 $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{4-x} - 2}{x}$

Sol $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{4-x} - 2}{x}$ แทนค่า $x=0$ ได้ $\frac{0}{0}$

$\lim_{x \to 0} \frac{\frac{d}{dx}(\sqrt{4-x} - 2)}{\frac{d}{dx}(x)}$

$\lim_{x \to 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{4-x}} d4-x}{1}$

$\lim_{x \to 0} \frac{1(-1)}{2\sqrt{4-x}}$

แทนค่า $x = 0$ ได้ $\frac{-1}{2\sqrt{4-0}} = \frac{-1}{2 \cdot 2} = \frac{-1}{4}$

$\therefore \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{4-x} - 2}{x} = \frac{-1}{4}$

4.2 $\lim_{x \to 2} \sqrt{x^3+x^2+2(x)}$

แทนค่า $x = 2$ ได้ $\sqrt{2^3+2^2+2(2)}$

$= \sqrt{8+4+4}$

$= \sqrt{16}$

$= 4$

$\therefore \lim_{x \to 2} \sqrt{x^3+x^2+2x} = 4$

4.5 $\lim_{x \to -\infty} \frac{(9x^3 - 4x^2 + 8)^2}{(7x^3 + 2x - 5)^3}$

$\lim_{x \to -\infty} \frac{(9x^3 - 4x^2 + 8)^2}{(7x^3 + 2x - 5)^3}$ แทนค่า $x = -\infty$ จะได้ $\frac{\infty}{\infty}$

$\lim_{x \to -\infty} \frac{(9x^3)^2}{(7x^3)^3}$

$\lim_{x \to -\infty} \frac{9^2 x^6}{7^3 x^9}$

$\lim_{x \to -\infty} \frac{9^2}{7^3 x^3}$

แทนค่า $x = -\infty$ จะได้ $\frac{9^2}{7^3(-\infty)^3} = 0$

$\therefore \lim_{x \to -\infty} \frac{(9x^3 - 4x^2 + 8)^2}{(7x^3 + 2x - 5)^3} = 0$

4

4.6 $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \tan x}$

$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \tan x}$ แทนค่า $x = \frac{\pi}{4}$ จะได้ $\frac{0}{0}$

$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{d}{dx}\sin x - \cos x}{\frac{d}{dx} 1 - \tan x}$

$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x + \sin x}{-\sec^2 x}$

$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} -(\cos x + \sin x)\cos^2 x$

แทนค่า $\frac{\pi}{4}$ จะได้ $-(\cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4})\cos^2\frac{\pi}{4}$

$= -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= -(\sqrt{2}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

คะแนน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ.....

เลขที่.....

ข้อสอบรายวิชา..... รหัสวิชา.....

ชื่อ..... รหัสประจำตัว..... หมู่เรียน.....

สอบวันที่..... เดือน..... พ.ศ. .....

(5.2) กำหนดให้ $f(x) = 2x^4 + 3x^2 + 5$ จงหา $f'(x)$ และ $f'(0)$ โดยใช้นิยาม

$f(x) = 2x^4 + 3x^2 + 5$

$f(x+h) = 2(x+h)^4 + 3(x+h)^2 + 5$

$= 2(x^4+h^4+4x^3h+4xh^3+2x^2h^2+4x^2h^2)+3(x^2+2xh+h^2)+5$

$= 2x^4+2h^4+8x^3h+8xh^3+4x^2h^2+8x^2h^2+3x^2+6xh+3h^2+5$

$f(x+h)-f(x) = 2x^4+2h^4+8x^3h+8xh^3+4x^2h^2+8x^2h^2+3x^2+6xh+3h^2+5$
$\quad - (2x^4 + 3x^2 + 5)$

$= 2h^4 + 8x^3h + 8xh^3 + 4x^2h^2 + 8x^2h^2 + 6xh + 3h^2$

$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{h(2h^3+8x^3+8xh^2+4x^2h+8x^2h+6x+3h)}{h}$

แทน $h = 0$ จะได้ $8x^3 + 6x$

$\therefore f'(x) = 8x^3 + 6x$

และ $f'(0) = 8(0)^3 + 6(0) = 0$

3

(5.3) กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^2-1}{\sqrt{x+5}}$ จงหา $f'(x)$ โดยใช้สูตร

$f'(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2-1}{\sqrt{x+5}}\right)$

$= \frac{1}{(\sqrt{x+5})^2}\left[\frac{\sqrt{x+5}\,\frac{d}{dx}(x^2-1) - (x^2-1)\frac{d}{dx}(\sqrt{x+5})}{dx}\right]$

$= \frac{1}{(x+5)}\left[\frac{\sqrt{x+5}\,(2x) - (x^2-1)\frac{1}{2\sqrt{x+5}}\frac{d}{dx}x+5}{}\right]$

$= \frac{1}{(x+5)}\left[\frac{2x\sqrt{x+5} - (x^2-1)}{2\sqrt{x+5}}\right]$

$= \frac{1}{(x+5)}\left[\frac{2x\sqrt{x+5}\cdot 2\sqrt{x+5} - (x^2-1)}{2\sqrt{x+5}}\right]$

5.5 กำหนดให้ $y = \ln(1-x^2)$, $x = \sin(2t)$, และ $t = 2\theta + 5$ จงหา $\frac{dy}{d\theta}$ โดยใช้กฎลูกโซ่

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{d\theta}$$

จาก $y = \ln(1-x^2)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(\ln(1-x^2))}{dx}$$

$$= \frac{1}{(1-x^2)} \frac{d(1-x^2)}{dx} = \frac{1}{(1-x^2)} -2x = \frac{-2x}{(1-x^2)}$$

จาก $x = \sin(2t)$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d \sin(2t)}{dx}$$

$$= \cos(2t) \frac{d2t}{dx}$$

$$= 2\cos(2t)$$

จาก $\frac{dt}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} 2\theta + 5$

$$= 2$$

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{d\theta}$$

$$= \frac{-2x}{(1-x^2)} \cdot 2\cos(2t) \cdot 2$$

$$= \frac{-2(\sin(2t))}{(1-\sin^2(2t))} \cdot 4\cos(2t))$$

$$= \frac{-2(\sin 2(2\theta+5)) \cdot 4\cos(2(2\theta+5))}{(1-\sin^2 2(2\theta+5))}$$

คะแนน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ.....
เลขที่.....

ข้อสอบรายวิชา..... รหัสวิชา.....

ชื่อ..... รหัสประจำตัว..... หมู่เรียน.....

สอบวันที่..... เดือน..... พ.ศ.....

หาความเร็ว (V) แทนค่า $t = 2$ วินาที ข้อ (2)

$V = 96 - 32(t)$

$= 96 - 32(2)$ f/s

$= 96 - 64$ f/s

$= 32$ f/s

หาความเร่ง (a) แทนค่า $t = 2$ วินาที ข้อ (3)

$a = -32$ f/s^2

หา t ที่ก้อนหินขึ้นไปสูงสุดโดยที่ $V = 0$ ข้อ (2)

$V = 96 - 32t$

$0 = 96 - 32t$

$32t = 96$

$t = \frac{96}{32}$ s

$t = 3$ s

หาความสูง (h) ที่ก้อนหินขึ้นไปสูงสุด ที่ $t = 3$ ข้อ (1)

$h = 96t - 16t^2$

$h = 96(3) - 16(3)^2$

$h = 288 - 144$ f

$h = 144$ f

ก. ตอบ ก้อนหินมีความเร็วเป็น 32 ฟุต/วินาที และมีความเร่งเป็น -32 ฟุต/วินาที^{2} ก้อนหินกำลังเคลื่อนที่ขึ้น

ข. ตอบ ก้อนหินลอยอยู่ในอากาศเป็นเวลา 6 วินาที (เพราะใช้เวลาขึ้นไปสูงสุด 3 วินาที)

ค. ตอบ ก้อนหินขึ้นไปสูงสุด 144 ฟุต

3

คะแนน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

หมายเลขข้อสอบ.....

เลขที่.....

ข้อสอบรายวิชา..... รหัสวิชา.....

ชื่อ..... รหัสประจำตัว..... หมู่เรียน.....

สอบวันที่..... เดือน..... พ.ศ. .....

5.8 จงหาค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 6x^4 - 8x^3 + 1$

$f'(x) = 6x^4 - 8x^3 + 1$

$= 24x^3 - 24x^2$

$f''(x) = 72x^2 - 48x$

หาค่า x จาก $f'(x)$ โดย ให้ $f'(x) = 0$

$0 = 24x^3 - 24x^2$

$0 = 24x^2(x-1)$

$\therefore x = 0, 1$

แทน $x = 0$ ใน $f''(x)$

$f''(x) = 72x^2 - 48(x)$

$f''(0) = 72(0)^2 - 48(0)$

$= 0$ ไม่เป็นจุดต่ำสุดหรือสูงสุดสัมพัทธ์

แทน $x = 1$ ใน $f''(x)$

$f''(x) = 72(-1)^2 - 48(-1)$

$= 72(1) - 48(1)$

$= 24 > 0$ เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

เอา $x = -1$ ไปแทนใน $f(x)$ เพื่อหา y

$f(x) = 6(-1)^4 - 8(-1)^3 + 1$

$= 6 + 8 + 1$

$= 15$

$\therefore$ เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่จุด $(-1, 15)$

10

6.3 $\int x\, 10^{x^2-6}\, dx$

Sol 3 $\int x\, 10^{x^2-6} \frac{d(x^2-6)}{2x}$

$= \frac{1}{2}\int 10^{x^2-6}\, d(x^2-6)$

$= \frac{1}{2}\left|\frac{10^{x^2-6}}{\ln 10}\right| + C$ #

6.4 $\int e^{2x} \cos(e^{2x})\, dx$

Sol $\int e^{2x} \cos(e^{2x}) \frac{d\, e^{2x}}{2e^{2x}}$

$= \frac{1}{2}\int \cos(e^{2x})\, d\, e^{2x}$

$= \frac{1}{2}\sin(e^{2x}) + C$ #

6.5 $\int x^{\frac{2}{3}} \cos\left(x^{\frac{5}{3}}\right) dx$

Sol 4 $\int x^{\frac{2}{3}} \cos\left(x^{\frac{5}{3}}\right) \frac{d(x^{\frac{5}{3}})}{\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}}$

$= \frac{3}{5}\int \cos\left(x^{\frac{5}{3}}\right) d(x^{\frac{5}{3}})$

$= \frac{3}{5}\sin(x^{\frac{5}{3}}) + C$ #