



ชื่อ-นามสกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำสั่ง

1. นักศึกษาที่ทุจริตในการสอบมีความผิด ปรับตกในรายวิชานั้นแล้วพักการเรียน 1 ภาคการศึกษา
2. ห้ามใช้เครื่องคำนวณ และเครื่องมือสื่อสารทุกชนิด ห้ามนำเอกสารหรือตำราเข้าห้องสอบ
3. ข้อสอบมีทั้งหมด 10 ข้อ ให้ทำข้อสอบทุกข้อ คะแนนเต็ม 40 คะแนน
4. ให้เขียนอธิบาย แสดงวิธีทำโดยละเอียด

จงแสดงวิธีทำทุกข้อลงในกระดาษคำตอบ

1. กำหนดให้ $y = \ln(1-x^2)$, $x = \sin 2t$ และ $t = 2\theta + 5$ จงหา $\frac{dy}{d\theta}$
2. กำหนดให้ $f(x) = x \sin x + x$ จงหา $f^{(4)}(x)$
3. จงหาค่า $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{-x}}{\sin x}$
4. จงหาค่าต่ำสุดหรือสูงสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x$
5. วัตถุชิ้นหนึ่งเคลื่อนที่เป็นแนวตรง โดยมีความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง s กับเวลา t ดังสมการ $s = 6t^2 - 2t^3$ จงหา ระยะทาง ความเร็ว และความเร่ง ของการเคลื่อนที่ของวัตถุชิ้นนี้ เมื่อเวลา $t = 1$ วินาที
6. $\int \frac{3x^2 + 5x}{x^3 + x^2 - x - 1} dx$
7. $\int (\sin^4 x)(\cos^3 x) dx$
8. $\int e^{2x} \cos 3x dx$
9. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4x^2 - 9}}$
10. จงหาสมการของเส้นโค้งซึ่งมีความชันที่จุด $P(x, y)$ ใดๆ เท่ากับ $6x^2y$ และเส้นโค้งนี้ผ่านจุด $(0,3)$

สูตรที่ใช้ หรือสมการที่ใช้

สูตรอนุพันธ์

กำหนดให้ a, C, n เป็นค่าคงที่ใดๆ $u = f(x), v = f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับตัวแปร x

1. $\frac{dc}{dx} = 0$
2. $\frac{dx}{dx} = 1$
3. $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$
4. $\frac{dcu}{dx} = c \frac{du}{dx}$
5. $\frac{du^n}{dx} = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$
6. $\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$
7. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{1}{v^2} \left[v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx} \right]$
8. $\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u} \log_a e \frac{du}{dx}$
9. $\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$
10. $\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}$
11. $\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$
12. $\frac{d}{dx} u^v = vu^{v-1} \frac{du}{dx} + u^v \ln u \frac{dv}{dx}$
13. $\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$
14. $\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$
15. $\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx}$
16. $\frac{d}{dx} \cot u = -\operatorname{cosec}^2 u \frac{du}{dx}$
17. $\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$
18. $\frac{d}{dx} \operatorname{cosec} u = -\operatorname{cosec} u \cot u \frac{du}{dx}$
19. $\frac{d}{dx} \sin^{-1} u = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$
20. $\frac{d}{dx} \cos^{-1} u = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$
21. $\frac{d}{dx} \tan^{-1} u = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$
22. $\frac{d}{dx} \cot^{-1} u = \frac{-1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$
23. $\frac{d}{dx} \sec^{-1} u = \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$
24. $\frac{d}{dx} \operatorname{cosec}^{-1} u = \frac{-1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$

สูตรอินทิเกรต

1. $\int 0 du = c$
2. $\int a du = a \int du$
3. $\int dx = x + c$
4. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c; n \neq -1$
5. $\int (du + dv - dw) = \int du + \int dv - \int dw$
6. $\int \frac{1}{u} du = \ln|u| + c$
7. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$
8. $\int e^u du = e^u + c$
9. $\int \sin u du = -\cos u + c$
10. $\int \cos u du = \sin u + c$
11. $\int \sec^2 u du = \tan u + c$
12. $\int \operatorname{cosec}^2 u du = -\cot u + c$
13. $\int \sec u \tan u du = \sec u + c$
14. $\int \operatorname{cosec} u \cot u du = -\operatorname{cosec} u + c$
15. $\int \tan u du = \ln|\sec u| + c$
16. $\int \cot u du = \ln|\sin u| + c$
17. $\int \sec u du = \ln|\sec u + \tan u| + c$
18. $\int \operatorname{cosec} u du = \ln|\operatorname{cosec} u - \cot u| + c$
19. $\int \frac{du}{u^2+a^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c$
20. $\int \frac{du}{u^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{u-a}{u+a}\right| + c$
21. $\int \frac{du}{a^2-u^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{a+u}{a-u}\right| + c$
22. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \sin^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c$
23. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2+a^2}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2+a^2}\right| + c$
24. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2-a^2}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2-a^2}\right| + c$
25. $\int \sqrt{a^2-u^2} du = \frac{u}{2} \sqrt{a^2-u^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c$
26. $\int \sqrt{u^2+a^2} du = \frac{u}{2} \sqrt{u^2+a^2} + \frac{a^2}{2} \ln\left|u + \sqrt{u^2+a^2}\right| + c$
27. $\int \sqrt{u^2-a^2} du = \frac{u}{2} \sqrt{u^2-a^2} - \frac{a^2}{2} \ln\left|u + \sqrt{u^2-a^2}\right| + c$
28. $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2+a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{sech}^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c$

สูตรลดทอน

- $$\int \sin^n u du = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} u \cos u + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} u du \quad \text{เมื่อ } n \geq 2$$
- $$\int \cos^n u du = \frac{1}{n} \cos^{n-1} u \sin u + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} u du \quad \text{เมื่อ } n \geq 2$$
- $$\int \tan^n u du = \frac{1}{n-1} \tan^{n-1} u - \int \tan^{n-2} u du \quad \text{เมื่อ } n \geq 2$$

$$\int \cot^n u \, du = -\frac{1}{n-1} \cot^{n-1} u - \int \cot^{n-2} u \, du \quad \text{เมื่อ } n \geq 2$$

$$\int \sec^n u \, du = \frac{1}{n-1} \sec^{n-2} u \tan u + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} u \, du \quad \text{เมื่อ } n > 2$$

$$\int \operatorname{cosec}^n u \, du = -\frac{1}{n-1} \operatorname{cosec}^{n-2} u \cot u + \frac{n-2}{n-1} \int \operatorname{cosec}^{n-2} u \, du \quad \text{เมื่อ } n > 2$$

สูตรอินทิเกรตที่ละส่วน By Part

$$\text{สูตร } \int u \, dv = uv - \int v \, du$$

สูตรอินทิเกรตแทนค่าตรีโกณมิติ

1. มีฟังก์ชันอยู่ในรูป $\sqrt{a^2 - u^2}$ สมมติให้ $u = a \sin \theta$ หรือ $u = a \cos \theta$ ใช้สูตร $1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$
2. มีฟังก์ชันอยู่ในรูป $\sqrt{a^2 + u^2}$ สมมติให้ $u = a \tan \theta$ หรือ $u = a \cot \theta$ ใช้สูตร $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$
3. มีฟังก์ชันอยู่ในรูป $\sqrt{u^2 - a^2}$ สมมติให้ $u = a \sec \theta$ หรือ $u = a \operatorname{cosec} \theta$ ใช้สูตร $\sec^2 \theta - 1 = \tan^2 \theta$

ตรีโกณมิติพื้นฐาน

1. $\sin x \operatorname{cosec} x = 1$
2. $\cos x \sec x = 1$
3. $\tan x \cot x = 1$
4. $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
5. $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$
6. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
7. $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$
8. $1 + \cot^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$
9. $\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$
10. $\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$
11. $\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$
12. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
13. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$
14. $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$
15. $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$
16. $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$
17. $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$
18. $\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$
19. $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$