



วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....ห้องสอบที่.....

คำตอบวิชา.....แผ่นที่.....ทั้งหมดมี.....แผ่น

ชื่อ.....รหัส.....เลขที่.....ชั้นปี.....

สาขาวิชา.....หลักสูตร.....ปี ภาค.....

การอินทิเกรตโดยกรแทนค่า

การเปลี่ยนตัวแปรจะช่วยให้เราทราบค่าอินทิกรัลที่ดูยุ่งยากนี้ เรียกว่า "อินทิกรัลโดยกรแทนค่า"

Ex $\int (x+1)^{20} dx$

ใช้ค่าที่ดูยุ่งยากอินทิกรัลนี้เพื่อหาคำตอบ เราจึงกำหนดให้ $u = x+1$ แล้ว $du = dx$

หรือ $\int (x+1)^{20} dx \Rightarrow \int u^{20} du$

จ.ได้ $\int (x+1)^{20} dx = \int u^{20} du = \frac{u^{20+1}}{20+1} + C$

$= \frac{u^{21}}{21} + C$ #

Ex $\int (x+2)^5 dx$

หรือ $\int u^5 du$

แทน $u = x+2$, $du = d(x+2) = \frac{d(x+2)}{dx} dx$

$du = \left(\frac{dx}{dx} + \frac{d2}{dx} \right) dx$

$du = 1 \cdot dx = dx$

จ.ได้ $\int (x+2)^5 dx = \int u^5 du$

$= \frac{u^{5+1}}{5+1} + C = \frac{u^6}{6} + C$

$= \frac{(x+2)^6}{6} + C$ #



วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....ห้องสอบที่.....

คำตอบวิชา.....แผ่นที่.....ทั้งหมดมี.....แผ่น

ชื่อ.....รหัส.....เลขที่.....ชั้นปี.....

สาขาวิชา.....หลักสูตร.....ปี ภาค.....

2

B $\int 3x^2 (x^3+7)^3 dx$

วิธีทำ ใช้กฎอินทิเกรตเป็นอนุกรมกำลังของฟังก์ชัน (x^3+7)
เลือกแทนด้วย $u = x^3+7$ ให้ $du = d(x^3+7) \frac{dx}{dx}$

$$du = \left(\frac{dx^3}{dx} + \frac{d7}{dx} \right) \cdot dx$$

$$du = 3x^2 \cdot dx$$

แทน $3x^2$ เป็นตัวประกอบของพหุนามในในตัวกอินทิเกรต ดังนี้

$$\int 3x^2 (x^3+7)^3 dx = \int (x^3+7)^3 3x^2 dx$$

$$= \int u^3 du = \frac{u^{3+1}}{3+1} + C$$

$$= \frac{u^4}{4} + C = \frac{(x^3+7)^4}{4} + C \quad \#$$

B $\int \sqrt{1+y^2} \cdot 2y dy$

แทนด้วย $u = 1+y^2$ ให้ $du = d(1+y^2) \frac{dy}{dy}$

$$= \left(\frac{dy^2}{dy} + \frac{d1}{dy} \right) \cdot dy$$

$$du = 2y dy$$

$$\therefore \int \sqrt{1+y^2} \cdot 2y dy = \int u^{1/2} du$$

$$= \frac{u^{1/2+1}}{1/2+1} + C = \frac{u^{3/2}}{3/2} + C$$

$$= \frac{2}{3} (\sqrt{1+y^2})^{3/2} + C \quad \#$$



วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....ห้องสอบที่.....

คำตอบวิชา.....แผ่นที่.....ทั้งหมดมี.....แผ่น

ชื่อ.....รหัส.....เลขที่.....ชั้นปี.....

สาขาวิชา.....หลักสูตร.....ปี ภาค.....

3

Ex $\int x \sqrt{x^2+5} dx$

สมมติให้ $u = x^2+5$

$$du = d(x^2+5) \frac{dx}{dx}$$

$$= \left(\frac{dx^2}{dx} + \frac{d5}{dx} \right) dx$$

$$du = 2x dx$$

$$\frac{1}{2} du = x dx$$

∴ ให้ $\int (x^2+5)^{\frac{1}{2}} x dx = \int u^{\frac{1}{2}} \frac{du}{2}$

$$= \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} du = \frac{1}{2} \frac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C$$

$$= \frac{1}{2} \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{(x^2+5)^{\frac{3}{2}}}{3} + C \quad \#$$

Ex $\int \sqrt{4t-1} dt$

สมมติให้ $u = 4t-1$

$$du = d(4t-1) \frac{dt}{dt}$$

$$= \left(\frac{d4t}{dt} - \frac{d1}{dt} \right) dt$$

$$\int \sqrt{4t-1} dt = \int u^{\frac{1}{2}} \frac{du}{4}$$

$$= \frac{1}{4} \int u^{\frac{1}{2}} du = \frac{1}{4} \frac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C$$

$$du = 4 dt$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$\frac{1}{4} du = dt$$

$$= \frac{1}{6} (4t-1)^{\frac{3}{2}} + C \quad \#$$



วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....ห้องสอบที่.....

คำตอบวิชา.....แผ่นที่.....ทั้งหมดมี.....แผ่น

ชื่อ.....รหัส.....เลขที่.....ชั้นปี.....

สาขาวิชา.....หลักสูตร.....ปี ภาค.....

4

~~Ex~~ $\int \sqrt[3]{by} dy$

$u = by$

$du = \frac{dby}{dy} dy$

$\int \sqrt[3]{by} dy = \int (by)^{\frac{1}{3}} dy$

$= \frac{dby}{dy} dy$

$= \int \frac{u^{\frac{1}{3}} du}{b}$

$\frac{du}{b} = b \cdot dy$

$= \frac{1}{b} \int u^{\frac{1}{3}} du$

$\frac{du}{b} = dy$

$= \frac{1}{b} \frac{u^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} + C$

$= \frac{1}{b} \frac{u^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C$

$= \frac{1}{b} \frac{8}{4} u^{\frac{4}{3}} + C$

$= \frac{1}{8} (by)^{\frac{4}{3}} + C$

~~#~~