



ข้อสอบปลายภาค 1/2558

วิชา คณิตศาสตร์วิศวกรรม 1

รหัสวิชา 6001007 (วิศวกรรมโทรคมนาคม) และ 6001411 (วิศวกรรมโยธา)

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม

อาจารย์ผู้สอน อ.อดิศร แก้วภักดี

วิศวกรรมโทรคมนาคม
วิศวกรรมโยธา

สอบวันที่ 23 พฤศจิกายน 2558 เวลา 13:00 - 15:00 น. (2 ชั่วโมง)

ชื่อ-นามสกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำสั่ง

1. นักศึกษาที่ทุจริตในการสอบมีความผิด ปรับตกในรายวิชานั้นแล้วพักการเรียน 1 ภาคการศึกษา
2. ห้ามใช้เครื่องคำนวณ และห้ามใช้เครื่องมือสื่อสารทุกชนิด
3. ให้ทำข้อสอบทุกข้อ ให้เขียนชื่อ-นามสกุล รหัส หมู่เรียน ลงในข้อสอบและในกระดาษคำตอบทุกหน้า
4. ให้เขียนอธิบาย แสดงวิธีทำให้ละเอียด

1. จงหาค่าอินทิเกรตของฟังก์ชันต่อไปนี้ (25 คะแนน)

1.1 $\int \frac{x+4}{\sqrt{x^2+8x-3}} dx$

1.2 $\int \frac{x^3-2x^2+4}{x+1} dx$

1.3 $\int x 10^{(x^2-6)} dx$

1.4 $\int e^{2x} \cos(e^{2x}) dx$

1.5 $\int x^{2/3} \cos(x^{5/3}) dx$

1.6 $\int \sin(8x-3) dx$

2. จงหาค่าอินทิเกรตของฟังก์ชันต่อไปนี้ โดยใช้เทคนิคการอินทิเกรต (30 คะแนน)

2.1 $\int \frac{x^2+1}{x^3+2x^2+x} dx$

2.2 $\int e^{2x} \cos 3x dx$

2.3 $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4x^2-9}}$

2.4 $\int \frac{dx}{1+x^{2/3}}$

3. กำหนดให้ $y = \ln(1 - x^2)$, $x = \sin(2t)$, และ $t = 2\theta + 5$ จงหา $\frac{dy}{d\theta}$ โดยใช้กฎลูกโซ่ (10 คะแนน)

4. จงหาค่า $\int \sin^4 x dx$ โดยใช้สูตรลดทอน (10 คะแนน)

5. กำหนดให้ $x + xy + y^2 = 7$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ ที่จุด $(1, 2)$ โดยวิธีการหาอนุพันธ์ไม่ตรงแบบ (5 คะแนน)

6. จงหาค่าอินทิกรัลจำกัดเขตต่อไปนี้ (20 คะแนน)

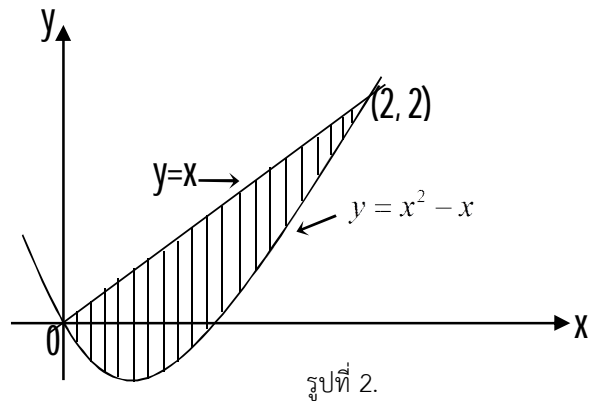
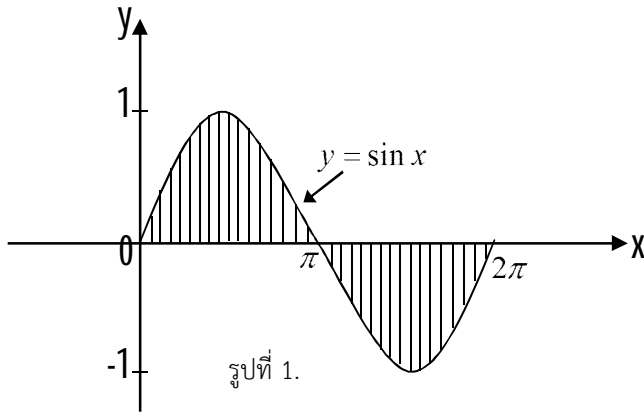
6.1 จงหาค่า $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x^2 \sin(3x) dx$

6.2 จงหาค่า $\int_0^2 (x^3 + 2x - 3) dx$

6.3 จงหาค่า $\int_0^{\sqrt{\pi}} 5x \cos(x^2) dx$

7. หาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง (10 คะแนน)

7.1 หาพื้นที่ใต้เส้นโค้งกับแกน $y = \sin x$ จาก 0 ถึง 2π ดังแสดงในรูปที่ 1.



7.2 จงหาพื้นที่ระหว่างเส้นโค้ง $y = x^2 - x$ และเส้นตรง $y = x$ ดังแสดงในรูปที่ 2.

Strip ขนานแกน y ใช้สูตร $\int_a^b (y_2 - y_1) dx$

Strip ขนานแกน x ใช้สูตร $\int_a^b (x_2 - x_1) dy$

8. อนุพันธ์อันดับสูงกำหนดให้ $f(x) = x \sin(x) + x$ จงหา $f^4(x)$ หรือ $\frac{d^4 f(x)}{dx^4}$ (5 คะแนน)

9. แคลคูลัสเป็นวิชาคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการอธิบายกฎเกณฑ์ธรรมชาติ เป็นพื้นฐานของความเข้าใจโลกและปรากฏการณ์ต่าง ๆ แคลคูลัสช่วยให้เราสามารถคำนวณวงโคจรของดาวต่าง ๆ ช่วยให้เราคำนวณกระแสไฟฟ้า การคำนวณหาเส้นแรงในอาคารรูปแปลก ๆ เพื่อให้สามารถสร้างอาคารเหล่านั้น เป็นวิชาที่จำเป็นสำหรับนักวิทยาศาสตร์แทบทุกแขนง

นักวิทยาศาสตร์ 3 ท่าน ที่เป็นผู้ก่อให้เกิดแนวคิดเรื่องแคลคูลัสคือใคร? (ตอบถูก 1 ใน 3 จะได้คะแนน) (5 คะแนน)

1.2.3.

สูตรที่ใช้

สูตร

$$\begin{aligned} (x+y)^2 &= (x+y)(x+y) = x^2 + 2xy + y^2 & (x-y)^2 &= (x-y)(x-y) = x^2 - 2xy + y^2 \\ (x+y)^3 &= (x+y)(x+y)^2 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 & (x-y)^3 &= (x-y)(x+y)^2 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 \\ (x+y)^4 &= (x+y)(x+y)^3 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 \\ (x-y)^4 &= (x+y)(x-y)^3 = x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4 \end{aligned}$$

สูตรอนุพันธ์

กำหนดให้ a, c, n เป็นค่าคงที่ใดๆ $u = f(x), v = f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับตัวแปร x

$$\begin{aligned} 1. \frac{dc}{dx} &= 0 & 2. \frac{dx}{dx} &= 1 & 3. \frac{d}{dx}(u \pm v) &= \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx} & 4. \frac{dcu}{dx} &= c \frac{du}{dx} \\ 5. \frac{du^n}{dx} &= nu^{n-1} \frac{du}{dx} & 6. \frac{d}{dx}(uv) &= u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} & 7. \frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) &= \frac{1}{v^2} \left[v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx} \right] \\ 8. \frac{d}{dx} \log_a u &= \frac{1}{u} \log_a e \frac{du}{dx} & 9. \frac{d}{dx} \ln u &= \frac{1}{u} \frac{du}{dx} & 10. \frac{d}{dx} a^u &= a^u \ln a \frac{du}{dx} \\ 11. \frac{d}{dx} e^u &= e^u \frac{du}{dx} & 12. \frac{d}{dx} u^v &= vu^{v-1} \frac{du}{dx} + u^v \ln u \frac{du}{dx} & 13. \frac{d}{dx} \sin u &= \cos u \frac{du}{dx} \\ 14. \frac{d}{dx} \cos u &= -\sin u \frac{du}{dx} & 15. \frac{d}{dx} \tan u &= \sec^2 u \frac{du}{dx} & 16. \frac{d}{dx} \cot u &= -\cos ec^2 u \frac{du}{dx} \\ 17. \frac{d}{dx} \sec u &= \sec u \tan u \frac{du}{dx} & 18. \frac{d}{dx} \cos ec u &= -\cos ec u \cot u \frac{du}{dx} & 19. \frac{d}{dx} \sin^{-1} u &= \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx} \\ 20. \frac{d}{dx} \cos^{-1} u &= \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx} & 21. \frac{d}{dx} \tan^{-1} u &= \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx} & 22. \frac{d}{dx} \cot^{-1} u &= \frac{-1}{1+u^2} \frac{du}{dx} \\ 23. \frac{d}{dx} \sec^{-1} u &= \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx} & 24. \frac{d}{dx} \cos ec^{-1} u &= \frac{-1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx} \end{aligned}$$

สูตรอินทิเกรต

1. $\int 0 du = c$
2. $\int a du = a \int du$
3. $\int dx = x + c$
4. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c; n \neq -1$
5. $\int (du + dv - dw) = \int du + \int dv - \int dw$
6. $\int \frac{1}{u} du = \ln|u| + c$
7. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$
8. $\int e^u du = e^u + c$
9. $\int \sin u du = -\cos u + c$
10. $\int \cos u du = \sin u + c$
11. $\int \sec^2 u du = \tan u + c$
12. $\int \cos ec^2 u du = -\cot u + c$
13. $\int \sec u \tan u du = \sec u + c$
14. $\int \cos ec u \cot u du = -\cos ec u + c$
15. $\int \tan u du = \ln|\sec u| + c$
16. $\int \cot u du = \ln|\sin u| + c$
17. $\int \sec u du = \ln|\sec u + \tan u| + c$
18. $\int \cos ec u du = \ln|\cos ec u - \cot u| + c$
19. $\int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c$
20. $\int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{u-a}{u+a}\right| + c$
21. $\int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{a+u}{a-u}\right| + c$
22. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \sin^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c$
23. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2 + a^2}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2 + a^2}\right| + c$
24. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2 - a^2}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2 - a^2}\right| + c$
25. $\int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{u}{2} \sqrt{a^2 - u^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c$
26. $\int \sqrt{u^2 + a^2} du = \frac{u}{2} \sqrt{u^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \ln\left|u + \sqrt{u^2 + a^2}\right| + c$
27. $\int \sqrt{u^2 - a^2} du = \frac{u}{2} \sqrt{u^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \ln\left|u + \sqrt{u^2 - a^2}\right| + c$
28. $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2 + a^2}} = \frac{1}{a} \sec^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c$

สูตรลดทอน

- $\int \sin^n u du = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} u \cos u + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} u du$ เมื่อ $n \geq 2$
- $\int \cos^n u du = \frac{1}{n} \cos^{n-1} u \sin u + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} u du$ เมื่อ $n \geq 2$
- $\int \tan^n u du = \frac{1}{n-1} \tan^{n-1} u - \int \tan^{n-2} u du$ เมื่อ $n \geq 2$
- $\int \cot^n u du = -\frac{1}{n-1} \cot^{n-1} u - \int \cot^{n-2} u du$ เมื่อ $n \geq 2$
- $\int \sec^n u du = \frac{1}{n-1} \sec^{n-2} u \tan u + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} u du$ เมื่อ $n > 2$
- $\int \cos ec^n u du = -\frac{1}{n-1} \cos ec^{n-2} u \cot u + \frac{n-2}{n-1} \int \cos ec^{n-2} u du$ เมื่อ $n > 2$

สูตรอินทิเกรตทีละส่วน **By Part**

$$\int u dv = uv - \int v du$$

สูตรอินทิเกรตแทนค่าตรีโกณมิติ

1. มีฟังก์ชันอยู่ในรูป $\sqrt{a^2 - u^2}$ สมมติให้ $u = a \sin \theta$ หรือ $u = a \cos \theta$ ใช้สูตร $1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$
2. มีฟังก์ชันอยู่ในรูป $\sqrt{a^2 + u^2}$ สมมติให้ $u = a \tan \theta$ หรือ $u = a \cot \theta$ ใช้สูตร $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$
3. มีฟังก์ชันอยู่ในรูป $\sqrt{u^2 - a^2}$ สมมติให้ $u = a \sec \theta$ หรือ $u = a \cos ec \theta$ ใช้สูตร $\sec^2 \theta - 1 = \tan^2 \theta$

ตรีโกณมิติพื้นฐาน

1. $\sin x \operatorname{cosec} x = 1$
2. $\cos x \sec x = 1$
3. $\tan x \cot x = 1$
4. $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
5. $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$
6. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
7. $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$
8. $1 + \cot^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$
9. $\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$
10. $\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$
11. $\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$
12. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
13. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$
14. $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$
15. $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$
16. $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$
17. $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$
18. $\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$
19. $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

อินทิกรัลจำกัดเขต

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Strip ขนานแกน y ใช้สูตร $\int_a^b (y_2 - y_1) dx$

Strip ขนานแกน x ใช้สูตร $\int_a^b (x_2 - x_1) dy$

กฎลูกโซ่

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \quad \text{หรือ} \quad \frac{dy}{d\theta} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{d\theta}$$

*****##### ขอให้นักศึกษาทุกท่านโชคดี *****#####

ผู้ออกข้อสอบ
อ.อดิศร แก้วภักดี